

МНОГОФОТОННОЕ СТАТИЧЕСКОЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С МНОГОЗАРЯДНЫМИ ИОНАМИ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

В. А. Астапенко, А. Б. Кукушкин***

** Московский физико-технический институт
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

*** Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 мая 1996 г.

В рамках метода заданного квантового/классического тока получено универсальное аналитическое описание многофотонного вынужденного тормозного излучения, включая статический и поляризационный каналы, при столкновении заряженных частиц с многозарядными ионами при произвольной квантовости/классичности движения налетающей частицы. Для описания поляризационного вынужденного тормозного излучения обобщены на многофотонные процессы метод эквивалентных фотонов Ферми и метод крамерсовской электродинамики [1]. Полученное описание поляризационного вынужденного тормозного излучения справедливо в широкой окolorезонансной области, где его вклад наиболее существен. Указаны области преобладания поляризационного канала над статическим и приведены примеры взаимодействия статического и поляризационного каналов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Вынужденное тормозное излучение в лазерном поле (синонимы: free-free or continuous-continuous transitions in a laser field; laser-assisted scattering) — процесс, играющий важную роль в физике взаимодействия излучения и вещества, — изучалось рядом авторов в различных физических ситуациях и приближениях.

Исследование этого круга явлений началось с расчетов в приближении статического рассеивающего потенциала — статического тормозного излучения — для двух противоположных предельных значений кулоновского параметра $\xi \equiv Ze^2/\hbar v$: в борновском случае ($\xi \ll 1$) Бункиным и Федоровым [2] и в квазиклассическом случае ($\xi \gg 1$) Берсоном [3] (Ze — заряд мишени, v — начальная скорость налетающей заряженной частицы). Дальнейшее развитие теории статического многофотонного тормозного излучения содержится в работах [4–9]. В [4] рассчитан вынужденный тормозной эффект в низкочастотном пределе при рассеянии электрона на короткодействующем потенциале для произвольных значений ξ . В [5] дан простой вывод результата [4] для борновского случая. В [6] рассмотрение работы [3] обобщено для тормозного излучения во внешнем электромагнитном поле в альтернативных случаях узкого (одномодового) и широкого (планковского поля излучения) спектров. Двухфотонное вынужденное и спонтанное статическое тормозное излучение в кулоновском потенциале было рассчитано в работах [7] с использованием метода функции Грина, развитого в [8]. Отметим также недавнюю работу [9], посвященную расчету двухфотонного статического тормозного излучения в формализме искаженных парциальных волн.

В то же время, как это показано в целом ряде работ ([10–12], см. также обобщающую монографию [13] и обзор [14]) для спонтанного тормозного излучения (или одnofотонного тормозного поглощения), в процессах излучения при рассеянии заряда на структурной частице-мишени существен учет обоих каналов — статического и поляризационного (формализм расчета вкладов обоих каналов для тормозного излучения медленных электронов на атомах был развит в [15]). В последнем случае испускается так называемое поляризационное тормозное излучение (синонимы: динамическое тормозное излучение [10], атомное тормозное излучение [11]), при котором (реальный) фотон рождается в результате взаимодействия наведенного в мишени поляризационного тока — с флуктуациями электромагнитного вакуума в случае спонтанного тормозного излучения, а также его взаимодействия с лазерным полем в случае вынужденного тормозного излучения. Поляризационное излучение как универсальное явление, охватывающее наряду с известными процессами макроскопической электродинамики (таким как, например, переходное излучение) также и недавно указанные процессы (поляризационная рекомбинация [16] и поляризационные связанно-связанные переходы [17]), является активно развивающимся разделом теории радиационных процессов в средах, начиная с работ Буймистрова [10] и Цытовича [18]. В основе поляризационного излучения лежит преобразование части энергии собственного электрического поля частицы в динамическую поляризацию среды с последующим испусканием фотона компунд-системой. При этом наведенная поляризация по своему пространственному масштабу варьируется в очень широких пределах — от макроскопической до поляризации дебаевской шубы вокруг заряженной частицы, виртуального возбуждения отдельного атома, иона с остовом, ядерной частицы (см. подробнее [13]). Для всего широкого круга процессов поляризационного излучения оказывается продуктивным описание его как «рассеяния» собственного (для нерелятивистской частицы — продольного) электрического поля частицы на флуктуациях плотности заряда в среде, конкретно — как нерезонансного рассеяния эквивалентных фотонов Ферми [19] на ионном остове (для поляризационного излучения в плазменном интервале частот это аналогично «переходному рассеянию» виртуальных волн сталкивающихся частиц [13, 18]). Такой подход позволяет применить к расчетам столкновительных процессов известные результаты для излучательных процессов (см. подробнее [1, 16] и гл. 4 в монографии [20]).

Детализация теории спонтанного поляризационного тормозного излучения на случай точного учета динамики мишени — атомарного водорода — в формализме кулоновской функции Грина для борновского налетающего электрона представлена в [21]. Расчет полного тормозного излучения, включая поляризационное, вне рамок борновского приближения для рассеяния электронов на нейтральном атоме ксенона дан в [22] и [23].

Следует особо отметить работу [24], в которой спонтанное полное тормозное излучение исследовалось теоретически и экспериментально на атомах Хе в частотной области, соответствующей «гигантскому» резонансу в фотопоглощении ксенона, обусловленному $4d$ -подоболочкой. В данной работе было рассчитано дифференциальное сечение полного тормозного излучения в борновском приближении по налетающему электрону, хотя и указывалась недостаточность последнего. Полное тормозное излучение на той же мишени в спектральном диапазоне порога ионизации $4d$ -подоболочки экспериментально исследовалось в недавней работе [25]. Теоретическая интерпретация результатов этой работы представлена в [26] в рамках так называемого низкочастотного приближения, позволившего выйти за рамки борновского рассмотрения.

Поляризационные эффекты в рассеянии электрона на атоме в присутствии слабого околорезонансного лазерного поля, насколько известно авторам, впервые учитывались в работе [27] для малых переданных от налетающих частиц импульсов в рамках метода нестационарной сильной связи (time-dependent close-coupling).

Расчеты полного многофотонного вынужденного тормозного излучения в рамках «дипольного» возмущения мишени (нейтральных атомов водорода и гелия) и борновского приближения по налетающим частицам были проведены в [28] и [29], соответственно, без возбуждения и с возбуждением мишени. В этих работах отмечалась важность эффектов «одевания» мишени лазерным полем для малых переданных от налетающей частицы импульсов, сильного лазерного поля и/или околорезонансного случая, когда энергия лазерного фотона близка к одной из собственных частот мишени.

Общее выражение для сечения многофотонного вынужденного тормозного излучения в сильном лазерном поле на атоме в борновском приближении по движению налетающей частицы с учетом испускания произвольного количества фотонов по поляризационному каналу было получено в [30] и рассчитано в [31]. Рассмотрению вынужденного тормозного излучения в лазерном поле релятивистской интенсивности с учетом поляризации и возбуждения мишени посвящена работа [32].

Расчет двухфотонного вынужденного тормозного излучения в рамках теории возмущений для рассеяния борновского электрона на атоме водорода в присутствии слабого лазерного поля был сделан в работе [33] с учетом виртуального одно- и двухфотонного возбуждения мишени (т. е. поляризационных эффектов). Отмечалась важность последних для специального случая, когда атом водорода остается в своем основном состоянии после рассеяния электрона.

В работе [34] анализ экспериментальных данных по потерям энергии электронами при их рассеянии на малые углы на атомах гелия в лазерном поле указывает на необходимость учета поляризационного канала при рассмотрении эффекта в данных условиях.

Метод эквивалентных фотонов для описания многофотонного поляризационного вынужденного тормозного излучения был сформулирован в работе [35].

Отметим, что поляризационное тормозное излучение на дебаевском облаке вокруг иона в плазме, первоначально названное переходным тормозным излучением, для случая спонтанного процесса впервые было исследовано в работах [18, 36] (см. также гл. 2 и 3 в монографии [13]), а с учетом интерференции атомного и плазменного поляризационного тормозного излучения — в [37]. Многофотонное вынужденное тормозное излучение в плазме с учетом поляризационного канала рассчитывалось в [38].

Большинство результатов в теории вынужденного тормозного излучения получено, как видно из приведенного выше обзора литературы, для поддающегося относительно несложному расчету случая борновского движения налетающей частицы, при котором параметр ξ мал. Однако излучение в плазме с многозарядными ионами обычно попадает в альтернативную область квазиклассического движения электронов ($\xi \gg 1$), в которой оказывается плодотворным использование методов и представлений крамеровской электродинамики [1].

