

## ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ НА ЯДЕРНЫЙ БЕТА-РАСПАД

В. Н. Родионов

Московская государственная геологоразведочная академия  
101000, Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 июля 1996 г.,  
после переработки 30 августа 1996 г.

Рассмотрено влияние электромагнитного поля, представляющего суперпозицию постоянного магнитного поля и поля лазерного типа, на ядерный бета-распад, когда напряженности этих полей в общем случае не предполагаются малыми по сравнению с характерным полем  $H_{cr}^* = \beta_1 H_{cr}$ , где  $H_{cr} = m^2 c^3 / e \hbar$ , а величина  $\beta_1$  зависит от энерговыделения в распаде и типа конфигурации внешнего электромагнитного поля. Для нерелятивистских распадов величина  $\beta_1$  оказывается порядка максимальной кинетической энергии электрона, отнесенной к его энергии покоя:  $\beta_1 \sim I \ll 1$ . Предполагается, что частота изменения волнового поля удовлетворяет условию  $\hbar \omega / m c^2 \leq I$ . Поведение вероятности процесса изучено в широкой области изменения основных параметров, характеризующих поле. В областях «слабого» и «сильного» поля найдены соответствующие асимптотические выражения. Исследованы так называемые интерференционные поправки к невозмущенной вероятности распада, которые принципиально не могут быть воспроизведены методами теории возмущений. Показано, что, как и в случае плосковолнового поля, подробно изученного ранее в работах Никишова и Ритуса, для формирования этих вкладов существенны времена и расстояния, которые превышают параметры невозмущенного процесса. Однако в отличие от чисто волнового поля в условиях совместного действия магнитного поля и поля волны даже в пределе ее достаточно медленного изменения масштаб увеличения характерных областей может определяться не только напряженностью электромагнитных полей, но и частотой изменения поля.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследованию процессов возбуждения и распада ядер под действием интенсивных электромагнитных полей уделено значительное внимание. Большое количество работ (см. обзорную статью [1]) было посвящено изучению возможности воздействия на ядерный бета-распад как с помощью магнитного поля, так и благодаря сфокусированному лазерному излучению. Имеется также ряд работ, относящихся к исследованию воздействия на распады интенсивных электромагнитных полей плосковолнового типа (см. [2, 3] и цитированные там работы).

Внимание к данной проблеме пробудилось еще в двадцатые годы, когда Эйнштейн обсуждал возможность возникновения индуцированной радиоактивности под действием световых квантов [4]. В настоящее время интерес к этим вопросам постоянно подкрепляется как новыми данными по изучению процессов, наблюдаемых в окрестности пульсаров, где, как известно, существуют гигантские по напряженности магнитные поля, так и благодаря развитию техники эксперимента.

Впервые изучение бета-распада нейтрона в интенсивном электромагнитном поле было проведено в работах [5, 6], где учитывалось влияние на процесс статического магнитного поля. Всестороннее исследование хода распадов, обусловленных слабым взаи-

модействием в плосковолновом поле, содержится в работе [7], в которой проведен также подробный анализ аналитических свойств вероятности по заряду. Выяснение важных характеристик распада нейтрона при совместном воздействии на него магнитного поля и поля волны было представлено в [8].

Практически во всех работах, посвященных данной тематике, отмечалось, что принципиально новые физические эффекты, обусловленные присутствием внешних полей, могут возникать, когда напряженности электрической или магнитной составляющих сравниваются с величиной  $H_{cr}^* = \beta_1 H_{cr}$ , где  $H_{cr} = m^2/e$  — значение поля, характерное для основных квантовоэлектродинамических явлений ( $e, m$  — заряд и масса электрона, а значение характерного поля записано в системе единиц, где  $\hbar = c = 1$ , которая и используется в дальнейшем). Коэффициент  $\beta_1$  при этом зависит как от энергосвободения в распаде

$$\varepsilon_0 = \frac{M_x - M_y}{m}, \quad (1)$$

где  $M_x, M_y$  — массы материнского и дочернего ядер соответственно, так и от конкретного типа конфигурации электромагнитных полей, воздействующих на процесс. Так, например, для нерелятивистского распада ( $\varepsilon_0 - 1 = I \ll 1$ ) в постоянном магнитном поле [8, 9]

$$\beta_1 = 2I, \quad (2)$$

а для поля волны при достаточно медленном ее изменении или в случае так называемого постоянного скрещенного поля ( $E = H, E \perp H$ ) [2, 3, 7-14]

$$\beta_1 = (2I)^{3/2}. \quad (3)$$

Следует отметить, что результаты аналогичные (2), (3) имеют место при воздействии на целый ряд процессов, идущих в отсутствие поля, со стороны электромагнитных полей в случаях статического магнитного поля или поля лазерного типа, когда частота волны достаточно мала [15, 16].

Хотя в электромагнитных полях с напряженностью  $H \ll H_{cr}^*$  наличие поля может проявляться лишь в виде поправок к полной вероятности распада в отсутствие поля, оказывается, что и в этой области могут возникать эффекты нетривиального поведения полевой зависимости. В частности, в некоторых работах отмечалось, что вероятности распадов при учете действия внешних полей специального вида содержат неаналитические при выключении поля члены, которые принципиально не могут быть воспроизведены методами теории возмущений. Следует указать, что основа для изучения подобных эффектов была заложена в работе [7], где содержался вывод о том, что точка, соответствующая выключению поля, является существенно особой для вероятности, рассматриваемой как функция внешнего поля. Возникновение подобного поведения вероятности распада при учете действия статического магнитного поля изучалось в работах [1, 15].

Несмотря на то что каждый из этих примеров, взятый в отдельности, изучен достаточно подробно, можно утверждать, что построение сколько-нибудь законченной теории бета-распада во внешних полях еще далеко от своего завершения. Этот вывод, в частности, можно отнести к тем ограничениям, которые характерны практически для всех исследований в этой области и которые связаны с нерелятивистским пределом рассматриваемого взаимодействия. Можно также указать на отсутствие исследований

интерференционных эффектов, обусловленных одновременным действием электромагнитных полей различного типа. Хотя предсказание подобных эффектов бывает затруднительным даже на качественном уровне, можно выделить, например, возможность резонансного воздействия суммарного поля на заряженные частицы реакции.

В этой связи представляет интерес проведение исследования процесса ядерного бета-распада при учете действия суперпозиции электромагнитных полей, допускающей возможность резонансной ситуации. Следует отметить, что хотя общий подход, основанный на использовании точных решений релятивистских квантовых уравнений движения заряженных частиц во внешнем поле, известен сравнительно давно (представление Фарри), учет внешних полей определенного вида требует разработки и развития специальных методов исследования (см., например, [1–3, 9, 16]).

Основным препятствием на пути изучения влияния полей, имеющих комбинационную структуру, на ход распада является сложность анализа получаемых выражений, характерная для многопараметрических задач. Указанную трудность в какой-то мере можно преодолеть, если в качестве указанной суперпозиции рассмотреть магнитное поле и поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль него.

Данная комбинация электромагнитных полей известна тем, что допускает возможность нахождения точного решения релятивистского квантового уравнения движения заряженной частицы, взаимодействующей с полем, и позволяет развить и обобщить методы, основанные на точном учете характеристик внешнего поля, для случая электромагнитных полей сложной конфигурации. Следует отметить, что эти решения были впервые получены Редмондом [17] и мы в дальнейшем будем называть указанную выше суперпозицию электромагнитных полей конфигурацией Редмонда, подразумевая наличие в ней следующих составляющих: постоянного однородного магнитного поля, а также поля плоской электромагнитной волны круговой поляризации с частотой и напряженностью  $\omega$  и  $E$  соответственно.

В настоящей работе исследуется влияние на процесс ядерного бета-распада  $X \rightarrow Y + e + \bar{\nu}$  интенсивного электромагнитного поля конфигурации Редмонда. Предполагается, что массы  $M_x$  и  $M_y$  начального и конечного ядер настолько велики по сравнению с массой электрона  $m$  и энергосвободением в распаде  $m\varepsilon_0$ , что можно пренебречь эффектами порядка  $m/M$  и  $m\varepsilon_0/M$ . При этом, однако, предполагается, что напряженности как постоянного, так и переменного во времени полей могут быть сравнимы с  $\beta_1 H_{cr}$  или даже превышать это значение.

