

## РАВНОВЕСИЕ ФАЗ В ЖИДКОМ ПРОВОДНИКЕ С ТОКОМ В ГЕОМЕТРИИ Z-ПИНЧА

*В. С. Воробьев, С. П. Мальшенко*

*Институт высоких температур Российской академии наук  
127412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 10 сентября 1996 г.

Рассматривается цилиндрический жидкий проводник при постоянной температуре с аксиально-симметричным постоянным током, создающим азимутальное магнитное поле. Магнитное поле приводит к появлению в полном химическом потенциале дополнительной полевой составляющей, различной для каждой фазы. Показано, что учет полевых составляющих может быть сведен к равенству химических потенциалов вещества фаз без поля при разных давлениях. Возникший сдвиг параметров фазового равновесия приводит к сосуществованию недогретой до кипения жидкости с газом при давлениях, соответствующих метастабильной ветви параметров состояния. Поэтому существует предельное значение тока, при превышении которого равновесие фаз в данной геометрии невозможно. В последнем случае возникает переход системы в дисперсное состояние (капли в паре) с последующим механическим разлетом столба жидкости за счет запасенной энергии магнитного поля. Оценены скорость расширения, размер капель, а также значение тока, при котором подобное явление имеет место. Отмечено, что оно может реализоваться на заключительной стадии быстрых режимов электрического взрыва проводников.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, сильные электрические или магнитные поля, проникая внутрь тела, оказывают сильное влияние на его термодинамические свойства. Термодинамические соотношения общего характера для вещества в поле приведены, например, в монографиях [1, 2]. Изящный пример их использования дан в [3], где рассмотрена задача о конденсации электрически заряженной капли. Вместе с тем вопрос о влиянии сильного магнитного поля, вызванного протекающим по веществу электрическим током, на термодинамику фазовых переходов остается не вполне выясненным, хотя с практической точки зрения он важен при исследованиях сжатия вещества в установках, использующих пинч-эффект, электрический взрыв проводников, и в ряде других прикладных задач.

В последнее время появился ряд работ (см., например, [4–6]), в которых обсуждаются возможные эффекты, связанные со сдвигом фазового равновесия в магнитном поле. Тем не менее последовательное рассмотрение этого вопроса отсутствует.

Для изучения влияния магнитного поля собственного тока на термодинамические свойства обычно рассматривается наиболее простая конфигурация магнитного поля, реализуемая при Z-пинче. Предполагается, что по жидкому проводнику при постоянной температуре протекает постоянный аксиально-симметричный ток, создающий азимутальное магнитное поле. Вещество в таком поле становится неоднородным только по радиальной координате, что сильно упрощает задачу по сравнению со случаем

произвольного магнитного поля, когда вещество становится неоднородным по всем координатам.

В настоящей работе также используется эта геометрия магнитного поля. Сначала рассматривается состояние однофазного проводника. На основе общего условия равновесия тела во внешнем магнитном поле записано выражение для полного термодинамического потенциала системы вещество–поле в виде функционала от плотности и напряженности поля. Минимизация этого функционала по соответствующим переменным приводит к условию постоянства локального значения полного химического потенциала и к условию механического равновесия жидкого цилиндра с током, в котором градиент давления уравнивается электродинамической силой. На их основе проанализировано поведение термодинамических функций. Показано, что роль магнитного поля сводится не только к созданию неоднородного профиля давления в жидкости, но и к появлению в полном химическом потенциале с учетом поля дополнительной составляющей, зависящей от напряженности поля, плотности вещества и радиуса проводника. Для локальных значений химического потенциала вещества и зависимости плотности от давления и температуры в каждой точке справедливы термодинамические соотношения и уравнение состояния в отсутствие поля.

Рассмотрен также вопрос о фазовых переходах в проводнике с током. Записан соответствующий функционал полного термодинамического потенциала для двухфазной системы. Его минимизация по положению границы раздела приводит к новым условиям фазового равновесия. Суть их в том, что на границе раздела должны быть равны полные химические потенциалы фаз. При этом химические потенциалы вещества фаз при одинаковых давлениях и температурах могут не совпадать. Равенство полных химических потенциалов фаз системы вещество–поле формально может быть сведено к равенству химических потенциалов вещества фаз без поля при разных давлениях. Разность последних обусловлена различием магнитных давлений в фазах. Возможность равенства химических потенциалов двух состояний вещества, имеющих одинаковые температуры и различные давления, проанализирована качественно, а также с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса. Показано, что плотности и давление сосуществующих фаз при наличии поля выше чем в его отсутствие. При термодинамическом равновесии системы менее плотная фаза находится в состоянии, которое в отсутствие поля соответствует метастабильному (переохлажденный пар). Однако когда эта фаза достигает точки спинодали, равновесие фаз в данной геометрии становится невозможным. Система должна резко расширяться и перейти в новое состояние. Показано, что таким состоянием может быть мелкодисперсная смесь жидких капелек в паре. Оценены размеры капель и скорости расширения. Высказано предположение о том, что переход такого рода может явиться непосредственной причиной резкого возрастания радиуса и сопротивления на заключительной стадии электрического взрыва проводников, реализуемого в быстрых режимах [7–10]. Оценка критического тока, при котором это явление может иметь место, приводит к соотношению, которое ранее было известно как эмпирическое и указывало на пропорциональность интеграла действия [9] параметрам, зависящим только от свойств проводника. Показано, что коэффициент пропорциональности в этом соотношении определяется критической температурой металла.

