

ПОЛУКЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОЛЯРИЗАЦИОННЫМ ЭФФЕКТАМ РЕЗОНАНСНОЙ ОПТИКИ В КОГЕРЕНТНЫХ И СЖАТЫХ ПОЛЯХ

*А. М. Башаров**

*Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 мая 1996 г.

Получено уравнение для атомной матрицы плотности и релаксационный оператор в случае произвольного состояния поляризации широкополосного сжатого поля и любой кратности вырождения резонансных энергетических уровней. Показано, что эффект подавления релаксации квадратурной компоненты атомной поляризации существенно зависит от типа резонансного перехода и состояния поляризации сжатого и когерентного возбуждающих полей. При сильном вырождении резонансных уровней релаксация квадратурной компоненты атомной поляризации в условиях максимального ее подавления носит неэкспоненциальный характер. Развитый математический аппарат позволяет рассчитать поляризационные особенности многочисленных оптических эффектов в атомарных и молекулярных системах, резонансно возбуждаемых как когерентным излучением, так и широкополосными сжатыми полями.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время проявляется повышенный интерес к нелинейно-оптическим явлениям, вызванным совместным воздействием электромагнитных полей, находящихся как в когерентном, так и сжатом состояниях. В основополагающей работе Гардинера [1] было показано, что в сжатом вакууме действительная и мнимая части атомной поляризации затухают с различными константами. Исследованию влияния этого эффекта на различные оптические явления посвящены работы [2–8]. В публикациях [2–4] рассматривались особенности спектра поглощения слабого сигнала двухуровневой системы в сжатом вакууме, одновременно взаимодействующей с интенсивной когерентной волной. В статье [5] изучалось фотонное эхо, образованное разделенными во времени импульсами когерентного и сжатого полей. В работах [6, 7] обсуждалась оптическая бистабильность при взаимодействии когерентной волны с оптическим резонатором, заполненным резонансными атомами, при одновременной подсветке атомов электромагнитной волной в сжатом состоянии. В [8] анализировалась оптическая бистабильность тонкой пленки резонансных атомов в сжатом вакууме. Перечисленные работы [1–8] отличаются от других тем, что в них для описания возникающих эффектов и учета квантовых свойств электромагнитной накачки использован полуклассический подход, в основе которого лежат классические уравнения Максвелла для напряженности электрического поля и соответствующим образом [9–11] обобщенные квантовомеханические уравнения для атомной матрицы плотности. При этом были установлены существенные проявления «сжатости» света накачки. Тем самым было также доказано,

* e-mail: ashata@mephi.msk.su

что стандартный полуклассический подход к нелинейно-оптическим задачам (см., например, [12–14]), обеспечивший многочисленные успехи лазерной физики, после соответствующего обобщения оказывается применимым и для широкого класса задач с участием интенсивного широкополосного света в сжатом состоянии. В последнем случае, как показал Гардинер с соавторами [9–11], неклассические свойства накачки «прячутся» в релаксационной части квантовомеханического уравнения для атомной матрицы плотности, а статистические свойства индуцированного излучения не рассматриваются.

В данной статье полуклассический подход [9–11] обобщается на случай учета вырождения атомных энергетических уровней по проекциям полного углового момента и состояния поляризации сжатого поля. Учет вырождения уровней по проекциям угловых моментов является принципиально необходимым, если наряду с другими характеристиками изучаются поляризационные свойства оптических явлений. К тому же реальные состояния атомов и молекул вырождены по направлениям полного углового момента. Для получения уравнений для атомной матрицы плотности выводится квантовое стохастическое уравнение Ито с учетом вырождения уровней и состояния поляризации квантованных полей. Если не интересоваться формализмом работ [9–11, 15], то дается более простой по сравнению с [9] вывод уравнения Ито несмотря на усложнения, привносимые зеемановской структурой атомных уровней и поляризацией фотонов. Далее получен релаксационный оператор, из которого видно, что состояние поляризации электромагнитной волны существенно определяет как релаксацию матрицы оптической когерентности, так и зеемановских подуровней, причем сжатие электромагнитной волны меняет характер релаксации матрицы оптической когерентности и отражается (при когерентном возбуждении матрицы оптической когерентности) на распределении заселенностей уровней по направлениям углового момента.

На примере атомного перехода между уровнями со значениями углового момента 0 и 1 показано, что в отличие от невырожденного случая [1, 9–11] при произвольном состоянии поляризации сжатого поля зеемановская структура уровней, вообще говоря, увеличивает минимально возможное значение константы релаксации для квадратурных компонент атомной поляризации. Физическая причина этого состоит в наличии двух альтернативных путей перехода с зеемановского подуровня одного энергетического уровня на другой с участием различно поляризованных фотонов. Исключение здесь составляет атомный переход между энергетическими уровнями с одинаковым значением $1/2$ полного углового момента, поскольку он разбивается на две независимые подсистемы, каждая из которых взаимодействует либо с лево-, либо с правополяризованными фотонами, и, таким образом, математически задача разбивается на две независимые задачи, эквивалентные исследованным ранее [1, 9–11] для невырожденного случая. Установлено, что максимального подавления релаксации при любой кратности вырождения резонансных уровней следует ожидать в случае сжатого поля, состоящего из фотонов одинаковой круговой поляризации.

В случае больших значений угловых моментов резонансных уровней релаксационный оператор приведен к более простому виду для квазиклассического описания полного углового момента. В статье рассмотрена задача о распределении заселенностей уровней по направлениям полного углового момента при взаимодействии атомной системы с поляризованным когерентным излучением. Присутствие сжатого поля приводит к появлению узких угловых структур в этих распределениях, зависящих как от типа атомного перехода, так и от состояния поляризации когерентного и сжатого полей. Установлено, что сильное вырождение резонансных уровней изменяет экспоненциаль-

ный характер релаксации атомной поляризации и в случае максимального подавления релаксации и резонансного перехода между уровнями с одинаковыми значениями полного углового момента, скорость релаксации еще более ослабевает, тогда как на переходах с изменением значения углового момента скорость релаксации возрастает (по сравнению с невырожденным случаем).

Полученные уравнения составляют основу полуклассического подхода к исследованию поляризационных свойств (нелинейно-) оптических явлений, сформированных поляризованными когерентными и сжатыми полями, взаимодействующими с вырожденными по проекциям полного углового момента атомными системами.

В следующем разделе сформулированы исходные уравнения. Затем в разд. 3 и 4 получены уравнение Ито и уравнение для атомной матрицы плотности, содержащее релаксационный оператор, с учетом вырождения резонансных уровней и состояния поляризации сжатого поля. В разд. 5 выписаны матричные элементы релаксационного оператора в случае малых значений угловых моментов резонансных уровней и проанализированы поляризационные состояния сжатого поля, отвечающие максимальному подавлению атомной релаксации. В разд. 6 получено представление релаксационного оператора для квазиклассического описания углового момента. В следующих разд. 7 и 8 изучены распределения разности заселенностей уровней по различным ориентациям полного углового момента и законы затухания атомной поляризации в условиях максимального подавления релаксации. В Заключении подчеркивается, что для экспериментального наблюдения эффектов сжатия либо в атомной релаксации [1], либо в спектрах поглощения пробного сигнала [2–4], либо в оптической бистабильности [6–8] для каждого конкретного перехода необходим подбор поляризационных свойств как когерентного возбуждающего сигнала, так и сжатого поля.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Систему, состоящую из ансамбля невзаимодействующих между собой атомов и классического электромагнитного поля напряженности \mathbf{E} , будем описывать обычным полуклассическим образом в электродипольном приближении посредством гамильтониана

$$H_{sys} = \sum_{p\alpha} \left(E_{\alpha} + \frac{\hbar^2 p^2}{2M} \right) a_{p\alpha}^+ a_{p\alpha} - \frac{1}{V} \sum_{pq\alpha\alpha'} \mathbf{E}(\mathbf{q}, t) \mathbf{d}_{\alpha\alpha'} a_{p\alpha}^+ a_{p-q\alpha'} \quad (1)$$

и уравнения Максвелла

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}. \quad (2)$$

Здесь $a_{p\alpha}$ — оператор уничтожения атома с импульсом $\hbar\mathbf{p}$, массой M в квантовом состоянии $|\alpha\rangle$; V — объем системы. Индексы $\alpha, \alpha' \dots$ нумеруют собственные состояния гамильтониана H_0 покоящегося изолированного атома:

$$H_0|\alpha\rangle = E_{\alpha}|\alpha\rangle, \quad \langle\alpha|\alpha'\rangle = \delta_{\alpha\alpha'}, \quad \sum_{\alpha} |\alpha\rangle\langle\alpha| = 1,$$

