ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 6, стр. 2215–2225

БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ КОНДАКТАНС КВАЗИОДНОМЕРНОЙ МИКРОСТРУКТУРЫ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. А. Гейлер, В. А. Маргулис

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия

Поступила в редакцию 12 ноября 1996 г.

Рассмотрен баллистический кондактанс квазиодномерной микроструктуры, помещенной в параллельное магнитное поле, при рассеянии электронов на одиночной точечной примеси, расположенной внутри канала. В модели параболической ямы для потенциала конфайнмента найдена точная аналитическая формула для кондактанса. Показано, что кривая кондактанса состоит из ступенек квантования, имеющих вблизи порогов острые резонансные пики. Найдены амплитуды и полуширины этих пиков.

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавние теоретические и экспериментальные исследования [1–11] показывают, что даже одиночная примесь может оказывать существенное влияние на кондактанс квантовой баллистической микроструктуры. В этих микроструктурах наблюдались и исследовались такие интересные физические эффекты как, например, квантование кондактанса и разрушение квантования примесью [12–19]. Отметим, что приложенное к образцу квантующее магнитное поле усиливает латеральный конфайнмент, что ведет к изменению электронного энергетического спектра и, следовательно, оказывает существенное влияние на физические характеристики системы [20, 21].

Для теоретического описания электронных состояний в микроструктуре использовались разнообразные модели: бесконечный волновод с постоянным сечением [1, 2], потенциал седловой точки для квантовых сужений типа «узкого горла» [6–8, 22–24], а также параболический потенциал для проводящих каналов, ям и квантовых точек [25–29] в $2D$-системах.

В настоящей работе для описания потенциала размерного конфайнмента квазиодномерного узкого канала используется симметричный параболический потенциал $V(x,y) = m^*\omega_0^2(x^2+y^2)/2$, где m^* — эффективная масса электрона в канале, ω_0 — характерная частота потенциала конфайнмента. Такой потенциал широко использовался для теоретического исследования низкоразмерных систем. Его преимуществом в нашем случае является возможность получения аналитических формул для спектральных характеристик и параметров рассеяния.

Рассмотрим рассеяние электрона в узком проводящем канале одиночной примесью, расположенной в точке $\mathbf{r}_0$ внутри канала, когда эта микроструктура помещена в квантующее магнитное поле $\mathbf{B}$, направленное по оси z, т. е. вдоль оси симметрии канала.

Невозмущенные примесью одноэлектронные состояния описываются в выбранной модели гамильтонианом

$$H_0 = \frac{1}{2m^*}\left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + \frac{m^*\omega_0^2}{2}\left(x^2 + y^2\right). \tag{1}$$

Векторный потенциал магнитного поля удобно выбрать в симметричной калибровке:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{Br}] = -\frac{1}{2}(-yB, xB, 0).$$

Тогда в цилиндрической системе координат ρ, φ, z получим

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] - \frac{i\hbar\omega_c}{2}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{m^*\Omega^2}{8}\rho^2, \tag{2}$$

где

$$\Omega = \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}.$$

Как хорошо известно, спектр и собственные функции H_0 имеют вид

$$E_{mnp} = \frac{\hbar\omega_c}{2}m + \frac{\hbar\Omega}{2}(2n + |m| + 1) + \frac{p^2}{2m^*}, \tag{3}$$

$$\psi^0_{mnp}(\rho, \varphi, z) = \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right)\frac{\exp(im\varphi)}{\sqrt{2\pi}}R_{mn}(\rho), \tag{4}$$

где $m \in \mathrm{Z}$, $n \in \mathrm{N}$. Здесь

$$\begin{gathered} R_{mn}(\rho) = c_{mn}\,\rho^{|m|}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4l_0^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2l_0^2}\right), \\ c_{mn} = \frac{1}{l_0^{|m|+1}}\sqrt{\frac{n!}{2^{|m|}(n+|m|)!}}, \quad l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\Omega}}, \end{gathered} \tag{5}$$

$L_n^k(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра.

