ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 3, стр. 1092–1106

ГИБРИДНО-ФОНОННЫЙ РЕЗОНАНС В КВАЗИДВУМЕРНОЙ НАНОСТРУКТУРЕ

В. А. Маргулис

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия

Поступила в редакцию 29 августа 1996 г.

Найден коэффициент поглощения электромагнитного излучения квазидвумерным электронным газом, помещенным в наклонное магнитное поле. Показано, что рассеяние электронов на оптических фононах приводит к резонансному поглощению. Изучена форма резонансных пиков на кривой поглощения и показано, что она носит дублетный характер. Исследована зависимость резонансных пиков от угла наклона магнитного поля к плоскости конфайнмента.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование внутризонных оптических переходов квазидвумерных электронов в наклонном магнитном поле дает важную информацию об энергетическом спектре носителей заряда и характере их взаимодействия с рассеивателями [1–3]. Обзор ранних работ в этом направлении содержится в монографии [4], а из более поздних отметим [5, 6]. Гибридизация электрического и магнитного квантования приводит в квазидвумерной наноструктуре к чисто дискретному энергетическому спектру электронов. В силу этого становится возможным резонансное поглощение электромагнитного излучения, обусловленное электронными переходами между двумя гибридными энергетическими уровнями. Для исследования этих переходов необходимо выбрать подходящую модель потенциала конфайнмента квазидвумерного электронного газа в наноструктуре. В работах [7–9] для изучения эффектов, обусловленных наклонным магнитным полем **B**, используется модель параболической ямы с потенциалом конфайнмента $U = m^*\Omega^2 z^2/2$, где m^* — эффективная масса носителей заряда, Ω — частота потенциала, связанная с характерным размером конфайнмента формулой $l = \sqrt{\hbar/m^*\Omega}$. Это обусловлено двумя важными обстоятельствами. Во-первых, гамильтониан одноэлектронных состояний в этой модели является квадратичным, и, следовательно, подходящим каноническим преобразованием фазового пространства его спектр сводится к сумме спектров двух гармонических осцилляторов, а собственные функции факторизуются в произведение осцилляторных функций [10]. При этом фактор заполнения этих состояний определяется кратностью вырождения гибридно-осцилляторных уровней и равен $eB_z/c\hbar$, где B_z — перпендикулярная плоскости конфайнмента компонента магнитного поля $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z)$. Во-вторых, в соответствии с обобщенной теоремой Кона [11] электрон-электронные взаимодействия не влияют в этом случае на электронные переходы.

В связи с тем, что спектр и волновые функции одноэлектронных состояний имеют простой аналитический вид, можно получить, как показано ниже, явные аналитические формулы для коэффициента поглощения высокочастотного электромагнитного излучения.

Наличие в квазидвумерной наноструктуре рассеяния на фононах может приводить к процессу, в котором переход между электронными состояниями осуществляется при одновременном действии двух факторов, т. е. когда поглощение кванта высокочастотного поля $\hbar\omega$ сопровождается абсорбцией или эмиссией оптического фонона. Резонанс в поглощении, обусловленный процессами такого типа, ниже будем называть гибридно-фононным резонансом.

2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ

Энергетический спектр электрона в параболической яме, помещенной в наклонное магнитное поле, имеет вид [7]

$$\varepsilon_\beta = \hbar\omega_1\left(n+\frac{1}{2}\right)+\hbar\omega_2\left(m+\frac{1}{2}\right), \qquad n,m=0,1,..., \tag{1}$$

где гибридные частоты равны [8]

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\omega_c^2+\Omega^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\omega_c^2+\Omega^2)^2}{4} - \omega_c^2\Omega^2\cos^2\theta_0},$$

θ_0 — угол наклона поля **B** к плоскости конфайнмента. Соответствующие волновые функции в смешанном координатно-импульсном представлении описываются формулой

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{L_x}}\exp\left(\frac{ip_x x}{\hbar}\right)\varphi_n\left(\frac{u}{l_1}\right)\varphi_m\left(\frac{v}{l_2}\right), \tag{2}$$

где $\varphi_n(x)$ — осцилляторные функции, L_x — нормировочный размер, $\beta = p_x, n, m$, гибридно-магнитные длины $l_{1,2} = \sqrt{\hbar/m^*\omega_{1,2}}$. Переменные u и v связаны с координатами и импульсами электронов соотношениями

$$u = (y-y_0)\cos\alpha - \frac{1}{m^*\Omega}(p_z - p_z^0),$$

$$v = (y-y_0)\sin\alpha + \frac{1}{m^*\Omega}(p_z - p_z^0), \tag{3}$$

где $p_z^0 = -m^*\omega_c y_0 \sin\theta_0$, $y_0 = -cp_x/eB\cos\alpha$, а угол α определяется соотношением [7]

$$tg 2\alpha = \frac{2\omega_c\Omega\sin\theta_0}{\omega_c^2-\Omega^2}. \tag{4}$$

Уровни гибридного квантования (1) размываются тепловым движением на величину T и столкновениями на величину $\hbar/\tau$, определенную временем релаксации электронов τ. Ясно, что гибридно-фононный резонанс может наблюдаться только при условии, что все уровни хорошо разрешены, а частоты фотонов и фононов в достаточной степени монохроматичны.

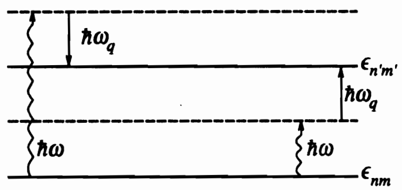

Рис. 1. Переходы, приводящие к резонансному поглощению во втором порядке теории возмущений

Поэтому будем далее считать фотонную частоту высокой ($\omega\tau \gg 1$), а гибридный конфайнмент достаточно сильным ($\omega_{1,2}\tau \gg 1$) и квантующим ($\hbar\omega_{1,2} \gg T$).

Фононная частота будет в достаточной степени монохроматичной, если взаимодействие происходит с длинноволновыми оптическими фононами. Характерные размеры изменения волновой функции электрона имеют тот же порядок, что и гибридно-магнитные длины $l_{1,2}$. Для реальных ситуаций в наноструктурах эти длины велики по сравнению с постоянной решетки, и, следовательно, взаимодействующие фононы будут длинноволновыми.