которые для атомного (молекулярного) газа различаются между собой величиной энергии E_{α} , полного углового момента j_{α} и (или) его проекции m_{α} на ось квантования,

причем энергетические уровни вырождены по различным ориентациям полного углового момента. Через $d_{\alpha\alpha'}$ обозначены матричные элементы оператора дипольного момента атома, причем мы записываем матричные элементы какого-либо атомного оператора, скажем A , в следующих эквивалентных видах:

$$\langle \alpha | A | \alpha' \rangle = \langle E_{\alpha}, j_{\alpha}, m_{\alpha} | A | E_{\alpha'}, j_{\alpha'}, m_{\alpha'} \rangle = A_{\alpha\alpha'} = A_{m_{\alpha} m_{\alpha'}}.$$

Величина $\mathbf{E}(\mathbf{q}, t)$ — пространственная фурье-компонента напряженности электрического поля:

$$\mathbf{E}(\mathbf{q}, t) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$

Поляризация \mathbf{P} атомной среды определяется обычным образом:

$$\mathbf{P} = N \int \text{Sp}(\rho \mathbf{d}) d\nu, \tag{3}$$

где ρ — матрица плотности атомов, движущихся со скоростями в области от ν до $\nu + d\nu$, а N — плотность двухуровневых атомов.

Уравнение для атомной матрицы плотности ρ будем находить для случая, когда атомы дополнительно взаимодействуют с квантованным одномерным электромагнитным полем, распространяющимся вдоль оси z . Для простоты будем пренебрегать отдалеченными при поглощении/испускании фотона, комбинационными эффектами с участием классического и квантованного полей [16], штарковскими сдвигами уровней и сначала получим уравнение для матрицы плотности одного покоящегося атома, которое затем обобщим на ансамбль атомов. При этом атом будем считать двухуровневым с квантовыми числами E_a, j_a, m и E_b, j_b, μ , характеризующими соответственно нижний и верхний уровни. Полный гамильтониан такой задачи имеет вид

$$H = H_s + H_b + V_b,$$

$$H_s = \sum_m E_a a_m^+ a_m + \sum_{\mu} E_b a_{\mu}^+ a_{\mu} - \sum_{m\mu} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) (\mathbf{d}_{m\mu} a_m^+ a_{\mu} + \mathbf{d}_{\mu m} a_{\mu}^+ a_m), \tag{4}$$

$$H_b = \sum_{\lambda} \int d\omega \hbar \omega b_{\lambda\omega}^+ b_{\lambda\omega}, \quad V_b = -i\hbar \sum_{\lambda\mu m} \int d\omega K(\omega) (\mathbf{e}_{\lambda\omega} \mathbf{d}_{\mu m}) a_{\mu}^+ a_m b_{\lambda\omega} + \text{H.c.}$$

Здесь $b_{\lambda\omega}^+$ и $b_{\lambda\omega}$ — операторы рождения и уничтожения фотона частоты ω с единичным вектором поляризации $\mathbf{e}_{\lambda\omega}$; $K(\omega)$ — константа связи. При выборе оператора V_b взаимодействия атома с квантованным полем использовано приближение вращающейся волны.

3. КВАНТОВОЕ УРАВНЕНИЕ ИТО

Считаем, что квантованное электромагнитное поле представляет собой идеальный сжатый белый шум, что отражается в следующих соотношениях:

$$\begin{aligned} \langle b_{\lambda}^+(t) b_{\lambda'}(t') \rangle &= N_{ph} \tau_{\lambda\lambda'} \delta(t - t'), & \langle b_{\lambda'}(t) b_{\lambda}^+(t') \rangle &= (\delta_{\lambda\lambda'} + N_{ph} \tau_{\lambda\lambda'}) \delta(t - t'), \\ \langle b_{\lambda}(t) b_{\lambda'}(t') \rangle &= M_{ph} \eta_{\lambda\lambda'} \delta(t - t'), & \langle b_{\lambda'}^+(t') b_{\lambda}^+(t) \rangle &= M_{ph}^* \eta_{\lambda\lambda'}^* \delta(t - t'), \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$b_{\lambda}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \exp[-i\omega(t-t_0)] b_{\lambda\omega}(t_0), \quad (6)$$

угловые скобки обозначают усреднение по фотонному сжатому термостату, матрицы $\tau_{\lambda\lambda'} = \tau_{\lambda'\lambda}^*$ и $\eta_{\lambda\lambda'} = \eta_{\lambda'\lambda}$ характеризуют поляризационное состояние сжатого поля, параметр $|M_{ph}|$ дает представление о степени сжатости, а N_{ph} — об интенсивности этого поля. Полагаем, что $M_{ph} = |M_{ph}| \exp(-2i\omega_{\Gamma}t)$, ω_{Γ} — центральная частота сжатого термостата. В случае приготовления сжатого поля в идеальном вырожденном параметрическом усилителе величина ω_{Γ} есть центральная частота усилителя [1]. Вообще говоря, центральная частота ω_{Γ} может различаться для лево- или правополяризованных фотонов. Все подобные особенности учитываются в фазах величин $\eta_{\lambda\lambda'}$ и недиагональных элементах $\tau_{\lambda\lambda'}$. Оператор уничтожения фотонов $b_{\lambda\omega}(t_0)$ относится к некоторому начальному моменту времени t_0 .

Запишем гейзенберговские уравнения движения какого-либо атомного оператора, скажем A :

$$\dot{A} = -\frac{i}{\hbar} [A, H_s] + \sum_{\lambda q} \int d\omega K(\omega) [A, R_+^q] e_{\lambda\omega}^q b_{\lambda\omega} - \sum_{\lambda' q'} \int d\omega K(\omega) [A, R_-^{q'}] e_{\lambda'\omega}^{q'*} b_{\lambda'\omega}^+. \quad (7)$$

Здесь введены операторы

$$R_+^q = \sum_{\mu m} a_{\mu}^+ a_m d_{\mu m}^{-q}, \quad R_-^q = - \sum_{\mu m} a_m^+ a_{\mu} d_{m\mu}^q = (R_+^q)^+.$$

Индексы q, q' и т. п. нумеруют сферические компоненты вектора. Приняты следующие определения. Для произвольного вектора (скажем, \mathbf{d}) сферические компоненты $d^q, q = 0, \pm 1$ определяем как

$$d^0 = d_z, \quad d^{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (d_x \pm i d_y).$$

Здесь d_x, d_y и d_z — проекции вектора \mathbf{d} на декартовы оси, причем ось z принята за ось квантования. Связь матричных элементов дипольного момента \mathbf{d} с приведенным дипольным моментом d_{ba} атомного перехода $j_b \rightarrow j_a$ возьмем в виде

$$d_{\mu m}^q = (-1)^{j_b - \mu} d_{ba} \begin{pmatrix} j_b & 1 & j_a \\ -\mu & q & m \end{pmatrix}, \quad d_{m\mu}^q = (-1)^{j_b - m} d_{ba}^* \begin{pmatrix} j_a & 1 & j_b \\ -m & q & \mu \end{pmatrix}.$$

Определение $3j$ -символов — стандартное [17].

Мы предполагаем, что обратного влияния атомов на фотонный термостат нет, так что гейзенберговские операторы уничтожения фотонов в (7) даются формулой свободной эволюции

$$b_{\lambda\omega} = b_{\lambda\omega}(t_0) \exp[-i\omega(t-t_0)],$$

причем предполагаем, что оператор $b_{\lambda\omega}$ коммутирует с атомными операторами, относящимися к тому же моменту времени.

