

## НАМАГНИЧИВАНИЕ ОПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ АТОМОВ ГАЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ПРОХОДЯЩИМИ СВЕТОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

*А. И. Алексеев*

*Московский государственный инженерно-физический институт  
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 июня 1996 г.

Найдены свойства матрицы плотности и мультипольных моментов ориентированных и выстроенных атомов с нулевым спином ядра, обусловленные взаимодействием с сильным резонансным ультракоротким импульсом с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  и крутовой или линейной поляризациями. Вычислена переменная светоиндуцированная намагниченность  $\mu(t')$  газа предварительно ориентированных, а также выстроенных атомов при прохождении слабого резонансного эллиптически поляризованного импульса с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ , коллинеарным  $\mathbf{k}_0$ . Доказано, что в случае ориентированных атомов величина  $\mu(t')$  является четной функцией расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  и разбивается на два слагаемых, направление которых обусловлено симметрией и определяется векторами  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$ , а также направлением вращения электрических полей соответствующих импульсов. Для выстроенных атомов вектор  $\mu(t')$  коллинеарен  $\mathbf{k}$  и первое слагаемое представляет собой четную функцию  $\omega - \omega_{ba}$ . Однако второе слагаемое является нечетной функцией  $\omega - \omega_{ba}$  и меняет направление на противоположное при замене знака  $\omega - \omega_{ba}$ , а также при изменении ориентации осей эллипса поляризации. Показано, что при последовательном прохождении серии слабых линейно поляризованных импульсов светоиндуцированная намагниченность газа ориентированных, а также выстроенных атомов разбивается на три множителя, из которых первый определяет направление и обусловлен симметрией, второй (с размерностью магнитного момента) зависит от характеристик резонансного перехода, а третий представляет собой универсальную функцию  $t'$  и  $\omega - \omega_{ba}$ , не зависящую от основных характеристик резонансного перехода. Указанные векторные множители и универсальные функции принципиально разные для ориентированных и выстроенных атомов.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах [1, 2] обнаружено намагничивание светом паров рубидия и калия в случае последовательного прохождения линейно поляризованных импульсов при наличии постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}$ , а также в отсутствие последнего ( $\mathbf{H} = 0$ ). Если принять во внимание, что для  $\mathbf{H} = 0$  намагничивание светом изотропного атомарного газа при прохождении одного линейно поляризованного импульса противоречит симметрии (см., например, [3]), то обнаруженное в [1, 2] намагничивание паров рубидия и калия последовательно проходящими линейно поляризованными импульсами при  $\mathbf{H} = 0$  представляется неординарным явлением. Намагничивание изотропного атомарного газа круговым импульсом с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  и вектором поляризации  $\mathbf{k}_{0s}$  ( $s = \pm 1$ ) при  $\mathbf{H} = 0$  согласуется с симметрией, так как в этом случае существует вещественный псевдовектор  $i[\mathbf{k}_{0s}\mathbf{k}_{0s}^*]$ , определяющий направление индуцированного магнитного момента  $\mu_{at}$  атома. В связи с этим возникает принципиальный вопрос, куда направлен псевдовектор  $\mu_{at}$ , если он индуцируется последовательно проходящими линейно поляризованными импульсами при  $\mathbf{H} = 0$ ? Для атома в постоянном магнитном

поле  $\mathbf{H}$  в [4] определены условия, при которых линейно поляризованный импульс индуцирует магнитный момент  $\mu_{at}$ , коллинеарный  $\mathbf{H}$ . Обнаруженное в экспериментах [1, 2] намагничивание атомарного газа последовательно проходящими линейно поляризованными импульсами при  $\mathbf{H} = 0$  нуждается в теоретическом обосновании.

В данной статье теоретически исследуется намагничивание газа атомов с нулевым спином ядра при последовательном прохождении ряда импульсов, резонансных частоте перехода  $\omega_{ba} = (E_b - E_a)\hbar^{-1}$ , где  $E_a$  и  $E_b$  — энергии основного и возбужденного уровней атома. Чтобы рассмотреть проблему намагничивания атомов линейно поляризованными импульсами, прежде всего решается задача об оптической поляризации атомов при прохождении сильного ультракороткого импульса с частотой  $\omega_0$ , волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  и длительностью  $\tau_0$  в условиях, когда атомными столкновениями можно пренебречь и релаксация обусловлена только вероятностью  $\gamma$  спонтанного излучения атомов в возбужденном состоянии с энергией  $E_b$  при  $\tau_0 < t$ . В области больших времен  $\gamma^{-1} \ll t$  после прохождения сильного кругового импульса с вектором поляризации  $\mathbf{l}_{k_0s}$  ( $s = \pm 1$ ) в газе образуются ориентированные атомы в стационарном состоянии, а в случае сильного линейно поляризованного импульса с вектором поляризации  $\mathbf{l}_0$  появляются выстроенные атомы. Если после этого через газ проходит слабый эллиптически поляризованный импульс с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , коллинеарным  $\mathbf{k}_0$ , а также с частотой  $\omega$  и вектором поляризации  $\mathbf{l}_{k\lambda}$  ( $\lambda = \pm 1$ ), то благодаря симметрии переменный индуцированный магнитный момент принимает вид

$$\mu_{at}^{(0)}(t') = i [\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{l}_{k\lambda}^*] C^{(0)}(t') + i [\mathbf{l}_{k_0s} \mathbf{l}_{k_0s}^*] D^{(0)}(t')$$

для предварительно ориентированного атома и

$$\mu_{at}^{(2)}(t') = i [\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{l}_{k\lambda}^*] C^{(2)}(t') + (\mathbf{k}/k) \mathbf{l}_{k\lambda}^2 \sin(2\varphi_k) D^{(2)}(t')$$

для предварительно выстроенного атома, где угол  $\varphi_k$  ( $\varphi_{-k} = -\varphi_k$ ) определяет ориентацию осей эллипса поляризации относительно вектора  $\mathbf{l}_0$ . Величины  $C^{(q)}(t')$  и  $D^{(q)}(t')$  с  $q = 0, 2$  зависят от времени  $t'$  с учетом запаздывания, а также расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$ , характеристик атома и его скорости  $\mathbf{v}$ . Из этих формул следует основополагающее утверждение, что световой импульс по-разному намагничивает предварительно ориентированный и выстроенный атомы.

Рассмотренное намагничивание атома при прохождении сильного импульса с фиксированной частотой  $\omega_0$  и последующего слабого импульса с произвольной частотой  $\omega$  и эллиптической поляризацией служит основой для решения более сложной задачи о намагничивании атома серии слабых импульсов с параллельными волновыми векторами, одинаковыми поляризацией и амплитудой, но разными частотами  $\omega$ , лежащими в окрестности частоты перехода  $\omega_{ba}$ . Полученные результаты для  $\mu_{at}^{(0)}(t')$  и  $\mu_{at}^{(2)}(t')$  дали возможность учесть максвелловское распределение  $f(v)$  атомов по скоростям  $\mathbf{v}$  при вычислении магнитного момента единицы объема газа, представляющего собой светоиндуцированную намагниченность  $\mu(t')$ . Причем для каждого последовательно проходящего слабого линейно поляризованного импульса с волновым вектором  $\mathbf{k}$  светоиндуцированная намагниченность в данной точке газа описывается одной и той же формулой, в которой начальный момент времени  $t' = 0$  связан с приходом этого импульса, а именно:

$$\mu_q(t') = -\mathbf{L}_q [V_q X_{aq}(t', \omega - \omega_{ba}) + W_q X_{bq}(t', \omega - \omega_{ba}) \exp(-\gamma t')], \quad q = 0, 2,$$

где

$$L_0 = (\mathbf{k}_0/k_0)s\beta, \quad L_2 = (\mathbf{k}/k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}).$$

Здесь величины с индексом  $q = 0$  и  $q = 2$  относятся соответственно к предварительно ориентированным при  $1 \leq 2J_a$  и выстроенным при  $1 \leq J_a$  атомам с угловым моментом  $J_a$  в основном состоянии, а  $\beta$  — единичный псевдоскаляр. Величины  $X_{aq}(t', \omega - \omega_{ba})$  и  $X_{bq}(t', \omega - \omega_{ba})$  являются универсальными функциями с четной при  $q = 0$  и нечетной при  $q = 2$  зависимостями от  $\omega - \omega_{ba}$ . Они зависят от  $\gamma$  и амплитуды слабого импульса в относительных единицах, а также от массы  $m_{at}$  и температуры  $T$  газа, входящих в наиболее вероятную скорость максвелловского распределения  $f(v)$ : Угловые моменты  $J_a$  и  $J_b$ ,  $g$ -факторы  $g_a$  и  $g_b$ , приведенный дипольный момент  $d_{ba}$  и плотность атомов  $N$  содержатся в постоянных  $V_q$  и  $W_q$  с размерностью магнитного момента, определяющих порядок величины  $\mu_q(t')$ . Векторы  $L_0$  и  $L_2$  отвечают на вопрос, куда направлена светоиндуцированная намагниченность в случае последовательного прохождения линейно поляризованных импульсов при  $\mathbf{H} = 0$ .

Найденные фундаментальные свойства светоиндуцированной намагниченности являются следствием симметрии. Их экспериментальное наблюдение можно осуществить при помощи измерения светоиндуцированной намагниченности в относительных единицах. Важнейшие характеристики резонансного перехода, такие как  $J_a$ ,  $J_b$ ,  $g_a$ ,  $g_b$  и  $d_{ba}$ , не будут влиять на эти измерения, что является привлекательным для экспериментального исследования светоиндуцированной намагниченности.

## 2. ОПТИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ АТОМА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ СИЛЬНОГО КРУГОВОГО ИМПУЛЬСА

Пусть в газе идентичных атомов распространяется круговой импульс произвольной интенсивности с вращающимся вектором электрического поля

$$E_0 = \mathbf{k}_{0s} R_0(t - t'_0) \exp [i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t - \alpha_0)] + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где

$$s = \pm 1, \quad t'_0 = t_0 + \mathbf{k}_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/\omega_0,$$

$\mathbf{k}_{0s}$  — единичный комплексный вектор поляризации, ортогональный волновому вектору  $\mathbf{k}_0$ . Вещественная амплитуда  $R_0(t - t_0)$  является медленной функцией по сравнению с  $\exp [i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)]$ . Частота  $\omega_0$  близка к частоте перехода  $\omega_{ba} = (E_b - E_a)\hbar^{-1}$ , а сдвиг фазы  $\alpha_0$  — постоянный. Уровни энергии  $E_a$  и  $E_b$  относятся к основному и возбужденному состояниям атома. Передний фронт кругового импульса проходит через граничную точку  $\mathbf{r}_0$  рассматриваемого объема газа в момент времени  $t_0$  и достигает произвольной точки  $\mathbf{r}$  внутри этого объема в момент времени  $t$  с учетом запаздывания  $\mathbf{k}_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/\omega_0$ . Вектор  $\mathbf{k}_{0s}$ , независимо от выбора правой или левой системы координат, записывается так:

$$\mathbf{k}_{0s} = 2^{-1/2}(s\mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(1)} + i\mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(2)}), \quad (2)$$

где для правокруговой и левокруговой поляризаций имеем соответственно  $s = 1$  и  $s = -1$ . Орты  $\mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(1)}$  и  $\mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(2)}$  правой части равенства (2) удовлетворяют необходимым требованиям:

$$\mathbf{k}_0 \mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(1)} = \mathbf{k}_0 \mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(2)} = \mathbf{k}_0^{(1)} \mathbf{k}_{\mathbf{k}_0}^{(2)} = 0, \quad \mathbf{l}_{-\mathbf{k}_0}^{(1)} = \mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)},$$

$$\Gamma_{-\mathbf{k}_0}^{(2)} = -\Gamma_{\mathbf{k}_0}^{(2)}, \quad [\Gamma_{\mathbf{k}_0}^{(1)}\Gamma_{\mathbf{k}_0}^{(2)}] = \mathbf{k}_0/k_0.$$

При замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  вектор (2), благодаря свойствам ортов  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)}$  и  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(2)}$ , преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0 s} \rightarrow -\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0, -s}. \quad (3)$$

Наряду с этим рассмотрим также инверсию  $x \rightarrow -x$ ,  $y \rightarrow -y$  и  $z \rightarrow -z$ , которая преобразует вектор (2) иначе:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0 s} \rightarrow \mathbf{l}_{\mathbf{k}_0, -s}. \quad (4)$$

Состояния атома, кроме энергии  $E_a$  и  $E_b$ , характеризуются квантовыми числами  $J_a$  и  $J_b$  угловых моментов  $\mathbf{J}_a$  и  $\mathbf{J}_b$ , а также проекциями  $M_a$  и  $M_b$  этих угловых моментов на ось квантования. Поэтому взаимодействие отдельного атома газа с полем (1) удобно описывать квантовомеханическими уравнениями для компонент матрицы плотности  $\rho$  в  $JM$ -представлении:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla + i\omega_{ba} + \frac{\gamma}{2}\right) \rho_{M_b M_a} = \frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M_b M'_a} \rho_{M'_a M_a} - \rho_{M_b M'_b} \mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M'_b M_a}\right), \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla + \gamma\right) \rho_{M_b M'_b} = \frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M_b M_a} \rho_{M_a M'_b} - \rho_{M_b M_a} \mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M_a M'_b}\right), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right) \rho_{M_a M'_a} = & \frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M_a M_b} \rho_{M_b M'_a} - \rho_{M_a M_b} \mathbf{E}_0 \mathbf{d}_{M_b M'_a}\right) + \\ & + \frac{\gamma(2J_b + 1)}{|d_{ba}|^2} \mathbf{d}_{M_a M_b} \rho_{M_b M'_b} \mathbf{d}_{M'_b M'_a}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\gamma = \frac{4|d_{ba}|^2 \omega_{ba}^3}{3\hbar c^3 (2J_b + 1)},$$

$\mathbf{d}_{M_b M_a}$  — матричный элемент оператора электрического дипольного момента  $\mathbf{d}$  атома,  $d_{ba}$  — приведенный дипольный момент [5, 6],  $\gamma$  — вероятность спонтанного излучения кванта  $\hbar\omega_{ba}$  изолированным атомом и  $\mathbf{v}$  — тепловая скорость атома,  $c$  — скорость света в вакууме. Слагаемое в правой части уравнения (7) с множителем  $\gamma$  описывает приход атома на основной уровень  $E_a$  из-за спонтанного излучения кванта  $\hbar\omega_{ba}$  в возбужденном состоянии с энергией  $E_b$ . В каждом произведении матриц по повторяющимся матричным индексам предполагается суммирование.