## 2. РАВНОВЕСИЕ ОДНОФАЗНОГО ЖИДКОГО ПРОВОДНИКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим неограниченный цилиндрический шнур магнитно-неактивного жидкого вещества, однородный вдоль своей длины, в цилиндрической системе координат  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  с осью  $z$  вдоль оси шнура при постоянной температуре  $T$ . Стрикционные эффекты в жидкости при квазистатических процессах отсутствуют.

В таком шнуре все величины зависят только от радиальной координаты  $r$ . Ток протекает вдоль оси и имеет только компоненту  $j_z \equiv j$ . В общем случае плотность тока  $j$  может зависеть от  $r$ . Магнитное поле, порождаемое этим током, будет иметь только азимутальную компоненту поля  $H_\varphi \equiv H$ . Компоненты  $j$  и  $H$  связаны соответствующим уравнением Максвелла

$$j = \frac{c}{4\pi r} \frac{d}{dr}(rH), \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света. Решение уравнения (1) с граничным условием  $H(0) = 0$  имеет вид

$$H(r) = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \int_0^r j r' dr'. \quad (2)$$

Производную напряженности магнитного поля из (2) можно представить в виде

$$\frac{dH}{dr} = \frac{4\pi}{c} j - \frac{H}{r}. \quad (3)$$

Во внешнем поле полный химический потенциал системы  $\mu^1$  вещество–поле, включающий кроме химического потенциала вещества еще и полевую составляющую, должен быть постоянным [1, 2], поэтому его полный дифференциал в равновесии должен обращаться в нуль:

$$\rho d\mu^1 = \rho d\mu + \frac{1}{c} j H dr = 0, \quad (4)$$

где  $\mu$  — химический потенциал единицы массы вещества в отсутствие поля,  $\rho$  — плотность вещества. Первое слагаемое в правой части (4) есть изменение химического потенциала элемента объема вещества. Второе — изменение полевой части химического потенциала, равное работе электродинамических сил, действующих на этот элемент. Используя (3), формулу (4) можно переписать в виде

$$\rho d\mu + \frac{1}{4\pi} H dH + \frac{H^2}{4\pi r} dr = 0. \quad (5)$$

Из (5) следует несколько иная трактовка условий равновесия. При равновесии неоднородного жидкого проводника в поле изменение химического потенциала элемента объема жидкости компенсируется за счет изменения энергии магнитного поля и работы сил магнитного натяжения, направленных к центру кривизны силовых линий [11].

Поскольку в нашем случае вещество неоднородно только по одной координате, то (4) легко интегрируется по  $r$ . В результате получим

$$\mu(r) + \frac{1}{c} \int_0^r j H dr = \mu_0 = \mu^1, \quad (6)$$

где  $\mu_0$  — химический потенциал вещества на оси при  $H = 0$ ,  $v = 1/\rho$  — удельный объем. Формула (6) и есть искомое условие постоянства химического потенциала системы жидкий проводник-поле. Интеграл в левой части (6), взятый с обратным знаком, представляет потенциал массовой плотности электродинамической силы, производящей работу над единицей массы вещества:

$$A(r) = -\frac{1}{c} \int_0^r v j H dr. \quad (7)$$

Функционал  $\Psi$ , связанный с полным термодинамическим потенциалом  $\Phi$  системы соотношением  $\Psi = \Phi - \lambda m$  имеет вид

$$\Psi = 2\pi \int_0^R r dr \rho \left[ \mu(r) + \frac{1}{c} \int_0^r v j H dr - \lambda \right], \quad (8)$$

где  $R$  — внешний радиус,  $m$  — масса единицы длины проводника,  $\lambda$  — неопределенный множитель Лагранжа, введенный в функционал (8) для учета сохранения полной массы тела. Равенство нулю первой вариации  $\Psi$  дает необходимые условия минимума при заданной температуре. Зададим произвольное смещение элементов вещества в (8), равное  $\delta r$ . Тогда для обращения в нуль первой вариации  $\Psi$  необходимо, чтобы

$$\frac{\delta \rho}{\delta r} \left[ \mu(r) + \frac{1}{c} \int_0^r v j H dr - \lambda \right] + \rho \left[ \frac{d\mu}{dr} + \frac{1}{c} v j H \right] = 0. \quad (9)$$

Отсюда следует, что выражения в обеих квадратных скобках в (9) должны равняться нулю. Равенство первого дает отмеченное выше постоянство полного химического потенциала, причем  $\lambda = \mu_0$ . Равенство второй с учетом термодинамического соотношения  $d\mu = v dP$  приводит к условию механического равновесия жидкого проводника в поле:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{c} j H, \quad (10)$$

где  $P$  — давление вещества. Смысл его состоит в том, что градиент давления в жидкости уравнивается электродинамической силой Ампера.

Таким образом, из условия минимума функционала (8) вытекают необходимые условия равновесия проводника в магнитном поле.

Интегрируя (10) по  $r$ , получаем распределения давления по радиусу:

$$P(r) = P_0 - \frac{1}{c} \int_0^r j H dr', \quad (11)$$

где  $P_0$  — давление на оси. Величину

$$P_m(r) = \frac{1}{c} \int_0^r j H dr' \quad (12)$$

называют магнитным давлением. По существу,  $P_m$  есть потенциал объемной плотности электродинамической силы. В частном случае, когда  $j = \text{const}$ , из (12) следует известное выражение

$$P_m(r) = \frac{\pi}{c^2} j^2 r^2. \quad (13)$$

Из (10), (11) следует, что ни при каком распределении токов давление не может стать возрастающей функцией радиуса. Отметим также, что распределение давления определяется распределением тока и явно от состояния вещества не зависит.