Основной результат состоит в получении относительно компактного аналитического выражения для полной вероятности бета-распада во внешнем поле конфигурации Редмонда и в его подробном анализе как в нерелятивистском, так и в релятивистском пределах. Следует также подчеркнуть, что полученные интегральные представления, насколько нам известно, никогда ранее не приводились в литературе даже в частных случаях, когда из конфигурации Редмонда исключается та или иная ее составляющие. Нерелятивистский предел вероятности распада в поле конфигурации Редмонда изучен на основе выражения, записанного в виде однократного интеграла, который в частных случаях согласуется с результатами работ [1–3, 5–15]. Также подробно исследованы интерференционные эффекты в широкой области изменения основных параметров поля конфигурации Редмонда, включая и область циклотронного резонанса. Результаты, полученные здесь, обобщают известные исследования аналогичных эффектов в плосковолновом поле [7, 11–13] на случай дополнительного воздействия на ход распада постоянного магнитного поля.

## 2. ВЕРОЯТНОСТЬ ЯДЕРНОГО БЕТА-РАСПАДА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ КОНФИГУРАЦИИ РЕДМОНДА

В работе [8] были рассмотрены эффекты, связанные с поляризацией частиц, участвующих в бета-распаде нейтрона в интенсивном электромагнитном поле конфигурации Редмонда. При получении выражения для вероятности процесса с учетом действия внешнего поля в этом исследовании использовались точные решения уравнения Дирака, описывающие движение электрона. Повторяя все основные этапы расчета, подробно описанные в [8], однако обобщая полученные результаты на случай произвольного энерговыделения в распаде  $\varepsilon_0$ , окончательное выражение для полной вероятности распада ядра X в приближении разрешенных переходов можно представить в виде (аналог формулы (6) в работе [8])

$$W_i = G_0 \mu \sum_{n, n'} \int_0^\infty d\alpha \int_0^\infty d\tau \tau^2 \Phi_i \delta(f_i), \quad (4)$$

где  $i = 1, 2$ ,  $W = W_1 + W_2$ ,  $G_0 = G_v^2 m^5 (1 + 3\alpha_0^2) / 4\pi^3$ ,  $G_v$  — константа слабого взаимодействия,  $\alpha_0$  — отношение аксиального и векторного вкладов,

$$\Phi_1 = \alpha I_{n', n-1}^2(z), \quad (5)$$

$$\Phi_2 = \alpha_+ I_{n'-1, n}^2(z) + \xi_1^2 \alpha I_{n'-1, n-1}^2(z) + 2\xi_1 \sqrt{2\mu n} I_{n'-1, n}(z) I_{n'-1, n-1}(z). \quad (6)$$

Здесь также введены следующие обозначения:

$$\alpha = \frac{p_0 - p_3}{m}, \quad \alpha_+ = \frac{p_0 + p_3}{m}, \quad \xi = \frac{eE}{m\omega}, \quad \xi_1 = \frac{\xi\omega}{\delta_1},$$

$$\mu = \frac{H}{H_{cr}}, \quad \omega_H = m\mu, \quad \delta_1 = \alpha\omega - \omega_H,$$

$p_0$  и  $p_3$  — энергия и продольная (по отношению к направлению магнитного поля) компонента импульса электрона,  $\tau$  — энергия нейтрино,  $I_{n', n}(z)$  — функции Лагерра, связанные с вырожденной гипергеометрической функцией Гаусса:

$$I_{n', n}(z) = \frac{\sqrt{n! / n'!}}{(n - n')!} \exp\left(-\frac{z}{2}\right) z^{(n-n')/2} F(-n', n - n' + 1, z),$$

где  $z = \xi_1^2 \mu / (2\lambda^2)$ ,  $\lambda = \omega / m$ .

В выражении (4) проведено усреднение по поляризационным состояниям ядра X и суммирование по Y, а вклады  $\Phi_i$ , по существу, соответствуют различным ориентациям спина электрона. Особое свойство электрона в квантовом состоянии  $n = 0$  (где  $n$  — уровень Ландау), когда его спин может быть ориентирован лишь против направления магнитного поля, приводит к двум различным законам сохранения, которые определяются разными аргументами  $\delta$ -функций, отвечающими ориентации электронного спина по или против направления магнитного поля:

$$f_{1,2} = -S_0 + 2\beta\mu\eta(n - n' \mp 1) - 2\mu n + \xi^2\beta\eta / (1 - \beta\eta), \quad (7)$$

где  $S_0 = 1 - 2\alpha(\varepsilon_0 - \tau) + \alpha^2$ ,  $\eta = \gamma\omega/\omega_H$ ,  $\gamma = M_x/m$ ,  $\gamma\beta = \alpha$ .

Следует также отметить, что по сравнению с формулой (6) работы [8] в (4) проведена замена переменной интегрирования

$$\frac{dq_3}{q_0^*} = -\frac{d\alpha}{\alpha},$$

выполнено интегрирование по углу вылета нейтрино и введен новый индекс суммирования  $n' = n + l \mp 1$ . Здесь  $q_0^*$  — средняя энергия электрона в поле конфигурации Редмонда, а  $q_3$  — продольная компонента его квазиимпульса (см. [8]).

Проводя перестановку порядка интегрирования и суммирования в (4) и используя свойства функций Лагерра, можно получить представление для полной вероятности ядерного бета-распада в виде

$$W_k = -\frac{iG_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{\infty} d\alpha \int_0^{\infty} d\tau \tau^2 \exp(iS \mp ix) F_k, \quad (8)$$

где  $k = 1, 2$ ,  $W = W_1 + W_2$ ,

$$F_1 = \frac{\alpha}{2 \sin x},$$

$$F_2 = \frac{\varepsilon_0 - \tau - \alpha/2}{\sin x} - \frac{iU}{\gamma},$$

$$U = \left( \frac{\xi\eta}{\sin x} \right)^2 \left[ \frac{\beta \sin^2(x\Delta)}{\Delta^2} \exp(-ix) - \frac{\sin(x\beta\eta) \sin(x\Delta)}{\eta\Delta} \right],$$

$$S = -\frac{xS_0}{\mu} + \frac{x\xi^2\eta\beta}{\Delta\mu} - \frac{\xi^2}{\mu\Delta^2} \frac{\sin(x\beta\eta)\sin(x\Delta)}{\sin x},$$

$$\Delta = 1 - \beta\eta.$$

Процедуру получения этого результата продемонстрируем на примере вклада (5). Для этого, используя интегральное представление  $\delta$ -функции и явный вид зависимости ее аргумента от индексов суммирования

$$f_1 = An + Bn' + C, \quad (9)$$

где

$$A = -2\mu + 2\mu\eta\beta, \quad B = -2\mu\eta\beta,$$

$$C = \xi^2\eta\beta\Delta^{-1} - S_0 - 2\mu\eta\beta,$$

применим формулу суммирования билинейных комбинаций функций Лагерра (см. [16])

$$\sum_{n'=0}^{\infty} I_{n,n'}^2(z) \exp(-in'\varphi) = \exp[-i(n\varphi + z \sin \varphi)] I_{n,n}(u).$$

После суммирования по индексу  $n'$  выражение

$$\Phi_1^* = \alpha \sum_{n, n'=0}^{\infty} I_{n, n'}^2(z) \delta(f_1)$$

приводится к виду

$$\Phi_1^* = \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(iCt) \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-i(n\varphi + z \sin \varphi - tAn)] I_{n, n}(u), \quad (10)$$

где  $u = 4z \sin^2(\varphi/2)$ ,  $\varphi = -tB$ ,  $z = \xi^2/(2\mu\Delta^2)$  — аргумент функций Лагерра в (5), (6).

Оставшуюся сумму по  $n$  можно выразить в элементарных функциях. Для этого нужно использовать еще одну формулу суммирования  $I_{n, n}(z)$ , которая также может быть получена на основе свойств функций Лагерра:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp(in\varphi_1) I_{n, n}(u) = \frac{i \exp(-i\varphi_1/2)}{2 \sin(\varphi_1/2)} \exp\left(-\frac{i u}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2}\right), \quad (11)$$

где  $\varphi_1 = t(A + B) = -2\mu t$ .

