

РЕЛАКСАЦИЯ СОЛИТОНОВ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

В. Г. Барьяхтар, А. Л. Сукстанский, Е. Ю. Мелихов*

*Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины
340114, Донецк, Украина*

Поступила в редакцию 11 июля 1996 г.,
после переработки 3 октября 1996 г.

В рамках феноменологической теории изучена релаксация двухпараметрических одномерных солитонов в антиферромагнетиках. С учетом релаксационных слагаемых как релятивистской, так и обменной природы построена система эволюционных уравнений для интегралов движения солитона и рассчитаны соответствующие интегральные кривые, описывающие изменение параметров солитона в процессе релаксации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее важных как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения проблем физики магнитоупорядоченных кристаллов является круг вопросов, связанных с анализом релаксационных процессов в магнетиках, которые определяют такие характеристики магнетиков как ширину линии ферро- и антиферромагнитного резонанса, пороги параметрического возбуждения спиновых волн, ширину пика интенсивности рассеяния нейтронов и пр. В последнее время значительное внимание уделяется исследованию релаксационных характеристик различных нелинейных возбуждений, в частности, подвижности доменных границ, коэффициенту диффузии солитонов и т. д.

Для теоретического изучения релаксационных процессов существуют два основных подхода: микроскопический и феноменологический. Первый из них базируется на детальном микроскопическом рассмотрении процессов взаимодействия различных возбуждений магнетика (линейных или нелинейных) между собой, а также с другими подсистемами кристалла, например с упругой подсистемой. Преимущество микроскопического подхода состоит в том, что он дает возможность найти зависимости исследуемых релаксационных характеристик от температуры, концентрации дефектов, других параметров магнетика, которые, в свою очередь, могут быть определены из независимых измерений. Однако при применении к нелинейным волнам микроскопический подход является достаточно сложным и фактически может использоваться только при изучении простейших солитонов типа кинков или доменных границ. Переход к описанию релаксации более сложных солитонов (например, двухпараметрических бионов), а также обобщение на неоднородные возбуждения и т. д. в рамках микроскопического подхода являются нетривиальной задачей, так как требуют знания точного спектра и волновых функций магнонов на фоне солитона, а последние известны лишь для сравнительно небольшого числа одномерных задач.

* Институт магнетизма Национальной академии наук Украины, 340114, Киев, Украина.

Альтернативным является феноменологический подход, который был предложен в классической работе Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [1] задолго до развития микроскопического подхода. Этот подход не дает столь детальных характеристик процессов релаксации как микроскопический, однако позволяет описать общую картину релаксации нелинейного возбуждения. В рамках феноменологического макроскопического подхода процессы диссипации энергии учитываются путем введения в динамические уравнения движения для намагниченности (уравнения Ландау–Лифшица) так называемых релаксационных слагаемых.

Для вектора намагниченности \mathbf{M} в одноподрешеточном ферромагнетике в работе было предложено уравнение

$$\dot{\mathbf{M}} = -g[\mathbf{M}\mathbf{H}] + \mathbf{R}, \quad (1)$$

где $\mathbf{H} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$ — эффективное поле, W — функционал энергии ферромагнетика, g — гиромагнитное отношение; точка обозначает производную по времени. В этом уравнении первое слагаемое в правой части описывает динамику вектора \mathbf{M} , а второе, диссипативное слагаемое, — приближение намагниченности к равновесному значению. Это диссипативное слагаемое в [1] было записано в виде

$$\mathbf{R} = \frac{\lambda g}{M} [\mathbf{M}[\mathbf{H}\mathbf{M}]], \quad (2)$$

где λ — единственная фигурирующая в теории безразмерная релаксационная константа.

В работе [2] Гильбертом была предложена несколько иная форма диссипативного слагаемого, которая, однако, как нетрудно убедиться, полностью эквивалентна (2):

$$\mathbf{R} = \frac{\lambda'}{M} [\mathbf{M}\dot{\mathbf{M}}], \quad \lambda' = \frac{\lambda}{1 + \lambda^2}. \quad (3)$$

Принципиально важным свойством уравнения движения с диссипативным членом в форме Ландау–Лифшица (2) или в форме Гильберта (3) является то, что оно сохраняет длину вектора намагниченности, $|\mathbf{M}| = \text{const}$. Поэтому, как подчеркивали авторы [1], уравнение (1) является, фактически, уравнением для единичного вектора $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$, $M = |\mathbf{M}|$, который и описывает состояние спиновой системы. Кроме того, в [1] отмечалось, что диссипативное слагаемое (2) описывает только релаксацию, возникающую за счет релятивистских взаимодействий. Действительно, вычисляя скорость диссипации энергии $\dot{W} = -2Q$, где Q — так называемая диссипативная функция, с использованием (2) или (3), получим

$$Q = -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \mathbf{H}\mathbf{M} = -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \mathbf{H}\mathbf{R} = -\frac{\lambda}{2gM} \int d\mathbf{r} \dot{\mathbf{M}}^2. \quad (4)$$

Следовательно, диссипация энергии имеет место и при однородной прецессии намагниченности. Так как только релятивистские взаимодействия приводят к релаксации однородного движения намагниченности, то диссипативное слагаемое \mathbf{R} в форме (2) или (3) имеет релятивистскую природу.

Исходя из уравнения (1) и записи \mathbf{R} в виде (2) или (3), нетрудно получить такие важные релаксационные характеристики магнетика как ширина линии ферромагнитного резонанса $\Delta\omega = \lambda\omega_0$ (ω_0 — частота ферромагнитного резонанса), коэффициент динамического торможения доменной границы η [1], декремент затухания спиновых

волн [3] и т. д. Однако детальное сравнение этих результатов с данными эксперимента и с микроскопическими расчетами выявило ряд существенных противоречий. Среди них в первую очередь следует отметить неправильную зависимость декремента затухания спиновых волн от волнового вектора ($\gamma(k) \sim k^2$), тогда как микроскопический расчет, проведенный в [4, 5] (см. также [1, 6]), дает для коротковолновых магнонов ($kx_0 \gg 1$) $\gamma(k) \sim \omega^2(k) \sim k^4$. В ферромагнетиках типа легкая плоскость вообще получается абсурдный результат: в длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$), когда $\omega(k) \sim |k| \rightarrow 0$, расчет $\gamma(k)$ на основе (2) дает $\gamma(k) \rightarrow \text{const} \neq 0$, т. е. $[\gamma(k)/\omega(k)] \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow 0$ (микроскопический же расчет приводит к «гидродинамическому» ответу $\gamma(k) \sim \omega^2(k) \sim k^2$ [7]).

Следует также отметить, что значения релаксационной константы λ , полученные из данных по ширине линии ферромагнитного резонанса, и подвижности доменных границ в качественных ферритовых пленках могут существенно различаться (на порядок и более, см. [8]). Кроме того, микроскопический расчет коэффициента η [9, 10] показал, что в торможение доменных границ вносят вклад процессы не только релятивистской, но и обменной природы.

Таким образом, отмеченные противоречия свидетельствуют о неадекватности феноменологического описания целого ряда релаксационных явлений в магнетиках на основе диссипативного слагаемого вида (2) или (3).

