ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 3, стр. 1107–1119

ЭФФЕКТЫ УВЛЕЧЕНИЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАЗДЕЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ И ЭКСИТОНОВ

Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков*

Институт спектроскопии Российской академии наук
142092, Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 3 сентября 1996 г.

Рассматриваются эффекты увлечения в двухслойной системе пространственно-разделенных электронов и экситонов: увлечение экситонов движущимися электронами и увлечение электронов движущимися экситонами. Для случая увлечения экситонов электронами найдена скорость увлечения v_{drag}, а для случая увлечения электронов экситонами рассчитана напряженность индуцированного электрического поля E_2. Описанные эффекты увлечения могут быть чувствительным индикатором фазового состояния экситонов и фазовых переходов в системе экситонов (в жидкую фазу, в сверхтекучее состояние и т. п.).

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое предсказание эффекта увлечения в двухслойной системе пространственно-разделенных электронов и дырок и исследование влияния фазового перехода в сверхтекучую экситонную фазу было сделано в [1] (см. также [2] и цитируемую литературу). Позднее в [3] был рассмотрен эффект увлечения электронов электронами в системе типа полупроводник–диэлектрик–полупроводник. Практический способ наблюдения эффекта увлечения в гетероструктурах был предложен в [4]. В дальнейшем эффект увлечения получил развитие в ряде теоретических и экспериментальных работ [5–13]. Были рассмотрены различные физические реализации эффекта увлечения в одномерных, двумерных и трехмерных системах.

В данной работе рассматриваются новые эффекты: увлечение в двухслойной системе пространственно-разделенных электронов и экситонов. Из-за электронейтральности экситонов исследование их транспортных свойств представляет большие трудности. До сих пор о транспортных свойствах экситонов можно было судить с помощью локального исследования их излучения при рекомбинации [14]. Поэтому было бы интересно исследовать увлечение электронов экситонами, движущимися за счет градиента концентрации. Увлечение в данном случае обусловлено взаимодействием экситона с поляризующим его электроном. Рассмотренный нами эффект дает принципиальную возможность по результатам измерения тока или напряжения увлекаемых электронов судить о транспортных свойствах экситонов и их изменении в результате фазовых переходов в системе экситонов. Мы рассмотрели также обратный эффект в системе пространственно-разделенных электронов и экситонов, а именно, увлечение экситонов движущимися электронами. Этот эффект дает принципиальную возможность с помощью изменения

*E-mail: lozovik@isan.msk.su

напряжения в электронном слое управлять движением экситонов. Разумеется, рассмотренные нами эффекты будут иметь место и для электронов и экситонов в одном слое. Полученные нами результаты качественно справедливы и для этого случая.

Взаимодействие между электроном и экситоном слабее, чем взаимодействие между двумя заряженными частицами. Следовательно, эффект увлечения в электрон-экситонной системе будет менее выражен, чем эффект увлечения в электронной системе. Это обстоятельство приведет к сложностям в экспериментальном обнаружении эффекта увлечения в системе электронов и экситонов, однако можно надеяться, что данный эффект все же будет обнаружен.

В данной работе решена система двух уравнений Больцмана для функций распределения электронов и экситонов. Найдена скорость v_{drag}, которую приобретают экситоны, взаимодействуя с движущимися электронами. Получено выражение для напряженности электрического поля E_2, которое возникает в электронной системе благодаря эффекту увлечения электронов экситонами.

2. КОЭФФИЦИЕНТЫ УВЛЕЧЕНИЯ

Рассмотрим структуру типа двойной квантовой ямы. Пусть в одной из ям (обозначим ее индексом 1) лазером созданы экситоны с неоднородностью плотности (например, за счет применения непроницаемой для лазерного излучения маски, фокусирования и т. п.). В другой яме (обозначим ее индексом 2) имеется газ электронов с плотностью n_2. Ширину барьера между ямами обозначим d. В рассматриваемой задаче туннелирование учитывать не будем. Наша цель — вычислить отклик системы экситонов на внешнее электрическое поле, приложенное к системе электронов, а также отклик электронной системы на воздействие со стороны системы экситонов.