После этих преобразований можно получить

$$\Phi_1^* = -\frac{i\alpha}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\exp[i(S_1 - \varphi_1/2)]}{\sin(\varphi_1/2)}, \quad (12)$$

где

$$S_1 = Ct - 2z \frac{\sin(\varphi/2) \sin(\varphi_2/2)}{\sin(\varphi_1/2)},$$

$$\varphi_2 = \varphi + \varphi_1.$$

Вводя новую переменную интегрирования  $x = \mu t$  и сдвигая индекс суммирования  $n$  на единицу, для вклада  $\Phi_1$  окончательно имеем

$$\sum_{n, n'=0}^{\infty} \Phi_1 \delta(f_1) = -\frac{i\alpha}{4\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sin x} \exp[i(S - x)]. \quad (13)$$

Проводя аналогичные преобразования для  $\Phi_2$ , получаем приведенный выше результат (4). Отметим, что в полученном выражении особенности подынтегральной функции на действительной оси обходятся снизу. До интегрирования по нейтринному фактору  $\tau$  выражение (4) может рассматриваться как дифференциальное распределение вероятности по энергии нейтрино.

Интегрирование по спектру нейтрино легко выполняется на основе формулы

$$\int_0^{\infty} t^\lambda \exp(-ixt) dt = -i \exp\left(i\frac{\pi}{2}\lambda\right) \frac{\Gamma(1 + \lambda)}{(x - i0)^{1+\lambda}}, \quad (14)$$

$$\lambda \neq -1, -2, \dots,$$

которую следует понимать в смысле интегрального преобразования обобщенных функций. После чего полная вероятность ядерного бета-распада в электромагнитном поле конфигурации Редмонда приводится к виду

$$W = \frac{G_0 \mu}{2\pi} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\rho}{\rho^3} \left[ \left( \varepsilon_0 + \frac{3i}{\rho} \right) (\operatorname{ctg} x + i) - i \left( \alpha + \frac{U \exp(ix)}{\gamma} \right) \right] \exp(iS^*), \quad (15)$$

где  $x = \mu\rho/(2\alpha)$ ,  $S^*(\rho, \alpha) = S(\rho, \alpha, \tau) + \rho\tau$  — уже не зависит от  $\tau$ .

Формула (15) позволяет достаточно легко получить ряд новых представлений, определяющих вероятности процесса ядерного бета-распада в случаях, когда из конфигурации Редмонда полностью исключается та или иная ее составляющая.

Так, например, устремляя к нулю параметр, характеризующий интенсивность волны  $\xi$ , из формулы (15) имеем

$$W = \frac{G_0 \mu}{2\pi} \int_0^\infty \frac{du}{u} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\rho}{\rho^3} \operatorname{ctg} \left( \frac{\mu u \rho}{2} \right) \left( \varepsilon_0 + \frac{3i}{\rho} \right) \exp \left[ i\rho\varepsilon_0 - \frac{i\rho}{2} \left( u + \frac{1}{u} \right) \right], \quad (16)$$

где  $u = 1/\alpha$ .

Выражение (16) определяет интегральное представление, которое ранее не приводилось в литературе. Оно соответствует полной вероятности ядерного бета-распада с произвольным энерговыделением при воздействии на процесс постоянного однородного магнитного поля  $H$ . Если предположить, что энерговыделение в распаде мало, т. е. выполняется условие

$$\varepsilon_0 - 1 = I \ll 1,$$

то из (16) легко получить

$$W = \frac{G_0 \mu}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -i\frac{\pi}{4} \right) \int_{-\infty}^\infty \frac{\operatorname{ctg}(\mu\rho/2)}{\rho^{7/2}} \exp(i\rho I) d\rho. \quad (17)$$

В пределе слабого поля ( $\mu \ll I$ ) отсюда следует

$$W = W_0 \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(9/2)2^{2n} B_{2n}}{(2n)! \Gamma(9/2 - 2n)} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^{2n} + \frac{7}{2} \left( \frac{\mu}{I} \right)^{7/2} \zeta \left( -\frac{5}{2}, \nu \right) \right\}, \quad (18)$$

где  $\nu = a - [a]$ ,  $a = I/\mu$ ,  $0 < \nu < 1$ ,  $[a]$  — целая часть числа  $a$ ,

$$W_0 = \frac{4}{105} G_0 (2I)^{7/2} \quad (19)$$

— вероятность распада в отсутствие поля в нерелятивистском пределе.

Отметим, что асимптотическое разложение (18) может быть получено, если в (17) использовать разложение  $\operatorname{ctg} x$  в нуле

$$\operatorname{ctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n}}{(2n)!} B_{2n} x^{2n-1},$$

где  $B_{2n}$  — числа Бернулли, и провести почленное интегрирование ряда, а также учесть, что вклады в интеграл (17), обусловленные отличными от нуля полюсами котангенса  $\rho = 2n\pi/\mu$ , где  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ , приводят к возникновению обобщенной дзета-функции Римана  $\zeta(a, v)$ .

Подставляя значения чисел Бернулли  $B_2 = 1/6$ ,  $B_4 = -1/30$ ,  $B_6 = 1/42$ , а также используя представление Гурвица для  $\zeta(-5/2, v)$ , формулу (18) можно представить в виде

$$W = W_0 \left\{ 1 + \frac{35}{12} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^2 - \frac{7}{48} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^4 + \frac{1}{96} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^6 - \frac{105}{8\pi^3} \left( \frac{\mu}{2I} \right)^{7/2} \left[ \sin \left( \frac{2\pi I}{\mu} - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2^{7/2}} \sin \left( \frac{4\pi I}{\mu} - \frac{\pi}{4} \right) \right] + \dots \right\}. \quad (20)$$

Появление в (20) как «монотонной», так и «осциллирующей» составляющих зависимости от поля является довольно закономерным для процессов во внешнем поле (см. [1–3, 7, 11–15]). И тот, и другой вклады исчезают при выключении поля, однако в отличие от монотонного, который обязан своим возникновением разложению подынтегрального выражения (17) в нуле, осциллирующий вклад определяется более широкой областью значений переменной интегрирования. Учитывая, что полученный интеграл (17), есть, по существу, так называемое собственно-временное представление вероятности процесса [18], можно утверждать, что физически время формирования осциллирующих поправок может значительно превышать характерные времена формирования монотонных вкладов. Так, из (17)–(20) следует, что если время формирования монотонных поправок определяется лишь энергосвободением в распаде,  $\rho \sim I^{-1}$ , как и в случае свободного процесса, то для осциллирующей части  $\rho \sim \mu^{-1}$ , что при учете неравенства  $\mu \ll I$  приводит к характерному времени и области формирования распада в поле, которые превышают время и область невозмущенного процесса в  $I/\mu$  раз. Конкретный вид зависимости осциллирующих вкладов от поля определяется характеристиками самого процесса и конфигурацией поля (см. [7, 11–13, 15]), однако общей чертой для них является неаналитичность при выключении поля. Необходимость учета более широкой области при формировании осциллирующих членов, чем область вблизи нуля, приводит к выводу о том, что их вид не может быть воспроизведен методами теории возмущений, а требует использования адекватных методов исследования.

В пределе сильного поля ( $\mu > I$ ) в (17) с учетом правила обхода полюсов можно воспользоваться приближением котангенса в верхней полуплоскости комплексной переменной,  $x = \mu\rho/2$  (при  $|x| \gg 1$ ,  $\operatorname{ctg} x \sim -i$ ), и, таким образом, имеем

$$W = \frac{7\mu}{4I} W_0. \quad (21)$$

Из (21) непосредственно следует, что в рассматриваемом пределе сильного поля вероятность бета-распада линейно растет с ростом поля  $H$ , на что впервые было обращено внимание в работе [5].