Следуя [9], будем считать константу связи $K(\omega)$ не зависящей от частоты ω , что отвечает марковскому приближению:

$$K(\omega) = \sqrt{\kappa/2\pi}.$$

Кроме того, полагаем, что вектор поляризации $\mathbf{e}_{\lambda\omega}$ также не зависит от частоты ω : $\mathbf{e}_{\lambda\omega} = \mathbf{e}_\lambda$. Тогда из уравнения (7) следует квантовое уравнение Ланжевена

$$\dot{A} = -\frac{i}{\hbar}[A, H_s] + \sqrt{\kappa} \sum_{\lambda q} [A, R_+^q] e_\lambda^q b_\lambda(t) - \sqrt{\kappa} \sum_{\lambda' q'} [A, R_-^{q'}] e_{\lambda'}^{q'*} b_{\lambda'}^+(t). \quad (8)$$

Введем квантовые винеровские процессы $B_\lambda(t, t_0)$ следующим образом:

$$B_\lambda(t, t_0) = \int_{t_0}^t dt' b_\lambda(t'),$$

причем $[B_\lambda(t, t_0), B_{\lambda'}^+(t, t_0)] = (t - t_0)\delta_{\lambda\lambda'}$. Определяя интеграл и дифференциал Ито стандартным образом [9, 10], ищем квантовое уравнение Ито для атомного оператора A в виде

$$dA = -\frac{i}{\hbar}[A, H_s]dt + \sqrt{\kappa} \sum_{\lambda q} [A, R_+^q] e_\lambda^q dB_\lambda(t) - \sqrt{\kappa} \sum_{\lambda' q'} [A, R_-^{q'}] e_{\lambda'}^{q'*} dB_{\lambda'}^+(t) + I dt, \quad (9)$$

где

$$dB_\lambda^+(t)dB_{\lambda'}(t) = N_{ph}\tau_{\lambda\lambda'} dt, \quad dB_{\lambda'}(t)dB_\lambda^+(t) = (\delta_{\lambda\lambda'} + N_{ph}\tau_{\lambda\lambda'})dt,$$

$$dB_\lambda(t)dB_{\lambda'}(t) = M_{ph}\eta_{\lambda\lambda'} dt, \quad dB_{\lambda'}^+(t)dB_\lambda^+(t) = M_{ph}^*\eta_{\lambda\lambda'}^* dt,$$

$$dt dt = dt dB_\lambda(t) = dt dB_\lambda^+(t) = dB_\lambda(t)dt = dB_\lambda^+(t)dt = 0,$$

а слагаемое $I dt$ в уравнении (9) определяется из условия выполнения правила дифференцирования Ито: для любых атомных операторов A_1 и A_2

$$d(A_1 A_2) = (dA_1)A_2 + A_1 dA_2 + (dA_1)(dA_2). \quad (10)$$

Ищем I в виде

$$I = \psi_1 \sum_{qq'} \left(R_+^q [A, R_-^{q'}] + [R_+^q, A] R_-^{q'} \right) (\delta_{qq'} + T_{qq'}) + \psi_2 \sum_{qq'} \left(R_-^q [A, R_+^{q'}] + [R_-^q, A] R_+^{q'} \right) T_{qq'} + \\ + \psi_3 \sum_{qq'} \left(R_+^q [A, R_+^{q'}] + [R_+^q, A] R_+^{q'} \right) M_{q'q} + \psi_4 \sum_{qq'} \left(R_-^q [A, R_-^{q'}] + [R_-^q, A] R_-^{q'} \right) M_{q'q}^*, \quad (11)$$

где

$$T_{q'q} = N_{ph} \sum_{\lambda\lambda'} e_\lambda^q e_{\lambda'}^{q'*} \tau_{\lambda\lambda'} = T_{qq'}^*, \quad M_{q'q} = M_{ph} \sum_{\lambda\lambda'} e_\lambda^q \eta_{\lambda\lambda'} e_{\lambda'}^{q'} = M_{q'q},$$

а параметры ψ_1, ψ_2, ψ_3 и ψ_4 подлежат определению из уравнения (10). Структура уравнений (11) подсказана видом выражения $(dA_1)(dA_2)$ при $I_1 = I_2 = 0$, где $I_1 dt$ и $I_2 dt$ — соответствующие слагаемые уравнений Ито для атомных операторов A_1 и A_2 . Нетрудно получить, что

$$\psi_1 = \psi_2 = -\psi_3 = -\psi_4 = \kappa/2. \quad (12)$$

Таким образом, уравнения (9), (11) и (12) являются искомыми уравнениями Ито рассматриваемой задачи. Заметим, что поступая описанным выше способом в случае отсутствия вырождения и поляризационных эффектов, можно получить уравнение Ито работы [9].

4. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АТОМНОЙ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

Переход от уравнений Ито к уравнениям для атомной матрицы плотности осуществляется стандартным образом [9–11]: поскольку коэффициенты перед $dB_\lambda(t)$ и $dB_{\lambda'}^*(t)$ являются неупреждающими функциями, то, усредняя (9), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\langle dA \rangle}{dt} = & - \left\langle \frac{i}{\hbar} [A, H_s] \right\rangle + \\ & + \left\langle \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(R_+^q [A, R_-^{q'}] + [R_+^q, A] R_-^{q'} \right) (\delta_{qq'} + T_{q'q}) \right\rangle + \\ & + \left\langle \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(R_-^q [A, R_+^{q'}] + [R_-^q, A] R_+^{q'} \right) T_{qq'} \right\rangle - \\ & - \left\langle \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(R_+^q [A, R_+^{q'}] + [R_+^q, A] R_+^{q'} \right) M_{q'q} \right\rangle - \\ & - \left\langle \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(R_-^q [A, R_-^{q'}] + [R_-^q, A] R_-^{q'} \right) M_{q'q}^* \right\rangle. \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$\langle A \rangle = \text{Sp} \{ A(t_0) \rho(t) \}, \quad \frac{d\langle A \rangle}{dt} = \text{Sp} \left\{ A(t_0) \frac{d\rho(t)}{dt} \right\}.$$

Запишем $\langle dA \rangle / dt = d\langle A \rangle / dt$ в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\langle A \rangle}{dt} = & \text{Sp} \left\{ A(t_0) \left[\frac{i}{\hbar} [\rho, H_s] + \right. \right. \\ & + \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_-^{q'} \rho R_+^q - \rho R_+^q R_-^{q'} - R_+^q R_-^{q'} \rho \right) (\delta_{qq'} + T_{q'q}) + \\ & \left. + \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_+^{q'} \rho R_-^q - \rho R_-^q R_+^{q'} - R_-^q R_+^{q'} \rho \right) T_{qq'} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_+^{q'} \rho R_+^q - \rho R_+^q R_+^{q'} - R_+^q R_+^{q'} \rho \right) M_{q'q} - \\
 & - \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_-^{q'} \rho R_-^q - \rho R_-^q R_-^{q'} - R_-^q R_-^{q'} \rho \right) M_{q'q}^* \left. \right\} = \text{Sp} \left\{ A(t_0) \frac{d\rho(t)}{dt} \right\}.
 \end{aligned}$$

Выписанные уравнения справедливы для любого атомного оператора, поэтому получаем следующее уравнение для матрицы плотности:

$$\frac{d\rho}{dt} + \hat{\Gamma}\rho = \frac{i}{\hbar} [\rho, H_s], \tag{13}$$

где введен релаксационный оператор

$$\begin{aligned}
 \hat{\Gamma}\rho = & - \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_+^{q'} \rho R_+^q - \rho R_+^q R_+^{q'} - R_+^q R_+^{q'} \rho \right) (\delta_{qq'} + T_{q'q}) - \\
 & - \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_+^{q'} \rho R_-^q - \rho R_-^q R_+^{q'} - R_-^q R_+^{q'} \rho \right) T_{qq'} + \\
 & + \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_+^{q'} \rho R_+^q - \rho R_+^q R_+^{q'} - R_+^q R_+^{q'} \rho \right) M_{q'q} + \\
 & + \frac{\kappa}{2} \sum_{qq'} \left(2R_-^{q'} \rho R_-^q - \rho R_-^q R_-^{q'} - R_-^q R_-^{q'} \rho \right) M_{q'q}^*. \tag{14}
 \end{aligned}$$