Изменение химического потенциала можно выразить через термодинамические переменные, заменяя  $-jH/c$  в (10) на  $dP$ :

$$\mu(P(r), T) = \mu(P_0, T) - \int_{P(r)}^{P_0} v dP. \quad (14)$$

Формула (14) не содержит явно  $r$  и является обычной термодинамической формулой, связывающей химические потенциалы с разными давлениями на изотерме. В отсутствие тока давление постоянно по сечению, интеграл в правой части (14) исчезает и  $\mu(P(r), T) = \mu(P_0, T)$ . Поскольку функция  $\mu(P(r), T)$  определяется уравнением состояния, справедливым в отсутствие поля, она монотонно возрастает с ростом давления или убывает с ростом радиуса. Из (14) можно получить распределения других термодинамических величин в жидком проводнике с током.

Рассмотрим вопрос о фазовых переходах в веществе с током.

### 3. ФАЗОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

Пусть произошло разделение вещества на фазы. Более плотная фаза 1, условно назовем ее жидкостью, находится внутри цилиндра радиуса  $r_1$ . С ней сосуществует менее плотная фаза 2, занимающая внешний кольцевой слой толщиной  $R - r_1$ . Условно назовем ее газом. Наличием искривленной границы раздела и капиллярными эффектами будем пренебрегать, ограничившись констатацией существования границы раздела фаз при  $r = r_1$ . Ниже индексом 1 будем отмечать параметры первой фазы, а 2 — второй.

Функционал  $\Psi$  для двухфазной системы будет иметь вид

$$\Psi = 2\pi \left\{ \int_0^{r_1} r dr \rho_1 [\mu_1 - A_1 - \lambda_1] + \int_{r_1}^R dr' r' \rho_2 [\mu_2 - A_2 - \lambda_2] \right\}, \quad (15)$$

где  $A_2$  — потенциал массовой плотности сил второй фазы:

$$A_2(r') = \frac{1}{c} \left[ A_2(r_1) + \int_{r_1}^{r'} v_2 j_2 H_2 dr \right], \quad (16)$$

$A_2(r_1)$  — значение этого потенциала на границе раздела фаз. Минимизация функционала (16) по  $\delta r$  и  $\delta r'$  приводит к условиям равновесия (6) и (10) для каждой из фаз. При этом  $\lambda_1 = \mu_{10}$ . Величина  $\lambda_2$  равна

$$\lambda_2 = \mu_2(r_1) - A_2(r_1). \quad (17)$$

Как ясно из соотношений, приведенных выше, увеличение давления с ростом  $r$  в геометрии  $Z$ -пинча независимо от соотношения токов  $j_1$  и  $j_2$  невозможно. Внутри каждой из фаз давление уменьшается монотонно с ростом  $r$ , и скачок давления на границе раздела фаз отсутствует, что соответствует условию ее механического равновесия.

Поскольку полные химические потенциалы каждой из фаз постоянны, полный термодинамический потенциал системы запишем в виде

$$\Phi = m_1 \mu_1^1 + m_2 [\mu_2(r_1) - A_2(r_1)], \quad (18)$$

где  $m_1, m_2$  — массы фаз. Минимизируя (18) по  $m_1$  при условии постоянства суммарной массы обеих фаз ( $dm_1 = -dm_2$ ), получим условие равновесия двухфазной системы:

$$\mu_1(r_1) - A_1(r_1) = \mu_2(r_1) - A_2(r_1). \quad (19)$$

Как и можно было ожидать, полные химические потенциалы фаз (с учетом добавки за счет поля) равны на границе раздела фаз. Разность потенциалов массовой плотности сил на границе раздела фаз можно представить в виде

$$A_1(r_1) - A_2(r_1) = \Delta\mu = -\frac{1}{c} \int_0^{r_1} (v_1 j_1 - v_2 j_2) H dr. \quad (20)$$

Заменяя дифференциалы сил в (20) на дифференциалы давлений согласно (10), получим другую форму условий фазового равновесия:

$$\mu_2(P + P_{m2}, T) = \mu_1(P + P_{m1}, T), \quad (21)$$

где  $P_{m1}$  и  $P_{m2}$  — магнитные давления соответственно в первой и второй фазах в точке контакта фаз,  $P$  — давление на границе раздела.

Соотношения (19)–(21) представляют условия фазового равновесия в присутствии магнитного поля. Из (19) следует, что если потенциалы массовой плотности сил на границе раздела фаз различны, то химические потенциалы вещества фаз при одинаковых температурах и давлениях не совпадают. Это обстоятельство указывает на принципиальное отличие равновесия фаз во внешних полях от равновесия в однородном веществе в отсутствие поля. Отметим, что если сила, рассчитанная на единицу массы, на границе раздела фаз меняется непрерывно, то несмотря на наличие поля химические потенциалы вещества фаз на границе раздела будут одинаковыми. Легко показать, что это имеет место для гравитационного поля. Однако для рассматриваемого здесь случая имеем  $A_1 \gg A_2$ , поскольку  $j_1 \gg j_2$ , и поэтому возникает сдвиг параметров фазового равновесия, связанный с полем.