Цель настоящей статьи — получение универсального аналитического описания для многофотонного вынужденного тормозного излучения, охватывающего статический и поляризационный каналы, возникающего при столкновении заряженных частиц с многозарядными ионами при произвольной квантовости/классичности движения налетающей частицы. Полученный здесь результат допускает прямое использование в расчетах

энергообмена плазмы с сильным нерезонансным лазерным полем, что представляет интерес для целого ряда практических задач. Описание поляризационного вынужденного тормозного излучения потребовало обобщения на многофотонные процессы метода эквивалентных фотонов Ферми [19] и метода крамерсовской электродинамики [1]. В разд. 2 сформулирован метод заданного (не обязательно классического) тока для многофотонных процессов при столкновениях заряженных частиц с многозарядными ионами; в разд. 3 метод эквивалентных фотонов Ферми обобщается на многофотонные процессы для описания поляризационного тормозного излучения; в разд. 4 анализируется полученное общее выражение для вероятности многофотонного вынужденного тормозного излучения с учетом обоих механизмов — статического и поляризационного; наконец, в разд. 5 указана область преобладания поляризационного канала над статическим и приведены примеры взаимодействия статического и поляризационного каналов.

2. ПРИБЛИЖЕНИЕ ЗАДАННОГО ТОКА ДЛЯ МНОГОФОТОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С МНОГОЗАРЯДНЫМИ ИОНАМИ. МНОГОФОТОННОЕ ВЫНУЖДЕННОЕ СТАТИЧЕСКОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ξ

Последовательное квантовоэлектродинамическое решение поставленной задачи, предполагающее суммирование бесконечного диаграммного ряда, связано с большими математическими трудностями. Развиваемый ниже подход соответствует приближенному суммированию такого ряда в интересующем нас случае столкновений заряженной частицы с многозарядными ионами. Этот подход основывается на возможности описания радиационных процессов при рассеянии электрона в поле многозарядного иона в рамках приближения заданного (не обязательно классического!) тока. Данная модель обладает широкой областью применимости для случая вынужденного тормозного излучения при столкновении заряженных частиц с многозарядными ионами. Основным условием применимости настоящего подхода является то, что в пространственной области, ответственной за излучение фотонов в лазерную моду, движение налетающей частицы лишь слабо возмущается как лазерным полем (по сравнению с возмущением движения полем многозарядных ионов), так и самим актом испускания/поглощения фотона (реального фотона — в статическом тормозном излучении или эквивалентного — в поляризационном тормозном излучении).

Малость лазерного поля по сравнению с полем иона в области пространства, ответственной за излучение, накладывает следующее ограничение на амплитуду напряженности электрической компоненты в лазерном луче:

$$E_0 < \frac{Ze}{r_\omega^2}.$$

Здесь r_ω оценивается как характерное расстояние, на котором происходит излучение фотона частоты ω в поле многозарядных ионов:

$$r_\omega \approx \left[Z \left(\frac{Ry}{\hbar\omega} \right)^2 \right]^{1/3} a_B$$

(здесь Ry — ридберговская энергия, a_B — боровский радиус) в случае высокочастотной асимптотики спектра в квазиклассическом случае [1, 39] ($\xi \gg 1$, $\omega \gg \bar{\omega}$, $\bar{\omega} \equiv mv^3/Ze^2$ — характерная кулоновская частота) и

$$r_\omega \approx \frac{v}{\omega}$$

для борновского случая ($\xi \ll 1$) и низкочастотной асимптотики в случае квазиклассического движения налетающей частицы ($\xi \gg 1, \omega \ll \bar{\omega}$).

Приведем результаты работ [2] и [3], относящиеся к противоположным предельным случаям характера движения налетающей частицы.

Формула для вероятности $W(n)$ n -фотонного статического процесса в борновском случае $\xi \ll 1$, впервые полученная в [2], имеет вид

$$W(n) = J_n^2(\mathbf{a}\mathbf{q}). \quad (1)$$

Здесь J_n — функция Бесселя n -го порядка, $\mathbf{a} = e\mathbf{E}_0/m\omega^2$ — амплитуда колебания электрона в лазерном поле частоты ω и амплитуды \mathbf{E}_0 , $\hbar\mathbf{q}$ — изменение импульса налетающей частицы при неупругом рассеянии на многозарядном ионе.

В случае квазиклассического движения ($\xi \gg 1$) в [3] (см. также [6]) получен близкий по структуре результат:

$$W(n) = J_n^2\left(\left|\frac{\mathbf{a}m\omega\mathbf{v}_\omega}{\hbar}\right|\right), \quad (2)$$

где \mathbf{v}_ω — фурье-компонента классической траектории налетающей частицы в поле иона.

Соотношение между формализмом квазиклассического описания тормозного излучения и методом заданного тока было прослежено в [3] на качественном уровне для излучательного перехода налетающей частицы при ее движении в статическом центральном поле. Строгое квантовомеханическое обоснование метода заданного классического тока для расчета многофотонных переходов налетающих частиц в статическом центральном поле в присутствии лазерного излучения для произвольного оператора перехода (зависящего только от координат) может быть проведено в рамках метода двумерной квазиклассики [1, 40] путем предельного перехода $\hbar \rightarrow 0$ в квантовом формализме многофотонных переходов. Результат такого предельного перехода, дающий принцип соответствия для многоквантовых неупругих процессов, приведен в Приложении А.

В пределе быстрого столкновения ($\omega\tau_{coll} \ll 1$), соответствующего слабой неупругости процесса, оба результата представляются, как было замечено в [3] (см. также [6]), единой формулой вида (1), в которой вектор $\hbar\mathbf{q}$ — уже изменение импульса налетающей частицы при рассеянии на многозарядном ионе как при $\xi \ll 1$, так и при $\xi \gg 1$.

Оказывается, что формула (1) может быть распространена на область сильной неупругости в смысле немалости отношения полной энергии излученных фотонов к величине E_i , начальной энергии налетающей частицы. При этом фактическим ограничением ее применимости является слабое возмущение движения налетающей частицы актом излучения в области пространства, ответственной за испускание фотонов. По сути такое обобщение формулы (1) покрывает, в дополнение к указанной области ее применимости, область сильной неупругости в случае квазиклассического движения налетающей частицы, конкретно — электрона. В последнем случае, как показывает обобщение формализма крамеровской электродинамики [1, 39, 40] на многофотонные процессы (в обобщении описанного в Приложении А результата для главного члена при предельном переходе по \hbar в квантовой вероятности многоквантового неупругого перехода налетающей частицы), фактическим условием слабого возмущения движения электрона оказывается, в соответствии с основными выводами крамеровской электродинамики, слабая локальная кинематическая неупругость

$$\mu \equiv n\hbar\omega/E_{kin}(r_\omega),$$

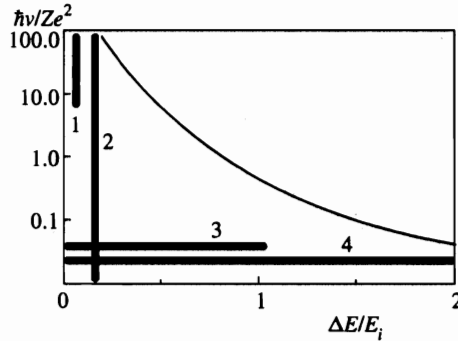


Рис. 1. Диаграмма «неупругость перехода–неклассичность движения» ($\Delta E = n\hbar\omega$). Область справедливости формулы (3) лежит ниже кривой. Цифрами указаны области применимости следующих результатов: 1 — многофотонное тормозное излучение [2]; факторизация сечения многофотонного излучения в первом борновском приближении, Jauch, Rohrlich (1956), см. [42]; 2 — двухфотонное тормозное излучение в кулоновском поле, точный вывод [7, 8] при произвольном ζ ; многофотонное тормозное излучение в низкочастотном приближении в короткодействующем потенциале [4]; 3 — многофотонное тормозное излучение [3]; 4 — квантовый вывод формул классического тормозного излучения в центральном поле: однофотонное — [1, 39, 40], многофотонное — настоящая работа (см. Приложение А)

где r_ω — характерный радиус вращения электрона вокруг иона вблизи точки наибольшего сближения, $E_{kin}(r_\omega)$ — локальная кинетическая энергия налетающей частицы. В случае квазиклассического движения электрона, который характерен как раз для представляющих практический интерес столкновений электронов с многозарядными ионами, условие малости μ оказывается выполнимым в широком диапазоне частот. Действительно, $\mu \approx n\{\hbar\omega/Ry\}^{1/3}Z^{-2/3}$, так что для характерных частот кулоновского спектра тормозного излучения, $\omega \approx mv^3/Ze^2$, имеем $\mu \approx n/\xi$, а для коротковолновой границы тормозного излучения получаем $\mu \approx (n/\xi)^{2/3}$.