В двухслойной системе электронов и экситонов поток массы экситонов $\mathbf{i} = m_1 n_1 \mathbf{v}_1$ и поток заряда электронов $\mathbf{j} = -en_2\mathbf{v}_2$ могут быть выражены через градиент концентрации экситонов ∇n_1 и внешнее электрическое поле $\mathbf{E}_2$, приложенное к электронной подсистеме, следующим образом

$$\mathbf{J} = \hat{K}\mathbf{S}, \tag{1}$$

где

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{K} = \begin{pmatrix} -m_1 D_{11} & -n_1 m_1 \mu_{12} \\ e m_1 D_{21}/m_2 & e n_2 \mu_{22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \nabla n_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{pmatrix}.$$

Здесь D_{11} — коэффициент диффузии экситонов; D_{21} — коэффициент взаимной диффузии экситонов и электронов; μ_{12} — коэффициент взаимной подвижности экситонов и электронов; μ_{22} — коэффициент подвижности электронов.

Отметим, что в рассматриваемой двухслойной системе коэффициенты D_{11} и μ_{22} (так же, как D_{21} и μ_{12}) учитывают взаимодействие между электронами и экситонами.

В случае, когда к слою электронов не приложено внешнее электрическое поле и он не включен в замкнутую цепь, но в экситонной системе создан градиент концентрации, в электронном слое возникает индуцированное электрическое поле $\mathbf{E}_2^{ind}$, равное

$$\mathbf{E}_2^{ind} = -\frac{m_1 D_{21}}{m_2 n_2 \mu_{22}} \nabla n_1 = -K_{21} \nabla n_1. \tag{2}$$

Для потока экситонов в этом случае получаем из (1)

$$\mathbf{i}_1 = -(m_1 D_{11} - n_1 m_1 \mu_{12} K_{21}) \nabla n_1. \tag{3}$$

Если же $\nabla n_1 = 0$, то для потока экситонов имеем

$$\mathbf{i}_1 = -n_1 m_1 \mu_{12} \mathbf{E}_2, \tag{4}$$

при этом скорость экситонов, как следует из (4), есть

$$\mathbf{v}_1 = -\mu_{12} \mathbf{E}_2. \tag{5}$$

3. УВЛЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЭКСИТОНАМИ

Благодаря наличию неоднородной концентрации экситоны будут диффундировать в направлении ее уменьшения. Взаимодействуя при своем движении с электронами, экситоны передадут им некоторый импульс; в результате этого возникает индуцированное электрическое поле $\mathbf{E}_2$ в электронном слое.

Рассмотрим случай, когда цепь, включающая электронный слой, разомкнута. Кинетические уравнения для функций распределения экситонов и электронов имеют вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}_1} \mathbf{v}_1 = I_1 + I_{12}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}_2} \mathbf{v}_2 + \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}_2} \dot{\mathbf{p}}_2 = I_{21}, \tag{7}$$

где I_1 — интеграл столкновений, учитывающий все процессы рассеяния экситонов, исключая рассеяние экситонов на электронах, а I_{12} — интеграл столкновений, учитывающий рассеяние экситонов на электронах. В уравнении (6) отсутствует член с производной по импульсу $(\partial f_1/\partial \mathbf{p}_1)\dot{\mathbf{p}}_1$. Равенство нулю этого члена связано с тем, что на экситоны не действуют силы макроскопического характера и $\dot{\mathbf{p}}_1 = 0$. В случае, когда цепь, включающая электронный слой, разомкнута, интеграл столкновений электронов в пленке 2, I_2, равен нулю и в равновесии возникает индуцированное электрическое поле $\mathbf{E}_2$, которое компенсирует изменение импульса электронов в результате электрон-экситонных столкновений. Систему уравнений (6) и (7) можно упростить, если считать, что электрон-экситонное взаимодействие слабо влияет на процесс диффузии экситонов, так что $|I_1| \gg |I_{12}|$ и член I_{12} можно опустить. Если неоднородность в распределении электронов мала, т. е.

$$\left| \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}_2} \mathbf{v}_2 \right| \ll \left| \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}_2} \dot{\mathbf{p}}_2 \right|,$$

то ей также можно пренебречь. Тогда получим

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}_1} \mathbf{v}_1 = I_1, \tag{8}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}_2}\dot{\mathbf{p}}_2 = I_{21}. \tag{9}$$

Перепишем левую часть уравнения (8) в виде (считаем, что $n_1 = n_1(x)$)

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}_1}\mathbf{v}_1 = \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial n_1}\frac{\partial n_1}{\partial x}v_{1x} + \frac{\partial f_1}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}_1}\mathbf{v}_1, \tag{10}$$

где $\mu = \mu(x)$ — химический потенциал экситонного газа. Градиентом температуры будем пренебрегать. Интеграл столкновений I_1 запишем в τ-приближении:

$$I_1 = -\frac{f_1 - f_1^0}{\tau_1}, \tag{11}$$

где τ_1 — время релаксации экситонов, f_1^0 — функция Бозе с $\mu = \mu(n_{10}) = \mu_0$, нормированная следующим образом:

$$n_{10} = \int f_1^0 \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{12}$$