Небезынтересно отметить, что если воспользоваться представлением функции  $\zeta(s, a)$  при больших значениях аргумента  $a = I/\mu > 1$ , взамен (18) можно получить более общий результат:

$$W = W_0 \left\{ \frac{7}{4} a^{-1} + \frac{7}{2} a^{-7/2} \left[ \zeta \left( -\frac{5}{2}, v \right) - \zeta \left( -\frac{5}{2}, a \right) \right] \right\}. \quad (22)$$

Из (22), в частности, следует, что в сильном поле, когда  $\mu > I$ ,  $[a] = 0$  и, следовательно,  $a = v$ , что снова приводит к выражению (21). Формула (22) наглядно демонстрирует, что при достижении параметром  $\mu$  значений, равных или превосходящих  $I$ , осцилляции полной вероятности бета-распада прекращаются. Отметим, что на подобное поведение полных вероятностей некоторых процессов в поле электромагнитной волны указывалось в [13].

В другом предельном случае, когда из конфигурации Редмонда полностью исключается постоянное магнитное поле ( $\mu \rightarrow 0$ ), из (15) можно получить также новое представление для вероятности ядерного бета-распада, протекающего в поле электромагнитной волны при произвольном энерговыделении:

$$W = \frac{G_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{du}{u^2} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\rho}{\rho^4} \exp(iS_2^*) \left\{ \varepsilon_0 - \xi^2 u \sin^2 \left( \frac{\lambda \rho}{2} \right) + \frac{3i}{\rho} \right\}, \quad (23)$$

где

$$S_2^* = \rho \varepsilon_0 - \frac{\rho}{2u} - \frac{\rho u}{2} \left\{ 1 + \xi^2 \left( 1 - \frac{\sin^2(\lambda \rho/2)}{(\lambda \rho/2)^2} \right) \right\}, \quad \lambda = \frac{\omega}{m}. \quad (24)$$

Укажем, что выражения (23), (24) следуют из (15) после разложения котангенса в нуле, а также представления функций, определяющих показатель экспоненты  $S^*$  и подынтегральную функцию  $U$ , при  $\mu \rightarrow 0$  и  $\eta \rightarrow \infty$ . Отметим также, что при получении (23), (24) были опущены члены, обусловленные поляризацией волны. Однако этот вклад легко восстанавливается, если в указанных разложениях удержать члены более высокого порядка по  $1/\eta$ , считая при этом  $x\beta\eta \sim 1$ . В частности, в рассматриваемом приближении

$$\frac{U e^{ix} dx}{\gamma} = \frac{\xi^2}{\alpha} \left( -i \frac{\sin^2 f}{f} - \frac{\sin f \cos f}{f} + \frac{\sin^2 f}{f^2} \right) df, \quad (25)$$

где  $f = \beta\eta x$ , а показатель экспоненты в тех же переменных приводится к выражению

$$S_2 = -Af + B \frac{\sin^2 f}{f},$$

где

$$A = -\frac{2}{\lambda} \left[ \varepsilon_0 - \frac{1}{2} \left( u + \frac{1}{u} \right) - \frac{\xi^2 u}{2} - \tau \right], \quad B = \frac{\xi^2 u}{\lambda}$$

и восстановлена зависимость от энергии нейтрино.

Из (24), (25) можно получить известное представление для вероятности бета-распада в поле волны в виде суммы билинейных комбинаций функций Бесселя. Отметим, что для этого в интегралах

$$I(A, B) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{f} \exp(-iAf) \exp \left\{ iB \frac{\sin^2 f}{f} \right\}$$

с помощью представления второго экспоненциального множителя в виде ряда и замены тригонометрических функций в числителе на экспоненты, можно выделить

$$I^{l,k}(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^{l+1}} \exp[ix(2l - 2k - A)]. \tag{26}$$

Учитывая, что в (26), как и ранее, особенность в «нуле» смещена в верхнюю полуплоскость, для  $I^{l,k}(A)$  после интегрирования по  $x$  имеем

$$I^{l,k}(A) = 2\pi \frac{i^{l+1}}{l!} (2l - 2k - A)^l,$$

где  $2l - 2k - A \geq 0$ , откуда следуют ограничения

$$k \leq k_{max} = \left[ l - \frac{A}{2} \right], \quad l \geq l_{min} = \left[ \frac{A}{2} \right].$$

Таким образом,  $I(A, B)$  представляется в виде суммы

$$I(A, B) = 2\pi i \sum_{l=l_{min}}^{\infty} \sum_{k=0}^{k_{max}} \frac{B^l (2l)! (-1)^k}{(l!)^2 2^{2l} (2l - k)! k!} (2l - 2k - A)^l.$$

Меняя порядок суммирования и вводя новый индекс  $n = l - k$ , получим

$$\sum_{l=l_{min}}^{\infty} \sum_{k=l-l_{min}}^{k=l-l_{min}} \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=k+l_{min}}^{\infty} \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=n_{min}}^{\infty} \dots$$

и для  $I(A, B)$  имеем

$$I(A, B) = 2\pi i \sum_{n=n_{min}}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2n+2k} \Gamma(2n + 2k + 1)}{k! \Gamma^2(n + k + 1) \Gamma(2n + k + 1)},$$

где  $z = \sqrt{B(2n - A)}$ ,  $n_{min} = [A/2]$ .

Легко видеть, что сумма по  $k$  сводится к известному представлению для квадрата бесселевой функции:

$$I(A, B) = 2\pi i \sum_{n=n_{min}}^{\infty} J_n^2(z).$$

Вклад

$$I_1(A, B) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{f} \sin^2 f \exp(-iAf) \exp\left\{iB \frac{\sin^2 f}{f}\right\}$$

может быть приведен к виду

$$I_1(A, B) = -\frac{1}{4z} \frac{d}{dz} \left[ z \frac{d}{dz} I(A, B) \right],$$

что, в свою очередь, дает

$$I_1(A, B) = -\frac{\pi i}{2} \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} (J_{n+1}^2 + J_{n-1}^2 - 2J_n^2).$$

Совершенно аналогично для остальных вкладов в (25) можно получить

$$I_2(A, B) = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{f} \sin(2f) \exp(-iAf) \exp\left\{\frac{iB \sin^2 f}{f}\right\} = -2\pi i \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} \frac{n}{z} J_n(z) J'_n(z),$$

$$I_3(A, B) = i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{f^2} \sin^2 f \exp(-iAf) \exp\left\{\frac{iB \sin^2 f}{f}\right\} = 2\pi i \frac{z}{B} \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} J_n(z) J'_n(z).$$

Подставляя найденные выражения в исходный интеграл, получаем выражение для вероятности в поле электромагнитной волны, которое согласуется с результатами, полученными ранее при исследовании бета-распада в лазерном поле [1, 3, 8, 10, 12].

Интегральное представление (23) дает возможность записать вероятность в поле электромагнитной волны с учетом релятивистского характера взаимодействия в виде однократного интеграла. Для этого нужно заметить, что интеграл по энергетической переменной  $u$  можно представить в виде

$$\int_0^{\infty} \frac{du}{u^2} \exp\left\{-i\frac{\rho}{2}\left(uA_1 + \frac{1}{u}\right)\right\} = -\pi\sqrt{A_1} H_1^{(2)}(\rho\sqrt{A_1}),$$

где  $H_1^{(2)}(z)$  — функция Ханкеля,

$$A_1 = 1 + \xi^2 \left(1 - \frac{\sin^2 f}{f}\right).$$

Совершенно аналогично вычисляются и остальные интегралы, входящие в (23). Подставляя найденные выражения, имеем

$$W = -G_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^4} \exp(i\rho\varepsilon_0)\sqrt{A_1} \left\{ \left(\varepsilon_0 + \frac{3i}{\rho}\right) H_1^{(2)} - \xi^2 \sin^2\left(\frac{\lambda\rho}{2}\right) H_0^{(2)} \right\}. \quad (27)$$

Полученный результат, записанный в виде однократного интеграла от  $H_0^{(2)}$  и  $H_1^{(2)}$ , по-прежнему отвечает собственно-временному представлению функции распространения легкой заряженной частицы в поле электромагнитной волны. Это утверждение становится очевидным, если учесть, что полную вероятность процесса можно рассчитать исходя из оптической теоремы как мнимую часть амплитуды упругого рассеяния, проинтегрированную по всем конечным состояниям, оставив интегрирование по времени на конечный этап вычислений. Отметим, что аналогичный прием при исследовании процессов во внешнем поле использовался ранее в работах [13, 14, 19]. При выключении поля волны ( $\xi \rightarrow 0$ ) из (27) легко получить аналогичное представление, выраженное через функции распространения свободной частицы [20]. Для этого из интеграла

$$W_0 = \frac{G_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{du}{u^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \left(\frac{\varepsilon_0}{\rho^4} + \frac{3i}{\rho^5}\right) \exp(iS_0\rho)$$