Ядро пропагатора $\exp(-itH_0/\hbar)$ в рассматриваемом случае имеет вид [30]

$$\begin{aligned} K^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = {} & \left(\frac{m^*}{2\pi i\hbar}\right)^{3/2} \frac{\Omega}{2\sqrt{t}\sin(\Omega t/2)} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{im^*}{2\hbar}\left[\frac{\Omega}{\sin(\Omega t/2)}\left((x'y - xy')\sin\frac{\omega_c t}{2} - (xx' + yy')\cos\frac{\omega_c t}{2} + \right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left. + \frac{1}{2}(\rho^2 + \rho'^2)\cos\frac{\Omega t}{2}\right) + \frac{(z - z')^2}{t}\right]\right\}. \end{aligned} \tag{6}$$

Функцию Грина оператора H_0, т. е. ядро резольвенты $(H_0 - E)^{-1}$ находим по формуле

$$G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \frac{i}{\hbar}\int_0^\infty K^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t)\exp\left(\frac{itE}{\hbar}\right) dt. \tag{7}$$

Сходимость интеграла в (7) обеспечивается при виковском повороте (переход к мнимому времени путем замены $t \to -it$). Рассмотрим ядро полугруппы. Тогда в силу (6) можно записать

$$G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \frac{1}{\hbar} \int_0^\infty S^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) \exp\left(\frac{tE}{\hbar}\right) dt, \tag{8}$$

где

$$S^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \left(\frac{m^*}{2\pi\hbar}\right)^{3/2} \frac{\Omega}{2\sqrt{t}\,\mathrm{sh}(\Omega t/2)} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{m^*}{2\hbar}\left[\frac{\Omega}{\mathrm{sh}(\Omega t/2)}\left(-i(x'y - xy')\,\mathrm{sh}\,\frac{\omega_c t}{2} - (xx' + yy')\,\mathrm{ch}\,\frac{\omega_c t}{2} + \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. + \frac{1}{2}(\rho^2 + \rho'^2)\,\mathrm{ch}\,\frac{\Omega t}{2}\right) + \frac{(z - z')^2}{t}\right]\right\}. \tag{9}$$

Теперь из (8) и (9) легко видеть, что интеграл в (8) сходится абсолютно.

Используя (8), получим

$$G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \frac{m^*}{2\pi i\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp\left[im(\varphi - \varphi')\right] \frac{R_{mn}(\rho) R_{mn}(\rho')}{p_{mn}} \exp\frac{ip_{mn}|z - z'|}{\hbar}, \tag{10}$$

где

$$p_{mn} = \left[2m^*\left(E - \frac{\hbar\omega_c}{2}m - \frac{\hbar\Omega}{2}(2n + |m| + 1)\right)\right]^{1/2}. \tag{11}$$

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА И СОСТОЯНИЕ РАССЕЯННОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим теперь возмущение оператора H_0 короткодействующей примесью, которую будем моделировать точечным потенциалом, сосредоточенным в точке $\mathbf{r}_0$. Формально такой оператор можно записать в виде

$$H = H_0 + \lambda\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \tag{12}$$

Как показано, например, в [24], удобным методом исследования операторов этого типа является подход, основанный на формуле Крейна для резольвент.

В соответствии с формулой Крейна [31], функция Грина оператора H имеет вид

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) - [Q(E; \mathbf{r}_0) + \alpha]^{-1} G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; E) G^0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'; E). \tag{13}$$

Здесь $Q(E, \mathbf{r}_0)$ — функция Крейна, которая с точностью до константы определяется формулой

$$Q(E; \mathbf{r}_0) = \lim_{\mathbf{r} \to \mathbf{r}_0} \left[G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; E) - G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; 0)\right]. \tag{14}$$

Величина α связана с длиной рассеяния a формулой $\alpha = m^*/2\pi\hbar^2 a$. Из (9) и (10) находим

$$Q(E;\mathbf{r}_0)=\left(\frac{m^*}{2\pi\hbar}\right)^{3/2}\frac{\Omega}{2\hbar}\int\limits_0^\infty\frac{\exp(Et/\hbar)-1}{\sqrt{t}\,\mathrm{sh}(\Omega t/2)}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{m^*\Omega\rho_0^2}{2\hbar\,\mathrm{sh}(\Omega t/2)}\left[\mathrm{ch}\,\frac{\Omega t}{2}-\mathrm{ch}\,\frac{\omega_c t}{2}\right]\right\}dt+C, \qquad (15)$$

где $C=(m^*/2\pi\hbar^2)(m^*\Omega/2\hbar)^{1/2}\zeta(1/2,1/2)$. В частности,

$$Q(E)\equiv Q(E;\mathbf{0})=\frac{m^*}{2\pi\hbar^2}\sqrt{\frac{m^*\Omega}{2\hbar}}\zeta\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{E}{\hbar\Omega}\right), \qquad (16)$$

где $\zeta(s,v)$ — обобщенная ζ-функция Римана, ρ_0 — расстояние от точечной примеси до оси симметрии системы.