Рассмотрим теперь физическую природу явления гибридно-фононного резонанса. В отсутствие размерного конфайнмента по оси z движение вдоль магнитного поля является свободным и, следовательно, электронный спектр будет квазидискретным (уровни Ландау). Это обстоятельство, как хорошо известно, приводит к корневым сингулярностям в плотности начальных и конечных состояний, которые в свою очередь дают логарифмические сингулярности в циклотрон-фононном поглощении высокочастотного излучения [12–14].

Эта сингулярность размазывается, если учесть столкновительную ширину уровня $\sim \hbar/\tau$ либо дисперсию оптических фононов.

В квазидвумерной наноструктуре физическая природа сингулярности иная. В нашем случае вероятность электронного перехода пропорциональна $\delta(\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta'} + \hbar\omega \pm \hbar\omega_q)$, где $\epsilon_{\beta,\beta'}$ — энергии электронов, $\hbar\omega_q$ — энергия оптического фонона. Если пренебречь дисперсией оптических фононов, то содержащий этот множитель коэффициент поглощения $\Gamma(\omega)$ будет иметь (в силу дискретности спектра одноэлектронных состояний) δ-образные сингулярности в точках, где частота фотона удовлетворяет условию

$$\hbar\omega_1(n-n') + \hbar\omega_2(m-m') + \hbar\omega \pm \hbar\omega_q = 0. \tag{5}$$

При учете дисперсии фононов, как показано ниже, эта сингулярность размывается, а пики поглощения раздваиваются, и в точке сингулярности поглощение становится равным нулю.

Возможные типы электронных переходов показаны на рис. 1.

3. ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ

Используя подход, основанный на методе, предложенном Фрелихом [15] и рассмотренном для переходов в магнитном поле в работе Басса и Левинсона [12], можно найти коэффициент поглощения, применяя обычную теорию возмущений для взаимодействия электронов с высокочастотным полем H_R и решеткой H_L, которые включаются одновременно. Изображенные на рис. 1 переходы возникают во втором порядке теории возмущений по $H_R + H_L$.

Энергия невзаимодействующих электронов, фотонов и фононов в наноструктуре описывается гамильтонианом

$$H_0 = \sum_{\beta} \epsilon_\beta a^+_\beta a_\beta + \sum_{\mathbf{f}} \hbar\omega_f b^+_{\mathbf{f}} b_{\mathbf{f}} + \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_q c^+_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{q}}, \tag{6}$$

где $a^+_\beta(a_\beta)$, $b^+_{\mathbf{f}}(b_{\mathbf{f}})$ и $c^+_{\mathbf{q}}(c_{\mathbf{q}})$ — операторы рождения (уничтожения) соответственно электронов, фотонов и фононов. Матричные элементы переходов, показанных на рис. 1, можно записать, следуя [12], в виде

$$\langle\alpha|H|\alpha'\rangle = \sum_{\beta''} \frac{\langle\beta,0|H_R|\beta'',-\mathbf{f}\rangle\langle\beta'',0|H_L|\beta',\pm\mathbf{q}\rangle}{\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta''} + \hbar\omega} + \\ + \sum_{\beta''} \frac{\langle\beta,0|H_L|\beta'',\pm\mathbf{q}\rangle\langle\beta'',0|H_R|\beta',-\mathbf{f}\rangle}{\epsilon_{\beta'} - \epsilon_{\beta''} - \hbar\omega}. \tag{7}$$

В (7) начальное состояние $|\alpha\rangle = |\beta,\ldots,N_{\mathbf{f}},\ldots,N_{\mathbf{q}},\ldots\rangle \equiv |\beta,0,0\rangle$, а конечное $|\alpha'\rangle = |\beta',\ldots,N_{\mathbf{f}}-1,\ldots,N_{\mathbf{q}}\pm 1,\ldots\rangle \equiv |\beta',-\mathbf{f},\pm\mathbf{q}\rangle$. Тогда коэффициент поглощения удобно представить в виде, аналогичном [12]:

$$\Gamma(\omega) = \overline{\Gamma}^+(\omega) + \overline{\Gamma}^-(\omega),$$

где $\overline{\Gamma}$ означает тепловое усреднение по начальным состояниям фононов, а

$$\Gamma^{(\pm)}(\omega) = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{c\hbar N_{\mathbf{f}}}\left(1 - e^{-\hbar\omega/T}\right) \sum_{\beta,\beta',\mathbf{q}} f_0(\epsilon_\beta) \times \\ \times |\langle-\mathbf{f},\pm\mathbf{q},\beta'|V|0,0,\beta\rangle|^2 \delta(\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta'} \mp \hbar\omega_q + \hbar\omega), \tag{8}$$

где $\varepsilon(\omega)$ — вещественная часть диэлектрической проницаемости, для которой в рассматриваемой области частот по предположению отсутствует дисперсия, c — скорость света в вакууме, $N_{\mathbf{f}}$ — число фотонов в начальном состоянии с частотой $\omega = cf/\sqrt{\varepsilon(\omega)}$, функция распределения электронов для невырожденного газа

$$f_0(\varepsilon_\beta) = \frac{8\pi\hbar n_0 L_z}{m^*\omega_c\cos\theta_0} \operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_1}{2T} \operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_2}{2T} \exp\left(-\frac{\epsilon_\beta}{T}\right),$$

n_0 — концентрация электронов, L_z — нормировочная длина. В (8) введен матричный элемент

$$\langle V\rangle = \sum_{\beta''} \frac{\langle\beta',0|H_R|\beta'',-\mathbf{f}\rangle\langle\beta'',0|h_L|\beta,\pm\mathbf{q}\rangle}{\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta''} + \hbar\omega} + \\ + \sum_{\beta''} \frac{\langle\beta,0|h_L|\beta'',\pm\mathbf{q}\rangle\langle\beta'',0|H_R|\beta',-\mathbf{f}\rangle}{\epsilon_{\beta'} - \epsilon_{\beta''} - \hbar\omega}. \tag{9}$$

Взаимодействие с решеткой

$$H_L = \sum_{\mathbf{q}} h_L(\mathbf{q}),$$

где

$$h_L(\mathbf{q}) = D_\mathbf{q} c_\mathbf{q} e^{i\mathbf{qr}} + \text{c.c.},$$

$D_\mathbf{q}$ — константа электрон-фононного взаимодействия.