В результате уравнение (8) примет следующий вид:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial n_1}\frac{\partial n_1}{\partial x}v_{1x} = -\frac{f_1 - f_1^0}{\tau_1}. \tag{13}$$

Линеаризуем уравнение (13); для этого запишем $n_1(x) = n_{10} + \delta n_1(x)$, $\mu(n_1) = \mu(n_{10}) + \delta\mu(x)$, а f_1 представим в виде

$$f_1 = f_1^0 + f_1^0(1 + f_1^0)\psi_1. \tag{14}$$

В результате для ψ_1 получим выражение

$$\psi_1 = -\frac{\tau_1}{k_B T}\frac{\partial \mu_0}{\partial n_{10}}\frac{\partial n_1}{\partial x}v_{1x}. \tag{15}$$

Столкновения экситонов с электронами будем считать упругими. Интеграл столкновений в уравнении (9) имеет вид

$$I_{21} = \sum_{\sigma_{2'}} \int w(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2; \mathbf{p}_{1'}\mathbf{p}_{2'})\{f_{1'}f_{2'}(1 + f_1)(1 - f_2) - f_1 f_2(1 + f_{1'})(1 - f_{2'})\}\delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1'} - \varepsilon_{2'})\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{d\mathbf{p}_{2'}}{(2\pi\hbar)^2}, \tag{16}$$

где w — вероятность рассеяния экситона на электроне.

Линеаризуем уравнение (9). Для этого запишем f_2 в виде, аналогичном (14), т.е.

$$f_2 = f_2^0 + f_2^0(1 - f_2^0)\psi_2, \tag{17}$$

где f_2^0 — функция Ферми, удовлетворяющая условию нормировки

$$n_2 = 2\int f_2^0 \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{18}$$

Учитывая, что $\dot{\mathbf{p}}_2 = -e\mathbf{E}_2$, получим

$$-e\mathbf{E}_2 \frac{\partial f_2^0}{\partial \mathbf{p}_2} = \sum_{\sigma_{2'}} \int w\{f_1^0 f_2^0 (1 + f_{1'}^0)(1 - f_{2'}^0)\} \times \\ \times (\psi_{1'} + \psi_{2'} - \psi_1 - \psi_2)\delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1'} - \varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_{2'}}{(2\pi\hbar)^2}. \qquad (19)$$

В случае отсутствия тока в электронном слое ψ_2 и $\psi_{2'}$ равны нулю. Умножим обе части уравнения (19) на $p_{2x}/(2\pi\hbar)^2$, проинтегрируем по всем импульсам $\mathbf{p}_2$ и просуммируем по проекциям спина σ_2. Тогда уравнение (19) можно записать в виде

$$E_2 = -K_{21}\nabla_x n_1, \qquad (20)$$

где коэффициент K_{21}(см. формулу (2)) равен

$$K_{21} = \frac{2\tau_1}{e m_1 n_2 k_B T} \frac{\partial \mu_0}{\partial n_{10}} \int w f_1^0 f_2^0 (1 + f_{1'}^0)(1 - f_{2'}^0) \times \\ \times p_{2x}(p_{1'x} - p_{1x})\delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1'} - \varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_{2'}}{(2\pi\hbar)^2}. \qquad (21)$$

Учитывая закон сохранения импульса при столкновении: $p_{1x} - p_{1'x} = p_{2'x} - p_{2x}$, а также симметрию интеграла в выражении (21), получим

$$K_{21} = \frac{\tau_1}{2e m_1 n_2 k_B T} \frac{\partial \mu_0}{\partial n_{10}} \int w f_1^0 f_2^0 (1 + f_{1'}^0)(1 - f_{2'}^0) \times \\ \times q^2 \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1'} - \varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_{2'}}{(2\pi\hbar)^2}, \qquad (22)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{p}_{2'} - \mathbf{p}_2$.

Для вероятности рассеяния экситона на электроне будем использовать борновское приближение:

$$w(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2; \mathbf{p}_{1'}\mathbf{p}_{2'}) = \frac{2\pi}{\hbar}|U(q)|^2, \qquad (23)$$

где $U(q)$ — фурье-образ эффективной энергии взаимодействия экситона и электрона (см. разд. 5).