с помощью описанной выше замены имеем

$$W_0 = -G_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\rho H_1^{(2)}(\rho) \left( \frac{\varepsilon_0}{\rho^4} + \frac{3i}{\rho^5} \right) \exp(i\varepsilon_0 \rho).$$

Последняя формула позволяет получить явный вид зависимости вероятности распада от энерговыделения  $\varepsilon_0$ , если учесть, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\rho\varepsilon_0)}{\rho} H_1^{(2)}(\rho) = -4i\sqrt{\varepsilon_0^2 - 1},$$

и использовать аналитическую зависимость правой части от параметра  $\varepsilon_0$ . В частном случае нерелятивистского распада ( $I \ll 1$ ), что соответствует основному вкладу в интеграл значений  $|\rho| \gg 1$ , после аппроксимации функций Ханкеля при больших значениях аргумента

$$H_1^{(2)}(\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \exp\left(i\frac{3}{4}\pi\right) \exp(-i\rho),$$

отсюда следует

$$W_0 = \frac{4}{105} G_0 (2I)^{7/2},$$

что находится в согласии с формулой (19).

### 3. АСИМПТОТИКА ВЕРОЯТНОСТИ БЕТА-РАСПАДА В ПОЛЕ КОНФИГУРАЦИИ РЕДМОНДА

Представляет интерес более подробно рассмотреть случай, когда в поле конфигурации Редмонда и действие постоянного магнитного поля, и действие поля электромагнитной волны не предполагаются нулевыми. Предположим, что  $\mu \ll 1$ . В этом приближении основной вклад в интеграл (15) дает область  $x \ll 1$ . Проведем разложение подынтегральной функции в окрестности нуля. Тогда показатель экспоненты приводится к виду

$$S = -yz - y^3/3,$$

где

$$y = \left( \frac{\xi\lambda}{u} \right)^{2/3} \rho, \quad z = \left( \frac{u}{\chi} \right)^{2/3} S_0, \quad f = \left( \frac{u}{\chi} \right)^{2/3} \frac{y\lambda}{u}, \quad \xi\lambda = \chi,$$

а предэкспоненциальный множитель определяется выражением

$$\frac{iUe^{ix}}{\gamma} dx = \xi^2 u f df = \left( \frac{\chi}{u} \right)^{2/3} u y dy.$$

Таким образом, в рассматриваемом пределе вероятность бета-распада может быть записана в виде

$$W = \frac{G_0}{8\pi} \chi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{y^5} \int_0^{\infty} \frac{du}{u} \exp\left(-iyz - i\frac{y^3}{3}\right) \left\{ \varepsilon_0 y - u \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3} \left(y^3 - \frac{3}{2}i\right) \right\}. \quad (28)$$

Полученное выражение совпадает с аналогичным выражением для вероятности в постоянном скрещенном поле с учетом релятивистского характера взаимодействия, представленного через функции Эйри [8]. Оно обобщает известные ранее результаты, относящиеся к случаю нерелятивистского интегрального представления [13, 14], а также позволяет провести анализ рассматриваемого процесса, не опираясь на свойства функций Эйри, которые широко использовались ранее.

В частности, из (28) в нерелятивистском пределе ( $I \ll 1$ ) можно получить выражение в виде интеграла типа Меллина–Барнса:

$$W = \frac{G_0}{\sqrt{\pi}} \chi^{7/3} R(\chi), \quad (29)$$

где

$$R(\chi) = \frac{3^{-5/6}}{105} \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \Gamma\left(\frac{s}{3} + \frac{1}{6}\right) \Gamma(-s) \left(\frac{1}{3}\right)^{-s/3} u^s F(u, s) \cos \frac{\pi}{3}(2s+1) ds, \quad (30)$$

$$-1/2 < \gamma < 0,$$

$$F(u, s) = 4u^4 + u \{18 + 2s + 4s(s-1)\} + \frac{15}{u^2} s(s-1),$$

$$u = 2I/\chi^{2/3}.$$

Особенности подынтегрального выражения (30) определяются полюсами гамма-функций. Причем контур интегрирования содержит вертикальную прямую  $\text{Re } s = \gamma$ , разделяющую левую и правую серии полюсов. Поэтому, замыкая контур интегрирования соответственно «направо» или «налево», из (30) можно получить асимптотические разложения при различных значениях полевого параметра  $\chi$ . Следует отметить, что в рассматриваемом нерелятивистском пределе по энерговыделению в распаде фактическим параметром разложения становится величина

$$\chi_* = \frac{\chi}{(2I)^{3/2}},$$

поэтому, предполагая  $\chi_* \gg 1$ , контур интегрирования следует замкнуть направо, и из (30) получаем ряд по обратным степеням  $\chi_*$

$$W = W_0 (3\chi_*)^{7/3} \frac{5\Gamma^2(2/3)}{12 \cdot 6^{2/3} \pi \Gamma(5/6)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u^{n-2}}{n!} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{1}{6}\right) 3^{n/3} \cos \frac{\pi}{3}(2n+1) \times \\ \times \left\{ n(n-1) + \frac{4}{15} u^6 + \frac{2}{15} u^3 (9-n+2n^2) \right\}.$$

Здесь  $u = \chi_*^{-2/3}$ .

Используя последнее соотношение, получим

$$W = W_0(3\chi_*)^{7/3} \frac{5\Gamma^2(2/3)}{24\pi 2^{2/3}} \left\{ 1 + \frac{6\Gamma(1/6)}{5\Gamma(5/6)}(3\chi_*)^{-2/3} - \frac{8\Gamma(1/2)}{\Gamma(5/6)}(3\chi_*)^{-4/3} + \dots \right\}. \quad (31)$$

Отметим, что первый член полученного разложения приводился ранее (см. [3, 11, 13]) при рассмотрении аналогичного процесса в постоянном скрещенном поле при малом энерговыделении.

В другом предельном случае, когда параметр  $\chi_* \ll 1$ , асимптотический ряд получается замыканием контура интегрирования налево, так как особенности гамма-функций лежат при  $s < 0$ :

$$W = W_0(R_1 + R_2),$$

где

$$R_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(3n+1/2)}{n!\Gamma(1/2)} \left(-\frac{\chi_*^2}{3}\right)^n \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\chi_*^2}{2}(18n^2 + 9n + 10) + \frac{15}{16}\chi_*^4(36n^2 + 24n + 3) \right\}, \quad (32)$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{4}{9}\right)^n \left\{ g^{-2n} \sin g \left[ -\frac{d_n}{g^2} \left(1 + \frac{5}{3g^2}\right) + \frac{2}{3g^2}(a_{2n} + b_n) \right] + \right. \\ \left. + g^{-2n-1} \cos g \left[ -\frac{14}{9}a_{2n} + \left(f_n - \frac{h_n}{g^2}\right) \left(1 + \frac{5}{3g^2}\right) + \frac{2}{3} \frac{c_n}{g^2} \right] \right\}. \quad (33)$$

Здесь

$$g = \frac{2}{3\chi_*}, \quad b_n = \frac{2}{3}a_{2n+1} - \left(2n + \frac{1}{3}\right)a_{2n}, \quad c_n = \frac{4}{3}a_{2n+1} \left(n + \frac{2}{3}\right),$$

$$d_n = 2c_n + 2b_n(2n+1), \quad f_n = 2b_n - 4na_{2n} - \frac{2}{3}a_{2n+1}, \quad h_n = 4c_n(n+1),$$

а коэффициенты  $a_m$  задаются суммой

$$a_m = \sum_{k=0}^{2m} \frac{(2k-1)!!}{3^{2m-k}(2m-k)!(2k)!!} \frac{\Gamma(3m-k+1/2)}{\Gamma(1/2)}.$$

Выражения (32), (33) определяют монотонный ( $R_1$ ) и осциллирующий ( $R_2$ ) вклады в рассматриваемом приближении слабого поля  $\chi_* \ll 1$ . По сравнению со случаем постоянного магнитного поля (см. (18), (20)) расчет коэффициентов, определяющих осциллирующие полевые поправки в общем виде представляется значительно более громоздким, однако первые из них легко вычисляются благодаря значениям

$$a_0 = 1, \quad a_1 = \frac{5}{12}, \quad a_2 = \frac{205}{2^5 3^2}, \quad a_3 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 59}{2^7 \cdot 3^4},$$

что в итоге дает

$$W = W_0 \left\{ 1 + \frac{35}{8} \chi_*^2 + \frac{35}{128} \chi_*^4 - \left( \frac{35}{32} \right)^2 \chi_*^6 + \frac{105}{16} \chi_*^4 \sin \left( \frac{2}{3\chi_*} \right) + \dots \right\}. \quad (34)$$

Первые поправки (вплоть до  $\chi_*^4$ ) совпадают с аналогичными результатами расчетов, проведенных ранее (см. [1, 7, 10–14]). Весьма примечательно также, что несмотря на формальное присутствие в разложении (33) членов всех порядков по  $g$ , осциллирующая часть при  $\chi \rightarrow 0$  исчезает как  $\chi_*^4$ .