Взаимодействия с высокочастотным полем H_R запишем в виде [12]

$$H_R = \frac{e}{m^*}\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\varepsilon(\omega)\omega V}}\, b_\mathfrak{f}\mathbf{e}_\mathfrak{f}\mathbf{P}. \tag{10}$$

Здесь V — нормировочный объем, $\mathbf{P}$ — обобщенный импульс в постоянном магнитном поле:

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \left(\frac{eB_z}{c}y, 0, -\frac{eB_x}{c}y\right).$$

Далее будем вычислять поглощение для линейной поляризации и выберем вектор поляризации $\mathbf{e}_\mathfrak{f}$ по оси y. Тогда

$$H_R = \frac{e}{m^*}\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\varepsilon(\omega)\omega V}}\, b_\mathfrak{f} p_y. \tag{11}$$

Ниже при вычислении матричных элементов H_R поле высокочастотного взаимодействия будет предполагаться однородным. Для этого необходимо, чтобы длина волны фотона $\lambda \gg l_{1,2}$, что накладывает ограничения на гибридно-осцилляторные частоты $\omega_{1,2}$. При выполнении этого условия электрон-фотонные переходы будут дипольными и, следовательно,

$$\langle\beta, 0|H_R|\beta', -\mathfrak{f}\rangle = \frac{e}{m^*}\sqrt{\frac{2\pi\hbar N_\mathfrak{f}}{\varepsilon(\omega)\omega V}}\langle\beta|p_y|\beta'\rangle. \tag{12}$$

4. ФОРМУЛЫ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Поскольку одноэлектронные состояния $|\beta\rangle$ определены в смешанном координатно-импульсном представлении, для вычисления матричных элементов (12) необходимо записать оператор p_y в том же представлении. Используя (3), получим

$$p_y = \cos\alpha\frac{\partial}{\partial u} + \sin\alpha\frac{\partial}{\partial v}. \tag{13}$$

Подставляя (13) в (12), после несложных преобразований получаем

$$\langle\beta, 0|H_R|\beta', -\mathfrak{f}\rangle = \frac{ie\hbar}{m^* l_1 l_2}\sqrt{\frac{\pi\hbar N_\mathfrak{f}}{\varepsilon(\omega)\omega V}}\delta(k_x', k_x) \times$$
$$\times \left\{ l_2\delta(m', m)\cos\alpha\left[\sqrt{n}\,\delta(n', n-1) - \sqrt{n+1}\,\delta(n', n+1)\right] + l_1\delta(n', n)\sin\alpha \times \right.$$
$$\left. \times \left[\sqrt{m}\,\delta(m', m-1) - \sqrt{m+1}\,\delta(m', m+1)\right]\right\}. \tag{14}$$

После интегрирования по переменной z матричные элементы электрон-фононного взаимодействия запишутся в виде

$$\langle \pm\mathbf{q}, \beta' | h_L | 0, \beta \rangle = D_\mathbf{q} \sqrt{N_\mathbf{q} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}\, \delta(k'_x, k_x \pm q_x) \times \\ \times \langle n', m' | \exp\left[i(q_y y + q_z z) \right] | n, m \rangle. \tag{15}$$

Для нахождения матричного элемента в правой части выражения (15) запишем экспоненту в смешанном координатно-импульсном представлении:

$$\exp\left[i(q_y y + q_z z)\right] = \exp\left[iq_y(u\cos\alpha + v\sin\alpha + y_0)\right] \exp\left[q_z l^2 \left(\sin\alpha \frac{\partial}{\partial u} - \cos\alpha \frac{\partial}{\partial v}\right)\right]. \tag{16}$$

Введем обобщенные импульсы p_u и p_v, канонически сопряженные с u и v. Тогда

$$p_u = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial u}, \quad p_v = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial v}$$

и второй экспоненциальный множитель в (16) примет вид $\exp[iq_z l^2(p_u \sin\alpha - p_v \cos\alpha)]$. Воспользуемся соотношением

$$\exp\left(\frac{ia}{\hbar}p_u\right)\varphi_n\left(\frac{u}{l_1}\right) = \varphi_n\left(\frac{u+a}{l_1}\right), \tag{17}$$

которое следует из того, что экспоненциальный оператор является генератором группы трансляций.

Из формул (16) и (17) нетрудно получить матричные элементы

$$\langle n', m' | \exp\left[i(q_y y + q_z z)\right] | n, m \rangle =$$

$$= \exp(iq_y y_0) \left\langle \varphi_{n'}\left(\frac{u}{l_1}\right) \middle| \exp(iq_y u\cos\alpha) \middle| \varphi_n\left(\frac{u + l^2 q_z \sin\alpha}{l_1}\right) \right\rangle \times \\ \times \left\langle \varphi_{m'}\left(\frac{v}{l_2}\right) \middle| \exp(iq_y v \sin\alpha) \middle| \varphi_m\left(\frac{v - l^2 q_z \cos\alpha}{l_2}\right) \right\rangle. \tag{18}$$

Введем вместо проекций фононного волнового вектора безразмерные величины

$$\begin{aligned} g_y &= \frac{l_1 q_y}{\sqrt{2}}\cos\alpha, \quad g_z = \frac{l^2 q_z}{\sqrt{2}\, l_1}\sin\alpha, \\ d_y &= \frac{l_2 q_y}{\sqrt{2}}\cos\alpha, \quad d_z = \frac{l^2 q_z}{\sqrt{2}\, l_2}\sin\alpha. \end{aligned} \tag{19}$$

После простых, но громоздких преобразований, вычисляя интегралы с осцилляторными функциями, входящие в (18), получим

$$\langle n', m' | \exp\left[i(q_y y + q_z z)\right] | n, m \rangle = \sqrt{\frac{m'!n'!}{m!n!}}(-1)^{n+m-n'-m'} g^{n-n'} d^{m-m'} \times \\ \times \exp\left(iq_y y_0 - \frac{d^2 + g^2}{2}\right) \exp\left(i\left[\varphi(n-n') + \psi(m-m')\right]\right) L_{n'}^{n-n'}(g^2) L_{m'}^{m-m'}(d^2), \tag{20}$$

где $\operatorname{tg}\varphi = g_y/g_z$, а $\operatorname{tg}\psi = d_y/d_z$, $d^2 = d_y^2 + d_z^2$, $g^2 = g_y^2 + g_z^2$, $L_N^{N'}$ — обобщенные полиномы Лагерра.