Матричные элементы релаксационного оператора (14) имеют вид

$$\begin{aligned}
 (\hat{\Gamma}\rho)_{mm'} = & \frac{\kappa}{2} \sum_{m''\mu qq'} \rho_{mm''} d_{m''\mu}^q d_{\mu m'}^{-q'} (-1)^q T_{qq'} + \frac{\kappa}{2} \sum_{m''\mu qq'} d_{m\mu}^q d_{\mu m''}^{-q'} \rho_{m''m'} (-1)^q T_{qq'} - \\
 & - \kappa \sum_{\mu\mu' qq'} d_{m\mu}^q \rho_{\mu\mu'} d_{\mu' m'}^{-q} (-1)^q (\delta_{qq'} + T_{q'q}), \\
 (\hat{\Gamma}\rho)_{\mu\mu'} = & \frac{\kappa}{2} \sum_{m\mu'' qq'} \rho_{\mu\mu''} d_{\mu'' m}^{-q} d_{m\mu'}^q (-1)^q (\delta_{qq'} + T_{q'q}) + \\
 & + \frac{\kappa}{2} \sum_{m\mu'' qq'} d_{\mu m}^{-q} d_{m\mu''}^q \rho_{\mu''\mu'} (-1)^q (\delta_{qq'} + T_{q'q}) - \\
 & - \kappa \sum_{m m' qq'} d_{\mu m}^{-q} \rho_{m m'} d_{m'\mu'}^q (-1)^q T_{qq'}, \\
 (\hat{\Gamma}\rho)_{\mu m} = & \frac{\kappa}{2} \sum_{m'\mu' qq'} d_{\mu m}^{-q} d_{m'\mu'}^q \rho_{\mu' m} (-1)^q (\delta_{qq'} + T_{q'q}) + \\
 & + \frac{\kappa}{2} \sum_{m'\mu' qq'} \rho_{\mu m'} d_{m'\mu'}^q d_{\mu' m}^{-q} (-1)^q T_{qq'} - \kappa \sum_{m'\mu' qq'} d_{\mu m}^{-q} \rho_{m'\mu'} d_{\mu' m}^{-q} (-1)^q M_{q'q}, \\
 (\hat{\Gamma}\rho)_{m\mu} = & \frac{\kappa}{2} \sum_{m'\mu' qq'} \rho_{m\mu'} d_{\mu' m'}^{-q} d_{m'\mu}^q (-1)^q (\delta_{qq'} + T_{q'q}) + \\
 & + \frac{\kappa}{2} \sum_{m'\mu' qq'} d_{m\mu}^q d_{\mu' m'}^{-q} \rho_{m'\mu} (-1)^q T_{qq'} - \kappa \sum_{m'\mu' qq'} d_{m\mu}^q \rho_{\mu' m'} d_{m'\mu}^q (-1)^q M_{q'q}^*. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Когда $T_{qq'} = M_{qq'} = 0$ и суммирование по q охватывает значение $q = 0$, релаксационный оператор (15) совпадает с релаксационным оператором, описывающим спонтанный радиационный распад в условиях, когда энергетический уровень E_a является основным [13]. Если $M_{qq'} = 0$, а $T_{qq'} \neq 0$ и $q \neq 0$, то (15) описывает релаксационные процессы в поле шумовой световой волны, определенным образом структурированной и поляризованной. Взаимодействие с такой волной по-другому распределяет атомы по зеемановским подуровням, нежели в случае спонтанного радиационного распада [13] (см. разд. 7 настоящей статьи). Сжатие электромагнитной волны непосредственно влияет только на матрицу оптической когерентности, определяющей переходы между зеемановскими подуровнями различных энергетических уровней, однако в конечном счете это также сказывается и на равновесном распределении атомов в поле когерентной волны по зеемановским подуровням как верхнего, так и нижнего энергетических уровней (см. разд. 7). Кроме того, явно изменяется скорость релаксации действительной и мнимой частей каждого элемента матрицы оптической когерентности, что в свою очередь обуславливает различные законы затухания мнимой и действительной частей каждой проекции поляризации атома (см. следующий раздел).

Необходимо особо подчеркнуть, что в силу выбранной геометрии квантованного поля релаксационный оператор $\hat{\Gamma}\rho$, если это, как выше, не оговаривать специально, не содержит слагаемых с $q = 0$ и, следовательно, не учитывает спонтанный распад атома с излучением фотона в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (5). Такие процессы, а также другие каналы релаксации и/или случаи, когда нижний энергетический уровень E_a не является основным, будем описывать при помощи простейшего обобщения уравнения (13):

$$\frac{d\rho}{dt} + \hat{\Gamma}\rho + \hat{\Gamma}_0\rho = \frac{i}{\hbar}[\rho, H_s], \quad (13')$$

где введен феноменологический релаксационный оператор $\hat{\Gamma}_0\rho$ со следующими матричными элементами:

$$(\hat{\Gamma}_0\rho)_{mm'} = \gamma_a \rho_{mm'} - W_{mm'}, \quad (\hat{\Gamma}_0\rho)_{\mu\mu'} = \gamma_b \rho_{\mu\mu'} - W_{\mu\mu'}, \quad (\hat{\Gamma}_0\rho)_{\mu m} = \gamma_0 \rho_{\mu m}.$$

Здесь γ_a , γ_b и γ_0 — константы релаксации, а слагаемые $W_{mm'}$ и $W_{\mu\mu'}$ учитывают процессы подкачки. Обычно полагают для простоты, что

$$W_{mm'} = \frac{\gamma_a N_a \delta_{mm'}}{2j_a + 1}, \quad W_{\mu\mu'} = \frac{\gamma_b N_b \delta_{\mu\mu'}}{2j_b + 1},$$

где N_a и N_b — стационарные плотности атомов, заселяющих энергетические уровни E_a и E_b . Здесь и далее считаем матрицу плотности нормированной на плотность атомов.

Если матрица ρ описывает атомы (молекулы), движущиеся со скоростями, лежащими в интервале от ν до $\nu + d\nu$, то в уравнениях (13) и (13') необходимо производную $d\rho/dt$ заменить на $(\partial/\partial t + \nu\nabla)\rho$ [12–14], а также в матричных элементах оператора $\hat{\Gamma}_0\rho$ провести замены $N_a \rightarrow N_a F(\nu)$, $N_b \rightarrow N_b F(\nu)$, где $F(\nu)$ — функция распределения атомов по скоростям.

5. РЕЛАКСАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ДЛЯ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛНОГО УГЛОВОГО МОМЕНТА АТОМА

Наиболее простой вид релаксационный оператор имеет для случаев атомного перехода между уровнями с малыми значениями углового момента: $j_a = j_b = 1/2$ и $j_a = 0 = j_b - 1$.

Для резонансного атомного перехода с $j_a = j_b = 1/2$ имеем

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ 1/2}^a = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \left[\rho_{1/2\ 1/2}^a T_{11} - \rho_{-1/2\ -1/2}^b (1 + T_{11}) \right], \quad (16a)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{-1/2\ -1/2}^a = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \left[\rho_{-1/2\ -1/2}^a T_{-1\ -1} - \rho_{1/2\ 1/2}^b (1 + T_{-1\ -1}) \right], \quad (16b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ -1/2}^a = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{1/2\ -1/2}^a (T_{11} + T_{-1\ -1}) - \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \rho_{-1/2\ 1/2}^b T_{1\ -1}, \quad (16b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ 1/2}^b = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \left[\rho_{1/2\ 1/2}^b (1 + T_{-1\ -1}) - \rho_{-1/2\ -1/2}^a T_{-1\ -1} \right], \quad (17a)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{-1/2\ -1/2}^b = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \left[\rho_{-1/2\ -1/2}^b (1 + T_{11}) - \rho_{1/2\ 1/2}^a T_{11} \right], \quad (17b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ -1/2}^b = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{1/2\ -1/2}^b (2 + T_{11} + T_{-1\ -1}) - \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3} \rho_{-1/2\ 1/2}^a T_{1\ -1}, \quad (17b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ -1/2}^{ba} = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{1/2\ -1/2}^{ba} (1 + 2T_{-1\ -1}) + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \rho_{1/2\ -1/2}^{ba*} M_{-1\ -1}, \quad (18a)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{-1/2\ 1/2}^{ba} = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{-1/2\ 1/2}^{ba} (1 + 2T_{11}) + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \rho_{-1/2\ 1/2}^{ba*} M_{1\ 1}, \quad (18b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{1/2\ 1/2}^{ba} = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{1/2\ 1/2}^{ba} (1 + T_{11} + T_{-1\ -1}) + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \rho_{-1/2\ -1/2}^{ba*} M_{-1\ 1}, \quad (18b)$$

$$\hat{\Gamma}\rho_{-1/2\ -1/2}^{ba} = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{6} \rho_{-1/2\ -1/2}^{ba} (1 + T_{11} + T_{-1\ -1}) + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \rho_{1/2\ 1/2}^{ba*} M_{1\ -1}. \quad (18g)$$

Здесь для удобства матрицы плотности, описывающие атомные уровни b , a и переходы между ними, дополнительно помечены соответствующими индексами.

При распространении в такой среде линейно поляризованного когерентного излучения в системе зеемановских подуровней резонансных атомных уровней выделяются две независимые подсистемы, одна из которых взаимодействует только с левополяризованными фотонами когерентного поля, другая — только с правополяризованными фотонами. Если первоначально атомная среда находилась в состоянии термодинамического равновесия, то в такой ситуации из релаксационных операторов оказываются существенными лишь (16а, б), (17а, б), (18а, б).