Исследуем асимптотику Q-функции Крейна в пределе больших ($\rho_0\gg l_0$) и малых ($\rho_0\ll l_0$) расстояний от примеси до оси z. Пусть $\rho_0\gg l_0$. Разобьем промежуток интегрирования в (15) на два: от нуля до t_0, где $t_0\le l_0^2/(\rho_0^2\Omega)$, и от t_0 до ∞; соответствующие интегралы обозначим $J_1(\rho_0)$ и $J_2(\rho_0)$.

Поскольку

$$\left(\mathrm{ch}\,\frac{\Omega t}{2}-\mathrm{ch}\,\frac{\omega_c t}{2}\right)\left(\mathrm{sh}\,\frac{\Omega t}{2}\right)^{-1}\sim O(1),$$

то $J_2(\rho_0)$ имеет оценку $J_2(\rho_0)\sim O(\exp(-\rho_0^2/l_0^2))$. Заменяя подынтегральное выражение в $J_1(\rho_0)$ его асимптотикой, получаем

$$J_1(\rho_0)\simeq\frac{1}{2}\left(\frac{m^*}{2\pi\hbar}\right)^{3/2}\frac{E\sqrt{t_0}}{\hbar}\mathrm{B}\left(\frac{1}{2},1\right)\Phi\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2};-\frac{m^*\rho_0^2t_0}{8\hbar}(\Omega^2-\omega_c^2)\right), \qquad (17)$$

где $\mathrm{B}(x,y)$ — бета-функция Эйлера, $\Phi(a,b;x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Учитывая известную оценку для $\Phi(a,b;x)$ при малых x, получаем

$$J_1(\rho_0)\simeq\frac{2E}{\rho_0}\sqrt{\frac{2}{\pi m^*\hbar\left(\Omega^2-\omega_c^2\right)}}.$$

Окончательно для $Q(E,\mathbf{r}_0)$ при $\rho_0\gg l_0$ имеем

$$Q(E;\mathbf{r}_0)=\frac{E}{\rho_0}\frac{m^*}{\pi^2\hbar^3\sqrt{\Omega^2-\omega_c^2}}\left[1+O\left(\frac{1}{\rho_0^2}\right)\right]. \qquad (18)$$

При $\rho_0\ll l_0$ имеем

$$\exp\left\{-\frac{m^*\Omega\rho_0^2}{2\hbar\,\mathrm{sh}(\Omega t/2)}\left(\mathrm{ch}\,\frac{\Omega t}{2}-\mathrm{ch}\,\frac{\omega_c t}{2}\right)\right\}\simeq1-\frac{m^*\Omega\rho_0^2}{2\hbar\,\mathrm{sh}(\Omega t/2)}\left[\mathrm{ch}\,\frac{\Omega t}{2}-\mathrm{ch}\,\frac{\omega_c t}{2}\right].$$

Отсюда получим

$$Q(E;\mathbf{r}_0)-Q(E)=-\left(\frac{m^*}{2\pi\hbar}\right)^{3/2}\frac{m^*\Omega^2(\Omega^2-\omega_c^2)}{32\hbar^2}\rho_0^2\times$$

$$\times \left[2 \int_0^\infty \frac{t^{3/2} \exp(tE/\hbar)}{\operatorname{ch}(\Omega t) - 1} dt - 3\sqrt{\pi}\zeta\left(\frac{3}{2}\right)\Omega^{-5/2} \right] =$$

$$= -\left(\frac{m^*}{2\pi\hbar}\right)^{3/2} \frac{m^*\Omega^2(\Omega^2 - \omega_c^2)}{32\hbar^2}\rho_0^2 \times$$

$$\times \left[2 \int_0^\infty \frac{t^{3/2}\left[\exp(tE/\hbar) - \exp(-\Omega t)\right]}{\operatorname{ch}(\Omega t) - 1} dt - 3\sqrt{\pi}\zeta\left(\frac{5}{2}\right)\Omega^{-5/2} \right], \quad (19)$$

здесь $\zeta(x)$ — ζ-функция Римана.