Обобщение (1) на случай сильной неупругости и произвольной квантовости движения налетающей частицы может быть получено из рассмотрения матричного элемента многофотонного перехода между точными волновыми функциями для движения налетающей частицы в статическом центральном поле иона. Такое обобщение основывается на сшивке описаний в различных областях пространства $\{\hbar\nu/Ze^2, n\hbar\omega/E_i\}$. Здесь первый шаг — демонстрация справедливости описания (1) в низкочастотном пределе ($\hbar\omega \ll E_i, \hbar\omega \ll E_f$) для произвольного ξ . Для частного случая излучения двух фотонов в кулоновском поле это было проделано в [7] путем сложных расчетов, развивающих подход [8] (отметим, что формула для низких частот и произвольного короткодействующего потенциала приведена в [4]). Второй шаг состоит в распространении низкочастотного описания на случай произвольной неупругости в рамках классического движения налетающей частицы в области $\xi \gg 1$. Это достигается путем указанного выше обоснования метода заданного классического тока (см. Приложение А).

В результате строгих обоснований в указанных областях параметров и интерполяции в промежуточной области получаем окончательно — во всей области справедливости приближения заданного тока (см. диаграмму на рис. 1) — следующее универсальное

представление для вероятности многофотонного тормозного излучения в статическом поле мишенного иона:

$$W_{stat}(n) = J_n^2 \left\{ (4n_{\mathbf{k}\lambda}^{Las} n_{\mathbf{k}\lambda}^{stat})^{1/2} \right\}, \quad (3)$$

где $n_{\mathbf{k}\lambda}^{Las}$ — число заполнения фотонов в лазерной моде ($n_{\mathbf{k}\lambda}^{Las} \gg 1$),

$$n_{\mathbf{k}\lambda}^{Las} = (8\pi^3 c^2 / \hbar \omega^3) I_{Las}, \quad (4)$$

I_{Las} — спектральная интенсивность лазерного излучения, $n_{\mathbf{k}\lambda}^{stat}$ — число заполнения фотонов, спонтанно излучаемых налетающей частицей в статическом поле иона в лазерную моду $\{\mathbf{k}, \lambda\}$ с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией λ в режиме обычного однофотонного тормозного излучения при неупругом (радиационном) переходе из состояния с начальным импульсом \mathbf{p}_i в состояние с направлением импульса, совпадающим с направлением импульса $\mathbf{p}_f \equiv \mathbf{p}_f / |\mathbf{p}_f|$ точного конечного квантового состояния (импульс которого равен \mathbf{p}_f , а энергия $E_f = E_i - n\hbar\omega$) и энергией, отличающейся от начальной энергии всего на один фотон:

$$n_{\mathbf{k}\lambda}^{stat} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|\omega(\mathbf{e}_{i f 1})|^2}{V d\sigma_{scatt}/d\Omega_{f1}}, \quad (5)$$

где $\mathbf{d}_{i f 1}$ — матричный элемент для излучающего дипольного момента налетающего электрона между состояниями $|i\rangle$ и $|f1\rangle$,

$$\begin{aligned} |i\rangle &\equiv |\mathbf{p}_i\rangle \equiv |E_i, \mathbf{p}_i\rangle \equiv |p_i^2/2m, \mathbf{p}_i/|\mathbf{p}_i\rangle, \\ |f1\rangle &\equiv |E_i - \hbar\omega, \mathbf{p}_f\rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

V — объем квантования, $d\sigma_{scatt}/d\Omega_f$ — сечение упругого рассеяния налетающей частицы в поле иона из состояния $|i\rangle$ в состояние $|f1\rangle$.

Как видно из (5), распространение метода заданного тока (в области его справедливости, см. рис. 1) на случай произвольной квантовости движения налетающей частицы достигается заменой классического фурье-образа J_{ω}^{pro} для тока, создаваемого налетающими частицами, на квантовомеханическое выражение

$$\frac{m \langle f | \mathbf{j}^{pro} | i \rangle}{2\pi\hbar \sqrt{d\sigma_{scatt}/d\Omega_f}}. \quad (7)$$

Действительно, при $\hbar \rightarrow 0$ по принципу соответствия [1, 40] для одноквантовых неупругих переходов налетающих частиц в произвольном центральном поле между состояниями, описываемыми волновыми функциями непрерывного спектра (типа волновых функций Ψ_p^+ и Ψ_p^- из [41], § 136), из (7) получаем фурье-компоненту классической траектории в аргументе функции Бесселя в формуле (2). В борновском же пределе ($\xi \ll 1$) формула (7) совпадает с величиной \mathbf{q}/ω в формуле (1) в пределах точности самого этого приближения, основанного на слабой неупругости перехода (изменение энергии, т. е. модуля вектора импульса, вносит в \mathbf{q} вклад второго порядка малости по сравнению с вкладом угла поворота вектора импульса).

Формула для сечения процесса получается из (3) должным суммированием по статесам конечного состояния налетающей частицы, что соответствует умножению вероятности излучения на сечение $d\sigma_{coul}$ кулоновского рассеяния налетающей частицы в поле многозарядного иона:

$$d\sigma(n) = d\sigma_{coul} W(n). \quad (8)$$

3. ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ФЕРМИ НА МНОГОФОТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ. ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ С МНОГОЗАРЯДНЫМ ИОНОМ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

В основе формулируемого ниже обобщения метода эквивалентных фотонов Ферми на многофотонный случай лежит распространение приближения заданного классического тока, использованного в [3, 6] для описания многофотонного статического вынужденного тормозного излучения при $\xi \gg 1$, на процесс поляризационного вынужденного тормозного излучения и притом при произвольной квантовости движения налетающей частицы.

Поскольку, как указано в [1, 16], метод эквивалентных фотонов является (в обсужденных там рамках его применимости) нечувствительным к квантовости/классичности движения заряженной частицы, создающей поток эквивалентных фотонов, в задаче многофотонного вынужденного поляризационного тормозного излучения представляется естественным учесть взаимодействие (по необходимости квантованного) излученного/поглощенного поля реальных фотонов не только непосредственно с током налетающей частицы (как в обычном, статическом тормозном излучении), но и с поляризационным током, индуцированным налетающей частицей в мишенном ионе/атоме. Для случая заданного классического тока (обобщение на квантовость движения налетающей частицы см. ниже) это дает в гамильтониане дополнительный член, так что уравнение для волновой функции χ одной моды лазерного поля в представлении взаимодействия приобретает вид

$$i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = -e \left(\frac{2\pi\hbar}{\omega V} \right)^{1/2} (\mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{j}^{total}) (a_{\mathbf{k}\lambda}(t) + a_{\mathbf{k}\lambda}^+(t)) \chi. \quad (9)$$

Здесь a, a^+ — операторы уничтожения и рождения фотонов в лазерной моде, $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}$ — единичный вектор поляризации напряженности электрической компоненты лазерного излучения, e — заряд электрона, V — объем квантования.

Фурье-образ полного тока, включающего поляризационный ток, дается следующим выражением:

$$\mathbf{j}_{\omega}^{total} = \mathbf{j}_{\omega}^{proj} + \mathbf{j}_{\omega}^{pol} = \left[1 - \left[\frac{m\omega^2}{Ze^2} \right] \alpha(\omega, \mathbf{E}_0) \right] \mathbf{j}_{\omega}^{proj}. \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{j}_{\omega}^{proj}$ — фурье-образ тока налетающих частиц, вычисленный на классической траектории, $\mathbf{j}_{\omega}^{pol}$ — фурье-образ индуцированного в мишени поляризационного тока.

Уравнение (10) соответствует дипольному приближению как по взаимодействию лазерного излучения с многозарядными ионами и налетающим электроном, так и по взаимодействию налетающего электрона с многозарядными ионами. Первые два условия выражаются неравенствами $\lambda > r_b$ и $\lambda > r(\omega)$, третье — неравенством $r(\omega) > r_b$ (λ — длина волны лазерного излучения, r_b — радиус орбиты связанного электрона в многозарядном ионе, $r(\omega)$ — характерное расстояние от налетающей частицы до многозарядного иона, дающее основной вклад в излучение частоты ω). Можно видеть, что дипольное приближение применимо в широком интервале излучаемых частот.