Наконец, интересно получить также асимптотическую зависимость вероятности в случае, когда параметр  $\chi$  оказывается большим, однако при учете релятивистского характера взаимодействия. В этом пределе воспользуемся формулой (28) и рассмотрим ситуацию, когда параметр  $\chi$  принимает значения  $\chi \gg \varepsilon_0 > 1$ . Вводя новую переменную интегрирования

$$u = \frac{u_1}{\sqrt{1 + a^2 \rho_1^2}},$$

где

$$a = \frac{\chi}{\sqrt{12}}, \quad \rho_1 = \frac{2}{u} \left( \frac{u}{\chi} \right)^{2/3} y, \quad \chi = \xi \lambda = \frac{E}{H_{cr}},$$

выражение для вероятности преобразуем к виду

$$W = \frac{G_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\rho_1}{\rho_1^4} \int_0^{\infty} \frac{du_1}{u_1^2} \sqrt{1 + a^2 \rho_1^2} \left\{ \varepsilon_0 + \frac{3i}{\rho_1} - \frac{\chi^2 \rho_1^2}{4} \frac{u_1}{\sqrt{1 + a^2 \rho_1^2}} \right\} \exp \left[ i \rho_1 \varepsilon_0 - i \frac{\rho_1}{2} \sqrt{1 + a^2 \rho_1^2} \left( u_1 + \frac{1}{u_1} \right) \right]. \quad (35)$$

Используя функции Ханкеля, отсюда нетрудно опять получить представление для вероятности бета-распада в виде однократного интеграла:

$$W = -\frac{G_0 \chi}{\sqrt{12} \pi} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^3} \left[ \exp(i \rho \varepsilon_0) \left[ \left( \varepsilon_0 + \frac{3i}{\rho} \right) H_1^{(2)}(z) - i \sqrt{\frac{3}{4}} \chi \rho H_0^{(2)}(z) \right] + \exp(-i \rho \varepsilon_0) \left[ \left( \varepsilon_0 - \frac{3i}{\rho} \right) H_1^{(1)}(z) - i \sqrt{\frac{3}{4}} \chi \rho H_0^{(1)}(z) \right] \right] \right\}, \quad (36)$$

где  $z = \rho \sqrt{1 + \chi^2 \rho^2 / 12}$ .

В рассматриваемом приближении  $\chi$  можно считать самым большим параметром, поэтому нетрудно видеть, что основной вклад в интеграл (36) в этом случае будет давать область  $z \gg 1$ . Используя асимптотику функций  $H^{(1,2)}(z)$  при больших значениях аргумента, из (36) имеем

$$W = \frac{2G_0 A_1}{\pi} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^5} \sin \left( a \rho^2 + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\chi}{\sqrt{12}} \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^3} \cos \left( a \rho^2 + \frac{\pi}{4} \right) \right\}, \quad (37)$$

$$A_1 = \frac{3\sqrt{2\pi}}{12^{1/4}} \chi^{1/2}.$$

Напомним, что особенности в интеграле (37) по прежнему обходятся снизу. В этом случае его вычисление можно свести к значениям табличных интегралов [21]:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t^{n+1}} dt = \frac{(-1)^n}{n!} \left\{ \frac{\pi}{2} \cos\left(n \frac{\pi}{2}\right) - \Psi(n+1) \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) \right\},$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos t}{t^{n+1}} dt = \frac{(-1)^n}{n!} \left\{ \Psi(n+1) \cos\left(n \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) \right\},$$

где

$$\Psi(n+1) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

—  $\gamma$ -логарифмическая производная гамма-функции. Подставляя указанные значения в (37), окончательно получим

$$W = \frac{3}{4\sqrt{\pi}} G_0 \left( \frac{\chi}{2\sqrt{3}} \right)^{5/2} (1 + \pi - 2\gamma), \quad (38)$$

откуда следует, что в рассматриваемом приближении вероятность не зависит от энерговыделения в распаде и увеличивается с ростом поля как  $\chi^{5/2}$ . Отметим, что в нерелятивистском случае главный член асимптотики вероятности распада в пределе  $\chi_* \gg 1$  также не зависел от  $I$  [3, 11, 13], на что указывает в частности и формула (32). Это объясняется тем, что в этих пределах области формирования распадов определяются исключительно полем, однако зависимость от поля при учете релятивистской структуры взаимодействия оказывается иной.

#### 4. НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЙ ПРЕДЕЛ ВЕРОЯТНОСТИ БЕТА-РАСПАДА В ПОЛЕ КОНФИГУРАЦИИ РЕДМОНДА

Наиболее малоизученной является ситуация, когда в поле конфигурации Редмонда сохраняется действие и магнитного поля, и поля волны, причем ни одно из них не предполагается малым. Полную картину в этом случае может дать выражение (15), учитывающее релятивистский характер взаимодействия. Однако двукратное интегрирование не дает возможности для проведения адекватного анализа. В нерелятивистском пределе ( $I \ll 1$ ) одно из интегрирований в (15) удается провести, после чего полная вероятность ядерного бета-распада преобразуется к виду

$$W = \frac{\mu G_0}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}(\mu\rho/2)}{\rho^{7/2}} \exp(iS) d\rho, \quad (39)$$

где

$$S = \xi^2 \frac{2I}{\lambda \delta} \left\{ x \left( \frac{\delta}{\xi^2} - 1 \right) + \frac{1 - \delta}{\delta} \frac{\sin x \sin(x\delta)}{\sin[x(1 - \delta)]} \right\}, \quad (40)$$

$$x = \frac{\rho \lambda}{2}, \quad \delta = 1 - \frac{\mu}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{\omega}{m}, \quad \mu = \frac{H}{H_{cr}},$$

а характерный параметр интенсивности волны в нерелятивистском пределе имеет вид

$$\xi = \frac{eE}{m\omega\sqrt{2I}}.$$

Выражения (39),(40) дают возможность получить информацию о процессе в широкой области изменения основных параметров задачи. Представляя показатель экспоненты в виде

$$S = Q\Psi(x), \quad Q = \frac{2I}{\lambda} \frac{\xi^2}{\delta},$$

$$\Psi(x) = \left( \frac{\delta}{\xi^2} - 1 \right) x + \frac{1 - \delta}{\delta} \frac{\sin x \sin(x\delta)}{\sin[(1 - \delta)x]}$$

и находя производные функции  $\Psi(x)$ ,

$$\Psi' = \frac{\delta}{\xi^2} - 1 - \frac{1 - \delta}{\delta} \frac{\sin^2(x\delta) - \delta \sin^2 x}{\sin^2[x(1 - \delta)]},$$

$$\Psi'' = \frac{1 - \delta}{\delta} \left\{ \frac{2 \cos[(1 + \delta)x]}{\sin[(1 - \delta)x]} - 2(1 - \delta) \frac{\sin(2x)}{\sin^2[(1 - \delta)x]} + \right.$$

$$\left. + 2(1 - \delta)^2 \frac{\sin^2 x \cos[(1 - \delta)x]}{\sin^3[(1 - \delta)x]} \right\}, \quad (41)$$