Значительный прогресс в развитии феноменологического подхода был достигнут благодаря работам [11–14]. В этих работах была предложена новая форма релаксационных слагаемых, последовательно описывающая диссипативные процессы как релятивистского, так и обменного происхождения. Кроме того, было показано, каким образом симметрия кристалла и иерархия различных взаимодействий влияют на структуру диссипативных слагаемых и иерархию соответствующих релаксационных констант.

Для получения релаксационных слагаемых в [11, 12] использовались уравнения Онзагера, в которых независимыми обобщенными координатами являлись компоненты вектора \mathbf{M} . При этом обобщенными силами являются, как легко видеть, компоненты эффективного поля \mathbf{H} . Было показано, что в случае слабой пространственной дисперсии (эффективное поле $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ медленно изменяется с координатами) уравнение для компонент вектора намагниченности имеет вид (для кристаллов с центром симметрии):

$$\dot{\mathbf{M}} = -g[\mathbf{M}\mathbf{H}] + gM \{ \lambda_{ik} H_i \mathbf{e}_k - \lambda_e a^2 \Delta \mathbf{H} \}. \quad (5)$$

Последний член в уравнении (5), пропорциональный $\Delta \mathbf{H}$, описывает релаксационные процессы, обусловленные обменными взаимодействиями в магнетике [11] (знак минус выбран для удобства таким образом, чтобы $\lambda_e > 0$), а симметричный тензор λ_{ik} ($\lambda_{ik} = \lambda_{ki}$) описывает вклад в диссипативные процессы различных взаимодействий релятивистской природы. Вид тензора λ_{ik} определяется симметрией магнетика: например, в ромбическом магнетике в главных осях тензор λ_{ik} — диагонален — $\lambda_{ik} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.

Важную роль при выборе констант λ_i играют соображения динамической симметрии. В частности, в обменном приближении имеет место закон сохранения суммарного магнитного момента тела \mathbf{M}_{sum} ,

$$\mathbf{M}_{sum} = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

что приводит к условию $\lambda_i = 0$ (именно это обстоятельство и свидетельствует о том, что соответствующее слагаемое в уравнении (5) имеет релятивистскую природу). В модели

чисто одноосного магнетика (симметрия C_∞) интегралом движения является одна из компонент вектора \mathbf{M}_{sum} , а именно, $M_{sum,z}$ (избранная ось — z). Отсюда следует, что в одноосном магнетике $\lambda_{ik} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_1, 0)$ (равенство констант λ_x и λ_y следует из эквивалентности осей).

Учет анизотропии в базисной плоскости изменяет как динамические, так и релаксационные слагаемые в уравнении движения. Если энергия одноосной анизотропии много больше энергии взаимодействий, нарушающих указанную инвариантность, то аналогичная иерархия должна иметь место и для соответствующих релаксационных констант. При этом тензор λ_{ik} имеет вид

$$\lambda_{ik} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_1, \lambda_3), \quad \lambda_3 \ll \lambda_1. \quad (7)$$

Соответствующая (5) диссипативная функция ферромагнетика может быть представлена в виде [11, 13]

$$Q = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} gM \{ \lambda_{ik} H_i H_k + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{H})^2 \}, \quad (8)$$

где множители gM и a^2 (a — постоянная решетки) введены таким образом, чтобы релаксационные константы λ_{ik} , λ_e были безразмерными величинами.

Нетрудно убедиться, что и в обменном приближении ($\lambda_{ik} = 0$), и в случае одноосного ферромагнетика использование уравнения (5) приводит к правильной зависимости декремента затухания спиновых волн от волнового вектора в длинноволновом приближении, совпадающей с результатами микроскопических расчетов. Кроме того, наличие в теории, как минимум, двух релаксационных констант позволяет согласовать экспериментальные результаты по ширине линии ферромагнитного резонанса и торможению доменной границы [11].

Важно отметить, что уравнение движения (5), в отличие от уравнений с релаксационным слагаемым типа (2) или (3), не сохраняет длину вектора намагниченности, $|\mathbf{M}| \neq \text{const}$, что существенно усложняет изучение релаксации в системе.

Для интересующих нас в настоящей работе двухподрешеточных антиферромагнетиков аналогичные релаксационные слагаемые и диссипативная функция, учитывающие симметрию магнетика и обменную релаксацию, получены в работе [12, 14]. Исходя из уравнений Онзагера, в которых обобщенными координатами являются компоненты векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} , где $\mathbf{M} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2$, $\mathbf{L} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2$ — соответственно векторы слабого ферромагнетизма и антиферромагнетизма, $\mathbf{M}_{1,2}$ — векторы намагниченности подрешеток, а обобщенными силами являются эффективные поля $\mathbf{H} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$, $\mathbf{F} = -\delta W/\delta \mathbf{L}$ (W — функционал энергии антиферромагнетика), было показано, что диссипативная функция антиферромагнетика имеет вид

$$Q = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} g|\mathbf{L}| \{ \lambda_{ik} H_i H_k + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{H})^2 + \lambda_0 \mathbf{F}^2 \}, \quad (9)$$

где тензор λ_{ik} имеет релятивистскую, а константы λ_e и λ_0 — обменную природу. Диссипативные слагаемые в уравнениях движения для векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} определяются соответственно соотношениями $\mathbf{R}_M = \delta Q/\delta \mathbf{H}$, $\mathbf{R}_L = \delta Q/\delta \mathbf{F}$ (см. ниже).

В настоящей работе, используя диссипативную функцию в форме (9), феноменологический подход развивается для описания релаксации нелинейных возбуждений в двухподрешеточных антиферромагнетиках. В качестве примера изучается релаксация

двухпараметрических солитонов. Аналогичная задача для двухпараметрических солитонов в одноподрешеточных ферромагнетиках исследовалась в работе [15].

Как и в работе [15], для описания эволюции параметров рассматриваемых возмущений используется малость соответствующих релаксационных констант, что позволяет развить теорию возмущений. Для солитонов в точно интегрируемых системах существует специфическая форма теории возмущений, базирующаяся на обратной задаче теории рассеяния (см., например, [16, 17]). В настоящей работе мы будем использовать более простую версию теории возмущений, основанную на построении эволюционных уравнений для интегралов движения невозмущенной системы. Эти уравнения описывают медленную эволюцию параметров исходного возбуждения под влиянием диссипации. Простейший вариант такого подхода использовался в работе [18] при изучении затухания флюксонов в джозефсоновских контактах в рамках возмущенного уравнения синус-Гордон. Преимуществом этого подхода является то, что его можно использовать даже в том случае, когда исходное уравнение не является точно интегрируемым, например, при анализе трехмерных магнитных солитонов [19].

2. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ

В рамках двухподрешеточной модели антиферромагнетика уравнения движения для векторов ферро- и антиферромагнетизма с учетом диссипативных слагаемых имеют вид

$$\begin{aligned} -\frac{2}{g}\dot{\mathbf{M}} &= \{[\mathbf{MH}] + [\mathbf{LF}]\} + \mathbf{R}_M, \\ -\frac{2}{g}\dot{\mathbf{L}} &= \{[\mathbf{MF}] + [\mathbf{LH}]\} + \mathbf{R}_L. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{H} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$ и $\mathbf{F} = -\delta W/\delta \mathbf{L}$ — эффективные поля; \mathbf{R}_M , \mathbf{R}_L — релаксационные слагаемые, которые определяются диссипативной функцией ($\mathbf{R}_M = \delta Q/\delta \mathbf{H}$, $\mathbf{R}_L = \delta Q/\delta \mathbf{F}$). Структура диссипативной функции Q , учитывающей как обменную, так и релятивистскую релаксацию, определена в работах [12, 14] и может быть записана в виде (9).