Формула (21) позволяет дать несколько иную интерпретацию полученных результатов. Из нее следует, что равенство полных химических потенциалов фаз может быть сведено к равенству химических потенциалов вещества фаз при разных давлениях в точке, где поле отсутствует. Как видно из (21), это различие давлений зависит от величины магнитного давления в фазах<sup>1)</sup>. В проводнике с током магнитное давление  $P_{m1} \gg P_{m2}$ ,

<sup>1)</sup> Отметим, что в работе [4] для вычисления работы образования зародыша новой фазы в присутствии магнитного поля используется функционал для свободной энергии. Однако минимизируется только изменение энергии магнитного поля, связанное с образованием зародыша определенного размера. Такой подход не дает необходимых условий равновесия проводника в магнитном поле и приводит к ряду ошибочных выводов.

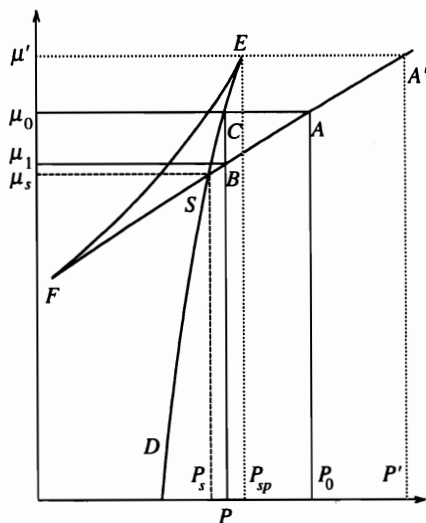


Рис. 1. Зависимость химического потенциала от давления при постоянной температуре. Штрихами отмечены значения давления  $P_s$  и химического потенциала  $\mu_s$  в отсутствие поля, сплошными линиями — значения давлений ( $P$  и  $P_0$ ) и химических потенциалов ( $\mu_1$  и  $\mu_0$ ), соответствующих равновесию фаз при наличии магнитного давления, пунктиром — предельные значения давлений ( $P_{sp}$  и  $P'$ ) и химического потенциала в центре жидкости ( $\mu'$ ), при которых еще возможно равновесие фаз

и последним можно пренебречь. Это приближение будет использоваться и в дальнейшем, так что величина  $P_m$  будет магнитным давлением первой фазы. Тогда формула (21) соответствует равенству химического потенциала жидкости на оси проводника с давлением  $P_0 = P + P_m$  химическому потенциалу газа на границе раздела с давлением  $P$ . В пределе, когда  $P_m \rightarrow 0$ , соотношения (19)–(21) вырождаются в равенство химических потенциалов фаз при одинаковых температурах и давлениях.

Графическая интерпретация условий равновесия (19)–(21) показана на рис. 1, где построена зависимость химического потенциала вещества от давления при фиксированной температуре, меньшей критической. Отдельным ее участкам соответствуют ветви:  $DS$  — газ;  $SE$  — переохлажденный газ;  $SA$  — жидкость;  $FS$  — перегретая жидкость,  $FE$  — абсолютно неустойчивое состояние. Точка  $S$  отвечает условиям равновесия фаз в отсутствие поля. Соответствующие значения давления и химического потенциала обозначены как  $P_s$  и  $\mu_s$ . Прямая  $\mu = \mu_0 > \mu_s$  задает значение полного химического потенциала, остающегося постоянным по всей системе. Точка  $A$  пересечения этой прямой с ветвью  $SA$ , соответствующей жидкости, определяет ее состояние в центре с давлением  $P_0$ . Точка  $C$  пересечения с ветвью  $SE$  — состояние переохлажденного газа на границе раздела фаз с давлением  $P$  и тем же значением химического потенциала, причем  $P_0 - P = P_m$ . Прямая  $P = \text{const}$  пересечет ветвь  $SA$  жидкого состояния в точке  $B$ , которая определяет параметры жидкости на границе раздела фаз при давлении  $P$  и с химическим потенциалом  $\mu_1$ , причем  $\mu_0 - \mu_1 = \Delta\mu$ . Перепад давлений в газовой фазе от значений  $P$  на границе раздела до  $P_R$  на внешней границе мал, поскольку он обусловлен работой электродинамических сил в газовой фазе, и не показан на рис. 1.

Состояние вещества меняется следующим образом. Давление в жидкой фазе падает от значения  $P_0$  в центре до значения  $P$  на границе раздела фаз. Изменение химического потенциала жидкости при этом описывается ветвью  $AB$ . В точке  $B$ , соответствующей  $P$ , имеет место скачок химического потенциала до точки  $C$  на ветви газовой фазы. Поскольку в газовой фазе магнитное давление мало, состояние газа при  $r > r_1$  соответствует точке  $C$ .