Рассмотрим теперь релаксацию амплитуды

$$p^a = \sum_{\mu m} \rho_{\mu m} d_{m\mu}^a \exp(i\omega_{\Gamma} t) \quad (19)$$

атомной поляризации

$$\mathbf{P} = \sum_{\mu m} \rho_{\mu m} \mathbf{d}_{m\mu} + \text{с.с.}$$

Нетрудно получить, что для действительной p_{real}^q и мнимой p_{im}^q частей амплитуды поляризации соответствующий релаксационный оператор имеет вид (по повторяющимся индексам суммирования нет!)

$$\hat{\Gamma} p_{real}^q = \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} p_{real}^q \left(T_{qq} + |M_{qq}| + \frac{1}{2} \right), \quad \hat{\Gamma} p_{im}^q = \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} p_{im}^q \left(T_{qq} - |M_{qq}| + \frac{1}{2} \right).$$

Поскольку $|M_{qq}| \leq \sqrt{T_{qq}(T_{qq} + 1)}$, при $T_{qq} \gg 1$ и определенных условиях, когда $|M_{qq}| \approx T_{qq}$, можно говорить о существенном подавлении релаксации p_{im}^q и возрастании скорости затухания p_{real}^q :

$$\hat{\Gamma} p_{im}^q \approx \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \frac{1}{T_{qq}} p_{im}^q \approx 0, \quad \hat{\Gamma} p_{real}^q \approx \frac{2\kappa |d_{ba}|^2}{3} T_{qq} p_{real}^q.$$

Полученная картина релаксации полностью отвечает решению задачи без учета вырождения резонансных уровней и состояния поляризации когерентной и сжатой волн [1].

Совершенно другие релаксационные эффекты имеют место в случае атомного перехода $j_a = 0 = j_b - 1$. Выпишем сначала выражения для релаксационного оператора:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma} \rho^a &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho^a \sum_q T_{qq} - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \left(\sum_q \rho_{qq}^b + \sum_{qq'} \rho_{qq'}^b T_{-q-q'} \right), \\ (\hat{\Gamma} \rho^b)_{\mu\mu'} &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho_{\mu\mu'}^b + \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \sum_q (\rho_{\mu q}^b T_{-\mu'-q} + \rho_{q\mu'}^b T_{-q-\mu}) - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho^a T_{-\mu'-\mu}, \\ (\hat{\Gamma} \rho^{ba})_{\mu 0} &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \rho_{\mu 0}^{ba} \left(1 + \sum_q T_{qq} \right) + \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \sum_q \rho_{q0}^{ba} T_{-q-\mu} + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \sum_q \rho_{0q}^{ab} M_{-\mu-q}. \end{aligned} \quad (20)$$

В случае простейшей поляризационной структуры сжатого поля,

$$T_{qq'} = \delta_{qq'} N_q, \quad M_{qq'} = \delta_{qq'} M_q, \quad |M_q| \leq \sqrt{N_q(N_q + 1)}, \quad (21)$$

релаксационный оператор для перехода $j_a = 0 = j_b - 1$ принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma} \rho^a &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho^a (N_{-1} + N_1) - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} [\rho_{-1-1}^b (1 + N_1) + \rho_{11}^b (1 + N_{-1})], \\ (\hat{\Gamma} \rho^b)_{\mu\mu'} &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho_{\mu\mu'}^b + \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} (\rho_{\mu\mu'}^b N_{-\mu'} + \rho_{\mu\mu'}^b N_{-\mu}) - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} \rho^a \delta_{\mu\mu'} N_{-\mu}, \\ (\hat{\Gamma} \rho^{ba})_{\mu 0} &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \rho_{\mu 0}^{ba} (1 + N_{-1} + N_1) + \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \rho_{\mu 0}^{ba} N_{-\mu} + \frac{\kappa d_{ba}^2}{3} \rho_{0\mu}^{ab} M_{-\mu}. \end{aligned} \quad (22)$$

Из последней формулы (22) получаем следующее слагаемое, определяющее затухание действительной и мнимой частей сферической компоненты вектора амплитуды

атомной поляризации перехода $j_a = 0 = j_b - 1$ (при выполнении (21) и равенстве фаз величин M_{-1} и M_1):

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{p_{real}}^q &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} (1 + N_1 + N_{-1} + N_q + 2|M_q|) p_{real}^q, \\ \hat{\Gamma}_{p_{im}}^q &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} (1 + N_1 + N_{-1} + N_q - 2|M_q|) p_{im}^q. \end{aligned} \tag{23}$$

Видно, что максимального подавления релаксации мнимой части поляризации можно добиться только при использовании сжатого поля, состоящего из фотонов одной круговой поляризации, например при $N_{-1} = M_{-1} = 0$, $|M_1| = \sqrt{N_1(N_1 + 1)}$, $N_1 \gg 1$ можно считать

$$\hat{\Gamma}_{p_{im}}^q \approx \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \frac{1}{N_1} p_{im}^q \approx 0$$

по сравнению с

$$\hat{\Gamma}_{p_{real}}^q \approx 2 \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{3} N_1 p_{real}^q.$$

Если в сжатом поле представлены как лево-, так и правополяризованные фотоны, то вследствие двух возможных переходов с уровня E_a на подуровни с $\mu = 1$ и $\mu = -1$ уровня E_b минимально возможная релаксация определяется выражением

$$\hat{\Gamma}_{p_{im}}^q = \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{6} \left(N_{min} + \frac{1}{N_{max}} \right) p_{im}^q,$$

где $N_{min} = \min\{N_1, N_{-1}\}$, $N_{max} = \max\{N_1, N_{-1}\}$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что в случае произвольного состояния поляризации сжатого поля зеemannовская структура резонансных уровней увеличивает (по сравнению с невырожденным случаем и выделенным случаем $j_a = j_b = 1/2$) минимально возможный предел для релаксации любой из квадратурных компонент амплитуды атомной поляризации. Заметим, что другое, нежели (19), определение амплитуды атомной поляризации меняет вид релаксационных операторов $\hat{\Gamma}_{p_{real}}^q$ и $\hat{\Gamma}_{p_{im}}^q$, однако не влияет на величины, характеризующие экстремальные параметры релаксации поляризации в сжатом поле.

6. РЕЛАКСАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ПРИ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ АТОМНОГО УГЛОВОГО МОМЕНТА

Будем считать, что $j_a \gg 1$, $j_b \gg 1$. Тогда можно воспользоваться квазиклассическим представлением $3j$ -символа [17, стр. 223, формула (1)] и считать, что матричные элементы сферической компоненты оператора дипольного момента даются формулами

$$d_{\mu m}^q \approx \frac{d_{ba}}{\sqrt{2j}} \mathcal{D}_{q j_b - j_a}^1(0, \vartheta, 0) \delta_{\mu - m, q}, \quad d_{m \mu}^q \approx \frac{d_{ba}^*}{\sqrt{2j}} (-1)^q \mathcal{D}_{-q j_b - j_a}^1(0, \vartheta, 0) \delta_{m, q + \mu},$$

где $j = (j_a + j_b)/2$, $\cos \vartheta \approx K/j$, $K = (\mu + m)/2$, а $\mathcal{D}_{q\varphi}^k(\alpha, \beta, \gamma)$ — \mathcal{D} -функция Вигнера [17].