Уравнения (5)–(7) решаем в резонансном приближении при выполнении неравенства  $|\omega_0 - \omega_{ba}| \ll \omega_0$ . Матрица плотности  $\rho = \rho(t - t'_0, s)$  является функцией  $t - t'_0$ , а также зависит от параметра  $s$ . Компоненты этой матрицы плотности в момент времени  $t = t'_0$  удовлетворяют начальному условию

$$\rho_{M_b M'_b}(0, s) = \rho_{M_b M_a}(0, s) = 0,$$

$$\rho_{M_a M'_a}(0, s) = \frac{\delta_{M_a M'_a}}{2J_a + 1}. \quad (8)$$

При написании (5)–(8) мы предположили, что газ достаточно разреженный и атомные столкновения вносят пренебрежимо малый вклад в уширение уровней по сравнению с радиационной шириной  $\hbar\gamma$ . Поэтому нормировка матрицы плотности  $\text{Sp } \rho = 1$  не меняется со временем (замкнутый резонансный переход). Если атомные столкновения обуславливают появление ширины  $\hbar\gamma_a$  основного уровня  $E_a$ , то уравнения (5)–(7) и дальнейшие рассуждения справедливы в промежутке времени  $0 \leq t - t'_0 \ll \gamma_a^{-1}$  при условии  $\gamma_a \ll \gamma$ .

Предположим, что круговой импульс (1) имеет продолжительность  $\tau_0$  и является ультракоротким

$$\gamma\tau_0 \ll 1, \quad (9)$$

где  $\gamma^{-1}$  — радиационное время жизни возбужденного состояния. Тогда благодаря неравенству (9) в промежутке времени  $0 \leq t - t'_0 \leq \tau_0$  релаксацией в уравнениях (5)–(7) можно пренебречь, положив  $\gamma = 0$ . Чтобы решить эти уравнения с  $\gamma = 0$ , воспользуемся правой декартовой системой координат  $xyz$  и выберем ось  $z$  (ось квантования) коллинеарно  $\mathbf{k}_0$ , а ось  $x$  направим параллельно  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)}$ . Тогда вектор (2) примет вид

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0 s} = 2^{-1/2}(s\mathbf{l}_x + i\sigma_0\mathbf{l}_y),$$

где  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)} = \mathbf{l}_x$  и  $\sigma_0 = (\mathbf{k}_0\mathbf{l}_z)/k_0$ . Здесь  $\mathbf{l}_x$ ,  $\mathbf{l}_y$  и  $\mathbf{l}_z$  — орты декартовых осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ . После этого решение уравнений (5)–(7) можно получить при помощи методов, разработанных в [7] для двухуровневого атома без вырождения уровней и в [8] при наличии вырождения по проекциям углового момента. Окончательно решение уравнений (5)–(7) для  $\gamma = 0$  в промежутке времени  $0 \leq t - t'_0 \leq \tau_0$  с учетом начальных условий (8) запишется так:

$$\rho_{M_a M'_a}(t - t'_0, s) = \frac{1}{2J_a + 1} \left\{ 1 - \left[ B_{M_a+s}^{(s)}(t - t'_0) \right]^2 \right\} \delta_{M_a M'_a}, \quad (10)$$

$$\rho_{M_b M'_b}(t - t'_0, s) = \frac{1}{2J_a + 1} \left[ B_{M_b}^{(s)}(t - t'_0) \right]^2 \delta_{M_b M'_b}, \quad (11)$$

где

$$B_M^{(s)}(t - t'_0) = \sin \left[ \Lambda_M^{(s)} \int_0^{t-t'_0} R_0(\xi) d\xi \right], \quad (12)$$

$$\Lambda_M^{(s)} = (-1)^{J_b - M + s} \begin{pmatrix} J_b & J_a & 1 \\ M & s - M & -s \end{pmatrix} \frac{|d_{ba}|}{\hbar},$$

$$M = M_a + s, M_b.$$

Здесь  $3j$ -символ  $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & h \end{pmatrix}$  определен в [5, 6]. При вычислении величин (10)–(12) использовано, что расстройка резонанса  $\Delta_0 = \omega_0 - \omega_{ba}$  и скорость  $v$  удовлетворяют неравенству  $|\Delta_0 - \mathbf{k}_0 v| \tau_0 \ll 1$ .

После прохождения ультракороткого импульса (1) в области  $t'_0 + \tau_0 < t$  в уравнениях (5)–(7) необходимо учитывать релаксацию и искомые компоненты матрицы плотности запишутся так:

$$\rho_{M_a M'_a}(t - t'_0, s) = \rho_{M_a M'_a}(\tau_0, s) + \frac{2J_b + 1}{|d_{ba}|^2} \mathbf{d}_{M_a M_b} \rho_{M_b M'_b}(\tau_0, s) \mathbf{d}_{M'_b M'_a} \{1 - \exp[-\gamma(t - t'_0 - \tau_0)]\}, \quad (13)$$

$$\rho_{M_b M'_b}(t - t'_0, s) = \rho_{M_b M'_b}(\tau_0, s) \exp[-\gamma(t - t'_0 - \tau_0)]. \quad (14)$$

Найденное решение(10)–(14) не содержит матрицу оптической когерентности  $\rho_{M_b M_a}(t - t'_0, s)$ , так как она затухает со временем пропорционально  $\exp[-\gamma(t - t'_0 - \tau_0)/2]$  и поэтому не используется в дальнейших вычислениях в явном виде.

Если ультракороткий импульс (1) имеет прямоугольную амплитуду с постоянным значением  $R_0$  в промежутке времени  $0 \leq t - t' \leq \tau_0$ , то для любой расстройки резонанса  $\Delta_0$  и произвольной скорости  $v$  в формулах (10)–(14) вместо выражения (12) следует использовать

$$B_M^{(s)}(t - t'_0) = \frac{R_0 \Lambda_M^{(s)}}{\Omega_M^{(s)}} \sin \left[ \Omega_M^{(s)}(t - t'_0) \right], \quad (15)$$

$$\Omega_M^{(s)} = \left[ \frac{1}{4}(\Delta_0 - \mathbf{k}_0 v)^2 + R_0^2 (\Lambda_M^{(s)})^2 \right]^{1/2},$$

причем в области  $t'_0 + \tau_0 < t$  величина (15) сохраняет постоянное значение с аргументом  $t - t'_0 = \tau_0$ .

По истечении большого промежутка времени

$$\gamma^{-1} \ll t - t'_0 - \tau_0 \quad (16)$$

возбужденный уровень  $E_b$  полностью опустошается вследствие спонтанного излучения и матрица плотности  $\rho(t - t'_0, s)$  принимает постоянное значение  $\rho(\infty, s)$  со следующими компонентами

$$\rho_{M_a M'_a}(\infty, s) = \rho_{M_a}(s) \delta_{M_a M'_a}, \quad (17)$$

$$\rho_{M_b M'_b}(\infty, s) = \rho_{M_b M_a}(\infty, s) = 0, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_{M_a}(s) = & \frac{1}{2J_a + 1} \left\{ 1 - \left[ B_{M_a+s}^{(s)}(\tau_0) \right]^2 - \right. \\ & - (2J_b + 1) \sum_{\kappa M_b} (-1)^{\kappa - M_a - M_b} (2\kappa + 1) \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M_a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & J_b & \kappa \\ M_b & -M_b & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \left. \left\{ \begin{matrix} J_a & \kappa & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{matrix} \right\} \left[ B_{M_b}^{(s)}(\tau_0) \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

а  $6j$ -символ  $\left\{ \begin{matrix} a & b & c \\ d & e & h \end{matrix} \right\}$  определен в [5, 6].

Матрица плотности (17) описывает стационарное состояние атома на основном уровне  $E_a$  и имеет следующее основное свойство:

$$\rho_{-M_a, -M'_a}(\infty, s) = \rho_{M_a M'_a}(\infty, -s). \quad (20)$$

Согласно (3) при замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  меняется знак перед параметром  $s$  в формуле (19), поэтому матрица плотности (17) изменяется. Между тем в случае одновременной замены  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $s \rightarrow -s$  она сохраняется. При инверсии матричные индексы меняют знак:  $M_a = I_z J_a \rightarrow -M_a$  и  $M'_a \rightarrow -M'_a$ . Наряду с этим меняет знак параметр  $s$  в соответствии с заменой (4). Поэтому данная матрица плотности, согласно (20), не меняет своего вида при инверсии. Однако после инверсии матрица плотности (17), благодаря замене (4), описывает стационарное состояние атома, созданное круговым импульсом с вектором поляризации  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0, -s}$ , в то время как до инверсии фигурировал другой вектор поляризации  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0, s}$ .

Оптическая поляризация атома характеризуется равенством (20). Чтобы описать оптическую поляризацию атома, используют также поляризационные мультипольные моменты  $\rho_q^{(\kappa)}(J_a, s)$ , входящие в разложение матрицы плотности (17) в ряд по  $3j$ -символам согласно формулам

$$\rho_{M_a M'_a}(\infty, s) = (-1)^{J_a - M'_a} \sum_{\kappa q} \frac{2\kappa + 1}{\sqrt{2J_a + 1}} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M'_a & q \end{pmatrix} \rho_q^{(\kappa)}(J_a, s), \quad (21)$$

$$\rho_q^{(\kappa)}(J_a, s) = \sqrt{2J_a + 1} \sum_{M_a M'_a} (-1)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M'_a & q \end{pmatrix} \rho_{M_a M'_a}(\infty, s), \quad (22)$$

где  $0 \leq \kappa \leq 2J_a$  и  $-\kappa \leq q \leq \kappa$ . Мультипольные моменты ранга  $\kappa = 0, 1, 2$  описывают соответственно населенность, ориентацию и выстраивание атома на основном уровне  $E_a$ . Найденное свойство (20) матрицы плотности отражается на поведении мультипольных моментов так:

$$\rho_q^{(\kappa)}(J_a, -s) = (-1)^{\kappa} \rho_{-q}^{(\kappa)}(J_a, s), \quad q = 0. \quad (23)$$

Благодаря равенству (23) поведение мультипольных моментов произвольного ранга  $\kappa$  в случае независимых преобразований  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}$ ,  $s \rightarrow -s$  и инверсии можно описать при помощи двух равенств

$$\rho_q^{(\kappa)}(J_a, s) = \sigma_0 s \beta \rho_q^{(\kappa)}(J_a, 1) \delta_{0q} \quad \text{для } s = \pm 1, \quad \kappa - \text{нечетное}, \quad (24)$$

$$\rho_q^{(\kappa)}(J_a, s) = \rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1) \delta_{0q} \quad \text{для } s = \pm 1, \quad \kappa - \text{четное и } \kappa = 0, \quad (25)$$

где замены  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ ,  $s \rightarrow -s$  и инверсия могут выполняться по отдельности или в совокупности друг с другом. Здесь  $\beta = 1$  в правой и  $\beta = -1$  в левой системах координат.

Из (17) и (22) получаем явное выражение мультипольных моментов атома на основном уровне:

$$\rho_q^{(\kappa)}(J_a, s) = \delta_{0q} \delta_{0\kappa} - \frac{\delta_{0q}}{\sqrt{2J_a + 1}} \left\{ \sum_{M_a} (-1)^{J_a - M_a} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M_a & 0 \end{pmatrix} [B_{M_a+s}^{(s)}(\tau_0)]^2 + \right. \\ \left. + (2J_b + 1)(-1)^{J_a + J_b + \kappa} \begin{pmatrix} J_a & \kappa & J_a \\ J_b & 0 & J_b \end{pmatrix} \sum_{M_b} (-1)^{J_b - M_b} \begin{pmatrix} J_b & J_b & \kappa \\ M_b & -M_b & 0 \end{pmatrix} [B_{M_b}^{(s)}(\tau_0)]^2 \right\}, \quad (26)$$

где сумма всех слагаемых в фигурных скобках при  $\kappa = 0$  обращается в нуль, поэтому населенность на основном уровне такая же, как у невозмущенного атома  $\rho_0^{(0)}(J_a, s) = 1$  (замкнутый резонансный переход).

Оптическая поляризация атома, описываемая формулами (20) и (23)–(26), является следствием симметрии при взаимодействии с круговым импульсом, когда ось квантования коллинеарна  $\mathbf{k}_0$ . Она характеризуется одной осью аксиальной симметрии и двумя противоположными направлениями вдоль этой оси, отвечающими значениям  $s = 1$  и  $s = -1$ . Указанная ось служила осью квантования при вычислении матрицы плотности (17) и мультипольных моментов (26). Если принять во внимание вращение электрического поля  $\mathbf{E}_0$  вокруг волнового вектора  $\mathbf{k}_0$ , то оптическая поляризация атома, обусловленная круговым импульсом, характеризуется правым винтом при  $s = 1$  и левым винтом при  $s = -1$ . Такая оптическая поляризация характерна для ориентированного атома, находящегося в состоянии с  $\rho_0^{(1)}(J_a, s)$ .

### 3. ВЫСТРАИВАНИЕ АТОМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОГО ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИМПУЛЬСА

Электрический вектор  $\mathbf{E}_0$  линейно поляризованного импульса длительности  $\tau_0$  задается формулой

$$\mathbf{E}_0 = I_0 R_0(t - t'_0) \exp [i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t - \alpha_0)] + \text{c. c.}, \quad (27)$$

где единичный вещественный вектор  $\mathbf{l}_0$  удовлетворяет равенствам  $\mathbf{l}_0 = \mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)} = \mathbf{l}_{-\mathbf{k}_0}^{(1)}$  и не меняется при замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ . Другие величины в (27) совпадают с принятыми в (1). Формула (27) и указанные свойства вектора  $\mathbf{l}_0$  не зависят от выбора правой или левой системы координат.