Как и в ферромагнетиках, симметрия тензора релятивистских релаксационных констант λ_{ik} определяется симметрией и иерархией релятивистских взаимодействий. В частности, в одноосном антиферромагнетике, который рассматривается в настоящей работе, тензор λ_{ik} , как и в ферромагнетике, имеет вид (7). При этом диссипативные слагаемые \mathbf{R}_M и \mathbf{R}_L имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_M &= g|\mathbf{L}|(\lambda_1 \mathbf{H}_\perp - \lambda_e a^2 \Delta \mathbf{H}), \\ \mathbf{R}_L &= g|\mathbf{L}|\lambda_0 \mathbf{F}, \end{aligned} \quad (11)$$

где \mathbf{H}_\perp — перпендикулярная оси Z составляющая эффективного поля \mathbf{H} .

В бездиссипативном приближении в антиферромагнетике длины векторов намагниченности подрешеток при температурах существенно ниже температуры Нееля T_N постоянны, $|\mathbf{M}_{1,2}| = M_0$, и, следовательно, имеют место два тождества, связывающие векторы \mathbf{M} и \mathbf{L} :

$$p \equiv \mathbf{ML} = 0, \quad s \equiv \mathbf{M}^2 + \mathbf{L}^2 - M_0^2 = 0. \quad (12)$$

Принципиально важной особенностью уравнений (10) с диссипативными слагаемыми (11) является то, что они не сохраняют длины векторов намагниченности подрешеток постоянными (так же, как уравнение (5) не сохраняет постоянной длину вектора \mathbf{M} в ферромагнетике):

$$\dot{M}_1 = \mathbf{m}_1(\mathbf{R}_M + \mathbf{R}_L), \quad \dot{M}_2 = \mathbf{m}_2(\mathbf{R}_M - \mathbf{R}_L), \quad \mathbf{m}_i = \frac{\mathbf{M}_i}{|\mathbf{M}_i|}, \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

причем для $\mathbf{R}_M, \mathbf{R}_L$ вида (11) $dM_i/dt \neq 0$.

Как следствие, не сохраняются и величины p и s :

$$\dot{p} = \mathbf{R}_M \mathbf{L} + \mathbf{R}_L \mathbf{M}, \quad \dot{s} = 2(\mathbf{R}_M \mathbf{M} + \mathbf{R}_L \mathbf{L}). \quad (14)$$

Для последовательного описания процесса релаксации того или иного магнитного возбуждения необходимо решить уравнения (11) с учетом диссипативных слагаемых. Эта задача в подавляющем большинстве случаев практически неразрешима (за исключением случая простейших линейных спиновых волн), и поэтому, учитывая малость релаксационных констант, можно использовать ту или иную форму теории возмущений. В настоящей работе анализ релаксации нелинейных волн в антиферромагнетике проводится в линейном по релаксационным константам приближении при использовании простой схемы теории возмущений, базирующейся на построении уравнений эволюции для интегралов движения невозмущенной системы. Суть этой схемы, заключается в следующем.

Пусть распределение намагниченности в нелинейной волне определяется набором параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, которые в бездиссипативном приближении постоянны. При учете релаксационных слагаемых эти параметры начинают зависеть от времени. Соответствующие уравнения эволюции для α_j ($j = 1, \dots, n$) могут быть получены из интегралов движения невозмущенной системы I_1, I_2, \dots, I_n (если рассматриваемая система обладает решением с n параметрами, то существуют, как минимум, n интегралов движения).

Одним из таких интегралов является энергия магнитного возбуждения $E(\alpha_j)$. Скорость ее изменения определяется диссипативной функцией Q ,

$$\frac{dE}{dt} = -2Q = \int d\mathbf{r} (\mathbf{H}\mathbf{M} + \mathbf{F}\mathbf{L}) = \int d\mathbf{r} (\mathbf{H}\mathbf{R}_M + \mathbf{F}\mathbf{R}_L). \quad (15)$$

Найдем dE/dt , с одной стороны, как линейную комбинацию скоростей изменения параметров нелинейной волны $d\alpha_j/dt$; с другой стороны, вычислим значение Q как функцию этих параметров. Приравнявая соответствующие величины, получим уравнение баланса энергии, являющееся одним из искомым эволюционных уравнений, описывающих изменение параметров α_j за счет релаксационных процессов. Аналогичные уравнения могут быть получены из вычисления скорости изменения других интегралов движения. В результате получим систему n дифференциальных уравнений первого порядка для параметров нелинейной волны α_j .

Простейший вариант такого подхода с использованием одного интеграла движения (энергии) использовался в работе [20] для анализа диссипации однопараметрических нелинейных волн — доменных границ (параметр — скорость доменных границ) с учетом релаксации и вынуждающей силы. В [15] этот подход был использован при изучении

релаксации двухпараметрических солитонов в одноподрешеточных ферромагнетиках, а в [19] — для анализа релаксации неоднородных прецессионных солитонов.

Здесь следует сделать одно важное замечание.

Как уже отмечалось выше, структура диссипативных слагаемых (11) такова, что они не сохраняют длины векторов намагниченности подрешеток постоянными. Так как величины $M_{1,2}$ являются также и функциями температуры, то отсюда следует, что уравнения для векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} с учетом релаксационных слагаемых (11) нельзя, вообще говоря, рассматривать изолированно. Необходимо записывать систему уравнений, включающую как уравнения (10), так и уравнения теплопроводности (решеточной и спиновой) и баланса энтропии. Однако, когда мы изучаем релаксацию какого-либо магнитного возбуждения в области температур, достаточно удаленных от температуры Нееля, то неявно предполагается, что релаксация приводит только к изменению параметров, характеризующих соответствующее решение динамических уравнений («медленная» релаксация). При этом как исходное возбуждение, так и конечное состояние магнитной системы находятся из решений динамических уравнений движения, в которых длина вектора намагниченности фиксирована. Тем самым неявно предполагается, что магнитная система находится в контакте с неким термостатом, мгновенно компенсирующим любое изменение величин $M_{1,2}$, подводя или отводя определенное количество теплоты из магнитной системы.

Для того чтобы эффективно учесть это неявное предположение, достаточно при вычислении скорости изменения того или иного интеграла движения учесть лишь релаксацию, не связанную с изменением $|\mathbf{M}_{1,2}|$.

При этом в выражениях для скорости изменения интегралов движения, получаемых из уравнений движения с учетом релаксационного слагаемого, следует положить $d\mathbf{M}_i/dt = M_i d\mathbf{m}_i/dt + \mathbf{m}_i dM_i/dt$ и учесть только первое слагаемое.

Например, вместо диссипативной функции Q (9) получим после несложных вычислений:

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{dE}{dt} \right)_{M_i = \text{const}} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} [M_1 \dot{\mathbf{m}}_1 \mathbf{H}_1 + M_2 \dot{\mathbf{m}}_2 \mathbf{H}_2] = \\ &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \left\{ \mathbf{H}\mathbf{R}_M + \mathbf{F}\mathbf{R}_L - \frac{1}{M_0^2} [(H_M + F_L)(\mathbf{M}\mathbf{R}_M + \mathbf{L}\mathbf{R}_L) + (H_L + F_M)(\mathbf{L}\mathbf{R}_M + \mathbf{M}\mathbf{R}_L)] \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где $H_L = (\mathbf{H}\mathbf{L})$, $F_L = (\mathbf{F}\mathbf{L})$, $H_M = (\mathbf{H}\mathbf{M})$, $F_M = (\mathbf{F}\mathbf{M})$ (первые два слагаемых в подынтегральном выражении в (16) отвечают полной диссипативной функции).