Использование борновского приближения в данном случае оправдано, так как условие его применимости имеет вид

$$\gamma n^{3/2} \ll \hbar v, \quad \text{если} \quad d < n^{-1/2},$$

$$\gamma d^{-3} \ll \hbar v, \quad \text{если} \quad d > n^{-1/2},$$

где $n = \max\{n_1, n_2\}$, величина γ определяется ниже формулой (71), v — относительная скорость электрона и экситона. Это условие выполняется в широком интервале концентраций и температур. Например, при радиусе экситона $a = 20$ Å, диэлектрической постоянной среды $\epsilon = 10$ и $d < n^{-1/2}$, получим условие $n^{3/2}/v \ll 10^{13}$ см$^{-4}$·с.

Используя тождество

$$\delta(\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_{1'}-\varepsilon_{2'}) = \int d(\hbar\omega)\delta(\varepsilon_1-\varepsilon_{1'}-\hbar\omega)\delta(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}+\hbar\omega), \tag{24}$$

получим выражение для коэффициента K_{21} в другой форме:

$$K_{21} = \frac{1}{2}\frac{\tau_1}{e\hbar^2 k_B T m_1 n_2}\frac{\partial\mu_0}{\partial n_{10}}\int\limits_0^\infty U^2(q)q^3dq \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_1^0(1+f_{1'}^0)\delta(\varepsilon_1-\varepsilon_{1'}-\hbar\omega)\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}\times$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_2^0(1-f_{2'}^0)\delta(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}+\hbar\omega)\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{25}$$

Перепишем выражение (25) в виде

$$K_{21} = \frac{1}{8\pi^2}\frac{\tau_1}{e\hbar^2 k_B T m_1 n_2}\frac{\partial\mu_0}{\partial n_{10}}\int\limits_0^\infty U^2(q)q^3dq \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}\chi^B(q,\omega)\operatorname{Im}\chi^F(q,\omega)}{\operatorname{sh}^2(\hbar\omega/2k_BT)}d\omega, \tag{26}$$

где

$$\chi^B(q,\omega) = -\int \frac{f^0(\varepsilon_1)-f^0(\varepsilon_{1'})}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{1'}+\hbar\omega+i\delta)}\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}, \tag{27}$$

$$\chi^F(q,\omega) = -\int \frac{f^0(\varepsilon_2)-f^0(\varepsilon_{2'})}{(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}+\hbar\omega+i\delta)}\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{28}$$

Пусть параметры системы таковы, что распределение экситонов и электронов является больцмановским. В этом случае для K_{21} находим из (25) более простое выражение:

$$K_{21} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\frac{\tau_1 n_{10}}{em_1}\sqrt{\frac{M}{(k_BT)^3}}\frac{\partial\mu_0}{\partial n_{10}}\int\limits_0^\infty U^2(k)k^2\exp\left(-\frac{k^2\hbar^2}{8Mk_BT}\right)dk, \tag{29}$$

где $M = m_1m_2/(m_1+m_2)$, $k = q/\hbar$, U — потенциальная энергия взаимодействия электронов с экситонами.

Выразим теперь E_2 через скорость диффузии экситонов v_{diff}. Для этого найдем v_{diff}:

$$v_{diff} = \frac{1}{n_{10}}\int v_{1x}f_1^0\psi_1\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{30}$$

С учетом выражения (15) получим из (30)

$$v_{diff} = -\frac{\tau_1}{m_1}\frac{\partial\mu_0}{\partial n_{10}}\frac{\partial n_1}{\partial x}. \tag{31}$$

Запишем уравнение для E_2 в виде

$$E_2 = \lambda_{21} v_{diff}. \tag{32}$$

Используя (29), для λ_{21} получим выражение

$$\lambda_{21} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{n_{10}}{e} \sqrt{\frac{M}{(k_B T)^3}} \int_0^\infty U^2(k) k^2 \exp\left(-\frac{k^2\hbar^2}{8Mk_BT}\right) dk. \tag{33}$$

4. УВЛЕЧЕНИЕ ЭКСИТОНОВ ЭЛЕКТРОНАМИ

Рассмотрим обратную ситуацию, когда электроны увлекают экситоны. Рассчитаем скорость, которую получат экситоны при взаимодействии с электронами.