Наряду с принятой в разд. 2 правой системой координат  $xyz$  рассмотрим другую правую систему координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  с осью  $\bar{z}$  (осью квантования) вдоль вектора  $\mathbf{l}_0$  и осью  $\bar{y}$ , параллельной оси  $y$ . Поскольку вектор  $\mathbf{l}_0$  не меняется при замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ , направление оси квантования (оси  $\bar{z}$ ) сохраняется при изменении направления  $\mathbf{k}_0$  на противоположное. Кроме того, предположим, что длительность  $\tau_0$  линейно поляризованного импульса (27) удовлетворяет неравенству (9). Тогда для такого импульса в системе координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  применимы методы вычислений [7, 8] и решением уравнений (5)–(7) с начальным условием (8) является матрица плотности  $\bar{\rho} = \bar{\rho}(t - t'_0, 0)$  с компонентами (10)–(14), в которых проведена замена

$$\rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad M_a \rightarrow \bar{M}_a, \quad M_b \rightarrow \bar{M}_b, \quad s \rightarrow 0, \quad (28)$$

где  $\bar{M}_a$  и  $\bar{M}_b$  — проекции угловых моментов на ось  $\bar{z}$ , а матрица плотности  $\bar{\rho}$  имеет индексы из совокупности  $\bar{M}_a, \bar{M}_b, \bar{M}'_a$  и  $\bar{M}'_b$ . Если провести замену (28) в формулах (17)

и (18), то получим компоненты постоянной матрицы плотности  $\bar{\rho}(\infty, 0)$  в системе координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  при больших временах (16) после прохождения ультракороткого линейно поляризованного импульса (27).

Оптическую поляризацию атома в поле (27) следует описывать в правой системе координат  $xyz$  с осью  $z$  (осью квантования), коллинеарной  $\mathbf{k}_0$ , и осью  $x$  вдоль вектора  $\mathbf{l}_0$ . В этом случае оси  $x$  и  $z$  совпадают с двумя ортогональными направлениями в пространстве, которые определяются линейно поляризованным импульсом независимо от замены  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ . Переход от системы координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  к  $xyz$  выполняется при помощи трех последовательных поворотов на углы Эйлера  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ , как это принято в [6]. Для этого сначала проводится поворот вокруг оси  $\bar{z}$  на угол  $\alpha = 0$  с переходом к новой системе координат  $x_1y_1z_1$ . Затем следует поворот вокруг новой оси  $y_1$  на угол  $\beta = -\pi/2$  с переходом к другой новой системе координат  $x_2y_2z_2$ . После этого проводится поворот вокруг оси  $z_2$  на угол  $\gamma = 0$  с переходом к избранной системе координат  $xyz$ . Если принять во внимание вычисленную в системе координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  матрицу плотности  $\bar{\rho}(\infty, 0)$  и воспользоваться законом преобразования матриц плотности при поворотах декартовых систем на углы Эйлера  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  [6], то можно получить компоненты матрицы плотности атома в стационарном состоянии при больших временах (16) в системе координат  $xyz$  с осью  $z$  (осью квантования), коллинеарной  $\mathbf{k}_0$  и осью  $x$  вдоль  $\mathbf{l}_0$  в следующем виде:

$$\rho_{M_a M'_a} = \sum_{\bar{M}_a} \bar{\rho}_{\bar{M}_a} (0) \sum_{\kappa q} (2\kappa + 1)(-1)^{J_a - \bar{M}_a} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ \bar{M}_a & -\bar{M}_a & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times (-1)^{J_a - M'_a} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M'_a & q \end{pmatrix} d_{0q}^{\kappa} \left( -\frac{\pi}{2} \right), \tag{29}$$

$$\rho_{M_b M'_b} = \rho_{M_b M_a} = 0, \tag{30}$$

где величина  $\bar{\rho}_{\bar{M}_a} (0)$  дается формулой (19) с заменой (28), а величина  $d_{0q}^{\kappa} (-\pi/2)$  является частным случаем вещественного множителя  $d_{M M'}^J (\beta)$ , входящего в  $D$ -функцию Вигнера

$$D_{M M'}^J (\alpha, \beta, \gamma) = e^{-iM\alpha} d_{M M'}^J (\beta) e^{-iM'\gamma}.$$

Матрица плотности (29) описывает стационарное состояние атома на основном уровне  $E_a$  по истечении большого промежутка времени (16) после прохождения линейно поляризованного импульса (27) и имеет свойство

$$\rho_{-M_a, -M'_a} = \rho_{M_a M'_a}. \tag{31}$$

По аналогии с (21) и (22) разложим матрицу плотности (29) в ряд:

$$\rho_{M_a M'_a} = (-1)^{J_a - M'_a} \sum_{\kappa q} \frac{2\kappa + 1}{\sqrt{2J_a + 1}} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M'_a & q \end{pmatrix} \rho_q^{(\kappa)} (J_a), \tag{32}$$

где из-за равенства (29) отличны от нуля поляризационные мультипольные моменты  $\rho_q^{(\kappa)} (J_a)$  только четного ранга  $\kappa$ , включая  $\kappa = 0$ . Эти мультипольные моменты описывают оптическую поляризацию атома и, согласно (29) и (32), имеют вид

$$\rho_q^{(\kappa)} (J_a) = \delta_{0\kappa} \delta_{0q} - \frac{1}{\sqrt{2J_a + 1}} \left\{ \sum_{M_a} (-1)^{J_a - M_a} \begin{pmatrix} J_a & J_a & \kappa \\ M_a & -M_a & 0 \end{pmatrix} \left[ B_{M_a}^{(0)} (\tau_0) \right]^2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + (2J_b + 1)(-1)^{J_a + J_b + \kappa} \left\{ \begin{matrix} J_a & \kappa & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{matrix} \right\} \times \\
 & \times \sum_{M_b} (-1)^{J_b - M_b} \left( \begin{matrix} J_b & J_b & \kappa \\ M_b & -M_b & 0 \end{matrix} \right) \left[ B_{M_b}^{(0)}(\tau_0) \right]^2 d_{0q}^{\kappa} \left( -\frac{\pi}{2} \right), \quad (33)
 \end{aligned}$$

где  $\kappa = 2n$  с  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Верхняя граница изменения  $\kappa$  в первой и второй суммах определяется неравенствами  $\kappa \leq 2J_a$  и  $\kappa \leq 2J_a, 2J_b$  соответственно. Величины  $B_M^{(0)}(\tau_0)$  с  $M = M_a, M_b$  даются формулами (12) и (15) с  $s = 0$ .

Видно, что матрица плотности (29) не меняется при замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ . В отличие от этого замена  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$  сопровождается изменением направления оси  $\bar{z}$  на противоположное в соответствии с вычислением (29) и (33). Это приводит к изменению знака угла поворота  $\beta$ , что для (29) и (33) означает замену  $-\pi/2 \rightarrow \pi/2$ . Причем после этой замены величины (29) и (33) будут относиться к системе координат  $xyz$  с той же осью  $z$ , коллинеарной  $\mathbf{k}_0$ , и осью  $x$ , антипараллельной  $\mathbf{l}_0$ . Преобразование инверсии сопровождается заменами  $M_a \rightarrow -M_a, \mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$ , а также изменением направления оси  $\bar{z}$  на противоположное. Если учесть свойство (31), то после инверсии матрица плотности не меняет своего вида.

Найденная оптическая поляризация атома является следствием симметрии. Она характеризуется двумя ортогональными осями, из которых первая ось направлена вдоль  $\mathbf{l}_0$ , а вторая ось коллинеарна  $\mathbf{k}_0$ . Эти оси служили осями квантования в системах координат  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  и  $xyz$  при вычислении величин (29) и (33). Оптическая поляризация атома, созданная линейно поляризованным импульсом, характерна для выстроенного атома.

#### 4. СВЕТОИНДУЦИРОВАННАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ ГАЗА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ АТОМОВ

Исследуем намагничивание газа предварительно ориентированных атомов при прохождении эллиптически поляризованного импульса

$$\mathbf{E} = \mathbf{l}_{k\lambda} a(t') \exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] + \text{с.с.}, \quad (34)$$

где

$$\lambda = \pm 1, \quad t' = t - \tilde{t}'_0, \quad \tilde{t}' = \tilde{t}'_0 + \mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/\omega,$$

$a(t')$  — комплексная амплитуда, являющаяся медленной функцией по сравнению с  $\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$ , и  $\tilde{t}'_0$  — момент времени входа импульса (34) в данный газ в граничной точке  $\mathbf{r}_0$ . Волновой вектор  $\mathbf{k}$  коллинеарен  $\mathbf{k}_0$ . Электрический вектор  $\mathbf{E}$  совершает правое вращение при  $\lambda = 1$  и левое вращение при  $\lambda = -1$ . Вектор эллиптической поляризации  $\mathbf{l}_{k\lambda}$  в случае правой поляризации с  $\lambda = 1$  записывается так:

$$\mathbf{l}_{k1} = \mathbf{l}_k^{(1)} \cos \psi + i\mathbf{l}_k^{(2)} \sin \psi, \quad (35)$$

а для левой поляризации с  $\lambda = -1$  имеет вид

$$\mathbf{l}_{k,-1} = -\mathbf{l}_k^{(1)} \sin \psi + i\mathbf{l}_k^{(2)} \cos \psi. \quad (36)$$

В (35) и (36) аргумент  $\psi$  принимает значения  $0 \leq \psi \leq \pi/2$ . Отношение осей эллипса поляризации в (35) и (36) равно соответственно  $\cos \psi / \sin \psi$  и  $\sin \psi / \cos \psi$ . Если  $\psi = \pi/4$ , то эллипс поляризации превращается в окружность и формулы (35) и (36) описывают правокруговую и левокруговую поляризации. Если положить  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ , то формулы (34)–(36) описывают линейно поляризованные импульсы. Единичные векторы в (35) и (36) удовлетворяют равенствам

$$\mathbf{k} \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)} = \mathbf{k} \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)} = \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)} \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)} = 0, \quad \mathbf{l}_{-\mathbf{k}}^{(1)} = \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)}, \quad \mathbf{l}_{-\mathbf{k}}^{(2)} = -\mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)}, \quad (37)$$

$$[\mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)} \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)}] = \mathbf{k}/k, \quad (38)$$

$$\mathbf{l}_{-\mathbf{k}\lambda} = \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda}^*, \quad \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda'}^* = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \lambda, \lambda' = \pm 1. \quad (39)$$

Исследование намагничивания газа в поле (34) невозможно без знания законов преобразования векторов поляризации (35) и (36) при замене  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  и инверсии. Чтобы найти эти законы, воспользуемся тем, что равенства (35)–(39) выполняются независимо от выбора правой или левой систем координат. Это позволяет при помощи равенств (37) определить преобразование векторов поляризации (35) и (36) при замене  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  в следующем виде:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \rightarrow -\mathbf{l}'_{\mathbf{k},-\lambda},$$

где для нового вектора поляризации  $\mathbf{l}'_{\mathbf{k}\lambda}$  с  $\lambda = 1$  и  $\lambda = -1$  введены обозначения

$$\begin{aligned} \mathbf{l}'_{\mathbf{k}1} &= \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)} \cos \psi' + i \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)} \sin \psi', \\ \mathbf{l}'_{\mathbf{k},-1} &= -\mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(1)} \sin \psi' + i \mathbf{l}_{\mathbf{k}}^{(2)} \cos \psi', \end{aligned} \quad (40)$$

с новым параметром  $\psi'$ , определяемым формулами

$$\psi' = \pi/2 - \psi, \quad 0 \leq \psi' \leq \pi/2,$$

а также новыми отношениями осей эллипса поляризации  $\cos \psi' / \sin \psi' = \sin \psi / \cos \psi$  и  $\sin \psi' / \cos \psi' = \cos \psi / \sin \psi$  соответственно для правой ( $\lambda = 1$ ) и левой ( $\lambda = -1$ ) поляризаций. Причем указанные отношения осей эллипсов поляризации для  $\lambda = 1$  и  $\lambda = -1$  поменялись местами друг с другом по сравнению с исходными векторами поляризации (35) и (36), которые были заданы до замены  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ . Если воспользоваться равенством (38), то при замене  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  можно также найти преобразование векторного произведения

$$\begin{aligned} i [\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda}^*] &= (\mathbf{k}/k) \lambda \sin(2\psi) \rightarrow \\ &\rightarrow i [\mathbf{l}'_{\mathbf{k},-\lambda} \mathbf{l}'_{\mathbf{k},-\lambda}^*] = -(\mathbf{k}/k) \lambda \sin(2\psi') = -(\mathbf{k}/k) \lambda \sin(2\psi). \end{aligned} \quad (41)$$

Между тем при инверсии благодаря равенствам (37) и (38) вектор поляризации преобразуется по другому закону

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \rightarrow \mathbf{l}'_{\mathbf{k},-\lambda}, \quad (42)$$

в то время как векторное произведение  $i[\mathbf{l}_{k\lambda}\mathbf{l}_{k\lambda}^*]$ , согласно (41), при инверсии преобразуется так же, как при замене  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ . Этот важный результат позволяет написать указанное векторное произведение следующим образом

$$i[\mathbf{l}_{k\lambda}\mathbf{l}_{k\lambda}^*] = (\mathbf{k}/k)\lambda\beta \sin(2\psi), \tag{43}$$

где  $\beta$  — единичный псевдоскаляр, который в правой и левой системах координат равен соответственно  $\beta = 1$  и  $\beta = -1$ . Формула (43) учитывает замены  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  и  $\lambda \rightarrow -\lambda$  и инверсию, которые могут выполняться по отдельности или в различных сочетаниях друг с другом. Согласно (43) множитель в (24), учитывающий круговые импульсы, можно записать иначе:

$$\sigma_0 s \beta = i[\mathbf{l}_{k_0 s}\mathbf{l}_{k_0 s}^*] \mathbf{l}_z,$$

где  $\mathbf{l}_z$  — орт оси квантования.

Состояние атома в поле (34) описывается матрицей плотности  $\rho(t')$ , удовлетворяющей уравнениям (5)–(7) с заменой  $\mathbf{E}_0 \rightarrow \mathbf{E}$ . Ее компоненты, недиагональные по энергии, в резонансном приближении при  $|\omega - \omega_{ba}| \ll \omega$  имеют характерный вид:

$$\rho_{M_b M_a}(t') = r_{M_b M_a}(t') \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)],$$

где  $t = t' + \tilde{t}'_0$ , так что они являются функциями  $t'$ . Кроме того, компоненты  $r_{M_b M_a}(t')$ ,  $\rho_{M_a M'_a}(t')$  и  $\rho_{M_b M'_b}(t')$  являются медленными функциями по сравнению с  $\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$  и удовлетворяют равенствам

$$\left(\frac{\partial}{\partial t'} + \mathbf{v}\nabla\right) r_{M_b M_a}(t') = \left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega}\right) \frac{d}{dt'} r_{M_b M_a}(t') = \frac{d}{dt'} r_{M_b M_a}(t'),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t'} + \mathbf{v}\nabla\right) \rho_{M M'}(t') = \frac{d}{dt'} \rho_{M M'}(t'), \quad M = M_a, M'_b,$$

где опущены малые слагаемые порядка  $v/c$ .