Введем обозначение

$$\langle n', m'| \exp\left[i(q_y y + q_z z)\right] |n, m\rangle = \exp(iq_y y_0) J(n', m', n, m). \tag{21}$$

Тогда, используя (9), (4), (15) и (21), можно получить

$$\begin{aligned}\langle -\mathbf{f}, \pm\mathbf{q}, \beta'|V|0,0,\beta\rangle = \frac{ie\hbar}{m^* l_1 l_2}\sqrt{\frac{\pi\hbar N_\mathbf{f}(N_\mathbf{q} + 1/2 \pm 1/2)}{\omega\varepsilon(\omega)V}} D_\mathbf{q}\delta(k_x, k' \pm q_x) \times \\ \times \left\{ \frac{l_2\sqrt{n+1}\cos\alpha}{\hbar(\omega-\omega_1)} J(n+1, m; n', m') - \frac{l_2\sqrt{n}\cos\alpha}{\hbar(\omega+\omega_1)} J(n-1, m; n', m') + \right. \\ + \frac{l_1\sqrt{m+1}\sin\alpha}{\hbar(\omega-\omega_2)} J(n, m+1; n', m') - \frac{l_1\sqrt{m}\sin\alpha}{\hbar(\omega+\omega_2)} J(n, m-1; n', m') - \\ - \frac{l_2\sqrt{n'}\cos\alpha}{\hbar(\omega-\omega_1)} J(n, m; n'-1, m') + \frac{l_2\sqrt{n'+1}\cos\alpha}{\hbar(\omega+\omega_1)} J(n, m; n'+1, m') - \\ \left. - \frac{l_1\sqrt{m'}\sin\alpha}{\hbar(\omega-\omega_2)} J(n, m; n', m'-1) + \frac{l_1\sqrt{m'+1}\cos\alpha}{\hbar(\omega+\omega_2)} J(n, m; n', m'+1) \right\} \exp(iq_y y_0).\end{aligned} \tag{22}$$

С помощью (20) и (21) преобразуем (22) к виду

$$\begin{aligned}\langle -\mathbf{f}, \pm\mathbf{q}, \beta'|V|0,0,\beta\rangle = -\frac{ie\hbar}{m^* l_1 l_2}\sqrt{\frac{\pi\hbar N_\mathbf{f}(N_\mathbf{q} + 1/2 \pm 1/2)}{\omega\varepsilon(\omega)V}} D_\mathbf{q} A(\omega) \times \\ \times \exp(iq_y y_0)\delta(k_x, k_x' \pm q_x) J_{nn'}(g^2) J_{mm'}(d^2),\end{aligned} \tag{23}$$

где

$$\begin{aligned}J_{nn'}(x^2) = \frac{n'!}{n!} x^{n-n'} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2} i q_y q_z l^2 \sin\alpha\cos\alpha\right) \times \\ \times (-1)^{n-n'} \exp\left[i\varphi(n'-n)\right] L_{n'}^{n-n'}(x^2),\end{aligned} \tag{24}$$

$J_{mm'}(x)$ отличается от (24) заменой $\varphi \to \psi$. Частотный множитель

$$A(\omega) = g l_2 \cos\alpha \left(\frac{e^{-i\varphi}}{\omega_1 - \omega} + \frac{e^{i\varphi}}{\omega_1 + \omega}\right) + d l_1 \sin\alpha \left(\frac{e^{i\psi}}{\omega_2 - \omega} - \frac{e^{-i\psi}}{\omega_2 + \omega}\right). \tag{25}$$

Из (25) можно получить

$$|A(\omega)|^2 = 2\left[a(\omega) q_z^2 + b(\omega) q_y^2\right], \tag{26}$$

где

$$\begin{aligned}a(\omega) = \frac{l^4}{l_1^2 l_2^2}\frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}\left(\frac{\omega_1 l_2^2}{\omega_1^2 - \omega^2}\sqrt{\frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}} + \frac{\omega_2 l_1^2}{\omega_2^2 - \omega^2}\sqrt{\frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}}\right)^2, \\ b(\omega) = \omega^2 l_1^2 l_2^2 \frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left(\frac{1}{\omega_1^2 - \omega^2}\sqrt{\frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}} + \frac{1}{\omega_2^2 - \omega^2}\sqrt{\frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}}\right)^2.\end{aligned} \tag{27}$$

При получении (27) использованы соотношения

$$\cos^2\alpha = \frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}, \qquad \sin^2\alpha = \frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}.$$

5. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИКОВ РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

Введем парциальные коэффициенты поглощения по формуле

$$\Gamma^{(\pm)}(\omega) = \sum_{n,m,n',m'=0}^{\infty} \bar{\Gamma}^{(\pm)}(n,m;n',m'), \tag{28}$$

а также величину

$$\Delta\omega = \omega_1(n-n') + \omega_2(m-m') + \omega \mp \omega_q. \tag{29}$$

Из результатов предыдущего раздела после суммирования по k_x получим выражение

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}^{(\pm)}(n,m;n',m') &= \frac{e^2\omega_c\cos\theta_0}{m^* c\hbar^2 l_1^2 l_2^2 \omega L_z \sqrt{\varepsilon(\omega)}}(1-e^{-\hbar\omega/T})\sum_{\mathbf{q}}|D_{\mathbf{q}}|^2\left(\frac{n'!m'!}{n!m!}\right)\times \\ &\times |A(\omega)|^2 d^{2(m-m')} g^{2(n-n')} e^{-d^2-g^2}\left[L_{n'}^{n-n'}(g^2)L_{m'}^{m-m'}(d^2)\right]^2 \times \\ &\times (N_T + 1/2 \pm 1/2)\delta(\Delta\omega) f_0(\varepsilon_\beta),\end{aligned} \tag{30}$$

где N_T — функция распределения Планка, которая получается при тепловом усреднении по фононным состояниям.