Кинетические уравнения в этом случае имеют вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}_1} \mathbf{v}_1 = I_1 + I_{12}, \tag{34}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}_2} \mathbf{v}_2 + \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}_2} \dot{\mathbf{p}}_2 = I_2 + I_{21}. \tag{35}$$

Для упрощения уравнений (34) и (35) будем считать, что ток электронов является однородным, а также, что интеграл столкновений I_{21} является малой добавкой к I_2; тогда в уравнении (35) им можно пренебречь. Кроме того, будем интересоваться только скоростью увлечения v_{drag}, считая ее преобладающей над скоростью диффузии v_{diff}; тогда в уравнении (34) можно опустить член с производной f_1 по координате. С учетом этого получим

$$I_1 + I_{12} = 0, \tag{36}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}_2} \dot{\mathbf{p}}_2 = I_2. \tag{37}$$

Как обычно, подставив в уравнение (37) f_2 в виде (17) и используя τ-приближение для I_2, находим

$$\psi_2 = -\frac{\tau_2}{m_2 k_B T} e \mathbf{E}_2 \mathbf{p}_2. \tag{38}$$

Здесь $\mathbf{E}_2 = \{E_2, 0\}$ — напряженность внешнего электрического поля, τ_2 — время релаксации электронов.

Уравнение (36) напишем более подробно:

$$I_1 = -\sum_{\sigma_2,\sigma_{2'}} \int w \left\{ f_{1'} f_{2'} (1 + f_1)(1 - f_2) - f_1 f_2 (1 + f_{1'})(1 - f_{2'}) \right\} \times$$
$$\times \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{1'} - \varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_{1'}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{39}$$

Подставив в (39) f_1 в виде (14) и f_2 в виде (17), а также $I_1 = -(f_1 - f_1^0)/\tau_1$, получим линеаризованное уравнение

$$f_1^0(1+f_1^0)\psi_1 = 2\tau_1 \int w f_1^0 f_2^0 (1+f_{1'}^0)(1-f_{2'}^0)(\psi_{1'}+\psi_{2'}-\psi_1-\psi_2) \times \\ \times \delta(\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_{1'}-\varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_{1'}}{(2\pi\hbar)^2}\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \qquad (40)$$

Условие $v_{diff} \ll v_{drag}$ дает право опустить члены ψ_1 и $\psi_{1'}$, стоящие под интегралом в выражении (40).

Выражение для скорости увлечения имеет вид

$$v_{drag} = \frac{1}{m_1 n_{10}} \int p_{1x} f_1^0 (1+f_1^0)\psi_1 \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}. \qquad (41)$$

Запишем уравнение для v_{drag} (см. (5)) в виде

$$v_{drag} = -\mu_{12} E_2. \qquad (42)$$

С учетом равенств (40) и (41) имеем для μ_{12}

$$\mu_{12} = \frac{2e\tau_1\tau_2}{m_1 m_2 n_{10} k_B T} \int w f_1^0 f_2^0 (1+f_{1'}^0)(1-f_{2'}^0) \times \\ \times p_{1x}(p_{2'x}-p_{2x})\delta(\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_{1'}-\varepsilon_{2'}) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{d\mathbf{p}_{1'}}{(2\pi\hbar)^2}\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^2}. \qquad (43)$$

Опуская выкладки, аналогичные тем, которые были проведены выше, окончательно находим выражение для μ_{12}:

$$\mu_{12} = \frac{1}{8\pi^2}\frac{\tau_1\tau_2}{m_1 m_2 n_{10}\hbar^2}\frac{e}{k_B T}\int_0^\infty dq \int_{-\infty}^{\infty} d\omega U^2(q) q^3 \frac{\operatorname{Im}\chi^B(q,\omega)\operatorname{Im}\chi^F(q,\omega)}{\operatorname{sh}^2(\hbar\omega/2k_B T)}, \qquad (44)$$

или в классическом случае

$$\mu_{12} = \frac{\tau_1\tau_2}{4\sqrt{2\pi}}\frac{en_2}{m_1 m_2}\sqrt{\frac{M}{(k_B T)^3}}\int_0^\infty U^2(k) k^2 \exp\left(-\frac{k^2\hbar^2}{8Mk_B T}\right) dk. \qquad (45)$$

5. ЭФФЕКТИВНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЭЛЕКТРОН-ЭКСИТОННОЙ СИСТЕМЕ

Для расчета эффективной энергии взаимодействия в двухслойной системе электронов и экситонов будем использовать самосогласованное приближение. Величины, относящиеся к экситонам, обозначим индексом 1, а относящиеся к электронам — индексом 2. Если радиус экситона много меньше расстояния между электроном и экситоном, то энергия взаимодействия изолированных электрона и экситона имеет вид

$$V_{e-ex}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, d) = -\frac{\gamma}{\left[(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)^2 + d^2\right]^2},$$