Таким образом, $Q(E, \mathbf{r}_0) - Q(E) \sim O(\rho_0^2)$ при $\rho_0 \ll l_0$.

Пусть теперь $\psi_0(\mathbf{r})$ — делокализованное состояние оператора H_0, в силу (13) ему будет соответствовать состояние ψ оператора H, полученное по формуле

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) - [Q(E, \mathbf{r}_0) + \alpha]^{-1}\psi(0)G^0(\mathbf{r}, \mathbf{0}; E). \quad (20)$$

Отметим, в частности, что из (5), (20) следует отсутствие рассеяния в каналах с $m \neq 0$. Кроме того, из (5), (20) и (18) следует, что $\psi(\mathbf{r})$ при $\rho_0/l_0 \gg 1$ имеет асимптотику $\sim (l_0/\rho_0)\exp(-\rho^2/l_0^2)$ и, следовательно, быстро убывает при удалении от оси канала.

Таким образом, рассеяние будет существенно, когда примесь расположена вблизи оси симметрии канала, т. е. когда $\rho_0/l_0 \ll 1$. В этом случае оценка (19) показывает, что зависимость от ρ_0 слабая и ею можно пренебречь. Заметим, что случай, когда $\rho_0 = 0$, имеет и самостоятельный интерес, так как он соответствует условиям пинча микроструктуры [7]. Ниже детально изучается именно этот случай.

3. ПАРЦИАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕХОДА В МИКРОСТРУКТУРЕ

Если примесь расположена на оси канала, имеется простое аналитическое выражение для Q-функции Крейна (16) и, следовательно, можно записать точные собственные функции гамильтониана H в виде

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{R_{0n_0}(\rho)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) - [Q(E) + \alpha]^{-1} \frac{R_{0n_0}(0)}{\sqrt{2\pi}} \frac{m^*}{2\pi i\hbar} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} R_{0n}(0) R_{0n}(\rho) \frac{\exp\left(ip_{0n}|z|/\hbar\right)}{\left\{2m^*\left[E - \hbar\Omega(n + 1/2)\right]\right\}^{1/2}}. \quad (21)$$

Полюс функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E)$ соответствует в этом случае выполнению условия $Q(E) = -\alpha$. Ясно, что имеется лишь одно связанное состояние, энергия которого E_c лежит ниже границы сплошного спектра гамильтониана H_0, т. е. ниже $\hbar\Omega/2$. Введем обозначение $E_c = \hbar\Omega(\delta - 1/2)$. Используя формулу Эрмита для обобщенной ζ-функции Римана можно получить оценку [32]

$$\zeta\left(\frac{1}{2}, 1 - \delta\right) \simeq \frac{1}{\sqrt{1-\delta}} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2-\delta}} - 2\sqrt{2-\delta} + \frac{1}{24}\frac{1}{(2-\delta)^{3/2}}. \quad (22)$$

Тогда для оценки энергии связанного состояния получим уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{1-\delta}} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2-\delta}} - 2\sqrt{2-\delta} + \frac{1}{24}\frac{1}{(2-\delta)^{3/2}} \simeq \sqrt{2}\frac{l_0}{a}. \quad (23)$$

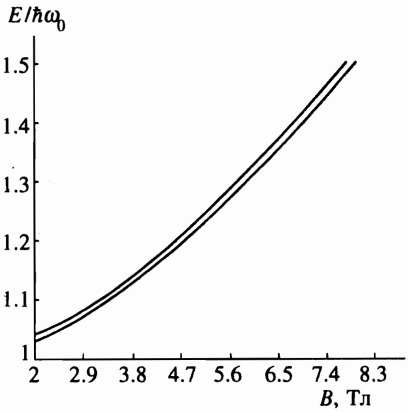

Рис. 1. Зависимость энергии связанного состояния от магнитного поля (нижняя кривая). Для сравнения показана зависимость границы сплошного спектра от магнитного поля (верхняя кривая)

Для обычных условий $|a| \sim 10^{-7}$ см, $l_0 \sim 10^{-6}$ см существенный вклад в (23) дает только первое слагаемое, и мы получаем для энергии E_c простую оценку

$$E_c \simeq \frac{\hbar\Omega}{2} - \frac{m^*\Omega^2 a^2}{2}. \tag{24}$$

Зависимость $E_c(B)$, использующая численное решение уравнения (23), показана на рис. 1.