Последнее условие ($r(\omega) > r_b$) также определяет тот факт, что поле налетающего электрона в месте расположения связанного электрона много меньше, чем поле остова

многозарядного иона. Поэтому приближенно можно полагать выполненным следующее соотношение:

$$\mathbf{j}^{pol} \sim \chi(\mathbf{E}_0)\mathbf{j}^{proj}, \quad (11)$$

где $\chi(\mathbf{E}_0)$ — интегральный оператор восприимчивости электронной системы многозарядного иона (с учетом влияния лазерного поля амплитуды \mathbf{E}_0), включающий вклад всех гармоник поля налетающей частицы. Это соотношение определяет линейную связь между током налетающей частицы и током, индуцированным в многозарядном ионе под действием налетающей частицы в процессе рассеяния, что и оправдывает выбор полного тока в форме (11).

Для задач энергообмена между плазмой и сильным лазерным полем (однако, напомним, все еще не превышающем кулоновского поля многозарядного иона в эффективной области излучения/поглощения фотона), обусловленного процессами вынужденного испускания и поглощения излучения при столкновениях частиц плазмы с многозарядными ионами, представляет интерес учет вклада поляризационного канала, возникающего при наличии электронного остова у многозарядных ионов. Наибольшей роли такого канала следует ожидать в случае, когда основной вклад в поляризационное вынужденное тормозное излучение определяется наличием однофотонной околорезонансности лазерного поля с собственными частотами многозарядных ионов. Этот случай соответствует вынужденному (под действием лазерного поля) рассеянию n эквивалентных фотонов энергии $\hbar\omega$ каждый, «излученных» налетающей частицей в процессе ее рассеяния в кулоновском поле многозарядного иона, на остове мишенного иона с преобразованием их в n реальных фотонов. В последовательном квантовоэлектродинамическом рассмотрении данный процесс описывается суммой «лестничных» диаграмм (см. Приложение В), что приводит в амплитудах n -фотонных процессов к околорезонансности n -го порядка. Фактически указанному подходу соответствует реализация механизма индуцированности (стимулированности, предпочтительности) излучения квантов энергии на частоте внешнего поля не только для (реальных) фотонов, но также и для виртуальных фотонов, «ожидających» своего когерентного преобразования в реальные.

Описанный подход не учитывает, однако, вкладов от резонансов в остове иона с более высокими гармониками лазерной частоты. Этому соответствовало бы появление поляризуемостей высших порядков (см. [43]) и, в частности, такому процессу как конверсия одного виртуального фотона энергии $n\hbar\omega$ в n реальных фотонов, что на диаграммном языке представляется одной (для данного n) «гребенчатой» диаграммой и, таким образом, соответствует, во-первых, возмущению мишенного иона в существенно более жестком диапазоне частот и, во-вторых, возможности резонанса только первого порядка в амплитуде процесса.

В рассматриваемом нами приближении получаем

$$\mathbf{j}_\omega^{total} = \left[1 - \left[\frac{m\omega^2}{Ze^2} \right] \alpha(\omega, \mathbf{E}_0) \right] \mathbf{j}_\omega^{proj}, \quad (12)$$

где $\alpha(\omega, \mathbf{E}_0)$ — поляризуемость первого порядка на частоте ω для мишенного иона, определенная с учетом возмущения мишени лазерным полем амплитуды \mathbf{E}_0 .

4. ВЕРОЯТНОСТЬ МНОГОФОТОННОГО СТАТИЧЕСКОГО + ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ВЫНУЖДЕННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Следствием уравнений (9) и (10) является следующее выражение для полной вероятности n -фотонного процесса излучения/поглощения ($W(n)$) в случае $n^{Las} \gg 1$ (n^{Las} — число заполнения фотонов в лазерной моде), включающее статический и поляризационный каналы:

$$W_{\Sigma}(n) = J_n^2 \left\{ 2 \left(n_{k\lambda}^{Las} n_{k\lambda}^{stat} \right)^{1/2} |1 - \delta| \right\}. \quad (13)$$

Здесь J_n — функция Бесселя n -го порядка, а величина

$$\delta = \frac{m\omega^2 \alpha(\omega, \mathbf{E}_0)}{Ze^2} \quad (14)$$

описывает вклад поляризационного механизма излучения в амплитуду процесса. В случае преобладания излучения по поляризационному каналу получаем [35]

$$W_{pol}(n) = J_n^2 \left\{ 2 \left(n_{k\lambda}^{Las} n_{k\lambda}^{pol} \right)^{1/2} \right\}, \quad (15)$$

где $n_{k\lambda}^{pol} = \delta^2 n_{k\lambda}^{stat}$ — число заполнения фотонов, спонтанно излучаемых налетающей частицей по поляризационному каналу в лазерную моду $\{\mathbf{k}, \lambda\}$ при столкновении ее с многозарядным ионом [16].

Формула (13) представляет собой результат суммирования вкладов двух каналов. Выделение в такой сумме вклада излучения по одному из каналов достигается путем использования формулы сложения для бесселевых функций. Это позволяет переписать формулу (13) в виде

$$W_{\Sigma}(n) = \left| \sum_{v+m=n} (-1)^m J_v \left(\sqrt{4n_{k\lambda}^{Las} n_{k\lambda}^{stat}} \right) J_m \left(\sqrt{4n_{k\lambda}^{Las} n_{k\lambda}^{pol}} \right) \right|^2. \quad (16)$$

Формула (13) для вероятности многофотонного процесса является обобщением формул, полученных ранее Бункиным и Федоровым [2] в борновском приближении и Берсоном [3] в квазиклассическом пределе, в следующих направлениях: во-первых, на случай сильной неупругости многоквантового перехода, причем в широкой области по квантовости/классичности движения налетающей частицы (рис. 1), охватывающей не только области применимости результатов [2, 3], но и всю область применимости приближения заданного квантового/классического тока, и, во-вторых, на случай одновременного учета вкладов статического и поляризационного каналов, включая их интерференцию, в процесс излучения в приближении заданного квантового/классического тока, создаваемого налетающими частицами.

Важно отметить, что результат (13) обобщает на многофотонный случай известный эффект [10–14] «раздевания» мишенного иона, заключающийся в частичной (для иона) или полной (для атома) дезэкранировке ядра вследствие компенсации вкладов поляризационного излучения и той части тормозного излучения налетающей частицы, которая обусловлена кулоновским взаимодействием налетающей частицы с электронами острова. Такая компенсация в точности соответствует исчезновению тормозного излучения

в дипольном приближении при столкновении частиц с одинаковым отношением заряда к массе.

Другим следствием формулы (13) является то, что в рассматриваемом нами случае тормозного излучения при рассеянии на многозарядном ионе характер интерференции существенно отличается от случая нейтрального атома, что уместно проиллюстрировать на примере сечения однофотонного тормозного поглощения на нейтральном атоме с учетом статического и поляризационного каналов в случае борновского рассеяния налетающей частицы, $\sigma_1 (Z = 0, \xi \ll 1)$, ранее подробно изученного (см., например, монографии [2, 13]). Действительно, хотя в рассматриваемой нами области дипольных столкновений сечение $\sigma_1 (Z = 0, \xi \ll 1)$ изначально имеет ту же самую структуру (типа $|1 - \delta|^2$) что и формула (13) (сам параметр δ несколько отличается в силу различия спектров эквивалентных фотонов в случае рассеяния на нейтральном атоме и заряженной частице, подробнее см. статью [16] в монографии [13], стр. 288, 289), интерференционное слагаемое, пропорциональное δ , как известно, выпадает после интегрирования по углам рассеяния налетающей частицы вследствие различия областей существенности статического и поляризационного каналов (конкретно, интерференция существенна лишь в довольно узкой области углов). В случае же тормозного излучения на многозарядном ионе области существенности статического и поляризационного каналов — при условии дипольности столкновений — просто совпадают, вследствие чего интерференция и оказывается намного более существенной.