Следуя работе [18], перейдем к новым представлениям для матричных элементов атомной матрицы плотности:

$$\begin{aligned}\rho_a(\vartheta, \varphi) &= \sum_{\xi} \rho_{K+\xi/2, K-\xi/2}^a e^{-i\xi\varphi}, \quad K = (m + m')/2, \quad \xi = m - m', \\ \rho_b(\vartheta, \varphi) &= \sum_{\xi} \rho_{K+\xi/2, K-\xi/2}^b e^{-i\xi\varphi}, \quad K = (\mu + \mu')/2, \quad \xi = \mu - \mu', \\ \rho_{ba}(\vartheta, \varphi) &= \sum_{\xi} \rho_{K+\xi/2, K-\xi/2}^{ba} e^{-i\xi\varphi}, \quad K = (\mu + m)/2, \quad \xi = \mu - m,\end{aligned}\quad (24)$$

причем всюду $\cos \vartheta \approx K/j$, $j = (j_a + j_b)/2$. Считаем, что эффективный интервал отличия от нуля матрицы плотности по переменной ξ много меньше характерного масштаба изменения матрицы плотности по переменной K . Тогда суммирование по ξ в формулах (24) можно распространить до бесконечных пределов и

$$\rho_{K+\xi/2, K-\xi/2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\xi\varphi} \rho(\vartheta, \varphi) d\varphi.$$

Таким образом, преобразования (24) можно считать аналогичными преобразованию Вигнера в случае поступательных степеней свободы. Полагая в одном и том же выражении величины типа K одинаковыми, получаем квазиклассические представления релаксационных операторов:

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma} \rho_a(\vartheta, \varphi) &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{2j} \rho_a(\vartheta, \varphi) \mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi) - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{2j} \rho_b(\vartheta, \varphi) [\tau_{\sigma}(\vartheta) + \mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi)], \\ \hat{\Gamma} \rho_b(\vartheta, \varphi) &= \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{2j} \rho_b(\vartheta, \varphi) [\tau_{\sigma}(\vartheta) + \mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi)] - \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{2j} \rho_a(\vartheta, \varphi) \mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi), \\ \hat{\Gamma} \rho_{ba}(\vartheta, \varphi) &= \frac{\kappa d_{ba}^2}{4j} \rho_{ba}(\vartheta, \varphi) [\tau_{\sigma}(\vartheta) + 2\mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi)] + \frac{\kappa d_{ba}^2}{2j} \rho_{ba}^*(\vartheta, \varphi) \mathcal{T}_{\sigma}(\vartheta, \varphi).\end{aligned}\quad (25)$$

Углы ϑ и φ характеризуют направление полного углового момента, а величина $\sigma = j_b - j_a$ — тип резонансного перехода. Введены функции

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_0(\vartheta, \varphi) &= \frac{1}{2}(T_{11} + T_{-1-1}) \sin^2 \vartheta - \frac{1}{2}(e^{-2i\varphi} T_{1-1} + e^{2i\varphi} T_{-11}) \sin^2 \vartheta, \\ \mathcal{T}_{\pm 1}(\vartheta, \varphi) &= \frac{1}{4}(1 + \cos^2 \vartheta)(T_{11} + T_{-1-1}) \mp \frac{1}{2}(T_{11} - T_{-1-1}) \cos \vartheta + \frac{1}{4}(e^{-2i\varphi} T_{1-1} + e^{2i\varphi} T_{-11}) \sin^2 \vartheta, \\ \mathcal{T}_0(\vartheta, \varphi) &= \frac{1}{2}(M_{11} e^{2i\varphi} + M_{-1-1} e^{-2i\varphi}) \sin^2 \vartheta - \frac{1}{2}(M_{1-1} + M_{-11}) \sin^2 \vartheta, \\ \mathcal{T}_{\pm 1}(\vartheta, \varphi) &= \frac{1}{4}(1 + \cos^2 \vartheta)(M_{11} e^{2i\varphi} + M_{-1-1} e^{-2i\varphi}) \mp \frac{1}{2}(M_{11} e^{2i\varphi} - M_{-1-1} e^{-2i\varphi}) \cos \vartheta + \\ &+ \frac{1}{4}(M_{1-1} + M_{-11}) \sin^2 \vartheta,\end{aligned}$$

$$\tau_0(\vartheta) = \sin^2 \vartheta, \quad \tau_{\pm 1}(\vartheta) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \vartheta).$$

7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАСЕЛЕННОСТЕЙ УРОВНЕЙ ПО ОРИЕНТАЦИЯМ ПОЛНОГО УГЛОВОГО МОМЕНТА ПРИ СТАЦИОНАРНЫХ КОГЕРЕНТНОМ И СЖАТОМ ПОЛЯХ

Будем считать, что атом, резонансно взаимодействующий как с когерентным полем

$$\mathbf{E} = \varepsilon \exp [i(kz - \omega t)] + \text{с.с.}, \quad (26)$$

так и со сжатым полем (5), характеризуется большими значениями углового момента, так что уравнение (13') можно записать в резонансном приближении в виде

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} + \gamma_a\right) r_a(\vartheta, \varphi) &= \gamma_a \frac{N_a}{2j} + \frac{i|\mathcal{E}|}{\hbar} [r_{ba}^*(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma(\vartheta, \varphi) - r_{ba}(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma^*(\vartheta, \varphi)] - \\ &\quad - \gamma r_a(\vartheta, \varphi) \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi) + \gamma r_b(\vartheta, \varphi) [\tau_\sigma(\vartheta) + \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)], \\ \left(\frac{d}{dt} + \gamma_b\right) r_b(\vartheta, \varphi) &= \gamma_b \frac{N_b}{2j} - \frac{i|\mathcal{E}|}{\hbar} [r_{ba}^*(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma(\vartheta, \varphi) - r_{ba}(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma^*(\vartheta, \varphi)] - \\ &\quad - \gamma r_b(\vartheta, \varphi) [\tau_\sigma(\vartheta) + \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)] + \gamma r_a(\vartheta, \varphi) \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi), \quad (27) \\ \left(\frac{d}{dt} - i\Delta + \gamma\right) r_{ba}(\vartheta, \varphi) &= \frac{i}{\hbar} \frac{|d_{ba}|^2 |\mathcal{E}|}{2j} [r_b(\vartheta, \varphi) - r_a(\vartheta, \varphi)] \mathcal{D}_\sigma(\vartheta, \varphi) - \\ &\quad - \frac{\gamma}{2} r_{ba}(\vartheta, \varphi) [\tau_\sigma(\vartheta) + 2\mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)] - \gamma r_{ba}^*(\vartheta, \varphi) f_\sigma(\vartheta, \varphi). \end{aligned}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$r_a(\vartheta, \varphi) = \rho_a(\vartheta, \varphi), \quad r_b(\vartheta, \varphi) = \rho_b(\vartheta, \varphi), \quad r_{ba}(\vartheta, \varphi) = \rho_{ba}(\vartheta, \varphi) \frac{d_{ba}^*}{\sqrt{2j}} \exp [i(\omega t - kz)],$$

$$\Delta = \omega - \omega_0, \quad \gamma = \frac{\kappa |d_{ba}|^2}{2j}, \quad \mathcal{D}_\sigma(\vartheta, \varphi) = \sum_q \mathcal{D}_{-q\sigma}^1(0, \vartheta, 0) e^{iq\varphi} l^q, \quad l^q = \mathcal{E}^q / |\mathcal{E}|,$$

а функция $f_\sigma(\vartheta, \varphi)$ отличается от функции $\mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)$ заменой $M_{qq'} = m_{qq'} \exp [2i(kz - \omega t)]$ на $m_{qq'}$. В зависимости от соотношения между частотами ω и ω_Γ величина $m_{qq'}$ может быть осциллирующей функцией.

Стационарное решение (27) для разности населенностей в простейшем случае (21), когда $\omega = \omega_\Gamma = \omega_0$ и $\gamma_a = \gamma_b = \gamma_\parallel$, нетрудно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{r_a(\vartheta, \varphi) - r_b(\vartheta, \varphi)}{(N_a - N_b)/2j} &= \left\{ 1 + \frac{2\gamma \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)}{\gamma_\parallel} + \right. \\ &+ \Lambda \left([1 + (\gamma/\gamma_0) \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)] |\mathcal{D}_\sigma(\vartheta, \varphi)|^2 + (\gamma/2\gamma_0) [f_\sigma(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma^{*2}(\vartheta, \varphi) + f_\sigma^*(\vartheta, \varphi) \mathcal{D}_\sigma^2(\vartheta, \varphi)] \right) \times \\ &\times \left. \left([1 + (\gamma/\gamma_0) \mathcal{F}_\sigma(\vartheta, \varphi)]^2 - (\gamma/\gamma_0)^2 |f_\sigma(\vartheta, \varphi)|^2 \right)^{-1} \right\}^{-1}, \quad (28) \end{aligned}$$

где $\Lambda = 4|\mathcal{E}|^2 |d_{ba}|^2 / \hbar^2 \gamma_0 \gamma_\parallel 2j$ — отношение квадрата частоты Раби к произведению феноменологических констант релаксации.