где $\gamma = \alpha e^2/2\epsilon$, α — поляризуемость двумерного экситона в основном состоянии, d — расстояние между слоями, $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ — расстояние между экситоном и электроном вдоль слоев, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды. При выводе выражения для эффективной энергии взаимодействия в многочастичной электрон-экситонной системе будем считать, что экситон-экситонное взаимодействие пренебрежимо мало по сравнению с электрон-экситонным и учитывать его не будем. Поместим пробный заряд $-e$ в электронную подсистему в точку начала координат. Линеаризованные кинетические уравнения для функций распределения экситонов и электронов имеют вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}_1}\mathbf{v}_1 + \frac{\partial f_1^0}{\partial \mathbf{p}_1}\dot{\mathbf{p}}_1 = 0, \tag{46}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}_2}\mathbf{v}_2 + \frac{\partial f_2^0}{\partial \mathbf{p}_2}\dot{\mathbf{p}}_2 = 0, \tag{47}$$

где

$$\dot{\mathbf{p}}_1 = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1}U(\mathbf{r}_1, d), \quad \dot{\mathbf{p}}_2 = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_2}U(\mathbf{r}_2, 0).$$

Энергии взаимодействия $U(\mathbf{r}, 0)$ и $U(\mathbf{r}, d)$ подчиняются следующим уравнениям:

$$U(\mathbf{r}, 0) = \int \rho_2(\mathbf{r}')\frac{e^2}{\epsilon|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\mathbf{r}' - \int \frac{\gamma\rho_1(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'}{\left[(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2 + d^2\right]^2} + \frac{e^2}{\epsilon r}, \tag{48}$$

$$U(\mathbf{r}, d) = -\int \frac{\gamma\rho_2(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'}{\left[(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2 + d^2\right]^2} - \frac{\gamma}{(r^2+d^2)^2}, \tag{49}$$

где

$$\rho_1(\mathbf{r}) = \int f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2}, \quad \rho_2(\mathbf{r}) = 2\int f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2}.$$

Переходя в уравнениях (46)–(49) к фурье-компонентам, получим (считаем, что $\mathbf{k} = \{k, 0\}$)

$$f_1(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{1}{v_{1x}}\frac{\partial f_1^0}{\partial p_{1x}}U(\mathbf{k}, d), \tag{50}$$

$$f_2(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{1}{v_{2x}}\frac{\partial f_2^0}{\partial p_{2x}}U(\mathbf{k}, 0), \tag{51}$$

где f_1^0 — функция Бозе, а f_2^0 — функция Ферми;

$$U(\mathbf{k}, 0) = \frac{4\pi e^2}{\epsilon k}\int f_2(\mathbf{k}, \mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} - \gamma F(\mathbf{k}, d)\int f_1(\mathbf{k}, \mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} + \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}, \tag{52}$$

$$U(\mathbf{k}, d) = -2\gamma F(\mathbf{k}, d)\int f_2(\mathbf{k}, \mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} - \gamma F(\mathbf{k}, d), \tag{53}$$

функция $F(\mathbf{k}, d) = (\pi k/d)K_1(kd)$, а $K_1(z)$ — функция Макдональда.

Из уравнений (50)–(53) получаем систему двух алгебраических уравнений для определения $U(k,0)$ и $U(k,d)$:

$$U(k,0) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}\beta_2 U(k,0) - \gamma\beta_1 F(k,d)U(k,d) + \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}, \tag{54}$$

$$U(k,d) = -\gamma\beta_2 F(k,d)U(k,0) - \gamma F(k,d), \tag{55}$$

где

$$\beta_1 = \int \frac{1}{v_x}\frac{\partial f_1^0}{\partial p_x}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2}, \quad \beta_2 = 2\int \frac{1}{v_x}\frac{\partial f_2^0}{\partial p_x}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2}. \tag{56}$$

Если f_1^0 и f_2^0 — распределения Больцмана, то

$$\beta_1 = -\frac{n_{10}}{k_B T}, \quad \beta_2 = -\frac{n_2}{k_B T}; \tag{57}$$

если f_2^0 — фермиевская ступенька, то

$$\beta_2 = -\frac{m_2}{\pi\hbar^2}. \tag{58}$$

В результате выражение для эффективной энергии взаимодействия в многочастичной электрон-экситонной системе имеет вид

$$U(k,d) = -\frac{\gamma F(k,d)}{1 - 2\pi e^2\beta_2/\epsilon k - \gamma^2\beta_1\beta_2 F^2}. \tag{59}$$

В однослойной системе электронов и экситонов выражение для эффективной энергии взаимодействия имеет такой же вид лишь с заменой функции $F(k,d)$ на функцию $F(k,a)$, определенную следующим образом:

$$F(k,a) = \int \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}d\mathbf{r}}{r^4} = 2\pi\int_a^\infty \frac{J_0(kr)dr}{r^3},$$

где a — радиус экситона, J_0 — функция Бесселя.