Подход, в рамках которого получена формула (13), отличается от рассмотрения работ [30, 31], проведенного в борновском приближении без вторичного квантования излученного/поглощенного поля, последовательным учетом взаимодействия наведенного в многозарядном ионе поляризационного тока с квантованным лазерным полем и обобщением на случай произвольных значений параметра ξ в области применимости формализма заданного тока (см. рис. 1). Следует, однако, отметить, что результат [30, 31] имеет строгий физический аналог. Прямое сопоставление (13) с формулой (2) из [30] и формулой (13) из [31], проведенное на уровне сечения соответствующего процесса, получаемого умножением вероятности на сечение кулоновского рассеяния налетающей частицы в поле многозарядного иона, указывает на сходство структур. Основное отличие состоит в виде множителей, представляющих поляризационный канал, которые в [30, 31] выражаются через нелинейные восприимчивости мишени. Данное отличие объясняется различными моделями, положенными в основу описания рассматриваемого явления. Так, полученный здесь результат (13) соответствует, как указано выше, вынужденному (под действием лазерного поля) рассеянию n эквивалентных фотонов энергии $\hbar\omega$ каждый, «излученных» налетающей частицей в процессе ее рассеяния в кулоновском поле многозарядного иона, на остове мишенного иона с преобразованием их в n реальных фотонов (здесь возникает околорезонансность n -го порядка, см. Приложение В). Подходу же работ [30, 31] соответствует — в терминах формализма эквивалентных фотонов — конверсия одного виртуального фотона энергии $n\hbar\omega$ в n реальных фотонов, при которой возможен резонанс только первого порядка. Для рассматриваемого в настоящей работе многофотонного вынужденного тормозного излучения при столкновении заряженной частицы с многозарядным ионом в присутствии сильного лазерного поля, околорезонансного к однофотонным переходам в остове многозарядного иона, использованное нами приближение оказывается более адекватным (см. разд. 3).

Отметим, что «лишние» линии виртуальных фотонов в «лестничных» диаграммах, описывающих конверсию « n в n », увеличивают число диаграммных вершин, но не обя-

зательно уменьшают величину амплитуды процесса. Такое уменьшение будет иметь место только при выполнении условия, обобщающего известное условие Борна для статического рассеивающего потенциала на случай потенциала, зависящего от времени. Для рассматриваемого процесса испускания n фотонов последнее условие может быть представлено в виде

$$\left| \frac{[\alpha^{(1)}(\omega)]^n [E_p(\omega)]^n}{\alpha^{(n)}(n\omega) E_p(n\omega)} \right| < 1.$$

Здесь $\alpha^{(n)}(n\omega)$ — поляризуемость многозарядного иона n -го порядка, $E_p(n\omega)$ — n -ая гармоника амплитуды поля налетающей частицы. Можно видеть, что в околорезонансном случае такое неравенство не выполняется.

Отличие формулы (13) от формул работ [28, 29] вызвано тем, что в указанных статьях волновая функция мишени учитывалась в приближении «дипольного возмущения», что определило учет испускания лишь одного фотона по поляризационному каналу.

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТАТИЧЕСКОГО И ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО КАНАЛОВ В ВЫНУЖДЕННОМ ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

Вклад поляризационного механизма в полную вероятность вынужденного тормозного излучения становится преобладающим в случае околорезонансности лазерного излучения. В такого рода области, в общем случае определяемой условием

$$\gamma \ll |\omega - \omega_0| \ll \omega \quad (17)$$

(здесь ω_0 — собственная частота резонансного электронного перехода в многозарядном ионе, $\Delta = \omega - \omega_0$, γ — полная ширина рассматриваемого перехода), необходимо учесть влияние лазерного поля на электроны остова многозарядного иона, которое приводит к известной модификации его поляризуемости — появлению в знаменателе выражения для околорезонансной поляризуемости обобщенной частоты Раби

$$\Omega_R = \sqrt{\left(\frac{d\mathbf{E}_0}{\hbar}\right)^2 + (\omega - \omega_0)^2}.$$

Саму околорезонансную поляризуемость многозарядного иона можно описать выражением:

$$\alpha(\omega, \mathbf{E}_0) = d^2 \operatorname{sgn}(\omega_0 - \omega) / \hbar \Omega_R,$$

где d — матричный элемент дипольного момента околорезонансного перехода. Соответственно, выражение для величины δ , описывающей вклад поляризационного канала в полную амплитуду процесса, можно представить в виде (здесь и ниже — для вклада нижнего уровня «околорезонирующего» перехода в остове многозарядного иона):

$$\delta = \frac{m\omega^2}{Ze^2} \frac{d^2}{\hbar \Omega_R} \operatorname{sgn}(\omega_0 - \omega). \quad (18)$$

Отсюда получим условие преобладания поляризационного канала над статическим (в атомных единицах):

$$\Delta^2 + \frac{f_0}{2\omega} E^2 < \left(\frac{f_0 \omega}{2Z} \right)^2, \quad (19)$$

где f_0 — сила осциллятора резонансного перехода. Из формулы (19) следует выражение для насыщающего значения амплитуды лазерного поля в рассматриваемом околорезонансном случае:

$$E_{sat} = \sqrt{\frac{2\omega}{f_0}} |\Delta|.$$

В области мягкого рентгеновского излучения и отстроек лазерной частоты от резонанса $|\Delta| \approx 10^{-2}$ (что превышает характерную величину уширения линии в рассматриваемом случае) для насыщающего поля имеем оценку: $E_{sat} > 10^{-2} - 10^{-1}$ ат.ед.

Отсюда получаем верхнюю границу для величины лазерного поля в области доминирования поляризационного тормозного излучения над статическим в околорезонансном случае:

$$E_* = \sqrt{\frac{2\omega}{f_0} \left[\left(\frac{\omega f_0}{2Z} \right)^2 - \Delta^2 \right]}, \quad E_{sat} < E < E_*. \quad (20)$$

Отсюда для $Z = 10$, $\omega \approx 3$ ат.ед., $\Delta = 0.03$ ат.ед. и $f_0 \sim 0.3$ находим $E_* \sim 0.15$ ат.ед.

В случае же лазерных полей $E < E_{sat}$ имеем следующее условие доминирования поляризационного тормозного излучения над статическим:

$$|\Delta| < \frac{f_0}{2Z} \omega, \quad (21)$$

из которого вытекает, что и в этом случае охватывается весьма широкий спектральный диапазон.

Проиллюстрируем взаимодействие статического и поляризационного каналов в вынужденном тормозном излучении в области значений параметров, представляющих интерес для случая генерации когерентного излучения в мягком рентгеновском диапазоне и достижимых в современных и ожидаемых экспериментах (см., например, монографию [44]). Так, численную оценку сечений вынужденного излучения/поглощения для случая рекомбинационной схемы наиболее уместно привести для «крамерсовской» области частот $\omega \gg \bar{\omega} \equiv v^3/Z$. Здесь получаем следующее выражение для интегрального по прицельным параметрам сечения n -фотонного вынужденного процесса:

$$\sigma_n(\alpha) = \frac{(2Z)^{4/3}}{v^2 \omega^{2/3}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int \frac{dN}{N^{1/3}} J_n^2 \left(\frac{|1 - \delta|}{\omega^{5/3} Z^{1/3}} \frac{2^{5/3}}{\sqrt{3}} N^{2/3} F(N, \alpha, \varphi) \right), \quad (22)$$

где

$$F(N, \alpha, \varphi) = \sqrt{\cos^2 \alpha K_{2/3}^2 \left(\frac{4}{3} N \right) + \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha K_{1/3}^2 \left(\frac{4}{3} N \right)}, \quad (23)$$

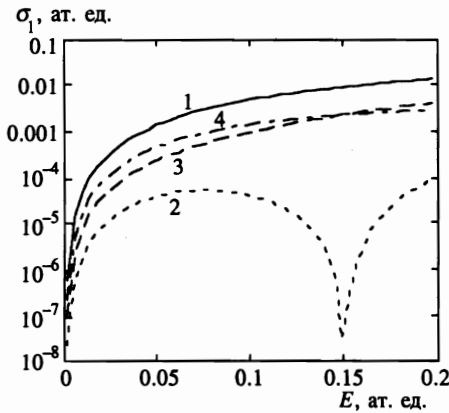


Рис. 2. Зависимость сечения однофотонного процесса σ_1 , усредненного по углам α , от напряженности линейно поляризованного лазерного поля для заряда иона $Z = 10$, скорости электрона $v = 1.44$ ат. ед., частоты лазера $\omega = 3$ ат. ед., силы осциллятора $f_0 = 0.3$, относительной отстройки частоты $|\Delta|/\omega \approx 0.01$. Приведены кривые для одинаковых по модулю и разных по знаку значений отстройки частоты (кривые 1 и 2), а также кривые для сечений при учете лишь одного из каналов (кривая 3 соответствует учету только статического канала, кривая 4 — только поляризационного)

α — угол между направлением (начальной) скорости налетающей частицы и вектором поляризации лазерного поля.