Из анализа рис. 1 вытекает, что для каждой температуры существует некоторое пре-

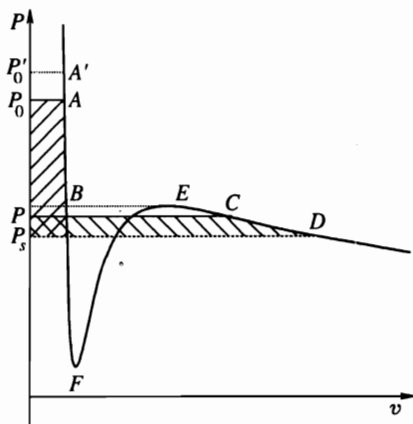


Рис. 2. Зависимость давления от объема. Заштрихованные площади соответствуют равенству химических потенциалов жидкости в центре и газа на границе раздела фаз. Пунктиром отмечены предельные значения давлений в жидкости и газе, при которых еще возможно равновесие фаз

дельное значение  $P'$  и соответствующие ему  $\Delta\mu'$  и  $P'_m$ , при которых еще возможно равновесие фаз. Линии, отвечающие этим значениям, отмечены на рис. 1 пунктиром. В этом случае состоянию газа соответствует точка  $E$  на газовой ветви спинодали с давлением  $P_{sp}(T)$ . В этой точке нарушается условие термодинамической устойчивости газовой фазы  $(\partial P/\partial v)_{T,\mu} < 0$ ; при этом жидкость во всех точках не догрета до кипения.

Аналогичные выводы можно сделать на основе  $P$ - $v$ -диаграммы состояний. На рис. 2 представлена типичная докритическая изотерма давления. На этом рисунке равновесию на границе раздела отвечает давление  $P$  большее, чем  $P_s$ . Правило площадей Максвелла при этом не выполняется, поскольку химические потенциалы фаз не равны. Состояние жидкости описывается ветвью  $AB$ , а газа — точкой  $C$ . Равенству химических потенциалов жидкости в центре жидкости и газа на границе раздела фаз соответствует равенство площадей криволинейных трапеций. Так площадь трапеции, заключенной между прямыми  $P = P_0$  и  $P = P_s$  и ветвью изотермы жидкой фазы, должна равняться площади трапеции, образованной прямыми  $P$  и  $P = P_s$  и ветвью газовой фазы.

Видно, что равновесие имеет место, пока  $P < P_{sp}$ . Пунктиром нанесены предельные значения давлений, при которых еще возможно равновесие ( $P = P_{sp}$ ). При  $P > P_{sp}$  равновесие фаз становится невозможным. Рисунки 1 и 2 позволили на качественном уровне понять влияние магнитного поля на фазовое равновесие.

При давлениях больших критического равновесие фаз в рассматриваемой геометрии становится невозможным и система должна перейти в новое состояние. В некотором смысле сходная ситуация возникает при исследовании равновесия нормальной и сверхпроводящей фаз в сверхпроводниках первого рода [1]. Как известно, при некотором значении внешнего магнитного поля сверхпроводящее тело не может находиться ни в сверхпроводящем, ни в нормальном состоянии. Реализуется промежуточное состояние, для которого характерна структура, состоящая из чередующихся слоев нормальной и сверхпроводящей фаз.

В нашем случае двухфазная система с цилиндрической границей раздела фаз также должна перейти в новое состояние с иной геометрией. Этот переход может инициироваться спонтанной конденсацией неустойчивой фазы пара на границе раздела. Уменьшение плотности тока и магнитного давления приведет к нарушению имевшей место компенсации градиента давления в жидкости силами Ампера, т. е. к нарушению меха-



нической устойчивости системы и разлету проводника. Следует отметить, что кинетика подобного перехода есть предмет отдельного исследования. Важно подчеркнуть, что итоговому равновесному состоянию системы при практическом отсутствии тока может соответствовать только диспергированная система жидкость–пар (капли жидкости в паре) с давлением жидкости, равным давлению  $P_{sp}$  на границе цилиндра перед распадом. Химические потенциалы капли и равновесного с ней пара в этом случае выравниваются и становятся равными химическому потенциалу жидкости на границе раздела фаз перед распадом проводника. Из этого условия найдем давление газа  $P_G$  после распада:

$$\int_{P_s}^{P_{sp}} v_1 dP = \int_{P_s}^{P_G} v_2 dP. \quad (22)$$

Из (22) вытекает, что  $P_G - P_s \approx (P_{sp} - P_s)v_1/v_2 \ll P_s$ . Вдали от критической точки  $v_1/v_2 \ll 1$ , т. е.  $P_G \approx P_s$ . Разность давлений между жидкостью и газом компенсируется поверхностными эффектами. Характерный размер капель может быть найден из соотношения Лапласа

$$r = \frac{2\sigma}{P_{sp} - P_G}, \quad (23)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Число таких капель на единицу длины цилиндра дается выражением

$$N = 2\pi r_1^2 / \frac{4\pi}{3} r^3. \quad (24)$$

Существовавшая до перехода разность химических потенциалов газа и жидкости, связанная с работой электродинамических сил, идет на работу по образованию поверхности капель и придание им кинетической энергии. Записывая соответствующий баланс энергии, получаем

$$2\pi r_1^2 \Delta\mu = N \left( 4\pi r^2 \sigma + \frac{4\pi \rho_1}{3} r^3 \frac{V^2}{2} \right), \quad (25)$$

где  $V$  — скорость разлета. Используя, что  $\Delta\mu \sim P_m/\rho_1$ , и формулы (23), (24), получаем из (25)

$$V = \sqrt{2 \frac{P_m - 3(P_{sp} - P_s)/2}{\rho_1}}. \quad (26)$$

Оценка на основе уравнения Ван-дер-Ваальса показывает, что  $P_{sp} - P_s \sim 0.2P_c$  при температурах  $\sim (0.5-0.6)T_c$ , где  $P_c$  и  $T_c$  — критические давление и температура. Используя характерное для жидких металлов и этих условий значение  $\sigma \sim 100$  дн/см<sup>2</sup> и полагая, что  $P_m \sim P_c \sim 8000$  атм, как для Al или Cu, из формулы (23) имеем, что характерный размер капель равен  $\sim 10^{-7}-10^{-6}$  см, а из формулы (26) получаем, что характерные скорости разлета составляют сотни метров в секунду. Эти значения по порядку величин согласуются с экспериментальными данными, полученными при электрическом взрыве проводников [7–10].