При вычислении \bar{Q} в линейном по релаксационным константам приближении эффективные поля \mathbf{H} и \mathbf{F} , фигурирующие в (11) и (16), следует вычислять в основном (нулевом) приближении по этим константам (мы уже использовали это обстоятельство при выводе (16), полагая $M_1 = M_2 = M_0$). В бездиссипативном приближении векторы \mathbf{H} и \mathbf{F} можно выразить через две скалярные величины H_L и F_L :

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{L^2} \left\{ \frac{2}{g} [\mathbf{L}\mathbf{L}] + \mathbf{L}H_L + \mathbf{M}F_L \right\}, \\ \mathbf{F} &= \frac{1}{L^2} \left\{ \frac{2}{g} [\mathbf{L}\mathbf{M}] + \mathbf{M}H_L + \mathbf{L}F_L \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $L = |\mathbf{L}|$.

Для вычисления величин H_L и F_L , которые мы будем называть коллинеарными полями, обратимся к явному выражению для энергии ферромагнетика:

$$W = \int dr [f(M_1^2) + f(M_2^2) + w_0(\mathbf{ML})]. \tag{18}$$

Здесь функция $f(M_i^2)$ определяет плотность энергии изотропного обменного взаимодействия внутри подрешеток, которое формирует, в основном, длину векторов намагниченности $M_{1,2} = |M_{1,2}|$. Слагаемое $w_0(\mathbf{ML})$ описывает энергию неоднородного обменного взаимодействия, энергию анизотропии, взаимодействия с внешним магнитным полем и т. д.:

$$w_0(\mathbf{ML}) = \frac{\alpha}{2}(\nabla\mathbf{L})^2 + \frac{\delta}{2}\mathbf{M}^2 + w_a - 2\mathbf{M}\mathbf{H}_e, \tag{19}$$

где w_a — энергия анизотропии, \mathbf{H}_e — внешнее магнитное поле.

При достаточно далеких от температуры Нееля температурах функция $f(x)$ в энергии (18) имеет глубокий минимум при $x = M_0^2(T)$, где $M_0(T)$ — равновесное значение длины векторов намагниченности подрешеток. В этом случае можно считать, что актуальны только значения M_1 и M_2 , близкие к M_0 . Поэтому, аппроксимируя функцию $f(x)$ выражением

$$f(x) = \frac{(x - M_0^2)^2}{4\chi_{\parallel}M_0^2}, \tag{20}$$

где величина $\chi_{\parallel} \ll 1$ имеет смысл продольной восприимчивости антиферромагнетика, из энергии (18) нетрудно получить в линейном по параметрам p и s приближении выражения для коллинеарных полей H_L и F_L :

$$\begin{aligned} H_L &= \frac{4}{\chi_{\parallel}} p + H_0, & H_0 &= - \left(\frac{\delta w_0}{\delta \mathbf{M}} \mathbf{L} \right), \\ F_L &= \frac{2}{\chi_{\parallel}} s + F_0, & F_0 &= - \left(\frac{\delta w_0}{\delta \mathbf{L}} \mathbf{L} \right). \end{aligned} \tag{21}$$

В конечных результатах следует, естественно, положить $\chi_{\parallel} \rightarrow 0$. Тем не менее, вклад первых слагаемых в (21) конечен, так как $p \sim \chi_{\parallel}$, $s \sim \chi_{\parallel}$.

В статическом случае $H_L = F_L = 0$, и величины p и s отличны от нуля:

$$p = -\frac{\chi_{\parallel}}{4} H_0, \quad s = -\frac{\chi_{\parallel}}{2} F_0.$$

При наличии динамической волны намагниченности величины H_L и F_L , вообще говоря, не равны нулю. Уравнение для них нетрудно получить, дифференцируя соотношения (21) по времени и используя явный вид диссипативных слагаемых (11) и уравнения (14):

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{\parallel} L}{4g} \dot{H}_L - \lambda_e a^2 \mathbf{L}^2 \Delta H_L - 2\lambda_e a^2 [(L\nabla\mathbf{L})\nabla H_L + (L\nabla\mathbf{M})\nabla F_L] + \\ + H_L [\lambda_1 L_{\perp}^2 + \lambda_0 \mathbf{M}^2 - \lambda_e a^2 (\mathbf{L}\Delta\mathbf{L})] + F_L [\lambda_1 L_{\perp} \mathbf{M}_{\perp} - \lambda_e a^2 (\mathbf{L}\Delta\mathbf{M})] = \\ = \frac{\chi_{\parallel} L}{4g} \dot{H}_0 + \frac{2}{g} \{ \lambda_1 L_z [L\dot{L}]_z + \lambda_0 (\mathbf{M}[\mathbf{L}\dot{\mathbf{M}}]) + \lambda_e a^2 (\mathbf{L}\Delta[\mathbf{L}\dot{\mathbf{L}}]) \}, \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\chi_{\parallel} L}{4g} \dot{F}_L - \lambda_e a^2 M^2 \Delta F_{\perp} - 2\lambda_e a^2 [(M \nabla M) \nabla F_L + (M \nabla L) \nabla H_L] + \\ & + F_L [\lambda_1 M_{\perp}^2 + \lambda_0 L^2 - \lambda_e a^2 (M \Delta M)] + H_L [\lambda_1 M_{\perp} L_{\perp} - \lambda_e a^2 (M \Delta L)] = \\ & = \frac{\chi_{\parallel} L}{4g} \dot{F}_0 + \frac{2}{g} \{ \lambda_1 M_{\perp} [L L]_{\perp} + \lambda_e a^2 (M \Delta [L L]) \}. \end{aligned} \quad (23)$$

Решение системы уравнений (22), (23) без правой части описывает релаксацию H_L и F_L к равновесному значению. Неоднородное решение этой системы может быть отлично от нуля только при наличии динамической волны намагниченности.

Еще раз отметим, что система уравнений (22), (23) получена с точностью до первых степеней малой релаксационной константы λ и величины χ_{\parallel} . Поэтому все коэффициенты и правые части этих уравнений определяются распределением намагниченности в исследуемом возбуждении, вычисленном в бездиссипативном приближении.

3. РЕЛАКСАЦИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СОЛИТОНА

В качестве примера анализа релаксации магнитных возбуждений в одноосном антиферромагнетике на основе полученных выше общих соотношений в настоящей работе рассматривается релаксация двухпараметрического солитона.