На рис. 2 приведена зависимость сечения однофотонного процесса σ_1 , усредненно по углам α , от напряженности линейно поляризованного лазерного поля для заряда иона $Z = 10$, скорости электрона $v = 1.44$ ат. ед., частоты лазера $\omega = 3$ ат. ед. (околорезонансной с переходами $\Delta n = 0$ в остове иона), силы осциллятора $f_0 = 0.3$, относительной отстройки частоты $|\Delta|/\omega \approx 0.01$ (в рассматриваемом случае имеем параметр квазиклассичности $\xi \approx 7$, а параметр «крамерсовости» $\omega/\bar{\omega} \approx 10$). Приведены кривые для одинаковых по модулю и разных по знаку значений отстройки частоты (кривые 1 и 2), а также кривые для сечений при учете лишь одного из каналов (кривая 3 соответствует учету только статического канала, кривая 4 — только поляризационного). Приведенное сечение отвечает вкладу только одного из уровней, участвующих в околорезонансном (виртуальном) переходе в остове многозарядного иона. Верхняя кривая 1 соответствует отстройке $\Delta > 0$ для вклада нижнего уровня «околорезонирующего» перехода в остове многозарядного иона (или, эквивалентно, $\Delta < 0$ для вклада верхнего уровня такого перехода); нижняя кривая 2 соответствует отстройке $\Delta < 0$. Само отличие этих кривых иллюстрирует степень интерференции статического и поляризационного каналов. Провал на нижней кривой обусловлен полной компенсацией амплитуд каналов и, соответственно, обращением в нуль аргумента функции Бесселя в (22) при $\delta = 1$. Заметим, что кривые, описывающие вклад только одного из каналов, пересекаются именно при этом значении напряженности лазерного поля. При учете вкладов населенностей верхнего и нижнего уровней указанный провал сглаживается, однако немонотонность у кривой 2 остается.

В области параметров рис. 2 вклад многофотонных радиационных переходов оказывается малым.

На рис. 3 приведена зависимость дифференциальных сечений вынужденного тормозного излучения одно-, $\sigma_1(0)$ (кривая 1), и двухфотонных, $\sigma_2(0)$ (кривая 2), процессов от напряженности линейно поляризованного лазерного поля для угла $\alpha = 0$, заряда иона $Z = 4$, скорости электрона $v = 0.447$ ат. ед., частоты лазера $\omega = 0.37$ ат. ед. (околорезонансной с переходами $\Delta n = 0$ в остове иона), силы осциллятора $f_0 = 0.69$, относи-

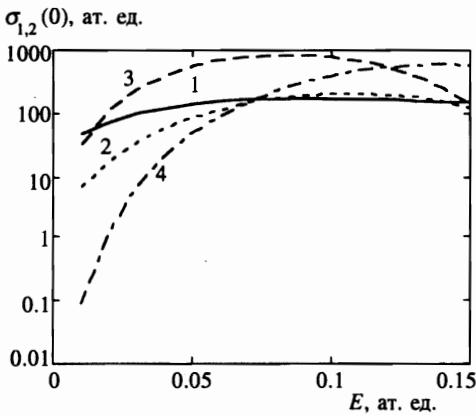


Рис. 3. Зависимость дифференциальных сечений вынужденного тормозного излучения одно-, $\sigma_1(0)$ (кривая 1), и двухфотонных, $\sigma_2(0)$ (кривая 2) процессов от напряженности линейно поляризованного лазерного поля для угла $\alpha = 0$, заряда иона $Z = 4$, скорости электрона $v = 0.447$ ат. ед., частоты лазера $\omega = 0.37$ ат. ед, силы осциллятора $f_0 = 0.69$, относительной отстройки частоты $\Delta/\omega \approx +0.014$. Приведены также кривые, соответствующие вкладу только канала статического для однофотонного (3) и двухфотонного (4) процессов.

тельной отстройки частоты $\Delta/\omega > +0.014$ (в рассматриваемом случае имеем параметр квазиклассичности $\xi \approx 9$, а параметр «крамерсовости» $\omega/\bar{\omega} \approx 16.5$). Видна конкуренция одно- и двухфотонных процессов с ростом напряженности лазерного поля. На рисунке также приведены кривые, соответствующие вкладу только статического канала (кривые 3 и 4). Видно, что при учете поляризационного канала сечение двухфотонного процесса сравнивается с однофотонным при меньших значениях напряженности лазерного поля.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученное в настоящей работе универсальное аналитическое описание для многофотонного вынужденного тормозного излучения, охватывающее как статический, так и поляризационный каналы, позволяет рассчитывать сечения вынужденного испускания и поглощения фотонов при столкновении заряженных частиц с многозарядными ионами при произвольной квантовости/классичности движения налетающей частицы в широком диапазоне параметров, допускающем применимость приближения заданного тока налетающих частиц к вынужденному излучению/поглощению фотона составной системой {налетающая частица + ион с остовом}. Разработанный подход к описанию многофотонного поляризационного вынужденного тормозного излучения обобщил на многофотонные процессы метод эквивалентных фотонов Ферми [19] — в развитие метода [16] для спонтанного поляризационного излучения и метода крамерсовской электродинамики [1] для квазиклассического описания радиационно-столкновительных процессов с участием многозарядных ионов.

Проведенные численные расчеты сечений вынужденного тормозного излучения в области значений параметров, представляющих интерес для задач кинетики сильного лазерного поля в многокомпонентной плазме с многозарядными ионами в условиях влияния нерезонансных процессов на энергообмен между плазмой и лазерным излучением, указывают на существенность эффектов интерференции статического и поляризационного каналов.

Авторы благодарны В. М. Буймистрову, Г. Гриму, Н. Б. Делоне, Дж. Дэвису, Б. А. Зону, В. И. Когану, В. П. Крайнову, В. С. Лисице, Э. А. Маныкину, Р. Х. Пратту, А. Н. Старостину и М. В. Федорову за полезные обсуждения результатов.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научно-технического центра (грант № 076-95), Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 94-02-04261) и Международного научного фонда (грант № RLT-300).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Схема демонстрации принципа соответствия для матричного элемента многоквантового перехода

Обобщим формализм предельного перехода $\hbar \rightarrow 0$ для одноквантового неупругого перехода [1, 40] на случай многоквантовых (в том числе и индуцированных) переходов в рамках развитого в [40] метода двумерной квазиклассики в теории неупругих переходов частицы в центральном поле. Рассмотрение уместно провести в общем виде для наиболее репрезентативной формы принципа соответствия. Для матричного элемента матрицы рассеяния между состояниями {частица + поле}

$$\langle \mathbf{p}_f, m | \hat{T} \exp \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{Q}(\mathbf{r}, t) \hat{A}(t) dt \right\} | \mathbf{p}_i, n \rangle \quad (\text{A.1})$$

(здесь \hat{T} — оператор упорядочения времени, произвольный оператор $\hat{Q}(\mathbf{r}, t)$ и оператор векторного потенциала электромагнитного поля $\hat{A}(t)$ — в представлении взаимодействия, m и n — числа заполнения фотонов, а \mathbf{p}_f и \mathbf{p}_i — импульс излучающей частицы, соответственно, в начальном и конечном состояниях), таковой является выражение для типичного отличного от нуля члена в разложении матрицы рассеяния:

$$M_n = \langle \mathbf{p}_f, s + n | \hat{T} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}^+(t) \hat{Q}(\mathbf{r}, t) dt \right\}^n | \mathbf{p}_i, s \rangle, \quad (\text{A.2})$$

где оператор рождения фотонов $\hat{a}^+(t)$ — в представлении взаимодействия. Внедрение $(n - 1)$ единичных операторов в виде сумм по полной системе состояний,

$$\sum_{\mathbf{p}} \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}, \mathbf{r}') \Psi^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \propto \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}),$$

где $\Psi^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ — из [41, § 136], приводит к расщеплению (A.2) на произведение n матричных элементов, зацепляющихся друг за друга в n интегралах по времени. Воздействие операторов $\exp \left(\pm i/\hbar \int \hat{H} dt \right)$, содержащихся в операторах \hat{Q} в представлении взаимодействия на $\Psi^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{r})$, и последующее вычисление интегралов по времени приводит к появлению $(n - 1)$ резонансного знаменателя (которые при постепенном приближении верхнего предела в интеграле по времени к бесконечности стремятся к соответствующим δ -функциям и обеспечивают тем самым приближенное сохранение энергии при каждом последующем однофотонном переходе в расщепленном таким образом акте многоквантового перехода) и одной точной δ -функции, обеспечивающей сохранение энергии в

едином акте многоквантового перехода. Совместное действие указанной δ -функции и общего предела $\hbar \rightarrow 0$ в (A.2) приводит к выходу резонансных знаменателей на массовую поверхность, что в результате дает следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 M_n &\propto \delta(E_f + n\hbar\omega - E_i)(M_n)_{phot} \times \\
 &\times \int d\mathbf{r}_{n-1} \int d\mathbf{p}_{n-1} \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_f, \mathbf{r}_{n-1}) Q(\mathbf{r}_{n-1}) \Psi^{(-)}(\mathbf{p}_{n-1}, \mathbf{r}_{n-1}) \delta(E_{n-1} + (n-1)\hbar\omega - E_i) \dots \\
 &\dots \int d\mathbf{r}_k \int d\mathbf{p}_k \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{r}_k) Q(\mathbf{r}_k) \Psi^{(-)}(\mathbf{p}_k, \mathbf{r}_k) \delta(E_k + k\hbar\omega - E_i) \dots \\
 &\dots \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{p}_1 \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1) Q(\mathbf{r}_1) \Psi^{(-)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{r}_1) \delta(E_1 + \hbar\omega - E_i) \dots \times \\
 &\times \int d\mathbf{r} \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_1, \mathbf{r}) Q(\mathbf{r}) \Psi^{(+)}(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}), \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

где фотонная часть матричного элемента

$$(M_n)_{phot} = \left(\frac{(s+n)!}{s!} \right)^{1/2} \tag{A.4}$$

обусловлена матричными элементами последовательных одноквантовых переходов в присутствии начальных и уже излученных фотонов в данной моде.