из условия  $\Psi'(x) = 0$  определяем стационарные точки в интеграле (39), что приводит к уравнению

$$\delta \left( \frac{\delta}{\xi^2} - 1 \right) = (1 - \delta) \left\{ (1 - \delta) \frac{\sin^2 x}{\sin^2[(1 - \delta)x]} - \frac{\sin[(1 + \delta)x]}{\sin[(1 - \delta)x]} \right\}. \quad (42)$$

Заметим, что параметр  $\delta$  может принимать значения  $-\infty < \delta \leq 1$ . В зависимости от значений интенсивности волны  $\xi$  в области изменения  $\delta$  левая часть уравнения (42) обращается в нуль либо в одной точке, либо в двух. (График левой части (42) приведен на рис. 1.) Так, при  $\xi < 1$  это происходит при  $\delta = 0$  и  $\delta = \xi^2$ . При  $\xi > 1$  левая часть уравнения может обратиться в нуль лишь при  $\delta = 0$ . В случае  $\xi = 1$  корень левой части сливается с предельным значением параметра  $\delta = 1$ . Легко видеть, что случай  $\delta = 1$  означает исключение из рассматриваемой конфигурации Редмонда постоянного магнитного поля ( $\mu \rightarrow 0$ ). В этом пределе левая и правая части уравнения (42) сводятся к выражениям

$$F_L = \frac{1}{\xi^2} - 1,$$

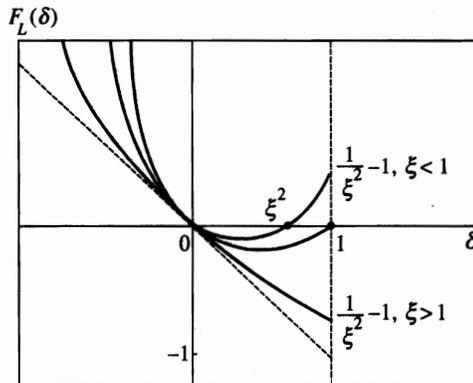


Рис. 1.

$$F_R(x) = -\frac{\sin(2x)}{x} + \frac{\sin^2 x}{x^2},$$

и определение стационарных точек полностью совпадает с таковым в случае поля электромагнитной волны, подробно рассмотренным в работе [13], где, в частности, было показано, что лишь при приближении  $\xi$  к единице последовательность седловых точек становится бесконечной. В электромагнитном поле конфигурации Редмонда таких ситуаций гораздо больше. Так, например, при  $\delta = 1/2$ , что соответствует равенству  $\omega = 2\omega_H$ , из (41) имеем

$$\Psi(x) = \left(\frac{1}{2\xi^2} - 1\right)x + \sin x, \tag{43}$$

$$\Psi'(x) = \frac{1}{2\xi^2} - 1 + \cos x, \tag{44}$$

$$\Psi''(x) = -\sin x. \tag{45}$$

Стационарные точки в этом случае являются корнями уравнения

$$1 - \frac{1}{2\xi^2} = \cos x, \tag{46}$$

откуда следует, что при  $1/2 \leq \xi < \infty$  последовательность седловых точек не является ограниченной. При  $\xi \gg 1$  корни уравнения (46) приводятся к виду

$$x_n = 2\pi n \pm 1/\xi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В силу четности функции  $\Psi'(x)$  седловые точки образуются попарно, причем первая из пар равна  $\pm x_1 = \pm 1/\xi$ , что дает возможность определить

$$\Psi(x_1) = \frac{1}{3\xi^3}, \quad \Psi''(x_1) = -\frac{1}{\xi}.$$

Подстановка этих значений в исходный интеграл

$$W = \frac{G_0}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{7/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}(x/2)}{x^{7/2}} \exp\left\{i\frac{4I}{\lambda}\xi^2\Psi(x)\right\} dx,$$

определяемый методом перевала, приводит к вероятности для медленно меняющегося поля (см. (32), (33)), однако с частотной зависимостью, отличающейся от зависимости в случае чисто волнового поля (см. [3, 13]):

$$W = W_0 \left\{ 1 + \frac{35}{8}\chi_*^2 - \frac{7}{128}\frac{\chi_*^4}{\xi^2} + \frac{7}{64}\frac{\chi_*^3}{\xi^2} \left[ \cos\left(\frac{2}{3\chi_*}\right) - \frac{\chi_*}{12} \sin\left(\frac{2}{3\chi_*}\right) \right] + \dots \right\}.$$

Рассматривая в (39) предел  $\delta \rightarrow 0$ , который физически соответствует совпадению частоты волны  $\omega$  и циклотронной частоты  $\omega_H$ , интеграл (39) можно привести к виду

$$W = \frac{G_0\lambda^{7/2}}{8\sqrt{\pi}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg} x}{x^{7/2}} \exp\left\{i\frac{2I}{\lambda}\xi^2 \left[ \left(\frac{1}{\xi^2} - 1\right)x + x^2 \operatorname{ctg} x \right] \right\} dx, \quad (47)$$

откуда опять следует, что при  $\xi \gg 1$  вероятность (39) будет иметь вид характерный для постоянного скрещенного поля с сохранением общей структуры (32), (33), но частотная зависимость как монотонного, так и осциллирующего вкладов опять претерпевает некоторые изменения:

$$W = W_0 \left\{ 1 + \frac{35}{8}\chi_*^2 + \frac{7}{96}\frac{\chi_*^4}{\xi^2} - \frac{7}{48}\frac{\chi_*^3}{\xi^2} \left[ \cos\left(\frac{2}{3\chi_*}\right) - \frac{\chi}{12} \sin\left(\frac{2}{3\chi_*}\right) \right] + \dots \right\}.$$

При оценке интеграла (47) методом перевала стационарные точки определяются из уравнения

$$1 - \frac{1}{\xi^2} = 2x \operatorname{ctg} x - \frac{x^2}{\sin^2 x}. \quad (48)$$

График правой части уравнения (48)  $F_R(x)$  представлен на рис. 2. В зависимости от значений параметра  $\xi$  уравнение (48) может иметь различное число корней. Четная функция  $F_R(x)$  при  $x \geq 0$  достигает максимумов в точках  $x = 0, 4.29, 7.60, \dots$ . Значения функции в этих точках соответственно равны  $1, -18.3, -57.7, \dots$ . Левая часть уравнения (48) достигает этих же значений при  $\xi = \infty, 0.23, 0.13, \dots$

Таким образом, при  $0.23 < \xi < \infty$  существует лишь одна пара стационарных точек. По мере уменьшения  $\xi$  число седловых точек неограниченно возрастает. В области  $\xi \gg 1$ , как мы уже убедились, вероятность (47) переходит в вероятность для медленно меняющегося поля. Оценим вероятность в случае  $\xi \ll 1$ . Легко видеть, что в этом случае первая пара корней уравнения (48) имеет вид

$$\pm x_1 = \pm \pi(1 - \xi).$$

Оценивая также значения  $Q\Psi(x_1) = 2I\pi/\lambda$  и  $\Psi''(x_1) = 2/\pi\xi^3$ , для вероятности распада можно получить

$$W = W_0 \left\{ 1 + \frac{35}{8}\chi_*^2 - \frac{105}{8\pi^4} \left(\frac{\lambda}{2I}\right)^4 \frac{1}{\sqrt{2\xi}} \sin\left(\frac{2\pi I}{\lambda} - \frac{\pi}{4}\right) \right\}. \quad (49)$$

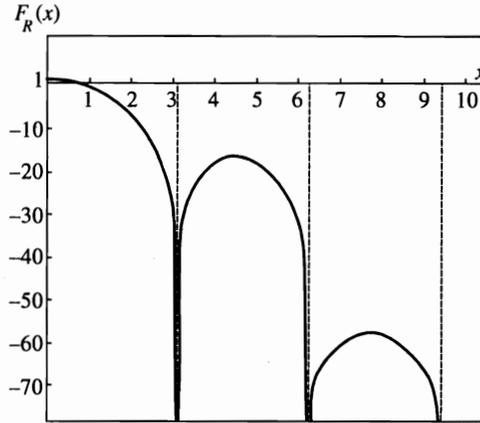


Рис. 2.