Как известно, энергия релятивистских взаимодействий в антиферромагнетике мала по сравнению с обменной, $\beta, b \ll \delta$, и, как следствие, во всей области применимости феноменологической теории магнетизма ($x_0 \gg a$, x_0 — характерный размер возбуждения, a — постоянная решетки) имеет место неравенство $|M| \ll |L| \approx M_0$. Используя этот факт, в работах [20, 22, 23] было показано, что нелинейные динамические возбуждения в двухподрешеточных антиферромагнетиках (и слабых ферромагнетиках) могут быть проанализированы на основе эффективной функции Лагранжа \mathcal{L} ,

$$\mathcal{L} = \int dr \left\{ \frac{\alpha}{2c^2} \dot{L}^2 - \frac{\alpha}{2} (\nabla L)^2 - w_a(L) + \frac{4}{g\delta M_0} (h_e [L L]) - \frac{4}{\delta} (h_e L)^2 \right\}, \quad (24)$$

где $c = gM_0(\alpha\delta)^{1/2}/2$ — характерная скорость, совпадающая с минимальной фазовой скоростью линейных спиновых волн, $h_e = H_e/M_0$. При этом в основном приближении по малому параметру $(\beta/\delta) \ll 1$ длина вектора L является постоянной, $|L| \simeq M_0$, а вектор ферромагнетизма M связан с единичным вектором $l = L/|L|$ соотношением

$$M = \frac{2}{g} \left\{ \frac{1}{g} [i l] + [[H_e] l] \right\}. \quad (25)$$

Энергию магнитной анизотропии магнетика $w_a(l)$ запишем в виде

$$w_a(L) = \frac{1}{2} \beta L_{\perp}^2 - \frac{1}{4M_0^2} b (L_{\perp}^2)^2, \quad \beta > 0, \quad b > 0, \quad (26)$$

где β и b — константы анизотропии второго и четвертого порядка, соответственно.

Используя угловые переменные θ и φ , параметризующие вектор l ,

$$l = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (27)$$

уравнения динамики рассматриваемого антиферромагнетика могут быть записаны в виде

$$c^2 \Delta \theta - \ddot{\theta} + \sin \theta \cos \theta \left[(\dot{\varphi} - \Omega_e)^2 - c^2 (\nabla \varphi)^2 - \omega_0^2 \left(1 - \frac{b}{\beta} \sin^2 \theta \right) \right] = 0, \quad (28)$$

$$\alpha \nabla (\sin^2 \theta \nabla \varphi) - \frac{\alpha}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\sin^2 \theta \dot{\varphi}) + \frac{4h_e}{\delta g M_0} \frac{\partial}{\partial t} (\sin^2 \theta) = 0,$$

где $\omega_0 = c/x_0$, $x_0 = (\alpha/\beta)^{1/2}$, $\Omega_e = gH_e$. Внешнее магнитное поле считаем ориентированным вдоль оси легкого намагничивания (оси Z).

Далее мы будем рассматривать только одномерные солитонные решения уравнений (28), которым отвечают граничные условия

$$\theta \rightarrow 0 \quad \text{или} \quad \pm \pi; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} < \infty \quad \text{при} \quad |x| \rightarrow \infty. \quad (29)$$

Вначале рассмотрим случай $b = 0$. При этом решение уравнений движения (28), удовлетворяющее граничным условиям (29), имеет вид [22]

$$\varphi = kx - \Omega t, \quad \cos \theta = -\text{th} [\bar{\kappa}(x - Vt)],$$

$$k = \frac{(\Omega + \Omega_e)V}{c^2}, \quad \bar{\kappa}^2 = \frac{\beta}{\alpha(1 - V^2/c^2)} - \frac{(\Omega + \Omega_e)^2}{c^2}, \quad (30)$$

Это решение описывает распределение намагниченности в двухпараметрическом топологическом солитоне типа кинка ($\theta(-\infty) = 0$, $\theta(+\infty) = \pm\pi$), что существенно отличает это решение от динамического двухпараметрического солитона в ферромагнетике, релаксация которого была изучена в [15].

Параметрами, определяющими структуру солитона, являются скорость его поступательного движения V и частота прецессии Ω .

Солитонное решение (30) существует в области $\bar{\kappa}^2 > 0$, или

$$(\Omega + \Omega_e)^2 < \frac{\omega_0^2}{1 - V^2/c^2}. \quad (31)$$

Величина внешнего магнитного поля H_e ограничена условием существования неподвижного солитона, $H_e < M_0(\beta\delta)^{1/2}$, или $\Omega_e < \Omega_0$, т.е. полем спин-флоп перехода.

Так как рассматриваемое решение является двухпараметрическим, то для анализа его релаксации необходимо рассмотреть два интеграла движения невозмущенной системы. В качестве этих интегралов движения, с помощью которых далее мы будем строить эволюционные уравнения для параметров солитона V , Ω , выберем его энергию E и величину N , пропорциональную суммарной z -проекции намагниченности, которая в бездиссипативном случае сохраняется в силу одноосности антиферромагнетике:

$$N = \frac{1}{2\mu_0} \int dr M_z, \quad (32)$$

где $\mu_0 = \hbar g/2$ — магнетон Бора. Отметим, что, как и в ферромагнетике, интеграл движения N можно интерпретировать как число магнонов, связанных в солитоне [24].

Отметим, что использование еще одного интеграла движения — импульса \mathbf{P} — не приводит к новым уравнениям в силу связи $dE = \hbar\omega dN + \mathbf{V}d\mathbf{P}$, справедливой для любого

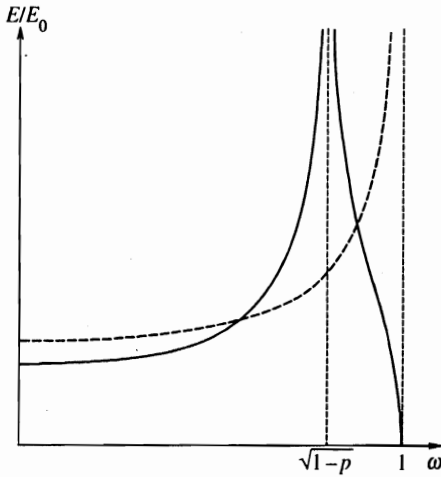


Рис. 1. Зависимость энергии солитона E от частоты прецессии при $V = 0$

ферромагнетика или антиферромагнетика, допускающего существование двухпараметрических солитонов [24]. Для анализа двухпараметрических нелинейных волн в двуосном магнетике, в котором I_z не является интегралом движения, можно использовать уравнения для dE/dt и dP/dt .

Значения интегралов движения E и N , соответствующие солитонному решению (30), легко вычисляются:

$$E = \frac{2E_0}{\kappa} \left\{ \frac{1}{1-\mu} - \omega_e(\omega + \omega_e) \right\},$$

$$N = \frac{2n_0}{\kappa} (\omega + \omega_e), \tag{33}$$

$$E_0 = \beta M_0^2 x_0, \quad n_0 = \frac{E_0}{2\hbar\omega_0}, \quad \kappa^2 = \frac{1}{1-u} - (\omega + \omega_e)^2, \quad \omega_e = \frac{\Omega_e}{\omega_0},$$

где $\omega = \Omega/\omega_0$, $u = (V/c)^2$ — безразмерные параметры солитона, удобные для дальнейших расчетов.

Зависимость энергии солитона $E(\omega)$ от частоты прецессии ω , описываемая (33) при $V = 0$ и $H_e = 0$, представлена на рис. 1 (штриховая кривая).