Из (30) видно, что в пренебрежении дисперсией оптических фононов ($\omega_q = \omega_0$) парциальные коэффициенты $\Gamma^{(\pm)}(n,m;n',m')$ имеют δ-образные сингулярности в точках, где расстройка резонанса $\Delta\omega = 0$. Учтем теперь слабую дисперсию фононов. Для длинноволновых фононов будем считать закон дисперсии параболическим: $\omega_q = \omega_0(1 - \omega_0^{-2}v_s^2q^2)$, где ω_0 — предельная частота оптических фононов, v_s — скорость звука [13]. В этом случае интеграл по $|\mathbf{q}|$, входящий в (30), сворачивается благодаря δ-функции, имеющей вид $\delta(\Delta\omega \pm \omega_0^{-1}v_s^2q^2)$. Константа электрон-фононной связи для PO- и DO-фононов имеет вид [12]

$$|D_{\mathbf{q}}|^2 = \frac{2\pi\hbar^2\alpha_L\omega_0}{m^*V}\begin{cases}\sqrt{2m^*\hbar\omega_0}/q^2 & \text{для } PO\text{-фононов},\\ 4\hbar^2/\sqrt{2m^*\hbar\omega_0} & \text{для } DO\text{-фононов}.\end{cases} \tag{31}$$

Тогда для $\Gamma_{DO}^{(\pm)}(n,m;n',m')$ получим

$$\begin{aligned}\Gamma_{DO}^{(\pm)}(n,m;n',m') &= \frac{2e^2n_0(N_0+1/2\pm 1/2)(1-e^{-\hbar\omega/T})\hbar\omega_0^3(\Delta\omega)^{3/2}\omega_c\Omega}{\pi c\omega m^* v_s^5\sqrt{2m^*\hbar\varepsilon(\omega)}}\times \\ &\times \operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_1}{2T}\operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_2}{2T}\exp\left[-\frac{\omega_1(n+1/2)+\hbar\omega_2(m+1/2)}{T}\right]\Phi(n,m;n',m').\end{aligned} \tag{32}$$

Здесь α_L — безразмерная константа связи электронов с решеткой, $N_0 = (e^{\hbar\omega_0/T}-1)^{-1}$, интеграл по углам

$$\Phi(n,m,n',m') = \frac{n'!m'!}{n!m!}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\vartheta d\vartheta (a\cos^2\vartheta + b\sin^2\vartheta\sin^2\varphi) x_1^{n-n'} \times$$

$$\times x_2^{m-m'} e^{-x_1-x_2}\left[L_{n'}^{n-n'}(x_1) L_{m'}^{m-m'}(x_2)\right]^2, \qquad (33)$$

где

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\frac{\omega_0|\Delta\omega|}{l_{1,2}^2 v_s^2}\left(\frac{\omega_1^2-\Omega^2}{\omega_1^2-\omega_2^2} l_{1,2}^4 \sin^2\vartheta\sin^2\varphi + \frac{\omega_2^2-\Omega^2}{\omega_2^2-\omega_1^2} l^4\cos^2\vartheta\right). \qquad (34)$$

Парциальный коэффициент поглощения

$$\Gamma_{PO}^{(\pm)}(n,m,n',m') = \frac{(mv_s)^2}{2\hbar|\Delta\omega|}\Gamma_{DO}(n,m,n',m').$$

Максимумы на кривых $\Gamma(n,m,n',m')$, очевидно, обусловлены максимумами $\Phi(n,m,n',m')$. Рассмотрим переходы из основного состояния ($n=m=0$). Как следует из (33), в этом случае подынтегральная функция в выражении для $\Phi(0,0,n',m')$ имеет вид $(\Delta\omega)^{n'+m'}\exp[-f(\vartheta,\varphi)\Delta\omega]$. Эта функция при малых значениях $\Delta\omega$ растет как степенная, а затем экспоненциально убывает.

Если учесть размытие гибридно-осцилляционных уровней за счет столкновений, то $\Gamma(\Delta\omega)$ нужно заменить на $\mathrm{Re}\,\Gamma(\Delta\omega+i\gamma)$, где величина столкновительного размытия $\gamma=\tau^{-1}$. При пренебрежении дисперсией оптического фонона учет этого размытия особенно прост. Необходимо δ-функцию в (8) заменить на лоренцевскую кривую $\pi\tau/[1+\tau^2(\Delta\omega)^2]$. В этом случае $\Gamma(\Delta\omega)$ имеет δ-образные пики типа всплесков с полушириной равной τ^{-1}.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Проведем более подробное исследование коэффициента поглощения. Ограничимся далее только ультраквантовым случаем, когда переходы идут из основного состояния системы. Из полученных выше аналитических выражений для парциальных коэффициентов поглощения $\Gamma^{(\pm)}(0,\,0,\,n,\,m)$ следует, что в точке, где частота электромагнитного излучения удовлетворяет условию $\Delta\omega=0$, эти коэффициенты обращаются в нуль. В малой окрестности этой точки $\Phi(0,\,0,\,n,\,m)$ как функция $\Delta\omega$ имеет два симметрично расположенных острых максимума слева и справа от этой точки, а следовательно, и $\Gamma^{(\pm)}(0,\,0,\,n,\,m)$ будет иметь такие же максимумы вблизи этой точки, т. е. парциальные пики поглощения будут иметь дублетную структуру. Отметим, кроме того, что экспоненциальный характер зависимости парциальных коэффициентов поглощения от номеров n и m гибридно-осцилляторных уровней дает сильное уменьшение величины парциального поглощения с ростом номеров этих уровней.

Ввиду сложности аналитических зависимостей в (32)–(34) для более детальной характеристики пиков поглощения необходимо провести численное исследование зависимости $\Gamma^{(\pm)}(0,\,0,\,n,\,m)$ от частоты излучения, магнитного поля и угла его наклона к плоскости конфайнмента.

На рис. 2–5 показаны полученные с помощью численного интегрирования в (32)–(34) графики зависимостей нескольких первых парциальных коэффициентов поглощения от частоты излучения ω для DO- и PO-фононов. При построении этих графиков

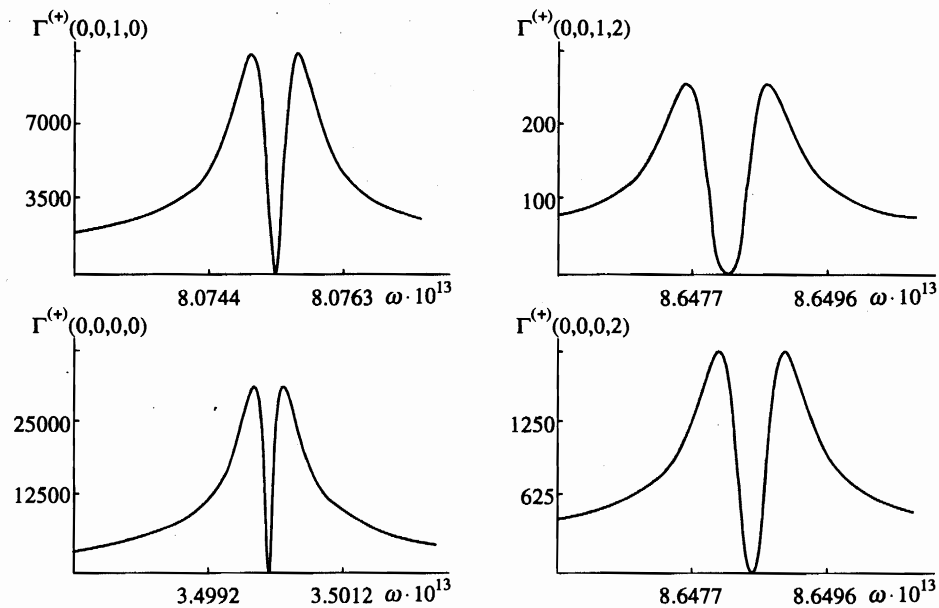

Рис. 2. Парциальные коэффициенты поглощения при эмиссии DO-фононов; $\theta_0 = 30°$