Поскольку в рассеянии участвуют только делокализованные состояния, ниже мы рассматриваем рассеянную частицу с энергией E при условии $E > \hbar\Omega/2$.

Как отмечалось выше, рассеяние при не равной нулю проекции орбитального момента частицы на ось симметрии канала отсутствует, поэтому рассмотрим только переходы из моды $(n_0, 0)$ в моду $(n_1, 0)$. Соответствующий коэффициент прохождения обозначим $T_{n_0 \to n_1}(E)$.

Пусть в моде $(n_0, 0)$ с энергией $E = \hbar\Omega(n_0 + 1/2) + p^2/2m^*$ распространяется волна

$$\psi_{0n_0p}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi^2\hbar} \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) R_{0n_0}(\rho), \quad \rho > 0.$$

Ей соответствует выражение (21), являющееся решением уравнения $H\psi = E\psi$ с той же энергией E.

Чтобы получить парциальный коэффициент перехода $T_{n_0\to n_1}(E)$, выделим при $z < 0$ коэффициент при $R_{n_0 0}(\rho)$, а при $z > 0$ — коэффициент при $R_{n_1 0}(\rho)$.

При $z < 0$ имеем из (21)

$$\psi_{n_0}^{(-)}(\rho, \varphi, z) = \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) - \frac{1}{Q(E)+\alpha} |R_{0n_0}(0)|^2 \frac{m^*}{2\pi i\hbar p} \exp\left(-\frac{ipz}{\hbar}\right), \tag{25}$$

а при $z > 0$

$$\psi_{n_1}^{(+)}(\rho, \varphi, z) = \delta_{n_0 n_1} \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) - \\ - \frac{1}{Q(E)+\alpha} R_{0n_0}(0) R_{0n_1}(0) \frac{m^*}{2\pi i\hbar} \frac{\exp[ip_{0n_1}z/\hbar]}{\left[p^2 - 2m^*\hbar\Omega(n_0 - n_1 + 1/2)\right]^{1/2}}. \tag{26}$$

Учтем, что $R_{n0}(0) = 1/l_0$ при всех n. Тогда из сравнения (25) и (26) получаем

$$T_{n_0\to n_1}(E) =$$

$$= \left|\delta_{n_0 n_1} - \frac{m^*}{2\pi i\hbar l_0^2\left[p^2 + 2m^*\hbar\Omega(n_0 - n_1 + 1/2)\right]^{1/2}[Q(E)+\alpha]}\right|^2. \quad (27)$$

В (27) введем обозначение $E = \hbar\Omega(N+\delta+1/2)$, где $N \in \mathrm{N}$, $0 < \delta < 1$. Для дальнейшего удобно преобразовать (27), выделив вещественную и мнимую части обобщенной ζ-функции Римана. Используя формулу сдвига, можно получить [32]

$$\zeta\left(\frac{1}{2}; N-\delta\right) = \zeta\left(\frac{1}{2}; 1-\delta\right) + i\sum_{n=1}^{N}(N+\delta-n)^{-1/2}. \quad (28)$$

Как следует из (22), $\mathrm{Re}\,\zeta(1/2; N-\delta) = \zeta(1/2, 1-\delta)$, а соответствующая конечная сумма в (28) представляет собой $\mathrm{Im}\,\zeta$. Введем безразмерную константу связи псевдопотенциала $\gamma = |a|/\sqrt{2}l_0$. Как отмечалось выше, в реальных ситуациях для узких каналов $\gamma \ll 1$. Используя эти обозначения, преобразуем (28) к виду

$$T_{n_0\to n_1} = \delta_{n_0 n_1}\left\{1 + \frac{2\gamma^2(N+\delta-n_1)^{-1/2}\,\mathrm{Im}\,\zeta}{(1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)^2 + (\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta)^2}\right\} + \frac{\gamma^2(N+\delta-n_1)^{-1}}{(1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)^2 + (\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta)^2}. \quad (29)$$

Из формулы (29) следует, что парциальные коэффициенты конечны при всех значениях N и δ, т.е. при всех E. Кроме того, два последних слагаемых в (29), содержащие степени малого параметра γ, существенно меньше первого.