С учетом этих замечаний уравнения (5)–(7) в поле (34) преобразуются к более простым уравнениям:

$$\left(\frac{d}{dt'} - i\Delta + \frac{\gamma}{2}\right) r_{M_b M_a} = \frac{ia(t')}{\hbar} [\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M_b M'_a} \rho_{M'_a M_a} - \rho_{M_b M'_b} \mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M'_b M_a}], \tag{44}$$

$$\left(\frac{d}{dt'} + \gamma\right) \rho_{M_b M'_b} = \frac{i}{\hbar} [\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M_b M_a} r_{M_a M'_b} a(t') - a^*(t') r_{M_b M_a} \mathbf{l}_{k\lambda}^* \mathbf{d}_{M'_b M'_a}], \tag{45}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt'} \rho_{M_a M'_a} = & \frac{i}{\hbar} [\mathbf{l}_{k\lambda}^* \mathbf{d}_{M_a M'_b} r_{M_b M'_a} a^*(t') - a(t') r_{M_a M_b} \mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M'_b M'_a}] + \\ & + \frac{\gamma(2J_b + 1)}{|d_{ba}|^2} \mathbf{d}_{M_a M_b} \rho_{M_b M'_b} \mathbf{d}_{M'_b M'_a}, \end{aligned} \tag{46}$$

$$\Delta = \omega - \omega_{ba} - \mathbf{k}\mathbf{v}.$$

Уравнения (44)–(46) и начальные условия к ним удобно рассматривать в правой системе координат  $xyz$  с осью  $z$  (осью квантования), коллинеарной  $\mathbf{k}_0$ , и осью  $x$  вдоль

вектора  $\mathbf{l}_{\mathbf{k}_0}^{(1)}$ , так как в ней вычислялась предварительная оптическая поляризация атома. Тогда начальные условия при  $t' = 0$  примут наиболее простой вид:

$$r_{M_b M_a}(0) = 0, \quad \rho_{M_b M_b'}(0) = 0, \quad \rho_{M_a M_a'}(0) = \rho_{M_a M_a'}(\infty, s), \quad (47)$$

где правые части равенств совпадают с компонентами матриц плотности (17) и (18) предварительно ориентированного атома.

Светоиндуцированная намагниченность атомарного газа представляет собой магнитный момент единицы объема, определяемый формулой

$$\mu(t') = -\mu_B N \int f(v) \left[ g_a \mathbf{J}_{M_a' M_a} \rho_{M_a M_a'}(t') + g_b \mathbf{J}_{M_b' M_b} \rho_{M_b M_b'}(t') \right] d\mathbf{v}, \quad (48)$$

где

$$\mu_B = |e| \hbar / 2mc,$$

$$f(v) = (\sqrt{\pi} u)^{-3} \exp\left(-\frac{v^2}{u^2}\right), \quad u = \left(\frac{2\kappa_B T}{m_{at}}\right)^{1/2},$$

$\mu_B$  — магнетон Бора,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $g_a$  и  $g_b$  — гиромангнитные множители ( $g$ -факторы),  $N$  — плотность атомов газа,  $f(v)$  — распределение Максвелла,  $T$  — температура газа,  $\kappa_B$  — постоянная Больцмана,  $m_{at}$  — масса атома и  $\mathbf{J}_{M_a M_a'}$  ( $\mathbf{J}_{M_b M_b'}$ ) — матричный элемент оператора углового момента  $\mathbf{J}_a$  ( $\mathbf{J}_b$ ).

Матрицы плотности в (48) следует вычислять путем решения уравнений (44)–(46) по теории возмущений, если эллиптически поляризованный импульс (34) имеет длительность  $\tau$  и малую интенсивность. В этом случае область применимости теории возмущений в нестационарном режиме удобно написать для прямоугольного импульса (34) с постоянной амплитудой  $a$  в виде неравенства

$$\tau \ll \tau_{pmt}, \quad (49)$$

где  $\tau_{pmt}$  — время оптической накачки

$$\tau_{pmt} = 2 [(\omega - \omega_{ba} - ku)^2 + \gamma^2/4] (f^2 \gamma)^{-1},$$

$f = |d_{ba} a| \hbar^{-1}$  — частота Раби.

Согласно методу последовательных приближений теории возмущений, матрица плотности первого приближения по полю (34) является решением уравнения (44), в правой части которого использованы компоненты (47) без учета поля (34). Матрицы плотности  $\rho_{M_a M_a'}^{(2)}(t')$  и  $\rho_{M_b M_b'}^{(2)}(t')$  второго порядка по полю (34) являются решением уравнений (45) и (46), в правой части которых оставлены слагаемые, квадратичные по полю (34). Решение последних уравнений с учетом начального условия (47) запишем в короткой форме

$$\rho_{M_a M_a'}(t') = \rho_{M_a M_a'}(\infty, s) + \rho_{M_a M_a'}^{(2)}(t'), \quad \rho_{M_b M_b'}(t') = \rho_{M_b M_b'}^{(2)}(t'). \quad (50)$$

Слагаемое  $\rho_{M_a M_a'}(\infty, s)$  в (50) описывает стационарное состояние атома на основном уровне до прохождения импульса (34). Это слагаемое с учетом формул (17), (21), (24) и (48) позволяет найти постоянную светоиндуцированную намагниченность

$$\mu_a = -(\mathbf{k}_0/k_0) s \beta \mu_B N g_a \sqrt{J_a(J_a + 1)} \int f(v) \rho_0^{(1)}(J_a, 1) d\mathbf{v},$$

где мультипольный момент  $\rho_0^{(1)}(J_a, 1)$  определен в (26) при  $\kappa = 1$  и  $s = 1$ . Светоиндуцированная намагниченность  $\mu_a$  создана предшествующим сильным импульсом (1) и сохраняется во времени при прохождении последующего слабого импульса (34) в отсутствие деполяризующих столкновений.

Для исследования светоиндуцированной намагниченности в экспериментах [1, 2] световые импульсы проходили через кювету с атомарным газом, помещенную внутри приемной катушки. Переменная светоиндуцированная намагниченность атомарного газа возбуждала электрический ток в обмотке приемной катушки и создавала на ее концах разность потенциалов  $V(t')$  согласно известной формуле

$$V(t') = -C \mathbf{n} \frac{d\boldsymbol{\mu}(t')}{dt'}, \quad (51)$$

где единичный вектор  $\mathbf{n}$  коллинеарен  $\mathbf{k}$ , а постоянная  $C$  зависит от схемы эксперимента. Здесь  $\mathbf{n}$  определяет фиксированное направление, для которого измеряется поток магнитной индукции, а величина  $V(t')$  представляет собой электродвижущую силу приемной катушки. Экспериментальное исследование проекции производной  $d\boldsymbol{\mu}(t')/dt'$  на фиксированное направление  $\mathbf{n}$  позволяет изучать свойства переменной величины  $\boldsymbol{\mu}(t')$ .

Согласно (51) постоянная светоиндуцированная намагниченность  $\mu_a$  не регистрируется в экспериментах с использованием приемной катушки. Поэтому для исследования закономерностей  $\boldsymbol{\mu}(t')$  при прохождении слабого импульса (34) необходимо вычислить переменную светоиндуцированную намагниченность, обусловленную слагаемыми в (50), квадратичными по полю (34). После подстановки этих слагаемых в (48) получаем

$$\boldsymbol{\mu}(t') = \frac{\mu_B N}{\hbar^2} \int dv f(v) \left\{ g_a I^a(t') \mathbf{S} - g_b I^b(t') \mathbf{Q} - \frac{g_a(2J_b + 1)}{|d_{ba}|^2} [I^a(t') - I^b(t')] \mathbf{P} \right\} + \text{с.с.}, \quad (52)$$

где

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}_{M'_a M_a} (\mathbf{l}_{k\lambda}^* \mathbf{d}_{M_a M_b}) (\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M_b M'_a}) \rho_{M'_a M'_a}(\infty, s), \quad (53)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}_{M'_b M_b} (\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M_b M_a}) \rho_{M_a M'_a}(\infty, s) (\mathbf{l}_{k\lambda}^* \mathbf{d}_{M'_a M'_b}), \quad (54)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{J}_{M'_a M_a} \left( \mathbf{d}_{M_a M_b} (\mathbf{l}_{k\lambda} \mathbf{d}_{M_b \tilde{M}_a}) \rho_{\tilde{M}_a \tilde{M}'_a}(\infty, s) (\mathbf{l}_{k\lambda}^* \mathbf{d}_{\tilde{M}'_a M'_b}) \mathbf{d}_{M'_b M'_a} \right), \quad (55)$$

$$I^a(t') = \int_0^{t'} d\tau_2 a^*(\tau_2) \exp [(-\gamma/2 + i\Delta)\tau_2] \int_0^{\tau_2} d\tau_1 a(\tau_1) \exp [(\gamma/2 - i\Delta)\tau_1], \quad (56)$$

$$I^b(t') = \exp(-\gamma t') \int_0^{t'} d\tau_2 a^*(\tau_2) \exp [(\gamma/2 + i\Delta)\tau_2] \int_0^{\tau_2} d\tau_1 a(\tau_1) \exp [(\gamma/2 - i\Delta)\tau_1]. \quad (57)$$

Чтобы выполнить суммирование по проекциям угловых моментов в (53)–(55) введем обозначения

$$\mathbf{A} = \mathbf{l}_{k\lambda}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{l}_{k\lambda}^* \quad (58)$$

и представим векторы (53)–(55) и (58) в виде разложения в ряд по ортогональным ортам:

$$\mathbf{A} = \sum_q A_q \mathbf{I}^q, \quad \mathbf{B} = \sum_q B_q \mathbf{I}^q, \quad (59)$$

$$\mathbf{S} = \sum_{\tilde{q}} S_{\tilde{q}} \mathbf{I}^{\tilde{q}}, \quad \mathbf{Q} = \sum_{\tilde{q}} Q_{\tilde{q}} \mathbf{I}^{\tilde{q}}, \quad \mathbf{P} = \sum_{\tilde{q}} P_{\tilde{q}} \mathbf{I}^{\tilde{q}}, \quad (60)$$

где векторы  $\mathbf{I}^q$  с  $q = 0, \pm 1$  являются контрвариантными ортами [6]:

$$\mathbf{I}^{(-1)} = 2^{-1/2}(\mathbf{I}_x + i\mathbf{I}_y), \quad \mathbf{I}^{(1)} = 2^{-1/2}(-\mathbf{I}_x + i\mathbf{I}_y), \quad \mathbf{I}^{(0)} = \mathbf{I}_z.$$

При помощи теоремы Вигнера–Эккарта и правил свертывания  $3j$ -символов [5, 9] с учетом (58)–(60) получаем

$$S_{\tilde{q}} = -\delta_{0\tilde{q}} \frac{|d_{ba}|^2 J_{aa}}{\sqrt{2J_a+1}} \sum_{\kappa} (2\kappa+1) \rho_0^{(\kappa)}(J_a, s) \sum_q (-1)^q A_{-q} B_q G_a(q, \kappa), \quad (61)$$

$$Q_{\tilde{q}} = \delta_{0\tilde{q}} \frac{|d_{ba}|^2 J_{bb}}{\sqrt{2J_a+1}} \sum_{\kappa} (2\kappa+1) \rho_0^{(\kappa)}(J_a, s) \sum_q (-1)^q A_{-q} B_q G_b(q, \kappa), \quad (62)$$

$$P_{\tilde{q}} = \frac{|d_{ba}|^2 J_{aa}}{J_{bb}} (-1)^{J_a+J_b} \begin{Bmatrix} J_a & 1 & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{Bmatrix} Q_{\tilde{q}}, \quad (63)$$

$$G_a(q, \kappa) = \sum_{\kappa'} (2\kappa'+1) (-1)^\kappa \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ 0 & -q & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ q & 0 & -q \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix}, \quad (64)$$

$$G_b(q, \kappa) = \sum_{\kappa'} (2\kappa'+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ 0 & -q & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ -q & 0 & q \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_b & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix}, \quad (65)$$

$$J_{aa} = [J_a(J_a+1)(2J_a+1)]^{1/2}, \quad J_{bb} = [J_b(J_b+1)(2J_b+1)]^{1/2}.$$

Для векторов  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , ортогональных оси  $z$ , выполняется равенство

$$\sum_q (-1)^q A_{-q} B_q G_a(q, \kappa) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{AB} [G_a(1, \kappa) + G_a(-1, \kappa)] + \\ + i[\mathbf{AB}]_z [G_a(1, \kappa) - G_a(-1, \kappa)] \}, \quad (66)$$

где, благодаря (58) и (43), следует положить

$$\mathbf{AB} = 1, \quad i[\mathbf{AB}]_z = (\mathbf{I}_z \mathbf{k} / k) \lambda \beta \sin(2\psi).$$

Если учесть формулу

$$G_a(-q, \kappa) = (-1)^{\kappa+1} G_a(q, \kappa),$$

то правая часть равенства (66) равна  $G_a(1, \kappa)$  для нечетных  $\kappa$  и

$$(\mathbf{1}_z \mathbf{k}/k)\lambda\beta \sin(2\psi)G_a(1, \kappa) \tag{67}$$

для четных  $\kappa$ , включая  $\kappa = 0$ . Полученные равенства (66) и (67) справедливы также для  $G_b(q, \kappa)$  с заменой индекса  $a \rightarrow b$ . Наряду с этим необходимо учесть, что, согласно (24) и (25), мультипольные моменты  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  имеют разный вид для нечетных и четных  $\kappa$ , включая  $\kappa = 0$ . В итоге переменная светоиндуцированная намагниченность (52) в области  $0 \leq t'$  независимо от выбора системы координат принимает вид

$$\mu(t') = -(\mathbf{k}/k)\lambda\beta \sin(2\psi) \sum_{\kappa=0,2} \mu^{(\kappa)}(t') - (\mathbf{k}_0/k_0)s\beta \sum_{\kappa=1,3} \mu^{(\kappa)}(t'), \tag{68}$$