В заключение этого раздела подчеркнем, что в рассмотренных здесь системах термодинамическая устойчивость теряется не в результате достижения жидкостью предельных термодинамических состояний (жидкость остается недогретой до кипения), а в результате возникновения механической неустойчивости системы и ее разлета и диспергирования за счет работы, совершаемой над системой электромагнитным полем.

Для более детального исследования состояния вещества на границе раздела фаз в присутствии магнитного поля используем уравнение Ван-дер-Ваальса.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ В ПРОВОДНИКЕ С ТОКОМ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА

Уравнение Ван-дер-Ваальса в единицах, приведенных к критическим значениям, имеет вид

$$P' = \frac{8T'}{3} \frac{1}{v' - 1/3} - \frac{3}{v'^2}. \quad (27)$$

Здесь  $P' = P/P_c$ ,  $T' = T/T_c$ ,  $v' = v/v_c$ ,  $P_c$ ,  $T_c$ ,  $v_c$  — критические давление, температура и удельный объем. Ниже штрихи будут опущены. Величины, относящиеся к центру цилиндра, будем помечать индексом 0. Давление  $P$  на границе фаз связано с давлением  $P_0$  в центре соотношением  $P_0 = P + P_m$ . Используя (27) в последнем соотношении, после преобразований получаем

$$P_0 = \rho_0 \rho_2 (3 - \rho_0 - \rho_2) + \frac{P_m (3 - \rho_2) \rho_0}{3(\rho_0 - \rho_2)}, \quad (28)$$

$$P = \rho_0 \rho_2 (3 - \rho_0 - \rho_2) + \frac{P_m (3 - \rho_0) \rho_2}{3(\rho_0 - \rho_2)}, \quad (29)$$

$$T = \frac{1}{8} (\rho_0 - \rho_2) (3 - \rho_0) (3 - \rho_2) + \frac{P_m}{3(\rho_0 - \rho_2)(\rho_0 + \rho_2)}, \quad (30)$$

$$T = \frac{1}{8} (\rho_1 - \rho_2) (3 - \rho_1) (3 - \rho_2), \quad (31)$$

$$P = \rho_1 \rho_2 (3 - \rho_1 - \rho_2). \quad (32)$$

Система (28)–(32) определяет температуру и давление в центре и на границе раздела фаз через соответствующие плотности. Величина  $P_m$  является параметром. В частности, если  $P_m = 0$  и значения  $\rho_0 = \rho_1 = \rho_2 = 1$ , то из системы (28)–(32) вытекают правильные значения температуры и давления в критической точке:  $T = 1$  и  $P_0 = P = 1$ .

Равенство химических потенциалов жидкости в центре проводника и газа на границе раздела фаз будет еще одним уравнением, дополняющим систему (28)–(32). Чтобы получить его, запишем свободную энергию в приближении Ван-дер-Ваальса:

$$f = \frac{8T}{3} \ln \left[ \frac{\varphi(T)}{v - 1/3} \right] - \frac{3}{v}, \quad (33)$$

где  $\varphi(T)$  — некоторая функция температуры. Используя (27) и (30), а также термодинамическое соотношение  $\mu = f + Pv$ , условие фазового равновесия (21) можно представить в виде

$$\frac{8T}{3} \ln \left( \frac{v_2 - 1}{v_0 - 1} \right) - (\rho_0 - \rho_2) \left[ 6 - \frac{8T}{(3 - \rho_0)(3 - \rho_2)} \right] = 0. \quad (34)$$

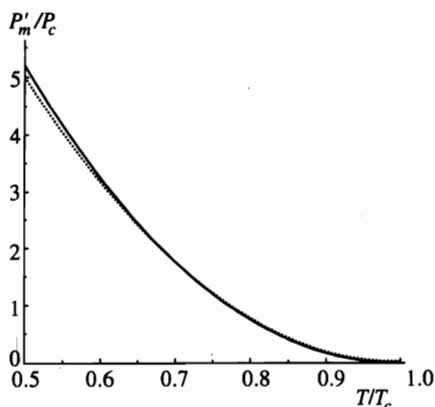


Рис. 3. Зависимость предельного магнитного давления от температуры

Система уравнений (28)–(32), (34) позволяет рассчитать температуру и давление в центре и на границе раздела фаз, а также соответствующие плотности при некотором значении параметра  $P_m$ .