Определяя таким образом функцию $F(k,a)$, считаем, что взаимодействие между электроном и экситоном является диполь-зарядным на расстояниях вплоть до размера экситона и равным нулю при меньших расстояниях.

Приведем теперь значение параметра $\gamma = \alpha e^2/2\epsilon$, входящего в формулу (59).

Энергия взаимодействия экситона в основном состоянии с электроном во втором порядке теории возмущений по оператору электрон-экситонного взаимодействия $\hat{V} = -\mathbf{dE} = -e\mathbf{dR}/\epsilon R^3$ ($\mathbf{d} = e\mathbf{r}$ — дипольный момент экситона, R — расстояние между электроном и экситоном) имеет вид

$$W = \sum_k{}' \frac{|V_{0k}|^2}{E_0 - E_k} = \frac{e^4}{\epsilon^2 R^4}\sum_k{}' \frac{|x_{0k}|^2}{E_0 - E_k} = -\frac{\alpha e^2}{2\epsilon R^4}. \tag{60}$$

Этим выражением мы воспользовались при вычислении эффективного взаимодействия в многочастичной электрон-экситонной системе. Вычислим теперь входящую в параметр γ поляризуемость α двумерного экситона:

$$\alpha = -\frac{2e^2}{\epsilon} \sum_k{}' \frac{|x_{0k}|^2}{E_0 - E_k}. \tag{61}$$

Введем вспомогательный оператор $\hat{b}$ следующим образом [15]:

$$x = \frac{m_1}{\hbar} \frac{d\hat{b}}{dt}. \tag{62}$$

Тогда для α получим выражение

$$\alpha = \frac{2im_1 e^2}{\epsilon \hbar^2} (x\hat{b})_{00}. \tag{63}$$

Рассмотрим действие оператора $\hat{b}$ на волновую функцию ψ_0 основного состояния экситона:

$$x\psi_0 = \frac{m_1}{\hbar} \frac{d\hat{b}}{dt} \psi_0 = \frac{im_1}{\hbar^2} (\hat{H}\hat{b} - \hat{b}\hat{H})\psi_0, \tag{64}$$

где $\hat{H}$ — гамильтониан системы.

Пусть $\hat{b}\psi_0 = b(\mathbf{r})\psi_0$. С учетом равенства $[-\hbar^2\nabla^2/2m_1 + U(r)]\psi_0 = E_0\psi_0$ уравнение (64) примет вид

$$ix\psi_0 = \frac{1}{2}\nabla^2 b(\mathbf{r})\psi_0 + \nabla b(\mathbf{r})\nabla\psi_0. \tag{65}$$

Подстановкой $b(\mathbf{r}) = f(r)\cos\phi$ уравнение (65) приводится к виду

$$ir = \frac{1}{2}f'' + \frac{1}{2}\frac{f'}{r} - \frac{1}{2}\frac{f}{r^2} + f'\frac{\psi_0'}{\psi_0}. \tag{66}$$

Волновая функция основного состояния двумерного экситона есть

$$\psi_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi a^2}} e^{-r/a}, \tag{67}$$

$a = \epsilon\hbar^2/2m_1 e^2$ — радиус двумерного экситона в основном состоянии, $m_1 = m_e m_h/(m_e + m_h)$, m_e и m_h — массы электрона и дырки.

Решая уравнение (66) с учетом (67), получим

$$f = A\left(1 + \frac{a}{2r}\right) + B\frac{e^{2r/a}}{r} - \frac{ia}{2}\left(r^2 + \frac{3ar}{2} + \frac{3a^2}{2} + \frac{3a^3}{4r}\right). \tag{68}$$

Коэффициенты A и B выбираются из условия конечности $f\psi_0$ при $r \to 0$ и $r \to \infty$. В результате решение приобретает вид

$$f = -\frac{ia}{2}\left(r^2 + \frac{3ar}{2}\right). \tag{69}$$

Для поляризуемости α получим с учетом (63) и (67)

$$\alpha = \frac{21}{8}\frac{m_1 e^2}{\epsilon\hbar^2}a^4 = \frac{21}{16}a^3. \tag{70}$$

Таким образом, параметр γ, входящий в выражение (59) для эффективной энергии взаимодействия в многочастичной электрон-экситонной системе, равен

$$\gamma = \frac{21}{32}\frac{e^2 a^3}{\epsilon}. \tag{71}$$

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсудим возможные варианты экспериментов по увлечению экситонов электронами и электронов экситонами. Рассмотрим сначала увлечение электронов экситонами. Направленный поток экситонов можно получить, если локально создать экситоны (например, с помощью лазера с непрерывной накачкой) на одном из краев слоя 1. Экситоны будут диффундировать в противоположном градиенту концентрации направлении от края слоя. В процессе диффузии экситоны будут частично рекомбинировать, а также взаимодействовать с электронами во втором слое. Откликом электронной подсистемы на диффузию экситонов будет либо индуцированный ток электронов, либо индуцированное электрическое поле (напряжение) в слое 2, которое можно измерить.