где

$$\mu^{(\kappa)}(t') = g_a D_a^{(\kappa)} M_a^{(\kappa)}(t') + g_b D_b^{(\kappa)} M_b^{(\kappa)}(t') + g_a D_{ab}^{(\kappa)} [M_a^{(\kappa)}(t') - M_b^{(\kappa)}(t')],$$

$$D_a^{(\kappa)} = 6(2\kappa + 1)\sqrt{2J_a + 1} J_{aa} G_a(1, \kappa),$$

$$D_b^{(\kappa)} = 6(2\kappa + 1)\sqrt{2J_b + 1} J_{bb} G_b(1, \kappa),$$

$$D_{ab}^{(\kappa)} = 6(2\kappa + 1)\sqrt{2J_a + 1} J_{aa} G_b(1, \kappa)(-1)^{J_a + J_b} (2J_b + 1) \left\{ \begin{matrix} J_a & 1 & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{matrix} \right\},$$

$$M_a^{(\kappa)}(t') = \frac{\mu_B N |d_{ba}|^2}{6(2J_a + 1)\hbar^2} \int f(v)\rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1)I_0^a(t')dv, \tag{69}$$

$$M_b^{(\kappa)}(t') = \frac{\mu_B N |d_{ba}|^2}{6(2J_b + 1)\hbar^2} \int f(v)\rho_0^{(\kappa)}(J_b, 1)I_0^b(t')dv, \tag{70}$$

$$I_0^a(t') = I^a(t') + I^{a*}(t'), \quad I_0^b(t') = I^b(t') + I^{b*}(t'). \tag{71}$$

Здесь величина  $I_0^a(t')$  после прохождения импульса (34) сохраняет постоянное значение  $I_0^a(\tau)$  в соответствии с (56). Между тем,  $I_0^b(t')$  из-за релаксации в (57) затухает по закону

$$I_0^b(t') = I_0^b(\tau) \exp[-\gamma(t' - \tau)], \quad \tau \leq t'. \tag{72}$$

Для ультракороткого импульса (34) при  $\gamma\tau \ll 1$  критерием применимости теории возмущений служит неравенство [8]

$$\left| \hbar^{-1} d_{ba} \int_0^\tau a(t') dt' \right|^2 \ll 1. \tag{73}$$

В этом случае зависимость  $\mu(t')$  от времени  $t'$  в области  $0 \leq t'$  определяется величинами (71), принимающими вид

$$I_0^a(t') = I_0(t'), \quad I_0^b(t') = I_0(t') \exp(-\gamma t'), \tag{74}$$

где

$$I_0(t') = \left| \int_0^{t'} a(\xi) \exp(-i\Delta\xi) d\xi \right|^2. \tag{75}$$

В формуле (68) индекс суммирования  $\kappa$  совпадает с рангом мультипольных моментов  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$ , характеризующих начальное состояние атома. Это означает, что  $\mu(t')$  зависит не только от населенности, но и от предварительной оптической поляризации атома, созданной предшествующим круговым импульсом (1). Так, первое слагаемое в (68) с  $\kappa = 0$  связано только с населенностью  $\rho_0^{(0)}(J_a, s) = 1$  основного уровня и равно

$$\begin{aligned} \mu_{\text{pop}}(t') = & -(\mathbf{k}/k)\lambda\beta \sin(2\psi) \left\{ g_a Q_a M_a^{(0)}(t') + g_b Q_b M_b^{(0)}(t') + \right. \\ & \left. + g_a Q_{ab} \left[ M_a^{(0)}(t') - M_b^{(0)}(t') \right] \right\}, \end{aligned} \quad (76)$$

где

$$\begin{aligned} Q_a = & 6^{1/2} J_{aa} (-1)^{J_a + J_b} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}, \quad Q_b = 6^{-1/2} J_{bb} (-1)^{J_a + J_b} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}, \\ Q_{ab} = & 6^{1/2} J_{aa} (2J_b + 1) \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_a & 1 & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Величина (76) совпадает со светоиндуцированной намагниченностью изотропного атомарного газа при прохождении эллиптически поляризованного импульса (34), полученной в [3], если там положить  $N_a = N$ ,  $N_b = \gamma_a = 0$ ,  $\gamma_b = \gamma$  и  $\gamma_{ba} = \gamma/2$ .

Второе слагаемое в (68) с  $\kappa = 2$  учитывает предварительную оптическую поляризацию атома, характеризуемую одной компонентой мультипольного момента  $\rho_0^{(2)}(J_a, s)$ . Состояние атома с  $\rho_0^{(2)}(J_a, s)$  имеет полную вращательную симметрию относительно оси  $z$ , коллинеарной  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$ . Согласно (25) это состояние атома не меняется при инверсии и заменах  $k_0 \rightarrow -k_0$  и  $s \rightarrow -s$ . Указанные свойства имеет также состояние атома с  $\rho_0^{(0)}(J_a, s)$ . Поэтому слагаемые в (68) с  $\kappa = 0, 2$  не зависят от ориентации осей эллипса поляризации импульса (34). В соответствии с симметрией атома в состояниях с  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  при  $\kappa = 0, 2$  и свойствами поля (34) первые два слагаемые в (68) с  $\kappa = 0, 2$  пропорциональны единственному псевдовектору (43), который инвариантен относительно независимых замен  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $s \rightarrow -s$  и обращается в нуль для линейно поляризованных импульсов, описываемых формулами (34) и (35) при  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или формулами (34) и (36) при  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ .

Наибольший интерес представляют слагаемые в (68) с  $\kappa = 1, 3$ . Они учитывают предварительную оптическую поляризацию атома при помощи мультипольных моментов  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  с  $\kappa = 1, 3$ . Эта оптическая поляризация характерна для ориентированного атома. Состояния атома с  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  при  $\kappa = 1, 3$  имеют полную вращательную симметрию относительно оси  $z$ , коллинеарной  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$ . Поэтому данные слагаемые в (68) с  $\kappa = 1, 3$  не зависят от ориентации осей эллипса поляризации импульса (34). Однако, величины  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  с  $\kappa = 1, 3$ , согласно (24), меняют знак при инверсии и заменах  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $s \rightarrow -s$ . В этой связи слагаемые в (68) с  $\kappa = 1, 3$  выражаются через единственный псевдовектор

$$i [\mathbf{l}_{k_0 s} \mathbf{l}_{k_0 s}^*] = (\mathbf{k}_0/k_0) s \beta, \quad (77)$$

учитывающий изменение атомных состояний при инверсии и независимых заменах  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $s \rightarrow -s$ . Особо следует отметить, что эти слагаемые отличны от нуля при прохождении линейно поляризованных импульсов (34) с вектором поляризации (35) при  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или (36) при  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ .

Отличительной особенностью светоиндуцированной намагниченности (68) служит также характерная зависимость от расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  при использовании в (34) амплитуды

$$a(t') = a_0(t') \exp(-i\alpha) \tag{78}$$

с вещественными  $a_0(t')$  и  $\alpha$ , для которых величины  $I_0^a(t')$  и  $I_0^b(t')$  являются четными функциями  $\Delta$ . Для амплитуды (78) светоиндуцированная намагниченность (68) является четной функцией  $\omega - \omega_{ba}$ , если зависимость от  $k\mathbf{v}$  в (71) пренебрежимо мала или величина  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1)$  представляет собой четную функцию скорости  $v$ . Последнее реализуется, например, при строгом резонансе  $\omega_0 = \omega_{ba}$  для предшествующего сильного импульса. В этом случае замена переменной интегрирования  $v \rightarrow -v$  в (69) и (70) приводит к желаемому результату.

### 5. СВЕТОИНДУЦИРОВАННАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ ГАЗА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ВЫСТРОЕННЫХ АТОМОВ

В газе предварительно выстроенных атомов имеются два выделенных ортогональных направления, определяемых векторами  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{l}_0$ . Поэтому при распространении импульса (34) коллинеарно  $\mathbf{k}_0$  необходимо задать ориентацию осей эллипса поляризации при помощи формулы

$$[\mathbf{l}_0 \mathbf{l}_k^{(1)}] = (k/k) \sin \varphi_k, \tag{79}$$

где за положительное взято направление отсчета угла  $\varphi_k$  от орта  $\mathbf{l}_0$  к орту  $\mathbf{l}_k^{(1)}$  по часовой стрелке, если смотреть вдоль  $\mathbf{k}$  (рис. 1). Видно, что угол  $\varphi_k$  является псевдоскаляром, который при инверсии преобразуется как  $\varphi_k \rightarrow -\varphi_k$ . Кроме того, благодаря равенству  $\mathbf{l}_{-k}^{(1)} = \mathbf{l}_k^{(1)}$ , угол  $\varphi_k$  меняет знак при замене  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ , т. е.  $\varphi_{-k} = -\varphi_k$ . Псевдовектор (79) имеет принципиальное значение в данной задаче, так как позволяет определить направление  $\mu(t')$ .

Ориентация ортов  $\mathbf{l}_k^{(1)}$  и  $\mathbf{l}_k^{(2)}$  относительно вектора  $\mathbf{l}_0$  на рис. 1 установлена независимо от выбора правой или левой системы координат. Однако вычисление светоиндуцированной намагниченности (48) рационально проводить в правой системе координат  $xyz$

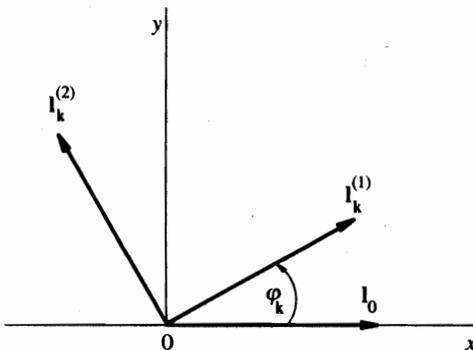


Рис. 1. Ориентация осей эллипса поляризации ( $\mathbf{l}_k^{(1)}$  и  $\mathbf{l}_k^{(2)}$ ) относительно вектора поляризации  $\mathbf{l}_0$  в плоскости, перпендикулярной направлению распространения световых импульсов. Орт  $\mathbf{l}_k^{(1)}$  служит также вектором поляризации в случае линейно поляризованного импульса

с осью  $z$ , коллинеарной  $\mathbf{k}_0$ , и осью  $x$  вдоль  $\mathbf{l}_0$ , так как в ней задано выстраивание атома при помощи формул (29) и (33). Тогда, согласно рис. 1, ориентация осей эллипса поляризации импульса (34) задается следующим образом:

$$\mathbf{l}_k^{(1)} = l_x \cos \varphi_k + l_y \sigma_k \sin \varphi_k, \quad (80)$$

$$\mathbf{l}_k^{(2)} = -l_x \sin \varphi_k + l_y \sigma_k \cos \varphi_k, \quad (81)$$

где  $\sigma_k = (\mathbf{l}_z \mathbf{k})/k$  и выполнены требования (37)–(39). Правая и левая поляризации описываются векторами (35) и (36), которые после подстановки векторов (80) и (81) записываются следующим образом:

$$\mathbf{l}_{k1} = l_x (\cos \varphi_k \cos \psi - i \sin \varphi_k \sin \psi) + l_y \sigma_k (\sin \varphi_k \cos \psi + i \cos \varphi_k \sin \psi), \quad (82)$$

$$\mathbf{l}_{k,-1} = -l_x (\cos \varphi_k \sin \psi + i \sin \varphi_k \cos \psi) - l_y \sigma_k (\sin \varphi_k \sin \psi - i \cos \varphi_k \cos \psi), \quad (83)$$

где векторы (82) и (83) образуют единый вектор поляризации  $\mathbf{l}_{k\lambda}$ , описывающий правую ( $\lambda = 1$ ) и левую ( $\lambda = -1$ ) поляризации импульса (34) с повернутыми на угол  $\varphi_k$  осями эллипса поляризации.

Чтобы вычислить светоиндуцированную намагниченность (48) газа предварительно выстроенных атомов при распространении импульса (34) с векторами поляризации (82) и (83), необходимо решить уравнения (44)–(46) с начальными условиями при  $t' = 0$  в виде

$$r_{M_b M_a}(0) = 0, \quad \rho_{M_b M'_b}(0) = 0, \quad \rho_{M_a M'_a}(0) = \rho_{M_a M_a}, \quad (84)$$

где правые части равенств совпадают с компонентами матриц плотности (29) и (30) предварительно выстроенного атома. Для слабой интенсивности импульса (34), отвечающей неравенству (49), решение уравнений (44)–(46) методом последовательных приближений с учетом начальных условий (84) имеет вид

$$\rho_{M_a M'_a}(t') = \rho_{M_a M_a} + \rho_{M_a M'_a}^{(2)}(t'), \quad \rho_{M_b M'_b}(t') = \rho_{M_b M'_b}^{(2)}(t'), \quad (85)$$

где слагаемое  $\rho_{M_a M'_a}$ , согласно (29), описывает невозмущенное состояние предварительно выстроенного атома. Оно не дает вклада в светоиндуцированную намагниченность (48), так как в разложении матрицы плотности  $\rho_{M_a M'_a}$  в ряд по  $3j$ -символам (32) отсутствует слагаемое с мультипольным моментом первого ранга. Таким образом, в газе предварительно выстроенных атомов, в отличие от газа предварительно ориентированных атомов, до прохождения слабого импульса (34) намагничивание отсутствует. Здесь переменная светоиндуцированная намагниченность (48) зависит только от слагаемых в (85), квадратичных по полю (34). После суммирования по проекциям угловых моментов с учетом обозначений (58)–(60) она записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu(t') = & \frac{\mu_B N}{\hbar^2} \int d\nu f(\nu) \sum_{\kappa \bar{q} \bar{q}'} \tilde{I}^{\bar{q}} \left\{ g_a F_q^{(\kappa)}(\bar{q}) I^a(t') - g_b H_q^{(\kappa)}(\bar{q}) I^b(t') - \right. \\ & \left. - \frac{g_a J_{aa}}{J_{bb}} H_q^{(\kappa)}(\bar{q}) (-1)^{J_a + J_b} (2J_b + 1) \left\{ \begin{matrix} J_a & 1 & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{matrix} \right\} [I^a(t') - I^b(t')] \right\} + \text{с.с.}, \quad (86) \end{aligned}$$

где

$$F_q^{(\kappa)}(\bar{q}) = \frac{|d_{ba}|^2 J_{aa}}{\sqrt{2J_a + 1}} (-1)^{q+\bar{q}} (2\kappa + 1) \rho_q^{(\kappa)}(J_a) \sum_{\kappa' q' q''} (2\kappa' + 1) (-1)^{q'} A_{q'} B_{q''} \times \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ -\bar{q} & q'' & q + q' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ q' & q & -q - q' \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{matrix} \right\}, \quad (87)$$

$$H_q^{(\kappa)}(\bar{q}) = \frac{|d_{ba}|^2 J_{bb}}{\sqrt{2J_a + 1}} (-1)^{q+\bar{q}} (2\kappa + 1) \rho_q^{(\kappa)}(J_a) \sum_{\kappa' q' q''} (2\kappa' + 1) (-1)^{q''} A_{q'} B_{q''} \times \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ -\bar{q} & q' & q + q'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ -q'' & -q & q + q'' \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_b & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & \kappa & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{matrix} \right\}. \quad (88)$$

В (86) индекс суммирования  $\kappa$  совпадает с рангом мультипольных моментов  $\rho_q^{(\kappa)}(J_a)$ , связанных с начальным состоянием атома. Поэтому  $\kappa$  принимает четные значения, включая  $\kappa = 0$ . Область суммирования по  $\kappa$  и  $\kappa'$  в (86)–(88) вытекает из свойств  $3j$ -символов и  $6j$ -символов и определяется неравенствами

$$0 \leq \kappa' \leq 2, \quad 0 \leq \kappa \leq 2, \quad \kappa \leq 2J_a,$$

а также неравенством  $\kappa \leq 2J_b$  для третьего слагаемого в (86).