Прежде всего вычислим предельные значения параметра  $P'_m$ , допускающего равновесие. При этом газовая фаза достигает точки спинодали, удовлетворяющей условию  $(\partial P/\partial v)_T = 0$ . Применяя это условие к уравнению (27), получим, что температура и давление на спинодали удовлетворяют уравнениям

$$P_{sp} = \rho_2^2(3 - 2\rho_2), \quad T_{sp} = \rho_2(3 - \rho_2)^2/4. \quad (35)$$

Видно, что спинодаль проходит через критическую точку. Так, если  $\rho_2 = 1$ , то из (35) следует, что значения  $P_{sp} = 1$  и  $T_{sp} = 1$ . Приравняв значения температуры из (35) и (30), получим следующее выражение для  $P'_m$ :

$$P'_m = \frac{3(\rho_0 - \rho_2)}{3 - \rho_0} (\rho_0^2 + \rho_0\rho_2 + 3\rho_2 - 3\rho_0 - 2\rho_0^2). \quad (36)$$

Подставляя (36) в (30), а получившееся выражение в (34), находим уравнение, в которое входят только плотности  $\rho_0$  и  $\rho_2$ . Решая его численно, затем из (30) и (33) находим значения температуры и предельного магнитного давления. Полученная таким образом зависимость  $P'_m$  от температуры построена на рис. 3. Как и следовало ожидать из анализа рис. 1 и 2, при приближении температуры к критическому значению  $P'_m$  стремятся к нулю, при понижении температуры они возрастают. Зависимость предельных значений  $P'_m$  от температуры хорошо аппроксимируется простой параболой:

$$P'_m \cong 80(1 - T)^2. \quad (37)$$

Эта аппроксимация изображена на рис. 3 пунктирной линией.

На рис. 4 построены зависимости плотностей и давлений фаз от температуры при фиксированных значениях параметра  $P_m$ . Случай  $P_m = 0$  (кривые 1) соответствует отсутствию поля. Кривым 2–4 соответствуют увеличивающиеся значения  $P_m$ . Для каждого значения  $P_m$  приведены три кривые плотности. Нижняя соответствует газу, верхняя — жидкости в центре, средняя — жидкости на границе раздела. В масштабе рисунка

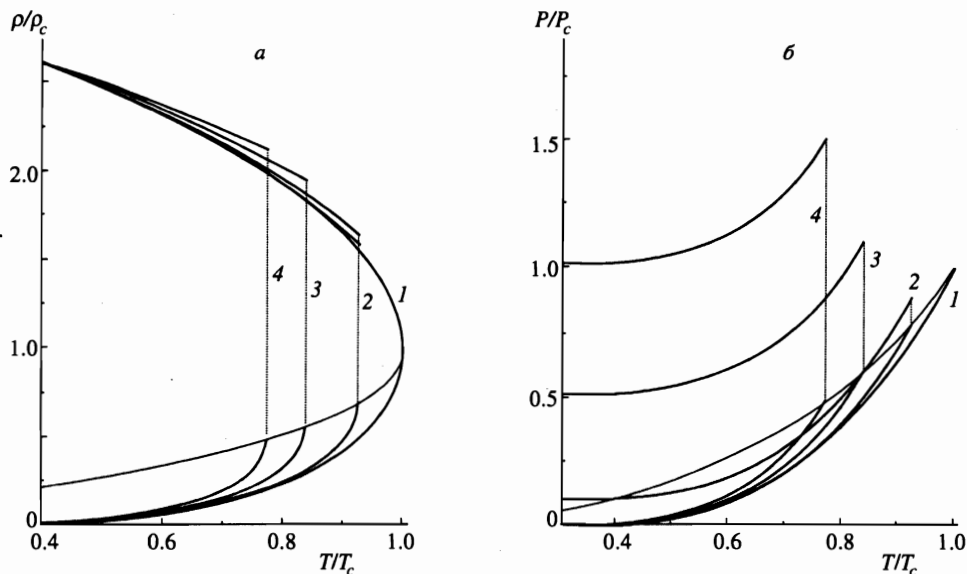


Рис. 4. Зависимость плотностей фаз (а) и давлений (б) от температуры при различных значениях параметра  $P_m$ : 1 —  $P_m = 0$ ; 2 — 0.1; 3 — 0.5; 4 — 1. Пунктиром соединены точки при предельном значении температуры

она видна только при  $P_m = 0.1$ . Видно, что при низких температурах кривые  $\rho(T)$  стремятся к кривой 1. С ростом температуры кривые 2–4 начинают отклоняться от кривой 1, причем для жидкой фазы незначительно. При достижении температуры, соответствующей выходу газовой фазы на точку спинодали (газовая спинодаль на рис. 4б нанесена тонкой сплошной линией), отклонения становятся наибольшими. При более высоких температурах равновесие фаз невозможно. Как видно, для каждого значения  $P_m$  существует предельная температура, при которой кривые фаз обрываются. Эта предельная температура понижается с ростом  $P_m$ . На рис. 4б каждому значению  $P_m$  соответствуют две кривые: нижняя относится к границе раздела фаз, верхняя — к центру жидкости. С понижением температуры давление на границе раздела стремится к таковому без поля. Давление в центре становится равным  $P_m$ . Когда давления газовой фазы выходят на значения, соответствующие ее газовой спинодали, кривые обрываются.

## 5. СЛЕДСТВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА ПРОВОДНИКОВ

Некоторые выводы относительно термодинамики фазовых равновесий в жидких проводниках с током могут быть использованы при описании электрического взрыва проводников. Речь пойдет о быстрых режимах, когда глубина проникновения электрического поля в расплавленный проводник больше радиуса проволоки, что делает несущественным скин-эффект. Одновременно плотность тока достаточно велика, так что характерное время нагрева гораздо меньше времени развития неустойчивостей, приводящих к нарушению симметрии формы проводника [7–10]. Несмотря на долгую историю исследований и наличие различных гипотез, до настоящего времени не существу-

ет общепринятой точки зрения на причину взрыва проводника. Постепенный нагрев проводника током и начало поверхностного испарения [12] — сами по себе процессы, носящие плавный характер и в определенной последовательности сменяющие друг друга — не могут привести к внезапному чрезвычайно резкому росту скорости расширения, а также электрического сопротивления. Последние процессы происходят за время, гораздо более короткое чем время предшествующих процессов. А именно такая ситуация наблюдается в эксперименте.