В основном приближении по малому параметру (β/δ) в выражении для приведенной диссипативной функции (16) можно опустить все слагаемые, пропорциональные M , и, учитывая (11) и (17), записать эту функцию в виде

$$\bar{Q} \cong \frac{1}{2gM_0^2} \int d\mathbf{r} \mathbf{R}_M[\mathbf{L}\dot{\mathbf{L}}] = \frac{\delta g M_0}{2} E_0 q(u, \omega). \tag{34}$$

Функция $q(u, \omega)$ определяется суммой релятивистского и обменного слагаемого, $q(u, \omega) = q_r(u, \omega) + q_e(u, \omega)$,

$$q_r = \lambda_1 \langle (\mathbf{I} \dot{\mathbf{I}}_{\perp})^2 - h_L l_z (\mathbf{I} \dot{\mathbf{I}}_z) \rangle,$$

$$q_e = \lambda_e' \langle (\mathbf{I} \dot{\mathbf{I}}')^2 + h_L (\dot{\mathbf{I}}' [\mathbf{I}'] - \mathbf{I}'' [\dot{\mathbf{I}}]) \rangle, \tag{35}$$

где $\lambda'_e = \lambda_e(a/x_0)^2$, $h_L = gH_L/(2M_0\omega_0)$; штрих и угловые скобки означают соответственно дифференцирование и интегрирование по безразмерной пространственной переменной $\xi = x/x_0$, а точка — дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$.

Для приведенной (т. е. вычисленной при условии $M_{1,2} = \text{const}$) скорости изменения второго интеграла движения \bar{N} аналогичным образом получим

$$\bar{N} = -\frac{1}{2\mu_0 M_0^2} \int d\tau L_z(\mathbf{R}_M \mathbf{L}) = \delta g M_0 n_0 \eta, \quad \eta = \eta_r + \eta_e, \quad (36)$$

$$\eta_r = \lambda_1 \langle l_z^2 [\Pi \dot{\Pi}]_z - h_L l_z l_z^2 \rangle, \quad (37)$$

$$\eta_e = \lambda'_e \langle l_z ([\Pi \dot{\Pi}]'') + h_L (l_z'' - l_z l_z'^2) \rangle.$$

С другой стороны, дифференцируя по времени выражения для E и N (33), запишем производные dE/dt и dN/dt в виде линейной комбинации производных du/dt и $d\omega/dt$. Приравнявая полученные выражения соответственно (34) и (36), получим искомые уравнения, описывающие эволюцию параметров солитона ω и u :

$$\dot{u} = -\delta\kappa(1-u)^2(q + \omega\eta), \quad (38)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\delta\kappa}{2} \{(\omega + \omega_e)(1-u)q - [1 - (1-u)(\omega + \omega_e)(2\omega + \omega_e)]\eta\}. \quad (39)$$

Для вычисления выражений в правых частях уравнений (38) и (39) необходимо определить коллинеарное поле h_L . Уравнения (22), (23), определяющие величины H_L и F_L , в основном приближении по малому параметру (β/δ) становятся не связанными друг с другом, и для фигурирующей в формулах (35) и (37) безразмерной величины h_L имеем уравнение

$$\tilde{\chi} h_L - \lambda'_e h_L'' + h_L \{ \lambda_1 l_z^2 [\Pi \dot{\Pi}]_z + \lambda'_e ([\Pi \dot{\Pi}]'') \} = \lambda_1 l_z [\Pi \dot{\Pi}]_z + \lambda'_e ([\Pi \dot{\Pi}]'') + \tilde{\chi} \omega_e l_z, \quad (40)$$

где $\tilde{\chi} = \chi_{\parallel} \omega_0 / (4gM_0)$.

Уравнение (40) представляет собой линейное однородное уравнение типа уравнения диффузии с правой частью. Общее решение этого уравнения без правой части описывает релаксацию h_L к равновесному значению $h_L = 0$, и характерное время релаксации τ_e порядка $(\chi_{\parallel} / \lambda_1 g M_0)$, и при $\chi_{\parallel} \rightarrow 0$ очень мало [11].

Неоднородное решение уравнения (40) может быть отлично от нуля только при наличии динамической волны намагниченности. Отметим, что нас интересует основное приближение для величины h_L по релаксационным константам, поэтому в функции в коэффициентах и в правой части уравнения (40) следует подставлять распределение намагниченности $I(x, t)$ в солитоне, вычисленное в бездиссипативном приближении. Здесь следует также отметить, что наряду с малыми релаксационными константами уравнение (40) содержит еще малый параметр χ_{\parallel} . Поэтому структура решения будет существенно зависеть от соотношения между χ_{\parallel} и λ и характера рассматриваемого возбуждения магнетика.

С точностью до обозначений уравнение (40) совпадает с уравнением для коллинеарной составляющей эффективного поля в одноосном ферромагнетике, которое было рассмотрено в работе [15]. Поэтому мы не будем останавливаться на детальном анализе этого уравнения. Результаты этого анализа в применении к рассматриваемой задаче сводится к следующему.

Если скорость поступательного движения солитона превышает некоторое характерное значение $V_* \sim \lambda \omega_e x_0 / \chi_{||}$, то величина h_L определяется простой формулой

$$h_L = \omega_e \cos \theta. \quad (41)$$

Очевидно, что такая ситуация может реализоваться только в предельном случае $\tilde{\chi} \gg \lambda$ и при наличии внешнего магнитного поля. Если же $\tilde{\chi} \ll \lambda$, то в формулах (35) и (37) вне зависимости от внешнего поля и скорости солитона, можно считать $h_L = 0$.

Эволюционные уравнения для параметра солитона имеют наиболее простой вид при $H_e = 0$. Подставляя в формулы (35)–(37), а затем в (38)–(39) явный вид распределения намагниченности в солитоне (38) и полагая $h_L = 0$, получим

$$\begin{aligned} \dot{u} &= f_r(u, \omega) + f_e(u, \omega), & \dot{\omega} &= g_r(u, \omega) + g_e(u, \omega), \\ f_r &= -2\lambda_1 \delta u \kappa^2 (1-u)^2, & g_r &= -\lambda_1 \delta \kappa^2 \omega (1-u) \left(\frac{1}{3} + u \right), \\ f_e &= -2\lambda'_e \delta u \kappa^2 (1-u) \left[\frac{1}{3} + \omega^2 (1-u)^2 \right], \\ g_e &= -2\lambda'_e \delta \kappa^2 \omega \cdot \left[1 - \frac{u}{3} - \omega^2 (1+u)(1-u)^2 \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Правые части эволюционных уравнений (42) так же, как и функции $q(u, \omega)$ и $\eta(u, \omega)$ в формулах (34)–(37), представлены в виде суммы двух слагаемых, одно из которых связано с процессами релаксации, обусловленными релятивистскими взаимодействиями, а второе связано с процессами релаксации, имеющими обменную природу.

Анализ эволюционных уравнений показывает, что влияние диссипативных слагаемых, обусловленных релятивистскими и обменными взаимодействиями, на эволюцию параметров солитона существенно различное. Во всей области параметров солитона (31) релаксация, обусловленная релятивистскими взаимодействиями и описываемая функциями $f_r(u, \omega)$ и $g_r(u, \omega)$, приводит к монотонному уменьшению как скорости движения солитона ($f_r < 0$), так и модуля частоты прецессии ($\text{sign}(g_r) = -\text{sign}(\omega)$).

Характер релятивистской релаксации наглядно представляют интегральные кривые уравнений $\dot{u} = f_r(u, \omega)$, $\dot{\omega} = g_r(u, \omega)$, которые могут быть получены их непосредственным интегрированием

$$\omega = \omega(0) \left[\frac{u}{u(0)} \right]^{1/6} \left[\frac{1-u(0)}{1-u} \right]^{1/3}, \quad (43)$$

где $u(0)$ и $\omega(0)$ — значения параметров солитона в начальный момент времени. Схематически эти кривые представлены на рис. 2.