Благодаря свойствам  $3j$ -символов и ортогональности векторов **A** и **B** оси  $z$  слагаемые в (86) с  $q = 0$  и  $\kappa = 0, 2$  отличны от нуля только для  $\bar{q} = 0$ . Эти слагаемые вычисляются так же, как для ориентированных атомов, поэтому суммы по индексу  $\kappa$  для основных величин (87) и (88) в случае  $q = 0$  принимают вид

$$\sum_{\kappa=0,2} F_0^{(\kappa)}(\bar{q}) = S_{\bar{q}}, \quad \sum_{\kappa=0,2} H_0^{(\kappa)}(\bar{q}) = Q_{\bar{q}}, \quad (89)$$

где  $S_{\bar{q}}$  и  $Q_{\bar{q}}$  даются формулами (61) и (62) с заменой  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s) \rightarrow \rho_0^{(\kappa)}(J_a)$ , которая означает переход от ориентированного атома к выстроенному атому.

Чтобы вычислить оставшиеся слагаемые в (86) с  $q \neq 0$  и  $\kappa = 2$ , воспользуемся равенствами

$$\rho_{\pm 1}^{(2)}(J_a) = 0, \quad \rho_{-2}^{(2)}(J_a) = \rho_2^{(2)}(J_a),$$

которые вытекают из свойств величины  $d_{0q}^{\kappa}(\pm\pi/2)$  с  $\kappa = 2$  и  $q = \pm 1, \pm 2$ . Кроме того, примем во внимание свойства  $3j$ -символов, приводящие в формулах (87) и (88) с  $\kappa = 2$  к следующим требованиям:

$$\bar{q} = q + q' + q'', \quad |q + q'| \leq \kappa', \quad |q + q''| \leq \kappa', \quad \kappa' = 1, 2.$$

Эти требования для  $q' = \pm 1$  и  $q'' = \pm 1$  выполняются только в том случае, если  $\bar{q} = 0$ ,  $q' = q'' = \pm 1$  и  $q = -2q'$ . Поэтому суммы основных величин (87) и (88) с  $\kappa = 2$  и  $q \neq 0$  принимают вид

$$\sum_{q=\pm 2} F_q^{(2)}(\bar{q}) = \delta_{0\bar{q}} \frac{5|d_{ba}|^2 J_{aa}}{\sqrt{2J_a + 1}} \rho_2^{(2)}(J_a) (A_{-1} B_{-1} - A_1 B_1) F, \quad (90)$$

$$\sum_{q=\pm 2} H_q^{(2)}(\bar{q}) = -\delta_{0\bar{q}} \frac{5|d_{ba}|^2 J_{bb}}{\sqrt{2J_a + 1}} \rho_2^{(2)}(J_a) (A_{-1} B_{-1} - A_1 B_1) H, \quad (91)$$

где

$$F = \sum_{\kappa'} (2\kappa' + 1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \kappa' \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix},$$

$$H = \sum_{\kappa'} (2\kappa' + 1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \kappa' \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \kappa' \\ J_b & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & \kappa' \\ J_a & J_b & J_a \end{Bmatrix}.$$

Используя явный вид векторов **A** и **B** в случае повернутых осей эллипсов поляризации, согласно (82) и (83) находим

$$A_{-1}B_{-1} - A_1B_1 = i(A_xB_y + A_yB_x) = i\sigma_k\lambda \cos(2\psi) \sin(2\varphi_k), \quad (92)$$

где

$$\lambda \cos(2\psi) = I_{k\lambda}^2, \quad \lambda = \pm 1.$$

После умножения на  $I^{(0)} = I_z$  формула (92) помогает решить проблему о направлении  $\mu(t')$  в данной задаче. Появление удвоенного угла  $2\varphi_k$  по сравнению с (79) является следствием симметрии. Для выстроенного атома только одна из двух ортогональных осей симметрии имеет заданное направление  $I_0$ . Направление третьей оси, ортогональной к указанным двум, равноправно. Поэтому светоиндуцированная намагниченность  $\mu(t')$  не должна меняться при выборе вектора  $I_k^{(1)}$  параллельно или антипараллельно этой третьей оси. Этим двум направлениям вектора  $I_k^{(1)}$  отвечают повороты на углы  $\varphi_k = \pi/2$  и  $\varphi_k = -\pi/2$ . Инвариантность  $\mu(t')$  относительно таких поворотов выполняется благодаря  $\sin(2\varphi_k)$ . Полученные результаты (89)–(92) дают возможность написать светоиндуцированную намагниченность (86) газа предварительно выстроенных атомов следующим образом:

$$\mu(t') = -(\mathbf{k}/k)\lambda\beta \sin(2\psi) \sum_{\kappa=0,2} \mu_0^{(\kappa)}(t') - (\mathbf{k}/k)\lambda \cos(2\psi) \sin(2\varphi_k) \mu_2^{(2)}(t'), \quad (93)$$

где

$$\mu_0^{(\kappa)}(t') = g_a D_a^{(\kappa)} M_{a0}^{(\kappa)}(t') + g_b D_b^{(\kappa)} M_{b0}^{(\kappa)}(t') + g_a D_{ab}^{(\kappa)} [M_{a0}^{(\kappa)}(t') - M_{b0}^{(\kappa)}(t')], \quad \kappa = 0, 2,$$

$$\mu_2^{(2)}(t') = g_a D_a M_{a2}^{(2)}(t') + g_b D_b M_{b2}^{(2)}(t') + g_a D_{ab} [M_{a2}^{(2)}(t') - M_{b2}^{(2)}(t')],$$

$$D_a = 30\sqrt{2J_a + 1} J_{aa} F, \quad D_b = 30\sqrt{2J_a + 1} J_{bb} H,$$

$$D_{ab} = 30\sqrt{2J_a + 1} J_{aa} H (-1)^{J_a + J_b} (2J_b + 1) \begin{Bmatrix} J_a & 1 & J_a \\ J_b & 1 & J_b \end{Bmatrix},$$

$$M_{aq}^{(\kappa)}(t') = \frac{\mu_B N |d_{ba}|^2}{6(2J_a + 1)\hbar^2} \int f(v) \rho_q^{(\kappa)}(J_a) I_q^a(t') dv, \quad \kappa, q = 0, 2,$$

$$M_{bq}^{(\kappa)}(t') = \frac{\mu_B N |d_{ba}|^2}{6(2J_a + 1)\hbar^2} \int f(v) \rho_q^{(\kappa)}(J_a) I_q^b(t') dv, \quad \kappa, q = 0, 2,$$

$$I_2^a(t') = i [I^{a*}(t') - I^a(t')], \quad I_2^b(t') = i [I^{b*}(t') - I^b(t')]. \quad (94)$$

Величины (94) определены в области  $0 \leq t'$ , однако после прохождения импульса (34) они принимают характерный вид:

$$I_2^a(t') = I_2^a(\tau), \quad I_2^b(t') = I_2^b(\tau) \exp[-\gamma(t' - \tau)], \quad \tau \leq t'.$$

В случае ультракороткого импульса, удовлетворяющего неравенствам  $\gamma\tau \ll 1$  и (73), для величин (94) справедливы соотношения

$$I_2^a(t') = I_2(t'), \quad I_2^b(t') = I_2(t') \exp(-\gamma t'), \quad 0 \leq t', \quad (95)$$

где

$$I_2(t') = i \left[ \int_0^{t'} d\tau_2 a(\tau_2) \exp(-i\Delta\tau_2) \int_0^{\tau_2} d\tau_1 a^*(\tau_1) \exp(i\Delta\tau_1) - \int_0^{t'} d\tau_2 a^*(\tau_2) \exp(i\Delta\tau_2) \int_0^{\tau_2} d\tau_1 a(\tau_1) \exp(-i\Delta\tau_1) \right]. \quad (96)$$

Окончательная формула (93) сохраняет свой вид для правой и левой систем координат. Она содержит мультипольные моменты  $\rho_q^{(\kappa)}(J_a)$  с  $\kappa = 0, 2$  и  $q = 0, \pm 2$  начального состояния атома, созданного сильным линейно поляризованным импульсом (27). Причем состояния атома с  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a)$  при  $\kappa = 0, 2$  имеют аксиальную симметрию относительно оси  $z$ , коллинеарной  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$ . Поэтому слагаемые в (93) с  $\kappa = 0, 2$  и  $q = 0$  не зависят от ориентации осей эллипса поляризации. Кроме того, состояния атома с  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a)$  для  $\kappa = 0, 2$  не меняются при инверсии и замене  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ , а также при замене  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$  из-за равенств  $d_{00}^{(0)}(\pm\pi/2) = 1$  и  $d_{00}^{(2)}(\pm\pi/2) = -1/2$ . Из указанных свойств начальных состояний атома с  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a)$  при  $\kappa = 0, 2$  вытекает, что в случае слабого импульса (34) существует единственный псевдовектор (43), инвариантный относительно замен  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$ . Этот псевдовектор обращается в нуль для линейно поляризованного импульса (34) с вектором поляризации (35) при  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или (36) при  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ . Здесь для первого слагаемого в (93) с  $\kappa = 0$  справедлива формула (76) и комментарии к ней с учетом  $\rho_0^{(0)}(J_a) = 1$ .

Последнее слагаемое в (93) с  $\rho_2^{(2)}(J_a)$  учитывает предварительное выстраивание атома, которое не зависит от замен  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$ . Здесь ориентация осей эллипса поляризации имеет решающее значение. В условиях данной симметрии существует псевдовектор  $(\mathbf{k}/k) \sin(2\varphi_k)$ , который инвариантен относительно замен  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$ ,  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{l}_0 \rightarrow -\mathbf{l}_0$  и  $\lambda \rightarrow -\lambda$ . Для амплитуды (78) последнее слагаемое в (93) является нечетной функцией  $\omega - \omega_{ba}$ , если зависимостью от  $\mathbf{k}\mathbf{v}$  в (94) можно пренебречь или  $\rho_2^{(2)}(J_a)$  представляет собой четную функцию скорости  $\mathbf{v}$ . Кроме того, оно равно нулю для кругового импульса с  $\psi = \pi/4$  и отлично от нуля для линейной поляризации, характеризуемой вектором (35) с  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или (36) с  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ .

## 6. НАМАГНИЧИВАНИЕ ГАЗА СЕРИЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Чтобы экспериментально изучить зависимость  $\mu(t')$  от времени  $t'$  и расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  при неизменных начальных условиях, необходимо через исследуемый

газ последовательно пропускать серию импульсов с одинаковыми поляризацией и амплитудой, но разными частотами  $\omega$ , лежащими в окрестности частоты перехода  $\omega_{ba}$ . Причем каждый последующий импульс должен проходить через газ при одних и тех же начальных условиях (47) или (84). Это возможно только в том случае, если начальные условия созданы сильным ультракоротким импульсом, а последующие импульсы являются слабыми. Последние должны быть задержаны на промежуток времени, больше чем  $\gamma^{-1}$ , чтобы возбужденное состояние атома от сильного импульса затухло до прихода серии слабых импульсов. Тогда каждый слабый импульс будет вносить поправку в начальные условия для матрицы плотности, пропорциональную квадрату слабого поля. Такими поправками в начальных условиях в рамках теории возмущений можно пренебречь при прохождении серии слабых импульсов со сдвинутыми частотами  $\omega$ . Поэтому светоиндуцированная намагниченность  $\mu(t')$  в произвольной точке газа для каждого слабого импульса будет описываться одной и той же формулой (68) или (93), в которой начальный момент времени  $t' = 0$  связан с приходом этого импульса. Кроме того, чтобы предыдущий слабый импульс не искажал переменную светоиндуцированную намагниченность последующего импульса, они должны быть разделены промежутком времени, большими, чем  $\gamma^{-1}$ . В данной схеме сканирования частоты  $\omega$  слабый импульс создает остаточную постоянную намагниченность. Однако последняя не дает вклада в электродвижущую силу приемной катушки (51) и поэтому не отражается на результатах экспериментального исследования переменной светоиндуцированной намагниченности, созданной отдельным слабым импульсом.