Взрыв проводника — нестационарный процесс, когда в процессе роста тока увеличиваются температура и магнитное давление, а наружные слои проводника испаряются. Однако оценки показывают, что в каждый момент времени вещество находится в локальном термодинамическом равновесии. На определенном этапе эволюции жидкометаллическая сердцевина, по которой протекает основной ток, создающий магнитное давление, находится в термодинамическом равновесии с собственными продуктами испарения. Это позволяет применить результаты, полученные выше, для анализа этого равновесия. Важнейшим из них является существование для каждого значения температуры предельного значения тока (магнитного давления), при котором еще возможно равновесие между жидкой и газовой фазами. Здесь мы выскажем предположение, что достижение этого значения тока и является непосредственной причиной резкого перехода от состояния вещества, когда жидкометаллическая оболочка окружена паром, к состоянию быстрорасширяющейся мелкодисперсной смеси жидких капелек в паре, т. е. к механическому взрыву проводника. При таком переходе, естественно, резко возрастают скорость расширения и электрическое сопротивление образца. В пользу такого предположения свидетельствуют экспериментальные данные работы [13], где исследовалось состояние вещества непосредственно в окрестности точки взрыва. Обнаружено, что в момент взрыва проводник разбивается на фрагменты размером  $\sim 10^{-7}$  см. Измеренные скорости разлета проводника в момент взрыва [7–10] составляют сотни метров в секунду. Эти цифры вполне соответствуют приведенным выше оценкам.

Оценим критическое значение тока, при котором это может иметь место. Простейшее уравнение нагрева проводника электрическим током имеет вид

$$T = \frac{I^2 \tau}{\pi^2 r_1^4 C_v \rho \sigma}, \quad (38)$$

где  $C_v$  — теплоемкость жидкости при постоянном объеме,  $\tau$  — характерное время нагрева. Подставляя значение тока, полученного из этого выражения, в формулу (13), получаем, что  $P'_m$  можно записать как

$$P'_m = 3\beta T / Z_c T_c, \quad (39)$$

где  $\beta = 2\sigma\pi/c^2\tau r_1^2$  — параметр скин-слоя,

$$Z_c = P_c m / k T_c \rho_c \quad (40)$$

— коэффициент сжимаемости в критической точке. Для уравнения Ван-дер-Ваальса  $Z_c = 3/8$ . Подставляя (39) в аппроксимацию (37), получим квадратное уравнение относительно  $T/T_c$ , решение которого имеет вид

$$T/T_c = 1 - \sqrt{\beta'} \sqrt{2 + \beta'} + \beta', \quad (41)$$

где  $\beta' = \beta/20$ .

Используя (38) и (41), найдем критическое значение тока:

$$I^2\tau = A^2\sigma\rho C_v T_c f(\beta), \quad (42)$$

где  $A$  — площадь поперечного сечения проводника,  $f(\beta)$  — функция в правой части (41). Для переменного тока формулу (42) можно записать в виде

$$\int_0^\tau I^2(t)dt = f(\beta)A^2C_v\sigma\rho T_c, \quad (43)$$

где  $t$  — текущее время,  $\tau$  — время в момент взрыва. Интеграл в левой части (43) в исследованиях электрического взрыва проводников получил название интеграла действия. Он не зависит от параметров контура, а определяется только свойствами материала проводника и пропорционален площади его поперечного сечения. Этот факт как эмпирический был хорошо известен [11]. Существенно однако, что коэффициентом пропорциональности в (43) является величина  $f(\beta)T_c$ , что является прямым следствием обсуждаемого здесь механизма скачкообразного перехода вещества в диспергированное состояние. В этой связи обратим внимание, что формула (43) дает повод к размышлению о новых способах экспериментального определения критической температуры. Интеграл действия обычно легко определяется по экспериментальным данным. Так же могут быть измерены электропроводность, плотность и «видимый» радиус проводника в момент времени непосредственно предшествующий взрыву.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 96-02-16676, 96-02-17546).

## Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964).
3. М. А. Леонтович, *Введение в термодинамику. Статистическая физика*, Наука, Москва (1983).
4. Yu. Dolinsky and T. Elperin, *Phys. Rev. B* **47**, 14778, (1993).
5. Yu. Dolinsky and T. Elperin, *Phys. Rev. B* **50**, 52 (1994).
6. Yu. Dolinsky and T. Elperin, *J. Appl. Phys.* **78**, 2253 (1995).
7. Н. Н. Столович, *Электровзрывные преобразователи энергии*, Наука и техника, Минск (1983).
8. В. А. Бурцев, Н. В. Калинин, А. В. Лучинский, *Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках*, Энергоатомиздат, Москва (1990).
9. У. Чейс, *Электрический взрыв проводников*, Мир, Москва (1965).
10. F. V. Bennet, in *Progress in High Temperature Physics and Chemistry*, Vol. 2, ed. by C. A. Rose, Pergamon, Oxford (1968), p. 1.
11. И. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
12. В. С. Воробьев, *ЖТФ* **66**, 35 (1996).
13. T. Sahashi, Y. Nioki, and J. Yamada, *Jap. J. Appl. Phys.* **30**, 780 (1991).