4. КОНДАКТАНС МИКРОСТРУКТУРЫ

Следуя формализму Ландауэра–Бьюттикера [6, 22, 23] найдем кондактанс G квазиодномерного канала по формуле

$$\frac{G(E)}{2e^2/h} = \sum_{n_0,n_1=0}^{N} T_{n_0\to n_1}(E). \quad (30)$$

Подставляя (29) в (30) и вычисляя сумму по n_0, получим

$$\frac{G}{2e^2/h} = \sum_{n_1=0}^{N}\left\{1 + \frac{2\gamma^2(N+\delta-n_1)^{-1/2}\mathrm{Im}\,\zeta}{(1+\gamma\mathrm{Re}\,\zeta)^2 + (\gamma\mathrm{Im}\,\zeta)^2}\right\} +$$

$$+ \frac{\gamma^2(N+1)}{(1+\gamma\mathrm{Re}\,\zeta)^2 + (\gamma\mathrm{Im}\,\zeta)^2}\sum_{n_1=0}^{N}\frac{1}{N+\delta-n_1}. \quad (31)$$

Для вычисления сумм в (31) воспользуемся формулами

$$\sum_{n_1=0}^{N}(N+\delta-n)^{-1/2} = \mathrm{Im}\,\zeta,$$

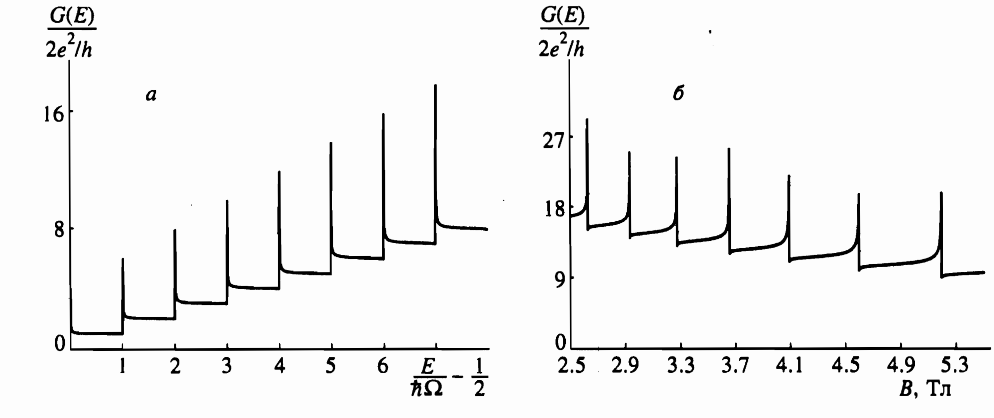

Рис. 2. Зависимости кондактанса от энергии рассеянной частицы при $B = 5$ Тл, $\omega_0 = 2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$ (*а*) и от магнитного поля при $E = 10^{-12}$ эрг, $\omega_0 = 2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$ (*б*)

$$\sum_{n_1=0}^{N} \frac{1}{N+\delta-n_1} = \Psi(N+\delta) - \Psi(\delta) + \frac{1}{N+\delta}.$$

Здесь Ψ — логарифмическая производная Г-функции. Тогда найдем

$$\frac{G}{2e^2/h} = N + 1 + \gamma^2 \frac{2(\mathrm{Im}\,\zeta)^2 + (N+1)\left[\Psi(N+\delta) - \Psi(\delta) + (N+\delta)^{-1}\right]}{(1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)^2 + (\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta)^2}. \tag{32}$$

Переходя теперь в (32) к переменной E, получим окончательно

$$\frac{G(E)}{2e^2/h} = 1 + [x] + \gamma^2 \left(1 + 2\gamma\zeta\left(\frac{1}{2}; 1 - \{x\}\right) + \gamma^2 \left|\zeta\left(\frac{1}{2}; -x\right)\right|^2\right)^{-1} \times$$
$$\times \left(\left|\zeta\left(\frac{1}{2}; -x\right) - \zeta\left(\frac{1}{2}; 1-\{x\}\right)\right|^2 + (1+[x])\left(\psi(x) - \psi\left(\{x\} + \frac{1}{x}\right)\right)\right), \tag{33}$$

где $x = E/\hbar\Omega - 1/2$; $[x]$ означает целую, $\{x\}$ дробную часть x.