Из сказанного вытекает, что для экспериментального исследования выгодно использовать сильный ультракороткий импульс с круговой или линейной поляризацией, а также частотой  $\omega_0$  и длительностью  $\tau_0$ , удовлетворяющими неравенству  $|\omega_0 - \omega_{ba} - k_0 u| \tau_0 \ll 1$ , чтобы мультипольные моменты  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, s)$  и  $\rho_q^{(\kappa)}(J_a)$  оптически поляризованных атомов не зависели от скорости  $v$ . Кроме того, удобно использовать серию слабых импульсов с длительностью (49) и амплитудой (78), обычно используемой в экспериментах. Причем в принципиальном отношении наиболее интересны линейно поляризованные импульсы (34) с вектором поляризации (35) при  $\lambda = 1$  и  $\psi = 0$  или (36) при  $\lambda = -1$  и  $\psi = \pi/2$ , поскольку для них зависимость от симметрии в данной задаче проявляется наиболее ярко. В указанных условиях переменные светоиндуцированные намагниченности (68) и (93), созданные линейно поляризованным импульсом с вектором поляризации  $\mathbf{k}_k^{(1)}$  (см. рис. 1) при  $0 \leq t'$ , записываются следующим образом:

$$\mu(t') = -(\mathbf{k}_0/k_0) s \beta [V_0 X_{a0}(t', \omega - \omega_{ba}) + W_0 X_{b0}(t', \omega - \omega_{ba}) \exp(-\gamma t')], \quad 1 \leq 2J_a, \quad (97)$$

для предварительно ориентированных атомов и

$$\mu(t') = -(\mathbf{k}/k) \sin(2\varphi_k) [V_2 X_{a2}(t', \omega - \omega_{ba}) + W_2 X_{b2}(t', \omega - \omega_{ba}) \exp(-\gamma t')], \quad 1 \leq J_a, \quad (98)$$

для предварительно выстроенных атомов, где

$$X_{a0}(t', \omega - \omega_{ba}) = 2(\tau a_0)^{-2} \int dv f(v) \int_0^{t'} d\xi \int_0^\xi d\eta a_0(\xi) a_0(\eta) \times \\ \times \exp[-\gamma(\xi - \eta)/2] \cos[\Delta(\xi - \eta)], \quad (99)$$

$$X_{b0}(t', \omega - \omega_{ba}) = 2(\tau a_0)^{-2} \int dv f(v) \int_0^{t'} d\xi \int_0^\xi d\eta a_0(\xi) a_0(\eta) \times \\ \times \exp[\gamma(\xi + \eta)] \cos[\Delta(\xi - \eta)], \quad (100)$$

$$X_{a2}(t', \omega - \omega_{ba}) = 2(\tau a_0)^{-2} \int dv f(v) \int_0^{t'} d\xi \int_0^\xi d\eta a_0(\xi) a_0(\eta) \times \\ \times \exp[-\gamma(\xi - \eta)/2] \sin[\Delta(\xi - \eta)], \quad (101)$$

$$X_{b2}(t', \omega - \omega_{ba}) = 2(\tau a_0)^{-2} \int dv f(v) \int_0^{t'} d\xi \int_0^\xi d\eta a_0(\xi) a_0(\eta) \times \\ \times \exp[\gamma(\xi + \eta)] \sin[\Delta(\xi - \eta)], \quad (102)$$

$$V_0 = g_a M \sum_{\kappa=1,3} \rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1) \left( D_a^{(\kappa)} + D_{ab}^{(\kappa)} \right),$$

$$W_0 = M \sum_{\kappa=1,3} \rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1) \left( g_b D_b^{(\kappa)} - g_a D_{ab}^{(\kappa)} \right),$$

$$V_2 = g_2 M \rho_2^{(2)}(J_a) (D_a + D_{ab}),$$

$$W_2 = M \rho_2^{(2)}(J_a) (g_b D_b - g_a D_{ab}),$$

$$M = \frac{\mu_B N |d_{ba}|^2 (a_0 \tau)^2}{6(2J_a + 1) \hbar^2}.$$

Здесь  $a_0$  — наибольшее значение амплитуды  $a_0(t')$  в форме (78), а величины (99)–(102) являются универсальными функциями  $t'$  и  $\omega - \omega_{ba}$ .

Из (97) и (98) видно, что для предварительно ориентированных атомов (97) вектор  $\mu(t')$  является четной функцией  $\omega - \omega_{ba}$  и меняет направление на противоположное при независимых заменах  $\mathbf{k}_0 \rightarrow -\mathbf{k}_0$  и  $s \rightarrow -s$ . Однако для предварительно выстроенных атомов (98) вектор  $\mu(t')$  является нечетной функцией  $\omega - \omega_{ba}$  и меняет направление на противоположное при замене знака расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  и когда угол  $\varphi_{\mathbf{k}}$  проходит значения  $0, \pm\pi/2$  и  $\pm\pi$ , при этом  $\mu(t')$  пропорционален  $\sin(2\varphi_{\mathbf{k}})$ . Указанные закономерности являются фундаментальными, так как они обусловлены симметрией. Эти закономерности устанавливают направление  $\mu(t')$  при прохождении через атомарный газ серии линейно поляризованных импульсов.

Электродвижущая сила приемной катушки (51) также выражается через универсальные функции:

$$U(t') = (\mathbf{n}\mathbf{k}_0/k_0) s \beta \left\{ U_0 Y_{a0}(t', \omega - \omega_{ba}) + \right. \\ \left. + \tilde{U}_0 [Y_{b0}(t', \omega - \omega_{ba}) - \gamma \tau X_{b0}(t', \omega - \omega_{ba})] \exp(-\gamma t') \right\}, \quad 1 \leq 2J_a, \quad (103)$$

для предварительно ориентированных атомов и

$$U(t') = (\mathbf{n}\mathbf{k}/k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}) \left\{ U_2 Y_{a2}(t', \omega - \omega_{ba}) + \right. \\ \left. + \tilde{U}_2 [Y_{b2}(t', \omega - \omega_{ba}) - \gamma \tau X_{b2}(t', \omega - \omega_{ba})] \exp(-\gamma t') \right\}, \quad 1 \leq J_a, \quad (104)$$

для предварительно выстроенных атомов, где

$$Y_{aq}(t', \omega - \omega_{ba}) = \tau dX_{aq}(t', \omega - \omega_{ba})/dt', \quad (105)$$

$$Y_{bq}(t', \omega - \omega_{ba}) = \tau dX_{bq}(t', \omega - \omega_{ba})/dt', \quad (106)$$

$$U_q = CV_q\tau^{-1}, \quad \tilde{U}_q = CW_q\tau^{-1}, \quad q = 0, 2.$$

Если в момент времени  $t' = \tau$  амплитуда обращается в нуль  $a_0(\tau) = 0$ , то универсальные функции (105) и (106) при  $\tau \leq t'$  равны нулю, а другие (99)–(102) при  $\tau \leq t'$  сохраняют постоянные значения с моментом времени  $t' = \tau$ . В этом случае электродвижущие силы (103) и (104) при  $\tau \leq t'$  записываются в относительных единицах соответственно так:

$$U(t')/\tilde{U}_0 = -(\mathbf{nk}_0/k_0)s\beta\gamma\tau X_{b0}(\tau, \omega - \omega_{ba}) \exp(-\gamma t'), \quad (107)$$

$$U(t')/\tilde{U}_2 = -(\mathbf{nk}/k) \sin(2\varphi_k)\gamma\tau X_{b2}(\tau, \omega - \omega_{ba}) \exp(-\gamma t'). \quad (108)$$

В другом возможном случае  $a_0(\tau) \neq 0$  и  $a_0(t') = 0$  при  $\tau < t'$  универсальные функции (105) и (106) испытывают скачок, когда время  $t'$  проходит значение  $t' = \tau$ . Тогда формулы (107) и (108) справедливы в области  $\tau < t'$  без выделенного значения  $t' = \tau$ . В обоих указанных случаях доплеровское уширение резонансного перехода меняет значение  $X_{bq}(t', \omega - \omega_{ba})$  с  $q = 0, 2$ , но не влияет на экспоненциальное затухание  $\exp(-\gamma t')$  в области  $\tau < t'$ . Поэтому экспериментальное определение  $\gamma$  при помощи (107) и (108) является альтернативным методом по отношению к бездоплеровской спектроскопии [10] благодаря высокой чувствительности экспериментального метода с использованием приемной катушки.

Для ультракоротких импульсов с малой площадью (73) из-за сильного неравенства  $\gamma\tau \ll 1$  в области  $0 \leq t' \leq \tau$  справедливы равенства

$$X_{aq}(t', \omega - \omega_{ba}) = X_{bq}(t', \omega - \omega_{ba}) = X_q(t', \omega - \omega_{ba}), \quad (109)$$

$$Y_{aq}(t', \omega - \omega_{ba}) = Y_{bq}(t', \omega - \omega_{ba}) = Y_q(t', \omega - \omega_{ba}), \quad (110)$$

где универсальные функции  $X_q(t', \omega - \omega_{ba})$  и  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  с  $q = 0, 2$  определяются формулами (99)–(102), (105), (106) в отсутствие релаксации  $\gamma = 0$ . Они удовлетворяют неравенству

$$Y_q(t', \omega - \omega_{ba}) \gg \gamma\tau X_q(t', \omega - \omega_{ba}), \quad q = 0, 2,$$

которое может нарушаться лишь вблизи момента времени  $t' = \tau$ . Поэтому для ультракоротких импульсов зависимость электродвижущих сил (103) и (104) от времени  $t'$  и  $\omega - \omega_{ba}$  в области  $0 \leq t' < \tau$  принимает вид

$$U(t')/\left(U_0 + \tilde{U}_0\right) = (\mathbf{nk}_0/k_0)s\beta Y_0(t', \omega - \omega_{ba}), \quad (111)$$

$$U(t')/\left(U_2 + \tilde{U}_2\right) = (\mathbf{nk}/k) \sin(2\varphi_k) Y_2(t', \omega - \omega_{ba}). \quad (112)$$

Однако во всей области  $0 \leq t'$  электродвижущие силы вычисляются при помощи формул (103) и (104) с учетом неравенства  $\gamma\tau \ll 1$ .

Переменная светоиндуцированная намагниченность  $\mu(t')$  в начальный момент времени  $t' = 0$  равна нулю,  $\mu(0) = 0$ , а при больших временах  $\gamma^{-1} \ll t'$  принимает постоянное значение  $\mu(\infty)$ . С учетом этого при помощи интегрирования обеих частей уравнения (51) находим

$$\int_0^{\infty} U(t') dt' = -C \pi \mu(\infty). \quad (113)$$

Следовательно, полученная в эксперименте кривая электродвижущей силы  $U(t')$  как функции  $t'$  для отдельного слабого импульса частоты  $\omega$  позволяет путем численного интегрирования определить универсальные функции (99) и (101) с частотой  $\omega$  при  $t' = \tau$  следующим образом:

$$\frac{nk_0}{k_0} s\beta X_{a0}(\tau, \omega - \omega_{ba}) = \frac{1}{U_0 \tau} \int_0^{\infty} U(t') dt', \quad 1 \leq 2J_a, \quad (114)$$

$$\frac{nk}{k} \sin(2\varphi_k) X_{a2}(\tau, \omega - \omega_{ba}) = \frac{1}{U_2 \tau} \int_0^{\infty} U(t') dt', \quad 1 \leq J_a, \quad (115)$$

где левые части равенств (114) и (115) связаны со светоиндуцированной намагниченностью в области  $\gamma^{-1} \ll t'$  при помощи (113).

Формулы (107)–(115) удобны для экспериментального исследования векторных свойств светоиндуцированной намагниченности и ее зависимости от  $t', \omega - \omega_{ba}, \gamma, m_{at}$  и  $N$ , поскольку они связывают экспериментально наблюдаемые величины в относительных единицах с универсальными функциями и множителями  $(nk_0/k_0)s\beta$  и  $(nk/k) \sin(2\varphi_k)$ , являющимися следствием симметрии. Универсальные функции переменных  $t'$  и  $\omega - \omega_{ba}$  зависят также от постоянной релаксации  $\gamma$  амплитуды  $a_0(t')$  в относительных единицах, массы атома  $m_{at}$  и температуры  $T$  газа. Однако они не зависят от угловых моментов  $J_a$  и  $J_b$ ,  $g$ -факторов  $g_a$  и  $g_b$ , приведенного дипольного момента  $d_{ba}$  и плотности атомов  $N$ . Последние входят в постоянные  $U_q$  и  $\tilde{U}_q$  с  $q = 0, 2$ , служащие масштабом при экспериментальном измерении электродвижущей силы в относительных единицах.

В экспериментах с неоднородно уширенными переходами  $\gamma \ll k_0 u$  могут реализоваться условия  $\gamma \ll 1/\tau_0 \ll k_0 u$ , в которых  $\rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1)$  и  $\rho_q^{(\kappa)}(J_a)$  зависят от скорости  $v$ . Тогда для сохранения вида формул (107)–(112), (114), (115), содержащих электродвижущую силу в относительных единицах, необходимо использовать слабые ультракороткие импульсы с длительностью  $\tau$ , удовлетворяющей неравенствам  $\gamma \ll k u \ll 1/\tau$ , чтобы доплеровским сдвигом в (99)–(102), (109) и (110) можно было пренебречь. Благодаря этому во всех универсальных функциях можно положить  $\int f(v) dv = 1$ , а в постоянных  $U_q$  и  $\tilde{U}_q$  с  $q = 0, 2$  следует сделать замену

$$\rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1) \rightarrow \int f(v) \rho_0^{(\kappa)}(J_a, 1) dv, \quad \rho_2^{(2)}(J_a) \rightarrow \int f(v) \rho_2^{(2)}(J_a) dv.$$

После этого при помощи (107)–(115) можно экспериментально исследовать векторные свойства светоиндуцированной намагниченности и ее зависимость от  $t', \omega - \omega_{ba}$  и  $\gamma$ . Другие физические величины входят в постоянные  $U_q$  и  $\tilde{U}_q$  с  $q = 0, 2$ .