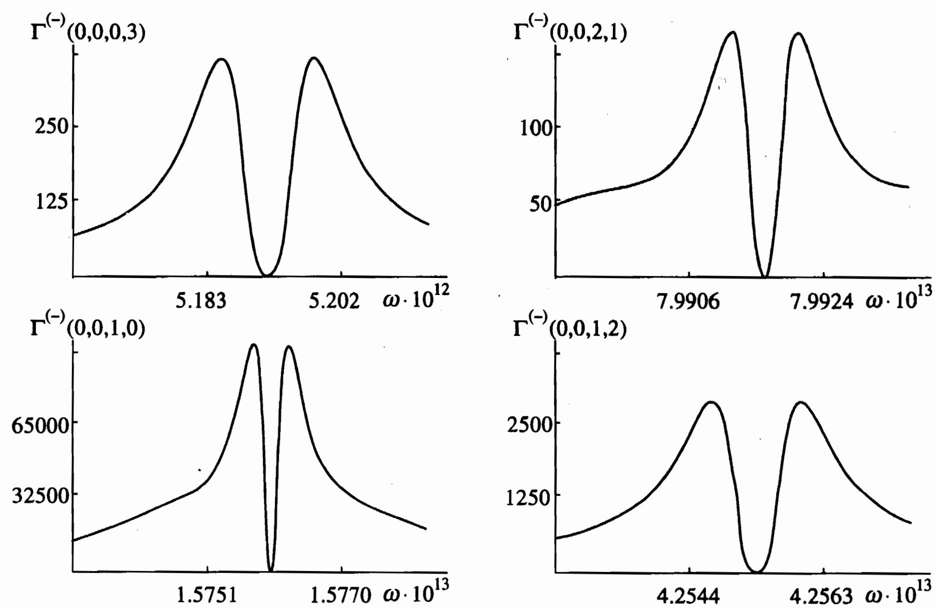

Рис. 3. Парциальные коэффициенты поглощения при абсорбции DO-фононов; $\theta_0 = 60°$

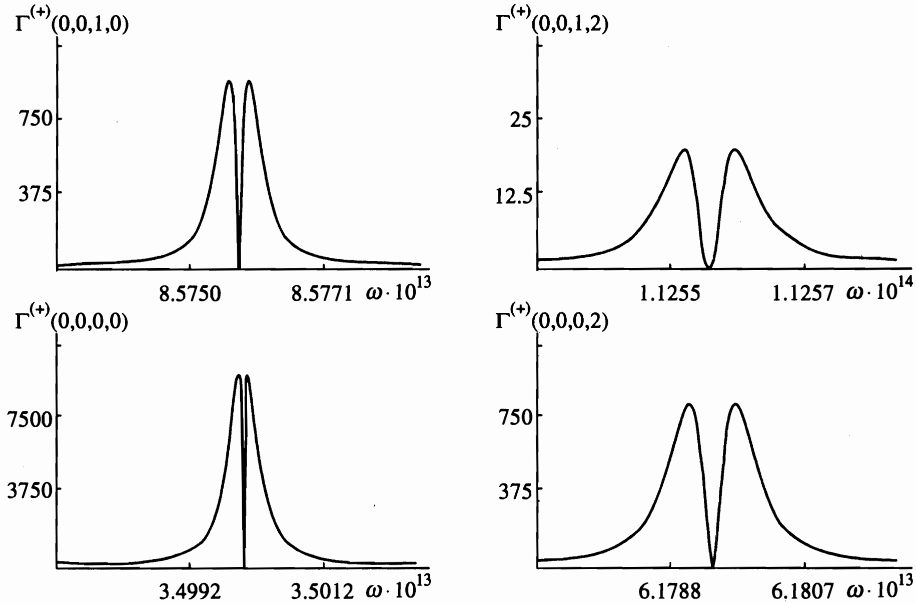

Рис. 4. Парциальные коэффициенты поглощения при эмиссии PO-фононов; $\theta_0 = 60°$

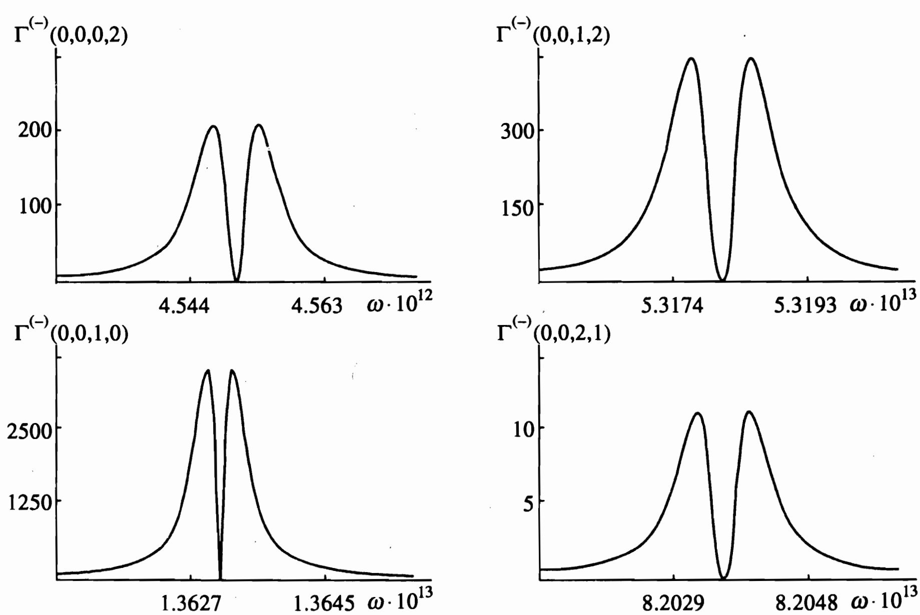

Рис. 5. Парциальные коэффициенты поглощения при абсорбции PO-фононов; $\theta_0 = 45°$