Заметим, что в формуле (49) зависимость осциллирующего вклада от параметров поля существенно изменилась. В данном случае частота осцилляций определяется не интенсивностью волнового поля, а его частотой. Отметим также, что формальное присутствие малого параметра  $\xi$  в знаменателе рассматриваемого выражения приводит к возрастанию роли осциллирующих вкладов в резонансном случае, однако можно показать, что при  $\xi \rightarrow 0$  из-за перекрытия областей влияния перевальных точек (которых в этом случае становится все больше и больше) их учет требует специального рассмотрения.

Значительных упрощений выражения (39) можно добиться также, рассматривая предел  $|\delta| \gg 1$ . Физически эта ситуация означает возрастание роли постоянного магнитного поля, хотя формально здесь еще также необходимо учесть соотношение между  $|\delta|$  и  $\xi$ . Характерный интеграл в (39) в этом случае приводится к виду

$$R(\xi, \lambda, \mu, I) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}(|\delta|x)}{x^{7/2}} \exp \left\{ i \frac{2I\xi^2}{\lambda|\delta|} \left[ \left( \frac{|\delta|}{\xi^2} + 1 \right) x - \sin x \right] \right\} dx. \quad (50)$$

В случае  $\xi^2 \ll |\delta|$  из (39), (50) следует результат, совпадающий с результатом для случая постоянного магнитного поля (см. (17)–(19)). В другом пределе  $\xi^2 \gg |\delta| \gg 1$  опять получаем вероятность такую же, как в случае медленно меняющегося поля, однако параметр разложения здесь оказывается иным:

$$\chi_1 = \frac{\chi_*}{\sqrt{2|\delta|}}. \quad (51)$$

Заметим, что, таким образом, в области  $|\delta| \gg 1$  влияние поля через квантовый параметр  $\chi_*$  ослабляется за счет увеличения классического параметра  $|\delta|$ .

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные эффекты влияния электромагнитных полей сложной конфигурации на ядерный бета-распад могут проявляться как поправки к полной вероятности

невозмущенного распада. Выделение так называемых монотонного и осциллирующего вкладов дают основание для утверждения, что их формирование имеет существенно различную природу. Если монотонный вклад обусловлен работой, которую совершает поле на расстояниях порядка дебройлевской длины волны электрона, т. е. в области, где формируется свободный распад, то для осциллирующих вкладов проявляются гораздо большие масштабы. Суперпозиция электромагнитных полей, которая включает в себя наряду с постоянным магнитным полем также поле плоской электромагнитной волны, обладает рядом специфических особенностей.

В частности, изучение воздействия магнитного поля приводит к выводу о том, что в слабом поле  $\mu \ll 1$  время и область формирования осциллирующих вкладов возрастают в  $2I\mu^{-1}$  раз по сравнению с невозмущенным процессом. Аналогичное изучение процесса в поле волны, проведенное в работах [3, 13], показывает, что возрастание пропорционально  $(2I)^{3/2}H_{cr}/E$ .

В случае же одновременного воздействия на процесс магнитного поля и поля волны возможна ситуация ( $\omega = \omega_H$ ), когда коэффициент, определяющий масштаб усиления роли электромагнитного поля, может определяться не только напряженностью поля, но и скоростью его изменения  $2Im\omega^{-1}$ , что в случае  $\omega \ll mI$  также приводит к значительному возрастанию времени полевого воздействия на процесс, даже в условиях ограничения его интенсивности.

Таким образом, если в поле электромагнитной волны или в случае чисто магнитного поля мы имеем дело лишь с интерференционными эффектами, обусловленными интерференцией волн, образованных электроном в различных точках области формирования распада, то в случае суперпозиции сюда же включается и интерференция самих электромагнитных полей, приводящая к изменениям параметра, который определяет масштаб увеличения характерных областей.

При значительном частотном различии характер влияния комбинационного поля определяется также соотношением параметров  $|\delta|$  и  $\xi$ . В случае  $|\delta| \gg 1$  и при выполнении условия  $\xi^2 \ll |\delta|$  определяющим является влияние магнитного поля. В другой предельной области значений

$$\xi^2 \gg |\delta| \gg 1$$

влияние поля на процесс распада сводится к случаю медленно меняющегося плосковолнового поля, причем характерным параметром становится  $\chi_1 = \chi_*/\sqrt{2|\delta|}$ , что эффективно означает ослабление роли квантовых полевых эффектов за счет роста классического параметра  $|\delta| \gg 1$ .

Наконец, в области  $|\delta| \rightarrow 1$  задача перехода вероятности распада сводится к случаю плосковолнового поля с параметром разложения  $\chi_*$  [3, 7–14].

Промежуточные области значений параметра  $\delta$  требуют дополнительного исследования вероятности распада, однако можно утверждать, что и в этом случае при  $\xi \gg 1$  мы имеем дело со случаем медленно меняющегося плосковолнового поля, хотя частотная зависимость как монотонного, так и осциллирующего вкладов может претерпевать некоторые изменения.

Найденные асимптотики для вероятности процесса в сильных полях также свидетельствуют о том, что в этих случаях внешнее поле может полностью формировать весь ход распада, причем как в нерелятивистском, так и в релятивистском пределах. Заметим, однако, что учет релятивистской структуры взаимодействия приводит к существенному изменению характера зависимости от поля.

Подводя итог проведенному исследованию, можно сказать, что развиваемый подход, основанный на обобщении известного метода точных решений на случай движения электрона в электромагнитных полях сложной конфигурации, позволил изучить интерференционные эффекты, возникающие при суммарном воздействии на бета-распад статического магнитного и волнового полей. Весьма примечательно, что существует ряд ситуаций, в которых вероятность распада в комбинационном поле сводится к вероятности в плосковолновом поле [3, 7, 13] с переобозначением эффективных параметров. Тем не менее в условиях совместного действия магнитного поля и поля волны могут иметь место и существенные отличия от плосковолнового предела, которые, в частности, возникают в резонансной области.

В заключение автор благодарит В. Р. Халилова за интерес к работе и ценные замечания. Автор выражает также признательность Конкурсному центру фундаментального естествознания Госкомитета Российской Федерации по высшему образованию при Санкт-Петербургском государственном университете за поддержку (грант 95-0-5.3-58).

## Литература

1. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, ЭЧАЯ **20**, 51 (1989).
2. В. И. Ритус, Труды ФИАН **111**, 84 (1979).
3. А. И. Никишов, В. И. Ритус, Труды ФИАН **168**, 232 (1986).
4. А. Эйнштейн, *Собрание научных трудов*, Наука, Москва (1967), т. 4, с. 114.
5. Л. И. Коровина, Известия ВУЗов, Физика (6), 86 (1964).
6. И. М. Тернов, Б. А. Лысов, Л. И. Коровина, Вестник МГУ. Физика. Астрономия (5), 58 (1965).
7. В. И. Ритус, ЖЭТФ **56**, 986 (1969).
8. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, В. Г. Жулого, А. И. Студеникин, ЯФ **28**, 1454 (1978).
9. V. N. Rodionov, in *Electrons in Strong Electromagnetic Fields: An Advanced Classical and Quantum Treatment* by V. R. Khalilov, Gordon and Breach, Amsterdam (1996), ch. 9, p. 275.
10. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, ЖЭТФ **84**, 1225 (1983).
11. И. М. Тернов, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, В. Г. Жулого, А. Е. Лобанов, В. К. Перес-Фернандес, Вестник МГУ. Физика. Астрономия (4), 79 (1983).
12. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 24 (1983).
13. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 1544 (1983).
14. Е. Х. Ахмедов, ЖЭТФ **85**, 1521 (1983).
15. В. Н. Родионов, С. Г. Старчеус, М. А. Тасев, И. М. Тернов, ЖЭТФ **94**(1), 56 (1988).
16. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, Издательство Московского ун-та, Москва (1982).
17. R. Redmond, J. Math. Phys. **6**, 1163 (1965).
18. Ю. Швингер, *Частицы. Источники. Поля*, Мир, Москва (1973).
19. В. Н. Байер, А. И. Мильштейн, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **69**, 1983 (1975).
20. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Наука, Москва (1976), с. 120.
21. Ю. А. Брычков, А. П. Прудников, *Интегральные преобразования обобщенных функций*, Наука, Москва (1977), с. 260.