В отсутствие квантованного поля (5), т.е. при $\gamma = 0$, решение (28) совпадает с решением Насырова и Шалагина [18]. В отсутствие когерентного поля, т.е. при $\Lambda = 0$,

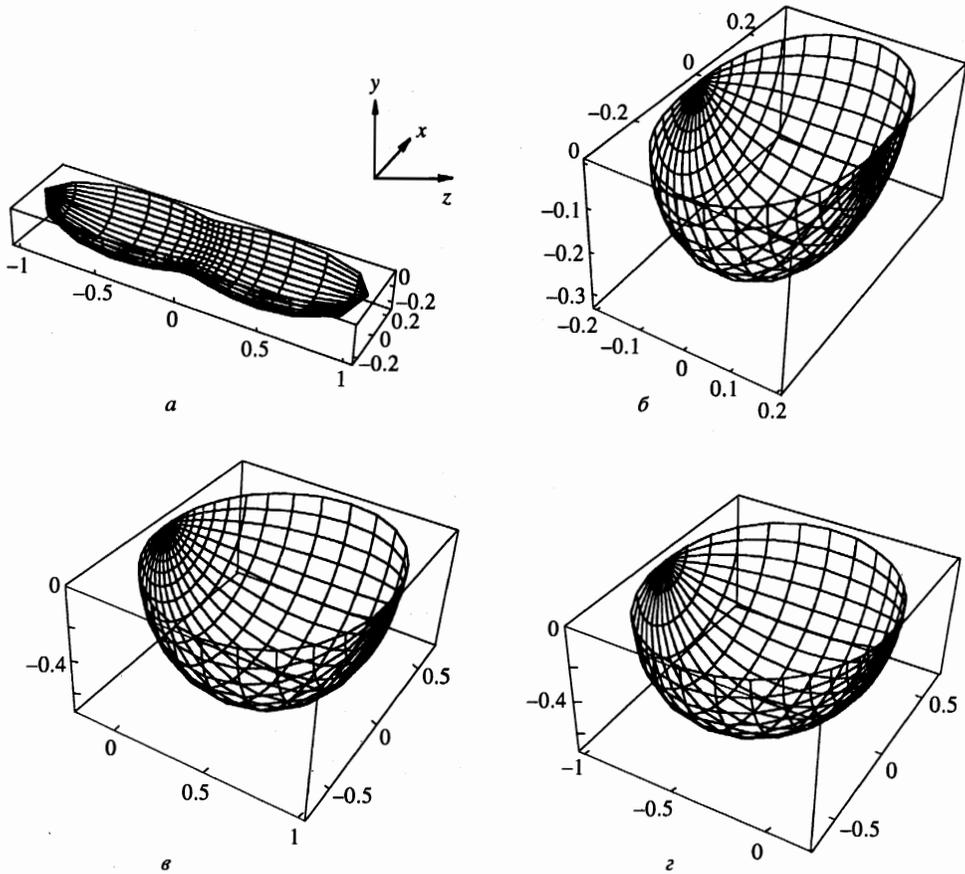


Рис. 1. Графики зависимости распределения разности населенностей нижнего и верхнего резонансных уровней (28) от направления полного углового момента в случае резонансного воздействия шумового квантованного поля (5) при условии (21) для переходов $j \rightarrow j$, $N_1 = N_2 = 2$ (а) и $j + 1 \rightarrow j$ с параметрами $N_1 = N_2 = 2$ (б), $N_1 = 2$, $N_2 = 0$ (в) и $N_1 = 0$, $N_2 = 2$ (г). Другие параметры: $\gamma = \gamma_{\parallel} = 1$, $j \gg 1$, а переход обозначен как $j_b \rightarrow j_a$. Область изменения углов ориентации полного углового момента: $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq \vartheta \leq \pi$

формула (28) описывает стационарную разность заселенностей уровней в поле резонансной шумовой поляризованной волны, описываемой квантовым образом посредством (5). Как и в работе [18], здесь наблюдается отчетливая зависимость распределения (28) от типа резонансного перехода. Это выражено в том, что в случае перехода $j \rightarrow j$ молекулы с угловым моментом, направленным вдоль оси z , практически не взаимодействуют с полем, тогда как молекулы, угловой момент которых близок к перпендикулярной оси z плоскости, взаимодействуют с полем весьма сильно, так что у них разность населенностей стремится к нулю с ростом величины поля. В случае переходов $j + 1 \leftrightarrow j$ молекулы при одинаковом числе лево- и правополяризованных фотонов в поле практически одинаково взаимодействуют с полем независимо от ориентации полного углового момента и типа молекулярного перехода ($j + 1 \rightarrow j$ или $j \rightarrow j + 1$). В случае круговой поляризации ситуация на этих переходах заметно меняется. И хотя здесь нет

такой узкой селективности по отношению к ориентациям полного углового момента, как в случае переходов $j \rightarrow j$, в зависимости от направления вращения поляризации фотонов и типа перехода ($j + 1 \rightarrow j$ или $j \rightarrow j + 1$) преимущественно взаимодействуют с полем те молекулы, чей угловой момент направлен в сторону направления распространения поля или в противоположную (см. рис. 1в, з). При смене перехода $j + 1 \rightarrow j$ на $j \rightarrow j + 1$ при той же самой круговой поляризации поля молекулы, более интенсивно взаимодействующие с полем, вращаются противоположно тем, которые заметно взаимодействовали бы с полем при другом типе перехода.

В обсужденных выше случаях распределение населенностей не зависело от сжатия поля. Включение когерентного поля такую зависимость привносит, однако изменение распределения разности населенностей уровней

$$\Delta \mathcal{N} = \frac{r_a(\vartheta, \varphi) - r_b(\vartheta, \varphi)}{(N_a - N_b)/2j} - \frac{r_a(\vartheta, \varphi) - r_b(\vartheta, \varphi)}{(N_a - N_b)/2j} \Big|_{M_{-1}=M_1=0}$$

численно незначительно, что иллюстрирует рис. 2. По-прежнему изменения зависят от типа перехода и состояния поляризации как сжатого, так и когерентного полей.

8. РАСПАД АТОМНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В СЖАТОМ ВАКУУМЕ

Поляризация атома с вырожденными энергетическими уровнями складывается из поляризаций отдельных переходов между зеемановскими подуровнями резонансных уровней (19). Поскольку каждый такой переход характеризуется своей константой релаксации из-за различных величин дипольных моментов зеемановских переходов, то при больших значениях полного углового момента в результате сложения указанных парциальных поляризаций закон затухания суммарной атомной поляризации в сжатом вакууме будет отличаться от простого экспоненциального закона, имеющего место в случае атомных переходов между невырожденными уровнями [1-11] и уровнями с малыми значениями полных угловых моментов (см. разд. 5).

Указанное обстоятельство ниже будет проиллюстрировано для случая максимального подавления атомной релаксации, что, как было установлено в разд. 5, имеет место для сжатого поля, состоящего из фотонов одинаковой круговой поляризации, например

$$T_{qq'} = \delta_{qq'} N_q, \quad M_{qq'} = \delta_{qq'} M_q, \quad N_{-1} = M_{-1} = 0. \quad (29)$$

Далее, для простоты предположим, что первоначально в интервале времени $0 \leq t \leq \tau_1$ атом возбуждается ультракоротким импульсом когерентного поля (26) той же поляризации, что и сжатое поле. После окончания действия когерентного поля атом попадает в сжатое поле с параметрами (29). В результате в области $\tau_1 \leq t$ и при малой площади возбуждающего импульса получаем следующее выражение для атомной матрицы плотности:

$$r_{ba}(\vartheta, \varphi) = -\frac{i|d_{ba}|^2}{2j} |\mathcal{E}| \tau_1 \frac{N_a - N_b}{2j} \mathcal{D}_{-1\sigma}^1(0, \vartheta, 0) e^{i\varphi} \exp\{-[\gamma_0 + \Gamma_{\sigma \min}(\vartheta)](t - \tau_1)\},$$

где

$$\Gamma_{0 \min}(\vartheta) = \frac{\gamma}{2} (N_1 - |M_1|) \sin^2 \vartheta, \quad \Gamma_{\pm 1 \min}(\vartheta) = \frac{\gamma}{4} (N_1 - |M_1|) (1 \mp \cos \vartheta)^2$$