Рассмотрим простейшую версию (A.3), случай $n = 2$, соответствующий двухквантовому переходу. Применяя формализм предельного перехода $\hbar \rightarrow 0$ к матричному элементу $\langle \mathbf{p}_1 | Q | \mathbf{p}_i \rangle$, получим для координатной части M_2 :

$$M_2 \propto \int d\Omega_1 \int d\mathbf{r}_1 \Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_f, \mathbf{r}_1) Q(\mathbf{r}_1) \Psi^{(-)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{r}_1) \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\{i \rightarrow 1^*\}}^{-1/2} Q_\omega \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right) \tag{A.5}$$

где Ω_1 — телесный угол вектора \mathbf{p}_1 , $\mathbf{n}_1 \equiv \mathbf{p}_1/|\mathbf{p}_1|$, а сечение рассеяния $d\sigma/d\Omega$, фурье-компонента Q_ω величины $Q(r)$ и функция действия S берутся для траектории $\mathbf{r}(t)$, соответствующей акту рассеяния $\{\mathbf{p}_i \rightarrow \{E_i, \mathbf{n}_1\}\} \equiv \{i \rightarrow 1^*\}$. Далее удобно преобразовать интеграл по телесному углу Ω_1 в интеграл по траекторным переменным M_1 и φ_1 (см. [1, 40]),

$$\int d\Omega_1 \propto \int \overline{M}_1 d\overline{M}_1 d\overline{\varphi}_1 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\{1^* \rightarrow i\}}^{-1} \tag{A.6}$$

так что оставшиеся в (A.5) интегралы группируются, аналогично [1, 40], в однократный интеграл по времени на траекториях, уходящих (рассеиваемых) в направлении конечного импульса \mathbf{p}_f , и четырехкратный интеграл в двухкратном редуцированном траекторном пространстве $\{\overline{M}_1, \overline{\varphi}_1\} \otimes \{M_1, \varphi_1\}$. Вычисление последнего интеграла при $\hbar \rightarrow 0$ проводится методом стационарной фазы в четырехмерном пространстве. При этом стационарной фазе соответствует значение $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_f \equiv \mathbf{p}_f/|\mathbf{p}_f|$, фазовые множители (функции действия) в квазиклассических волновых функциях $\Psi^{(-)*}(\mathbf{p}_f, \mathbf{r}_1)$ и $\Psi^{(-)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{r}_1)$ сокращаются (в отличие от их сложения в функции действия вдоль классической траектории в $\langle \mathbf{p}_1 | Q | \mathbf{p}_i \rangle$) с точностью до их разницы, связанной с разностью энергий E_f и $E_1 = E_i - \hbar\omega$ и дающей необходимый для фурье-компоненты фактор

$$\omega t_1 \propto \frac{1}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial E}(E_f - E_1)$$

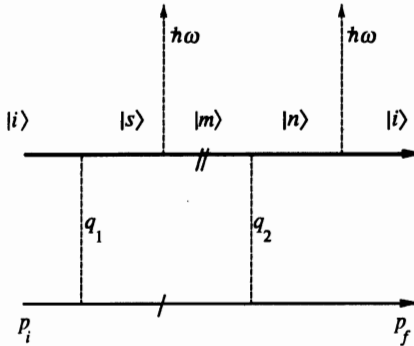


Рис. 4. «Лестничная» диаграмма второго порядка, описывающая конверсию двух виртуальных фотонов (четырёхимпульсы $q_{1,2}$) в два реальных фотона (энергии $\hbar\omega$) на электронном остове многозарядного иона. Одиной наклонной чертой изображено «разрезание» диаграммы по линии налетающего электрона (см. разд. 3). Двойной наклонной чертой показано «разрезание» диаграммы по линии электронного остова многозарядного иона

в экспоненте. В итоге сечение рассеяния в (А.6) сокращается с произведением квадратных корней этой величины, возникающих при вычислении интегралов (А.5) методом стационарной фазы.

Обобщение (по индукции) кратко описанного здесь вывода на случай произвольного числа фотонов позволяет в обобщение формулы (4.42) из работы [1] найти принцип соответствия для n -квантового перехода между волновыми функциями задачи рассеяния $\{\mathbf{p}_i \rightarrow \mathbf{p}_f\}$ в присутствии s фотонов в данной моде (не возмущающих движение частицы):

$$\langle \mathbf{p}_f, s + n | \hat{T} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}^+(t) \hat{Q}(t) dt \right\}^n | \mathbf{p}_i, s \rangle_{\hbar \rightarrow 0} \propto \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)^{1/2} (Q_\omega)^n \delta(E_i - E_f - n\hbar\omega) \left(\frac{(s+n)!}{s!} \right)^{1/2},$$

где $d\sigma/d\Omega_f$ — классическое сечение рассеяния частицы из состояния с начальным импульсом \mathbf{p}_i в состояние с импульсом \mathbf{p}_f $|\mathbf{p}_i|/|\mathbf{p}_f|$, (\mathbf{p}_f — импульс конечного квантового состояния), Q_ω — фурье-компонента величины $Q(\mathbf{r})$ вдоль траектории $\mathbf{r}(t)$, соответствующей указанному акту рассеяния.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

К обоснованию метода заданного поляризационного тока

В основе излагаемого ниже обоснования метода заданного поляризационного тока (в смысле его невозмущаемости актом излучения/поглощения фотонов) лежит возможность «разрезания» соответствующих диаграмм по линии распространения электронного остова многозарядного иона (на рис. 4 — двойная черта, пересекающая жирную линию, соответствующую функции Грина электронного остова многозарядного иона). Отметим здесь, что возможность «разрезания» (с точностью до вхождения вклада упругого рассеяния — корня из сечения рассеяния — только единым общим множителем) диаграммы по линии распространения налетающей частицы (одиной чертой, пересекающей тонкую линию на рис. 4) вытекает из применимости приближения заданного тока. Так, в пределе классического движения налетающей частицы для случая статического тормозного излучения это соответствует факторизации вероятности многофотон-

ного испускания (см. приведенное в Приложении А обоснование принципа соответствия для многоквантовых процессов). И наконец, разрезание по фотонной функции Грина соответствует методу эквивалентных фотонов Ферми.

Рассмотрим «лестничные» диаграммы, описывающие многофотонное излучение по поляризационному каналу и возникающие в результате разложения формального решения для матрицы рассеяния по степеням взаимодействия электронной подсистемы многозарядного иона с лазерным полем. Для примера остановимся на простейшем случае конверсии n виртуальных фотонов в n реальных для $n = 2$. Одна из топологически подобных диаграмм изображена на рис. 4. На приведенной диаграмме тонкая линия соответствует налетающей частице, рассеиваемой в поле многозарядного иона из состояния $|p_i\rangle$ в состоянии $|p_f\rangle$. Жирная линия изображает электронную подсистему многозарядного иона, не изменяющую своего состояния $|i\rangle$; q_1, q_2 — четырехвекторы эквивалентных фотонов Ферми; $|n\rangle, |m\rangle, |s\rangle$ — промежуточные состояния электронной подсистемы многозарядного иона.