Что касается вклада обменной релаксации, то в уравнениях (42) она описывается знакопеременными функциями $f_e(u, \omega)$ и $g_e(u, \omega)$, и, следовательно, в процессе обменной релаксации параметры u и ω меняются немонотонным образом. Соответствующие интегральные кривые уравнений $\dot{u} = f_e(u, \omega)$, $\dot{\omega} = g_e(u, \omega)$, полученные численным интегрированием, представлены на рис. 3.

Отметим также, что если в начальный момент времени солитон неподвижен, т.е. $u(0) = 0$, то функции $f_r(u, \omega) = f_e(u, \omega) = 0$; следовательно, солитон остается неподвижным и во все последующие моменты времени. При этом соответствующие интегральные кривые на рис. 2 и 3 представляют собой отрезки оси ординат. Аналогично, если в начальный момент времени равна нулю частота прецессии, $\omega(0) = 0$, то

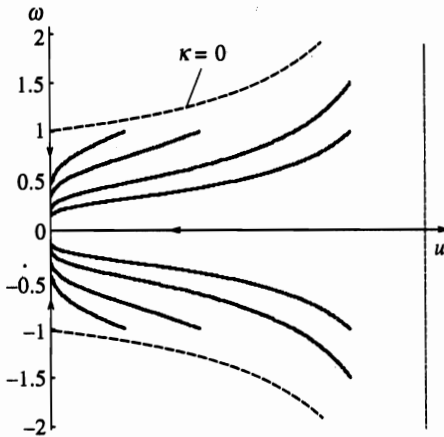


Рис. 2. Эволюция параметров солитона за счет релятивистской релаксации ($b = 0, \lambda_e = 0$)

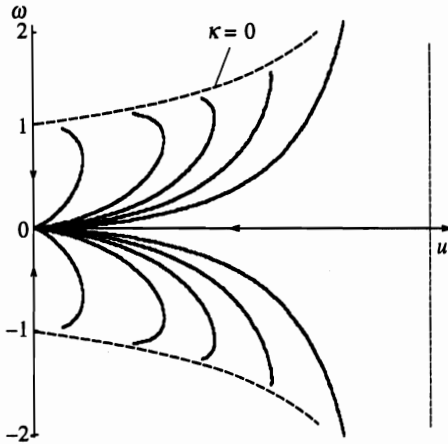


Рис. 3. Эволюция параметров солитона за счет обменной релаксации ($b = 0, \lambda_r = 0$)

$g_r(u, \omega) = g_e(u, \omega) = 0$, и изначально непрецессирующий солитон остается таковым и в процессе релаксации; в этом случае интегральные кривые есть отрезки оси абсцисс.

Если внешнее магнитное поле отлично от нуля и достаточно велико, чтобы выполнялось условие $V_* < c$, то картина релаксации солитона несколько усложняется. При $V \geq V_*$, когда h_L определяется формулой (41), функции $g(u, \omega)$ и $f(u, \omega)$ имеют вид

$$\begin{aligned}
 f_r &= -2\lambda_1 \delta u \kappa^2 (1-u)^2, & g_r &= -\lambda_1 \delta \kappa^2 (\omega + \omega_e) (1-u) \left(\frac{1}{3} + u \right), \\
 f_e &= -2\lambda'_e \delta u \kappa^2 (1-u) \left[\frac{1}{3} + (\omega + \omega_e)^2 (1-u)^2 \right], & & \\
 g_e &= -2\lambda'_e \delta \kappa^2 (\omega + \omega_e) \left[1 - \frac{u}{3} - (\omega + \omega_e)^2 (1+u)(1-u)^2 \right]. & &
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Легко видеть, что правые части уравнения (44) могут быть получены из соответствующих правых частей уравнений (42) простой заменой $\omega \rightarrow \omega + \omega_e$. Так как область существования солитона (31) при $\omega_e \neq 0$ фактически получается из соответствующей области при $\omega_e = 0$ сдвигом вдоль оси частот на величину $(-\omega_e)$, то отсюда следует, что интегральные кривые уравнений (44) такие же, как и интегральные кривые уравнений (42), лишь сдвинутые на величину $(-\omega_e)$.

При этом предельным состоянием солитона, к которому приводит релаксация, является состояние с прецессией ($u \rightarrow 0, \omega \rightarrow -\omega_e$ при $t \rightarrow \infty$). Однако следует учесть, что формула (44) при малых скоростях движения солитона неприменима, так как при $V < V_*$ следует считать $h_L = 0$. При этом вместо (44) имеем

$$\begin{aligned} f_r &= -2\lambda_1 \delta u \kappa^2 (1-u)^2, & g_r &= -\lambda_1 \delta \kappa^2 (1-u) \left[u(\omega + \omega_e) + \frac{1}{3}\omega \right], \\ f_e &= -2\lambda'_e \delta u \kappa^2 (1-u) \left[\frac{1}{3} - \omega(\omega + \omega_e)^2 (1-u)^2 - \omega_e(\omega + \omega_e) \left(\frac{1}{3} - u \right) \right], & (45) \\ g_e &= -2\lambda'_e \delta \kappa^2 (1-u) \left[\kappa^2 \left(\omega - \frac{u}{3}(\omega + \omega_e) \right) + u(\omega + \omega_e)^2 \left(u(\omega + \omega_e) - \frac{\omega}{3} \right) \right]. \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что эволюция параметров солитона, описываемая уравнениями (45), приводит, как и должно быть, к равновесному состоянию $u = \omega = 0$.

Если характерная скорость $V_* > c$, что возможно при $\chi \ll \lambda$ или же при достаточно малом внешнем поле, то уравнения (45) описывают релаксацию солитона во всей области значений параметров (31).

Если же $V_* < c$, то при $V > V_*$ релаксация описывается формулами (44), а при $V < V_*$ — формулами (45). Естественно, что при этом существует определенная переходная область от одного режима релаксации к другому. Анализ этой области требует вычисления величины h_L из уравнения (40) в общем виде, что выходит за рамки настоящей работы.

Рассмотрим теперь более общую модель антиферромагнетика, которая учитывает в энергии анизотропии слагаемые четвертого порядка, т.е. модель с $b \neq 0$ (см. (26)). В этом случае решение динамических уравнений движения (28) можно представить в виде (при $H_e = 0$) [22]

$$\operatorname{tg} \theta = \begin{cases} \frac{\kappa}{A^{1/2} \operatorname{sh} \left(\frac{\kappa}{x_0} (x - Vt) \right)}, & A > 0, \\ \frac{\kappa}{|A|^{1/2} \operatorname{ch} \left(\frac{\kappa}{x_0} (x - Vt) \right)}, & A_{\min} < A < 0, \end{cases} \quad (46)$$

где $A = (1-p)/(1-u) - \omega^2$, $p = b/2\beta$; безразмерные параметры ω, u, κ определены выше.

Решение (46) существует при $\kappa^2 > 0$, что накладывает ограничение на величину A снизу, $A \geq A_{\min} = -p/(1-u)$.

При $A > 0$ решение (46) по-прежнему описывает солитон типа кинка, обладающий топологическим зарядом (доменную границу, $\theta(-\infty) = 0, \theta(+\infty) = \pi$); если же $A < 0$, то $\theta(\pm\infty) = 0$, и решение (46) описывает динамический солитон без топологического заряда.