Чтобы поучить представление о характере изменения светоиндуцированной намагниченности и электродвижущей силы, рассмотрим универсальные функции (109) и (110) для ультракороткого импульса ( $\gamma\tau \ll 1$ ) с прямоугольной амплитудой

$$a_0(t') = a_0 \text{ при } 0 \leq t' \leq \tau, \quad a_0(t') = 0 \text{ при } t' < 0 \text{ и } \tau < t', \quad (116)$$

а также с гауссовой амплитудой

$$a_0(t') = a_0 \exp[-(t' - \tau/2)^2 / (2\tau_p)^2], \quad 0 \leq t' \leq \tau, \quad (117)$$

где  $a_0(t') = 0$  вне интервала  $0 \leq t' \leq \tau$ . Здесь  $a_0$  и  $\tau_p$  ( $4\tau_p < \tau$ ) — постоянные. Характерное время  $\tau_p$  входит в спектральную ширину  $\Delta\omega = \sqrt{2 \ln 2} \tau_p^{-1}$  данного гауссова импульса, если неравенство  $4\tau_p < \tau$  достаточно сильное (например,  $8\tau_p \leq \tau$ ). В указанных примерах универсальные функции (109) с  $q = 0, 2$  имеют вид:

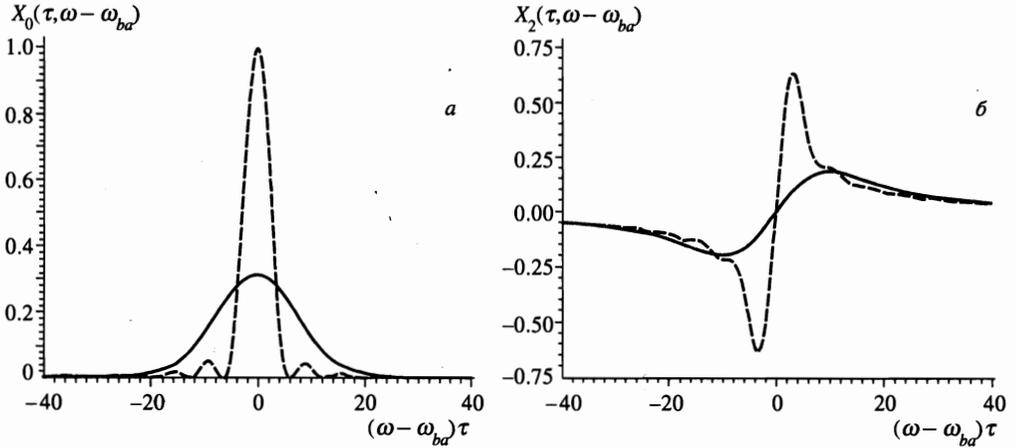
$$X_0(t', \omega - \omega_{ba}) = 2 \int_0^{t'/\tau} d\xi \int_0^\xi d\eta \cos[\delta(\xi - \eta)] \exp\{-\varepsilon [(\xi - 1/2)^2 + (\eta - 1/2)^2] - (\tau/2\tau_D)^2(\xi - \eta)^2\}, \quad (118)$$

$$X_2(t', \omega - \omega_{ba}) = 2 \int_0^{t'/\tau} d\xi \int_0^\xi d\eta \sin[\delta(\xi - \eta)] \exp\{-\varepsilon [(\xi - 1/2)^2 + (\eta - 1/2)^2] - (\tau/2\tau_D)^2(\xi - \eta)^2\}, \quad (119)$$

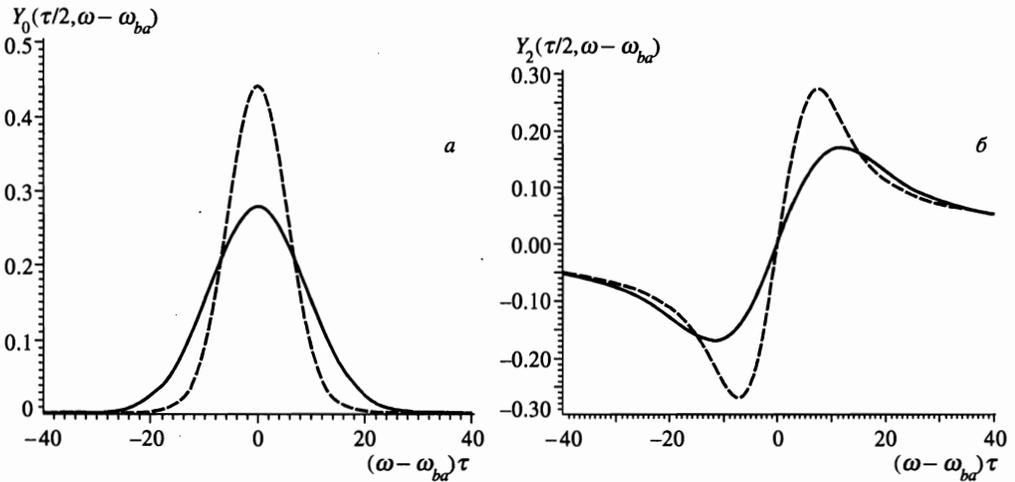
$$\delta = (\omega - \omega_{ba})\tau, \quad \tau_D = 1/ku,$$

$\varepsilon = 0$  для прямоугольной амплитуды (116) и  $\varepsilon = (\tau/2\tau_p)^2$  для гауссовой амплитуды (117). Здесь  $\tau_D$  — время доплеровской релаксации. Две другие универсальные функции (110) с  $q = 0, 2$  получаются путем дифференцирования по времени  $t'$  величин (118) и (119) согласно (105) и (106).

В случае неоднородно уширенного перехода  $\gamma \ll ku$  на рис. 2 представлено поведение универсальной функции  $X_q(\tau, \omega - \omega_{ba})$  с  $q = 0, 2$  в зависимости от расстройки резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  в случае прямоугольной амплитуды (116). Для четной функции  $X_0(\tau, \omega - \omega_{ba})$  эффект Доплера уменьшает и уширяет основной куполообразный максимум представленных кривых. Максимум нечетной функции  $X_2(\tau, \omega - \omega_{ba})$  в отсутствие эффекта Доплера ( $10\tau = \tau_D$ ) достигается при  $\omega - \omega_{ba} = 3.2/\tau$ , в то время как при сильном влиянии эффекта Доплера ( $\tau = 10\tau_D$ ) имеем  $\omega - \omega_{ba} = 9.8/\tau$ . При удалении от резонанса величина  $X_2(\tau, \omega - \omega_{ba})$  стремится к нулю медленнее, чем  $X_0(\tau, \omega - \omega_{ba})$ . Чтобы выявить влияние формы амплитуды, на рис. 3 изображено поведение универсальной функции  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  с  $q = 0, 2$  в зависимости от  $\omega - \omega_{ba}$  для  $t' = \tau/2$  и гауссовой амплитуды (117) с  $\tau = 8\tau_p$  ( $\varepsilon = 16$ ). Фиксированный момент времени  $t' = \tau/2$  выбран произвольно. Здесь эффект Доплера оказывает аналогичное влияние на четную при  $q = 0$  и нечетную при  $q = 2$  функции, как и на рис. 2. Максимум величины  $Y_2(\tau/2, \omega - \omega_{ba})$  как нечетной функции  $\omega - \omega_{ba}$  достигается в отсутствие эффекта Доплера ( $10\tau = \tau_D$ ) при  $\omega - \omega_{ba} = 7.45/\tau$ , а при сильном его влиянии ( $\tau = 10\tau_D$ ) при  $\omega - \omega_{ba} = 11.83/\tau$ . На рис. 4 дана зависимость универсальной функции  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  от времени  $t'$  для  $q = 0, 2$



**Рис. 2.** Универсальная функция  $X_q(t', \omega - \omega_{ba})$  при  $t' = \tau$  в зависимости от  $\omega - \omega_{ba}$  для прямоугольной амплитуды (116). Сплошная кривая учитывает влияние эффекта Доплера при  $\tau = 10\tau_D$ . Штриховая кривая отвечает случаю  $10\tau = \tau_D$ , когда эффектом Доплера можно пренебречь. *a* —  $q = 0$ , *б* —  $q = 2$



**Рис. 3.** Универсальная функция  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  при  $t' = \tau/2$  в зависимости от  $\omega - \omega_{ba}$  для гауссовой амплитуды (117) с  $\tau = 8\tau_p$  ( $\epsilon = 16$ ). Физический смысл сплошной и штриховой кривых тот же, что на рис. 2. *a* —  $q = 0$ , *б* —  $q = 2$

и гауссовой амплитуды (117) с  $\tau = 8\tau_p$  ( $\epsilon = 16$ ). В случае  $q = 0$  использован строгий резонанс  $\omega = \omega_{ba}$ , отвечающий оптимальному условию для  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  как четной функции  $\omega - \omega_{ba}$ . В случае  $q = 2$  взяты фиксированные расстройки резонанса, отвечающие максимуму  $Y_2(\tau/2, \omega - \omega_{ba})$  как нечетной функции  $\omega - \omega_{ba}$  согласно рис. 3. Для симметричной относительно  $t' = \tau/2$  гауссовой амплитуды поведение универсальных функций изображается ассиметричными кривыми, испытывающими влияние эффекта Доплера.

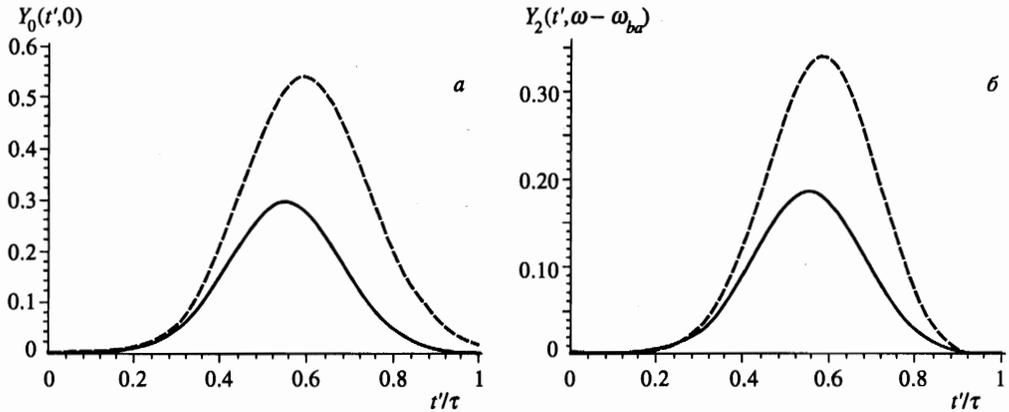


Рис. 4. Универсальная функция  $Y_q(t', \omega - \omega_{ba})$  в зависимости от  $t'$  при фиксированной расстройке резонанса  $\omega - \omega_{ba}$  и для гауссовой амплитуды с  $\tau = 8\tau_p$  ( $\varepsilon = 16$ ). Физический смысл сплошной и штриховой кривых тот же, что на рис. 2.  $a - q = 0$  и  $\omega - \omega_{ba} = 0$ ,  $b - q = 2$ ,  $\omega - \omega_{ba} = 11.83\tau$  (сплошная кривая),  $7.45/\tau$  (штриховая кривая)

## 7. ОБСУЖДЕНИЕ

Если первый и второй последовательно проходящие импульсы являются сильными, то зависимость от  $t'$  и  $\omega - \omega_{ba}$  в формулах (68) и (93) изменится. Тем не менее, свойства светоиндуцированной намагниченности, обусловленные симметрией, сохранятся. Например, для сильного линейно поляризованного второго импульса в (68) сохранится слагаемое с  $(\mathbf{k}_0/k_0)s\beta$  и четной зависимостью от  $\omega - \omega_{ba}$ , а в (93) останется слагаемое с  $(\mathbf{k}/k)\sin(2\varphi_k)$  и нечетной зависимостью от  $\omega - \omega_{ba}$ , хотя указанные зависимости от  $\omega - \omega_{ba}$  будут описываться более сложными функциями. Решение задачи с тремя сильными импульсами значительно усложняется, так как меняются начальные условия для третьего импульса.

В случае атомов с отличным от нуля спином ядра  $I$  светоиндуцированная намагниченность принимает сложный вид из-за наличия компонент сверхтонкой структуры уровней и оптической накачки на нерезонансные подуровни сверхтонкой структуры основного уровня [11, 12]. Несмотря на эти осложнения, будут сохраняться закономерности, обусловленные симметрией. Более того, если расстояние между компонентами сверхтонкой структуры на основном  $E_a$  и возбужденном  $E_b$  уровнях достаточно велико и в резонанс попадают только два подуровня  $E_{F_a}$  и  $E_{F_b}$  с полными моментами  $F_a$  и  $F_b$ , то полученные в разд. 4–6 формулы после замены

$$\omega_{ba} \rightarrow (E_{F_b} - E_{F_a})\hbar^{-1}, \quad J_a \rightarrow F_a, \quad J_b \rightarrow F_b, \quad d_{ba} \rightarrow d_{F_b F_a}, \quad N \rightarrow N/(2I + 1)$$

справедливы в промежутке времени, для которого опустошением подуровня  $E_{F_a}$  из-за оптической накачки можно пренебречь. Здесь  $d_{F_b F_a}$  — приведенный дипольный момент перехода  $F_a \rightarrow F_b$ .

В [1] представлена экспериментальная кривая электродвижущей силы как функции расстройки резонанса в парах рубидия со спином ядра  $I = 5/2$  для резонансных переходов  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}^0$  и  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}^0$  при прохождении достаточно слабых линейно поляризованных импульсов в отсутствие магнитного поля в условиях  $\gamma\tau \approx 1$

и  $\gamma \ll kv$ . Согласно приведенной экспериментальной кривой светоиндуцированная намагниченность паров рубидия в окрестности каждой резонансной частоты перехода является четной функцией  $\omega - \omega_{ba}$  с максимумом при  $\omega = \omega_{ba}$ , что соответствует намагничиванию ориентированных атомов рубидия при взаимодействии с линейно поляризованными импульсами. Для более детального анализа необходимы дополнительные экспериментальные данные.

## Литература

1. А. М. Бадалян, А. А. Дабагян, М. Е. Мовсесян и др., Изв. АН СССР, сер. физ. **43**, 304 (1979).
2. А. М. Бадалян, М. Е. Мовсесян, Р. Е. Мовсесян, Письма в ЖЭТФ **29**, 586 (1979).
3. А. И. Алексеев, Опт. и спектр. **75**, 842 (1993).
4. А. И. Алексеев, ЖЭТФ **104**, 2954 (1993).
5. И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, Москва (1977).
6. Д. А. Варшолович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
7. A. Bambini and P. R. Verman, Phys. Rev. A **23**, 2496 (1981).
8. А. И. Алексеев, А. М. Башаров, В. Н. Белобородов, ЖЭТФ **84**, 1290 (1983).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1974).
10. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
11. А. И. Алексеев, Н. А. Короткова, ЖЭТФ **108**, 118 (1995).
12. A. I. Alekseev and N. A. Korotkova, Laser Physics **5**, 1147 (1995).