В эффекте увлечения экситонов электронами скорость увлечения v_{drag} можно измерить с помощью двух оптических зондов (волокон) или отверстий в непроницаемых масках, находящихся на заданном расстоянии R друг от друга. Эти зонды измеряют интенсивность люминесценции. По временному интервалу между максимумами люминесценции можно определить скорость увлечения экситонов v_{drag} (такой вариант возможен при использовании импульсного лазера). На самом деле в измеряемую скорость экситонов дают вклад как диффузия (связанная с градиентом концентрации), так и эффект увлечения. Однако роль диффузии можно выделить, если измерять скорость движения экситонов, когда нет увлекающего экситоны тока электронов.

Аналогичные постановки экспериментов возможны и в случае, когда электроны и экситоны находятся в одном слое.

В однослойной системе возможно образование довольно мелкого связанного состояния электрона и экситона [16] за счет поляризационного взаимодействия между ними. Энергия связи этого состояния, однако, должна сильно уменьшиться при учете обменного паулиевского отталкивания электрона и экситона, а также за счет экранировки (последнее особенно существенно при концентрации электронов $n_2 > 1/r_1^2$, где r_1^2 — радиус связанного состояния одного электрона на одном экситоне). При температурах больших 0.2 энергии ионизации вышеуказанного состояния последнее не дает вклада в обсуждаемые нами кинетические явления.

Влияние образования связанных состояний электронов и экситонов в двухслойной системе на эффекты увлечения оказывается еще более слабым, так как уже при значении величины $d = 100$ Å температура ионизации становится меньше 1 К.

Эффекты увлечения, в частности индуцированное экситонами электрическое поле (напряжение) в слое электронов, могут являться чувствительными индикаторами состояния экситонной подсистемы и фазовых переходов в ней. Например, отклик должен сильно изменяться при фазовом переходе двумерной системы экситонов в жидкую фазу. В частности, возникновение движущихся диэлектрических экситонных капель может привести к импульсам электрического тока в электронном слое.

Интересно было бы исследовать с помощью описанных эффектов увлечения проявление бозе-эйнштейновской статистики экситонов, возникновение бозе-эйнштейновской конденсации экситонов. В двумерной системе экситонов, где бозе-эйнштейновская конденсация отсутствует (в термодинамическом пределе) было бы интересно исследовать, как влияет на увлечение электронов возникновение при низких температурах сначала локальной сверхтекучей плотности (с нескоррелированными фазами), а затем, при температуре перехода Костерлица–Таулеса, глобальной сверхтекучей плотности экситонов. В кроссоверной области, где возникает локальная сверхтекучая плотность, коэффициенты увлечения (взаимная подвижность и взаимная диффузия) должны медленно расти и испытывать скачок в точке перехода Костерлица–Таулеса.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований, программ «Физика твердотельных наноструктур» и «Фундаментальная спектроскопия».

Литература

1. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 556 (1975); ЖЭТФ **71**, 738 (1976).
2. Yu. E. Lozovik, Report on Adriatico Res. Conf. on Low-Dim. Electron Systems, ICTP, Trieste (1996), p. 53.
3. М. Б. Погребинский, ФТП, **11**, 637 (1977).
4. P. J. Price, Physica B, **117 & 118**, 750 (1983).
5. T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 1216 (1991).
6. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Shtrikman, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).
7. T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald et al., Phys. Rev. B **47**, 12957 (1993).
8. A-P. Jauho and H. Smith, Phys. Rev. B **47**, 4420 (1993).
9. L. Zheng and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **48**, 8203 (1993).
10. Yu. M. Sirenko and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **46**, 1611 (1992).
11. H. C. Tso, P. Vasilopoulos, and F. M. Peeters, Phys. Rev. Lett. **68**, 2516 (1992).
12. K. Flensberg and B. Yu-K. Hu, Phys. Rev. Lett. **73**, 3572 (1994).
13. G. Vignale and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **76**, 2786 (1996).
14. L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 304 (1994).
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
16. В. С. Бабиченко, М. Н. Киселев, Письма в ЖЭТФ **57**, 174 (1993).