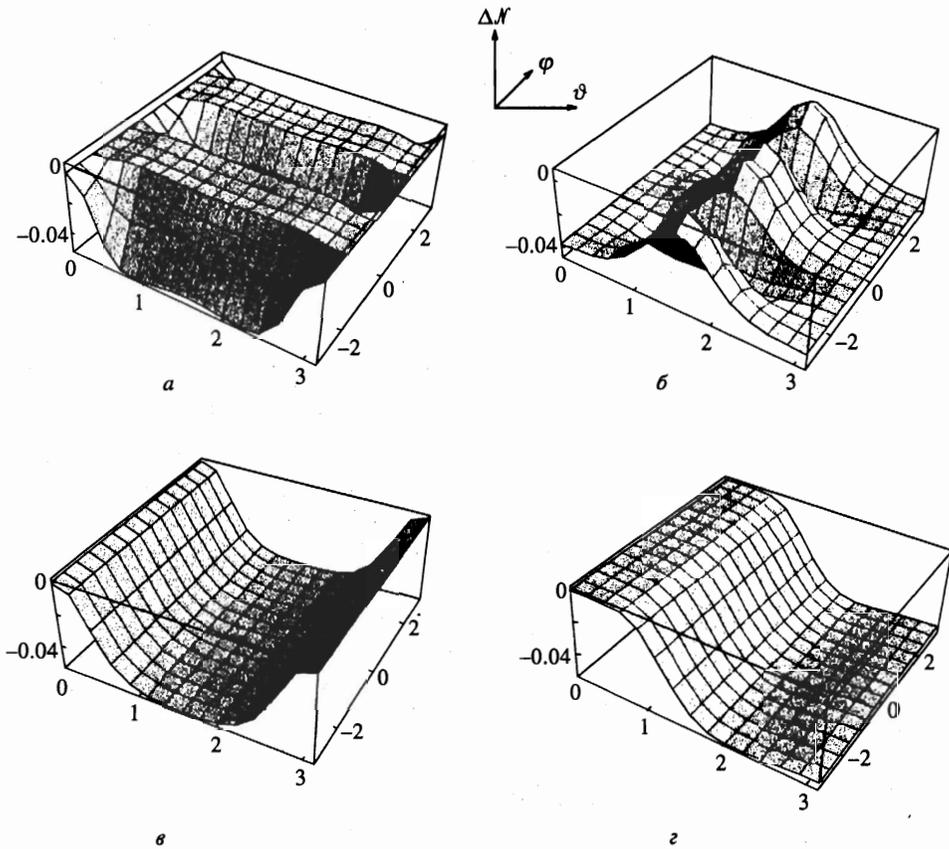


Рис. 2. Графики изменения распределения разности населенностей ΔN в зависимости от полярного φ и азимутального ϑ углов ориентации полного углового момента резонансного атома в случае одновременного резонансного воздействия когерентного и сжатого в условиях (21) электромагнитных полей. Рисунки *а* и *в* отвечают переходу в случаях линейной и круговой поляризации обоих возбуждающих полей; рисунки *б* и *г* соответствуют переходу $j + 1 \rightarrow j$. Значения параметров следующие: *а, б* — $\mathbf{l} = \mathbf{e}_z$, $N_1 = N_{-1} = M_1 = M_{-1} = 2$; *в, г* — $\mathbf{l} = -(\mathbf{e}_z - i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, $N_1 = M_1 = 2$, $N_{-1} = M_{-1} = 0$. Другие параметры: $\gamma = \gamma_{\parallel} = \gamma_0 = 1$, $\Lambda = 5$, $j \gg 1$. Область изменения углов ориентации полного углового момента: $0 \leq \vartheta \leq \pi$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$

и положено $\omega = \omega_{\Gamma} = \omega_0$.

При квазиклассическом описании углового момента сферическая компонента атомной поляризации p^q (19) дается выражением

$$p^q = -\frac{j}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \mathcal{D}_{-q\sigma}^1(0, \vartheta, 0) e^{-iq\varphi} r_{ba}(\vartheta, \varphi). \quad (30)$$

Тогда сферическую компоненту $p^1(t)$ атомной поляризации можно представить в виде

$$p^1(t) = p^1(\tau_1) \exp[-\gamma_0(t - \tau_1)] \Gamma(\xi(N_1 - |M_1|)(t - \tau_1)),$$

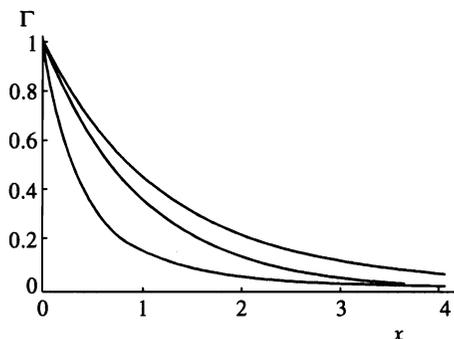


Рис. 3. Графики релаксационной функции $\Gamma(x)$ в случае максимального подавления релаксации для перехода $j \rightarrow j, j \gg 1$ (верхняя кривая), для невырожденного перехода (средняя кривая — обычная экспонента) и для переходов $j + 1 \leftrightarrow j, j \gg 1$ (нижняя кривая)

где для атомного перехода $j \rightarrow j, j \gg 1$ имеем

$$\Gamma(x) = \frac{3}{4} \left\{ -\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{\pi}(e^{-x} + 2xe^{-x})\text{Erfi}(\sqrt{x})}{2x^{3/2}} \right\}, \quad \xi = \frac{\gamma}{2},$$

а для атомного перехода $j + 1 \leftrightarrow j, j \gg 1$ —

$$\Gamma(x) = \frac{3}{8} \left\{ -\frac{1}{x}e^{-4x} + \frac{\sqrt{\pi}\text{Erf}(2\sqrt{x})}{4x^{3/2}} \right\}, \quad \xi = \frac{\gamma}{4}.$$

Здесь $\text{Erf}(z) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^z e^{-x^2} dx$ — функция ошибок, $\text{Erf}(ix) = i \text{Erfi}(x)$.

Для сравнения напомним, что в случае атомного перехода $1 \rightarrow 0$ величина $\Gamma(x)$ имеет вид простой экспоненты:

$$\Gamma(x) = e^{-x}, \quad \xi = \frac{\kappa|d_{ba}|^2}{3}.$$

Спонтанной релаксацией при переходе между резонансными уровнями всюду пренебрежено.

Таким образом, по сравнению с невырожденным случаем (и/или переходом $1 \rightarrow 0$) релаксация в сжатом поле в случае ее максимального подавления на переходе $j \rightarrow j, j \gg 1$ еще дальше ослабевает, тогда как на переходах $j + 1 \leftrightarrow j, j \gg 1$ слегка возрастает (см. рис. 3).

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты данной статьи показывают, что для обеспечения максимального подавления релаксации для одной из квадратурных компонент атомной поляризации необходимо определенным образом подбирать поляризационные состояния как возбуждающего когерентного поля, так и сжатого поля. Для каждого конкретного эксперимента в сжатом поле, где возможно проявление обнаруженного [1] эффекта подавления атомной релаксации, будь то эксперимент по изучению релаксации атомной поляризации,

либо по наблюдению спектра поглощения пробного когерентного излучения, либо экспериментальное обнаружение новых эффектов в оптической бистабильности необходимо выполнение конкретных поляризационных условий как для когерентных, так и для сжатых полей. Такие условия могут быть получены в результате расчета указанных эффектов на основе развитого в данной статье математического аппарата. Специфические требования к состоянию поляризации возбуждающих полей объясняют отсутствие на сегодняшний день убедительных экспериментов по исследованию механизмов подавления атомной релаксации сжатым полем.

Автор выражает благодарность АОЗТ «Русское золото» за материальную поддержку при проведении данного исследования.

Литература

1. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **56**, 1917 (1986).
2. H. J. Carmichael, A. S. Lane, and D. F. Walls, Phys. Rev. Lett. **58**, 2539 (1987).
3. H. Ritsch and P. Zoller, Opt. Comm. **64**, 523 (1987).
4. S. An, M. Sargent III, and D. F. Walls, Opt. Comm. **67**, 373 (1988).
5. A. S. Parkins and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **40**, 2534 (1989).
6. P. Galatola, L. A. Lugiato, M. G. Porreca, and P. Tombesi, Opt. Comm. **81**, 175 (1991).
7. J. Bergou and D. Zhao, Phys. Rev. A **52**, 1550 (1995).
8. А. М. Башаров, ЖЭТФ **108**, 842 (1995).
9. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
10. C. W. Gardiner, A. S. Parkins, and P. Zoller, Phys. Rev. A **46**, 4363 (1992).
11. C. W. Gardiner and A. S. Parkins, Phys. Rev. A **50**, 1792 (1994).
12. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Принципы нелинейной лазерной спектроскопии*, Наука, Москва (1975); *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
13. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
14. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, Москва (1990).
15. М. И. Колобов, И. В. Соколов, Опт. и спектр. **62**, 112 (1987).
16. А. М. Башаров, ЖЭТФ **101**, 1126 (1992).
17. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
18. К. А. Насыров, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **81**, 1649 (1981).