Значения энергии солитона E и интеграла движения N , соответствующие решению (46), равны

$$E = E_0 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1-p}{1-u} + \omega^2 \right) D_s + \kappa \right\}, \quad N = n_0 \omega D_s, \quad (47)$$

где $s = 1, 2$; случаю $A > 0$ (солитон с топологическим зарядом) отвечает значение $s = 1$, а случаю $A < 0$ (солитон без топологического заряда) — $s = 2$; функции D_1, D_2 определяются формулами

$$D_s = 2 \left(\frac{1-u}{p} \right)^{1/2} \begin{cases} \text{Arsh} \left[\frac{p}{(1-u)\kappa^2 - p} \right]^{1/2}, & s = 1 \\ \text{Arch} \left[\frac{p}{p - (1-u)\kappa^2} \right]^{1/2}, & s = 2 \end{cases}. \quad (48)$$

Зависимость энергии солитона $E(\omega)$ от частоты прецессии ω , описываемая (48) при $V = 0$, представлена на рис. 1 (сплошная кривая). Отметим важное отличие этой зависимости от зависимости $E(\omega)$ при $b = 0$ (см. (33)). В отличие от (33) и соответствующей штриховой кривой на рис. 1, зависимость $E(\omega)$ при $b \neq 0$ имеет не только минимум при $\omega = 0$, соответствующий состоянию антиферромагнетика с покоящейся доменной границей, но и абсолютный минимум при $\omega = 1$, который отвечает основному состоянию магнетика. Кроме того, отметим, что области изменения параметров, соответствующих двум типам солитонов (с топологическим зарядом и без него), разделены бесконечно высоким энергетическим барьером, $E(A \rightarrow \pm 0) \rightarrow \infty$. Поэтому в процессе релаксации превращение динамического солитона в топологический и наоборот невозможно.

Анализ релаксации солитонов при $b \neq 0$ проводится аналогично рассмотренному выше случаю $b = 0$. Поэтому приведем лишь окончательные ответы. Эволюционные уравнения для параметров солитона u и ω , обусловленные релятивистской релаксацией, имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -2\lambda_1 \delta u (1-u) \frac{\left(\frac{1-p}{1-u} - \omega^2 \right) D_s + 2\kappa}{\left(\frac{1-p}{1-u} + \omega^2 \right) D_s + 2\kappa}, \\ \dot{\omega} &= -\lambda_1 \delta \omega \left\{ \frac{u \left[\left(\frac{1-p}{1-u} - \omega^2 \right) D_s + 2\kappa \right]}{\left(\frac{1-p}{1-u} + \omega^2 \right) D_s + 2\kappa} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-p - \omega^2 + u\omega^2) \left[\left(\frac{1-p}{1-u} - \omega^2 \right) D_s - 2\kappa \right]}{2p \left[\left(\frac{1-p}{1-u} - \omega^2 \right) D_s + \frac{2\omega^2}{\kappa} \right]} \right\}. \end{aligned} \quad (49)$$

Обменные слагаемые имеют подобный, но более громоздкий вид, и поэтому мы их не выписываем.

Интегральные кривые уравнений (49) представлены на рис. 4. Видим, что топологические солитоны релаксируют, как и при $b = 0$, к состоянию с покоящейся доменной

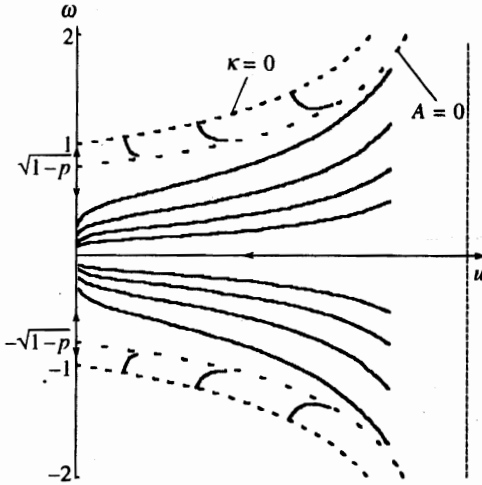


Рис. 4. Эволюция параметров солитона за счет релятивистской релаксации ($b \neq 0$)

границей, а динамические солитоны релаксируют к основному однородному состоянию антиферромагнетика. Такой характер релаксации солитона вполне естественен: энергия солитона с топологическим зарядом убывает до локального минимума при $\omega = 0$, $V = 0$, отвечающего состоянию антиферромагнетика с покоящейся доменной границей (см. рис. 1), а эволюция параметров солитона без топологического заряда заканчивается на кривой $\kappa = 0$, на которой солитон деградирует, — его амплитуда и энергия (а также число связанных в солитоне магнонов N) обращаются в нуль, что соответствует переходу в основное состояние магнетика (аналогичная ситуация характерна и для релаксации динамического одномерного солитона в ферромагнетике [15]; при релаксации неоднородных динамических солитонов на границе области существования последние распадаются на конечное число ($N \neq 0$) несвязанных линейных спиновых волн [19]).

Авторы искренне признательны Б. А. Иванову за многочисленные обсуждения работы и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда (грант UB2300 (В. Б.) и Международной соросовской программы в области образования (ISSEP, грант 452 (Е. М.)).

Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Phys. Zs. Sowjet. **8**, 153 (1935).
2. T. L. Gilbert, Phys. Rev. **100**, 1243 (1955).
3. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ **15**, 1 (1945).
4. F. Dyson, Phys. Rev. **102**, 1217 (1956).
5. В. Н. Кошечев, М. А. Кривоглаз, ФТТ **3**, 1541 (1961).
6. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова думка, Киев (1984).
7. A. V. Harris, D. Kumar, V. I. Halperin, and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. B **13**, 961 (1971).

8. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
9. А. С. Абызов, Б. А. Иванов, ЖЭТФ 76, 1700 (1979).
10. Б. А. Иванов, Ю. Н. Мищай, Н. В. Шахова, ЖЭТФ 87, 289 (1984).
11. В. Г. Барьяхтар, ЖЭТФ 87, 1501 (1984).
12. В. Г. Барьяхтар, ФНТ 11, 1198 (1985).
13. В. Г. Барьяхтар, ФТТ 29, 1317 (1987).
14. В. Г. Барьяхтар, ЖЭТФ 94, 196 (1988).
15. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, Т. К. Соболева, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ 91, 1454 (1986).
16. D. J. Kaup and A. C. Newell, Proc. Roy. Soc. A 361, 413 (1978).
17. В. И. Карпман, Е. М. Маслов, ЖЭТФ 73, 538 (1977).
18. Д. Мак-Лафлин, А. Скотт, *Многосолиitonная теория возмущений*, в кн. *Солитоны в действии*, под ред. К. Понгрена, А. Скотта, Мир, Москва (1981), с. 210.
19. V. G. Baryakhtar, B. A. Ivanov, and A. L. Sukstanskii, Phys. Lett. A 119, 191 (1986).
20. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ 68, 1509 (1980).
21. В. А. Ivanov and A. L. Sukstanskii, JMMM 117, 102 (1992).
22. И. В. Барьяхтар, Б. А. Иванов, ЖЭТФ 87, 328 (1983).
23. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН 130, 39 (1980).
24. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).