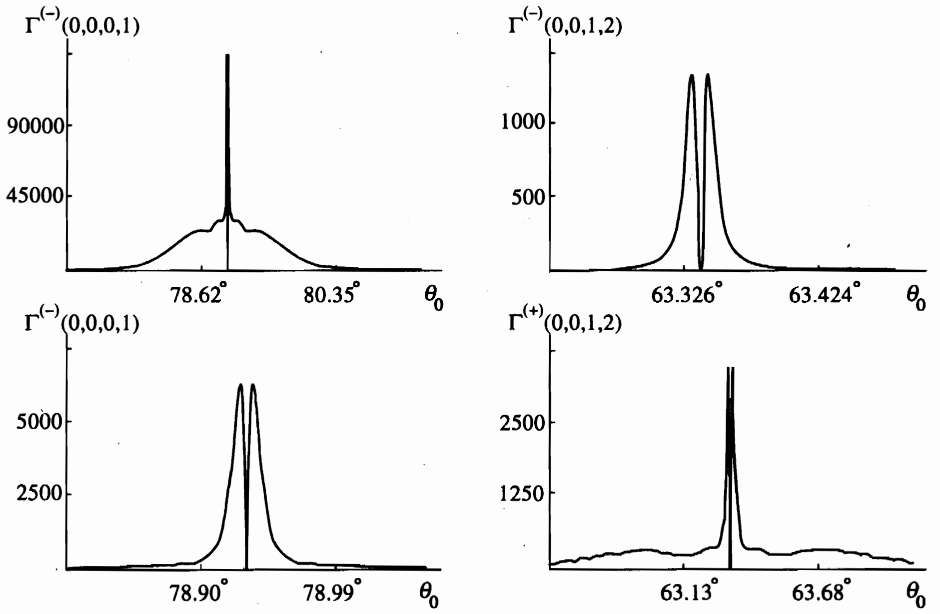

Рис. 6. Зависимость парциальных коэффициентов поглощения от угла θ_0 при $\omega_c = 3.4 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $\omega = 4 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $T = 100$ К

были использованы численные значения параметров InSb [12]: $\varepsilon_0 = 17.5$, $\varepsilon_\infty = 16$, $\omega_0 = 3.7 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$ при концентрации электронов $n = 10^{16}$ см$^{-3}$, температуре $T = 100$ К и $\omega_c = 3.4 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$. На этих рисунках показаны графики для разных значений угла наклона магнитного поля. На всех графиках ясно видна дублетная структура пика поглощения. Составляющие дублет пики на всех графиках имеют сходный асимметричный вид: относительно точки, где $\Delta\omega = 0$, левый пик имеет более пологий подъем, за которым следует почти вертикальный спад, а правый — наоборот.

Отметим, что расстояние между компонентами дублета по частоте ($\sim 10^9$ с$^{-1}$) является малым по сравнению с характерными частотами ω_1, ω_2, Ω, ω_c и ω_0 в системе.

Зависимость парциальных коэффициентов от магнитного поля имеет вид, подобный показанному на рис. 2–5. При тех значениях поля B, для которых $\Delta\omega = 0$, поглощение обращается в нуль. Форма пиков $\Gamma^{(\pm)}(B)$ имеет такую же дублетную структуру, как и $\Gamma^{(\pm)}(\omega)$. Кроме величины поля B парциальные коэффициенты поглощения $\Gamma^{(\pm)}$ зависят от угла наклона магнитного поля θ_0. Из рис. 2–5 видно, что амплитуда и поглощение пиков существенно зависят от величины θ_0, однако общий ход кривых и, в частности, дублетный характер пиков остаются прежними. Зависимость парциальных коэффициентов поглощения от угла наклона поля **B** к плоскости конфайнмента показана на рис. 6. Видно, что зависимости $\Gamma^{(\pm)}(0, 0, n, m)$ от угла θ_0 имеют резонансный характер. Резонансные пики расположены симметрично относительно того значения угла θ_0, при котором $\Delta\omega = 0$. В целом общий характер зависимости $\Gamma^{(\pm)}(\theta_0)$ тот же, что и для $\Gamma^{(\pm)}(\omega)$ или $\Gamma^{(\pm)}(B)$.

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Пики поглощения в гибридно-фононном резонансе обусловлены правилами отбора для переходов во втором порядке теории возмущений и законом сохранения энергии при этих переходах. В пренебрежении дисперсией оптических фононов парциальные пики поглощения $\Gamma^{(\pm)}(n, m, n', m')$ имеют δ-образные сингулярности в точках, где $\Delta\omega = 0$. Учет дисперсии, вообще говоря, уширяет эти пики. Однако, кроме того, он приводит к интересному видоизменению кривой поглощения. Из результатов, полученных выше, следует, что в этом случае парциальные коэффициенты в поглощении $\Gamma(\omega)$ имеют два узких и острых пика слева и справа от точки, где $\Delta\omega = 0$, а в самой точке, где $\Delta\omega = 0$, поглощение равно нулю. Расстояние между пиками по частоте очень мало. Таким образом, дублетная структура появляется благодаря учету дисперсии фононов. Отметим также, что из численных результатов в предыдущем разделе следует, что составляющие дублета являются асимметричными. Ширины максимумов кривой $\Gamma(\omega)$ намного меньше характерных частот системы. Из рис. 2–5 следует, что отношение значения $\Gamma(\omega)$ в максимуме к значению на хвосте линии поглощения много больше единицы, поэтому в окрестности точек резонанса вклад практически дает только соответствующий парциальный коэффициент поглощения.

Отметим, что использованный метод расчета связан ограничением $\omega\tau \gg 1$ [16], где τ — время релаксации в системе, поэтому переход $\omega \to 0$ для получения статической проводимости в наклонном магнитном поле незаконен.

Частотные множители $a(\omega)$ и $b(\omega)$, входящие в коэффициент поглощения, имеют несущественные для изучения гибридно-фононного резонанса сингулярности в точках $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$, поскольку эти сингулярности сдвинуты относительно точек, где $\Delta\omega = 0$, на частоту оптического фонона. Следовательно, эти сингулярности расположены в далекой области крыльев линий гибридно-фононного резонанса.

В рассматриваемой системе возможен также и некоторый аналог циклотронного резонанса, связанный с чисто электромагнитными переходами между уширенными рассеянием гибридно-осцилляторными уровнями.