В рассматриваемом дипольном приближении (по взаимодействию как с реальными, так и с виртуальными фотонами) аналитическое выражение, соответствующее данной диаграмме, имеет вид

$$M_2 \propto \int dq_1^0 dq_2^0 \delta(q_1^0 + q_2^0 - 2\hbar\omega) E_a^* E_b^* E_c^{EPH}(q_1) E_d^{EPH}(q_2) \mathfrak{R}_{ii}^{abcd}(-q_1^0, \omega, -q_2^0, \omega). \quad (B.1)$$

Здесь E — вектор электрической компоненты лазерного поля, E^{EPH} — поле эквивалентных фотонов Ферми (мы предполагаем, что «разрезание» диаграммы по линии налетающей частицы, изображенное на рис. 4 одинарной наклонной линией, уже произошло); \mathfrak{R}_{ii}^{abcd} — диагональный матричный элемент нелинейного тензора рассеяния электромагнитного поля на электронной подсистеме многозарядного иона, пропорциональный в данном случае восприимчивости третьего порядка, выражение для которого имеет следующий вид:

$$\mathfrak{R}_{ii}^{abcd}(-q_1^0, \omega, -q_2^0, \omega) \propto \sum_{n,m,s} \frac{d_{in}^a d_{nm}^b d_{ms}^c d_{si}^d}{(\omega_{ni} + \omega - q_1^0 - q_2^0 - i\gamma_{ni}/2) (\omega_{mi} + \omega - q_1^0 - i\gamma_{mi}/2) (\omega_{si} - q_1^0 - i\gamma_{si}/2)}, \quad (B.2)$$

где ω_{mn} и γ_{mn} — собственные частоты и соответствующие ширины переходов между состояниями электронной подсистемы многозарядного иона; d_{mn} — матричные элементы оператора дипольного момента.

Рассматриваемому приближению заданного поляризационного тока соответствует слагаемое в сумме по m в формуле (B.2) с $m = i$. Отбрасывание слагаемых с $m \neq i$ может быть обосновано, если выполнено околорезонансное условие (17), как раз при котором поляризационный механизм излучения и играет существенную роль.

Указанное слагаемое, дающее основной вклад в \mathfrak{R}_{ii}^{abcd} в интересующем нас случае, представимо в следующем виде:

$$\mathfrak{R}_{ii}^{abcd}{}_{m=i} \propto \frac{\alpha(\omega)\alpha(q_1^0)\delta^{ab}\delta^{cd}}{\omega - q_1^0 - i\gamma_{ii}/2}. \quad (B.3)$$

Здесь $\alpha(\omega)$ и $\alpha(q_1^0)$ — динамическая поляризуемость многозарядного иона, взятая соответственно на частотах ω и q_1^0 , δ_{mn} — символ Кроннекера. Учитывая, что $\omega \gg \gamma_{ii}$,

можно применить формулу Сохоцкого, которая дает сумму дельта-функции и оператора главного значения. Интегрирование по q_1^0 в формуле (В.1) зануляет вклад главного значения, остающаяся часть дает следующий основной вклад в амплитуду M_2 :

$$M_2 \propto \{ (E^{Las} E^{EPH}(\omega)) \alpha(\omega) \}^2 \propto \{ E^{Las} j^{pol}(\omega) \}^2. \quad (B.4)$$

Здесь $j^{pol} \propto \alpha(\omega) E^{EPH}(\omega)$ — поляризационный ток, наведенный эквивалентными фотонами частоты ω в многозарядном ионе, E^{Las} — амплитуда лазерного поля. Формула (В.4) обосновывает «разрезание» диаграмм по линии электронной подсистемы многозарядного иона (изображенное двумя наклонными чертами на рис. 4).

В результате указанного выше разрезания диаграмма n -того порядка сводится к n -той степени выражения, стоящего в фигурных скобках формулы (В.4). Возникший ряд из мультиплицированных таким образом диаграмм (с учетом ряда для статического канала излучения) можно свернуть в экспоненту, в показателе которой сомножителем будет, в соответствии с формулой (10), стоять полный излучающий ток.

Литература

1. V. I. Kogan, A. B. Kukushkin, V. S. Lisitsa, Phys. Rep. **213**, 1 (1992).
2. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965); М. В. Федоров, *Электрон в сильном световом поле*, Наука, Москва (1991), гл. 1.
3. И. Я. Берсон, ЖЭТФ **80**, 1727 (1981).
4. N. M. Kroll, K. M. Watson, Phys. Rev. A **8**, 804 (1973).
5. N. K. Rahman, Phys. Rev. A **10**, 440 (1974).
6. В. С. Лисица, Ю. А. Савельев, ЖЭТФ **92**, 484 (1987).
7. Veniard V., Gavrilu M., Maquet A., Phys. Rev. A **32**, 2537 (1985); **35**, 448 (1987).
8. M. Gavrilu, Phys. Rev. **163**, 147 (1967).
9. A. V. Korol, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **26**, 3137 (1993).
10. В. М. Буймистров, УФЖ **17**, 640 (1972); В. М. Буймистров, Л. И. Трахтенберг, ЖЭТФ **69**, 108 (1975).
11. Амусья М.Я., Балтенков А.С., Пайзиев А.А., Письма в ЖЭТФ **24**, 366 (1976).
12. Б. А. Зон, ЖЭТФ **73**, 128 (1977).
13. *Поляризационное тормозное излучение атомов и частиц*, под ред. В. Н. Цыговича, И. М. Ойрингеля, Наука, Москва (1987).
14. М. Я. Amusia, Phys. Rep. **162**, 249 (1988); М. Я. Амусья, *Тормозное излучение*, Энергоатомиздат, Москва (1990).
15. В. Касьянов, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **48**, 295 (1965).
16. А. Б. Кукушкин, В. С. Лисица, см. [13], гл. 11.
17. А. В. Kukushkin and V. S. Lisitsa, Phys. Lett. A **159**, 184 (1991).
18. В. Н. Цыгович, Труды ФИАН **66**, 191 (1973).
19. E. Fermi, Z. Physik **29**, 315 (1924).
20. V. S. Lisitsa, *Atoms in Plasmas*, Springer-Verlag, Berlin-Tokyo (1994).
21. A. Dubois and A. Maquet, Phys. Rev. A **40**, 4288 (1989).
22. М. Я. Amusia, L. V. Chernysheva, and A. V. Korol, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **23**, 2899 (1990).
23. М. Я. Amusia and A. V. Korol, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **25**, 2383 (1992).
24. Э. Т. Верховцева, Е. В. Гнатченко, Б. А. Зон, А. А. Некипелов, А. А. Ткаченко, ЖЭТФ **98**, 797 (1990).
25. Э. Т. Верховцева, Е. В. Гнатченко, А. А. Ткаченко, Опт. и спектр. **78**, 208 (1995).

26. Б. А. Зон, *ЖЭТФ* **107**, 1176 (1995).
27. J. I. Gersten and M. H. Mittleman, *Phys. Rev. A* **13**, 123 (1976).
28. F. M. Byron Jr., P. Francken, C. J. Joachain, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **20**, 5487 (1987).
29. P. Francken, Y. Attaourti, C. J. Joachain, *Phys. Rev. A* **38**, 1785 (1988).
30. E. L. Veilin and B. A. Zon, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **16**, L159 (1983).
31. П. А. Головинский, *ЖЭТФ* **94**, 87 (1988).
32. П. А. Головинский, М. А. Долгополов, *ТМФ* **95**, 418 (1993).
33. G. Kracke, J. S. Briggs, A. Dubois, A. Maquet, and V. Veniard, *Phys. Rev. B: At. Mol. Opt. Phys.* **27**, 3241 (1994).
34. B. Wallbank and J. K. Holmes, *Phys. Rev. A* **48**, R2515 (1993); **27**, 1221 (1994).
35. V. A. Astapenko and A. B. Kukushkin, in *Proc. of 12th Internat. Conference of Spectral Line Shapes*, Toronto (1994), ed. by A. D. May, J. R. Drummond, and E. Oks, AIP Press., Vol. 8, p. 83; Preprint IAE-5820/6, RRC "Kurchatov Institute", Moscow (1994).
36. А. В. Акопян, В. Н. Цытович, *Физика плазмы* **1**, 673 (1975); *ЖЭТФ* **71**, 166 (1977).
37. В. А. Астапенко, В. М. Буймистров, Ю. А. Кротов, В. Н. Цытович, *Физика плазмы* **15**, 202 (1989).
38. П. А. Головинский, М. А. Долгополов, В. Г. Хлебостроев, *Физика плазмы* **20**, 558 (1994).
39. В. И. Коган, А. Б. Кукушкин, *ЖЭТФ* **87**, 1164 (1984).
40. В. И. Коган, А. Б. Кукушкин, Препринт ИАЭ-3660/6, ИАЭ им. Курчатова, Москва (1982).
41. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, (1989), § 136.
42. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989), с. 98.
43. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Атом в сильном световом поле*, Энергоатомиздат, Москва (1984).
44. Р. Элтон, *Рентгеновские лазеры*, Мир, Москва (1994).