Воспользуемся для нахождения величины поглощения тем же подходом, что и при расчете гибридно-фононного резонанса. Коэффициент поглощения в первом порядке теории возмущения вычислим по формуле

$$\Gamma(\omega) = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{c\hbar N_{\mathfrak{f}}}(1 - e^{-\hbar\omega/T}) \sum_{\beta\beta'} f_0(\epsilon_\beta)|\langle\beta, 0|H_R|\beta', -\mathbf{f}\rangle|^2 \delta(\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta'} + \hbar\omega). \quad (35)$$

Используя (14), получим после суммирования

$$\Gamma(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2 n_0}{cm^* \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \frac{\omega^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \left[\delta(\omega_1 - \omega) - \delta(\omega_2 - \omega)\right]. \quad (36)$$

Учтем нестационарность гибридно-осцилляторных уровней с помощью введения феноменологического параметра $1/\tau$ — полуширины пика поглощения, где τ — феноменологическое время релаксации. Тогда из (36) получим

$$\Gamma(\omega) = \frac{2\pi^3 e^2 n_0 \tau}{cm^* \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \left[\frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_1)^2} + \frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_2)^2}\right]. \quad (37)$$

Описываемый формулой (37) резонанс в точках $\omega = \omega_{1,2}$ будем ниже называть гибридным резонансом. Так как гибридно-осцилляторные частоты $\omega_{1,2}$ являются функциями как величины, так и угла наклона магнитного поля, то положение пиков поглощения на кривой $\Gamma(\omega)$ также будет зависеть от этих параметров. Положение этих пиков сдвинуто минимум на частоту оптического фонона относительно пиков гибридно-фононного резонанса, и, следовательно, последние лежат в далекой области крыльев гибридного резонанса. Элементарные оценки, основанные на (37) и численных результатах разд. 6, дают на крыльях гибридного резонанса $\Gamma^{(\pm)}(0,0,n,m) \gg \Gamma(\omega)$.

Из физической природы гибридно-фононного резонанса, отмеченной во Введении, ясно, что возникновение этого резонанса не должно зависеть от статистики электронов. Для аналитического описания формы кривой поглощения в вырожденном газе следует учесть принцип Паули для конечных состояний. Кроме того, при низких температурах число фононов N_T экспоненциально мало, $\sim \exp(-\hbar\omega_0/T)$, и в выражении для $\Gamma(\omega)$ можно учитывать только члены, обусловленные процессами с эмиссией фонона. С учетом этих обстоятельств формула (30) для вырожденного газа примет вид

$$\Gamma(n,m;n',m') = \frac{e^2\omega_c\cos\theta_0(1-e^{-\hbar\omega/T})}{m^* c\hbar^2\omega\sqrt{\varepsilon(\omega)}l_1 l_2 V}\frac{n!m!}{n'!m'!}\times$$

$$\times\sum_{\mathbf{q}}|D_{\mathbf{q}}|^2|A(\omega)|^2 d^{2(m-m')}g^{2(n-n')}e^{-d^2-g^2}\left[L_{n'}^{n-n'}(g^2)L_{m'}^{m-m'}(d^2)\right]^2\times$$

$$\times(N_{\mathbf{q}}^T+1)\delta(\Delta\omega)f_0(\epsilon_\beta)[1-f_0(\epsilon_{\beta'})], \tag{38}$$

где $f_0(\epsilon_\beta)$ — функция Ферми, V — нормировочный объем, $\Delta\omega = \omega_1(n-n')+\omega_2(m-m')+\omega-\omega_q$. В предельном случае $T=0$ функция распределения является ступенчатой, при этом электроны начальных состояний располагаются в интервале энергий $[\mu-\hbar\omega+\hbar\omega_q,\mu]$, а электроны конечных состояний — в интервале $[\mu,\mu+\hbar\omega-\hbar\omega_q]$. Отсюда следует, что парциальные вклады в поглощение дают только электроны с квантовыми числами осцилляторов, лежащими в соответствующих интервалах.

При сравнении (38) с результатами разд. 4 видно, что пики гибридно-фононного резонанса лежат в тех же точках и имеют ту же структуру, что и в невырожденном газе.

Рассмотренный выше резонанс должен наблюдаться на фоне решеточного поглощения TO-фононами. Последние, однако, дают в окрестности гибридно-фононного резонанса монотонный вклад, который можно исключить, используя выражение для коэффициента решеточного поглощения [12].

Отметим, наконец, что выполнение условия гибридного квантования $\hbar\omega_2 > T$ (так как $\omega_1 > \omega_2$) дает определенное ограничение для больших углов наклона поля [8]:

$$\cos^2\theta_0 \gg \left(\frac{T}{\hbar\omega_2}\right)^2\left(1+\frac{\omega_c^2}{\Omega^2}\right).$$

Таким образом, для поля **B**, почти параллельного плоскости конфайнмента, полученные выше результаты перестают быть справедливыми.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований и программой «Университеты России».

Литература

1. T. Ando, J. Phys. Soc. Jap. **44**, 765 (1978).
2. T. Ando, Phys. Rev. B **19**, 2106 (1979).
3. W. Beinvogl and J. F. Koch, Phys. Rev. Lett. **40**, 1736 (1978).
4. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем,* Мир, Москва (1985).
5. D. Huang, G. Gumbs, and N. Horing, Phys. Rev. B **49**, 11463 (1994).
6. C. T. Liu, K. Nakamura, and D. C. Tsui, Appl. Phys. Lett. **55**, 168 (1989).
7. R. Merlin, Sol. St. Comm. **64**, 99 (1987).
8. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, А. Г. Несмелов, И. И. Чучаев, ФТТ **36**, 1994 (1994).
9. J. H. Oh, K. J. Chang, G. Jhm, and S. J. Lee, Phys. Rev. B **50**, 15397 (1994).
10. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. В. Чудаев, ЖЭТФ **109**, 762 (1996).
11. L. Brey, N. E. Johnson, and B. J. Halperin, Phys. Rev. B **40**, 10647 (1989).
12. Ф. Г. Басс, И. Б. Левинсон, ЖЭТФ **49**, 914 (1965).
13. Р. К. Баканас, Ф. Г. Басс, И. Б. Левинсон, ФТП **12**, 1457 (1978).
14. Р. К. Баканас, ФТТ **12**, 3408 (1970).
15. H. Frölih, Adv. Phys. **3**, 325 (1954).
16. S. Visvanathan, Phys. Rev. **120**, 376 (1960).