Кондактанс канала $G(E)$ состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое $G_1 = [(2E+\hbar\Omega)/2]$ дает нелинейно зависящие от магнитного поля B ступеньки кондактанса шириной $\hbar\Omega = \hbar\sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}$. Высота этих ступенек (в единицах $2e^2/h$) равна единице. Второе слагаемое G_2 содержит малый множитель $\gamma^2 \ll 1$ и определяет отклонения ступенек квантования кондактанса от идеальной формы. Очевидно, что это слагаемое обусловлено рассеянием электронов на точечной примеси.

Графики зависимостей $G(E)$ и $G(B)$, построенные по формуле (33), показаны на рис. 2. На этом рисунке отчетливо видны ступеньки квантования кондактанса между резонансными пиками, расположенными вблизи порога каждой ступеньки. Резонансные пики обусловлены поведением второго слагаемого в общей формуле (33) вблизи порога ступенек. Более детально ход резонансной кривой вблизи точки резонанса показан на рис. 3.

Проанализируем формулу (33). За исключением малой окрестности тех значений энергии, при которых $\delta \ll 1$, второе слагаемое в этой формуле имеет порядок $\gamma^2 E/\hbar\Omega$.

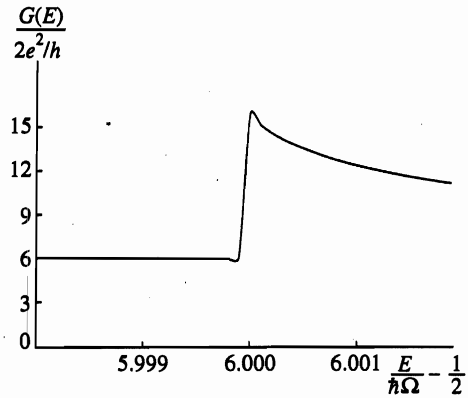

Рис. 3. Структура резонансной кривой $G(E)$ вблизи точки резонанса при $B = 5$ Тл, $\omega_0 = 2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$

Следовательно, при всех реальных значениях энергии E таких, что $E/\hbar\Omega \ll \gamma^{-2}$, это слагаемое имеет порядок $O(\gamma^2)$. Таким образом, второе слагаемое в (33) очень мало по сравнению с первым при всех значениях энергии за исключением окрестностей порога ступенек. Однако при значениях энергии E, лежащих в окрестностях порогов ступенек, ситуация меняется. Пусть $\delta_0 = \{(2E - \hbar\Omega)/2\hbar\Omega\}$ удовлетворяет условию

$$-\gamma \operatorname{Re} \zeta \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} - \frac{E}{\hbar\Omega} \right) = 1. \tag{34}$$

Используя формулу (28), это условие можно переписать следующим образом:

$$-\gamma\zeta(1/2; 1 - \delta_0) = 1. \tag{35}$$

При значениях $\delta = \delta_0 \ll 1$ в $G_2(E)$ сокращается малый множитель γ^2. При таких энергиях значение G_2 можно оценить. Учитывая, что числитель и знаменатель в $G_2(E)$ пропорциональны δ_0^{-1}, нетрудно получить оценку в точках резонанса: $G_2(E) \sim 3 + 2E/\hbar\Omega$. Следовательно, $G_1(E)$ и $G_2(E)$ имеют одинаковый порядок при резонансных значениях E. Важно отметить, что резонансное условие (34) соответствует условию существования связанного состояния $Q(E) = -\alpha$. Таким образом, становится ясной физическая природа резонанса: резонансные пики порождены связанным состоянием.

Исследуем теперь резонансные пики на кривой $G(E)$. Слева от порога каждой ступеньки, когда δ приближается к единице, $G_2(E)$ имеет порядок $G_2 \sim (1 - \delta)(N + 3)$. Следовательно, значение G_2 мало слева от точки резонанса, и резонансные пики начинаются в точке, где $\delta = 0$. Поскольку величина δ_0 мала, возрастающая часть кривой резонансных пиков почти вертикальна. Убывающую часть кривой в области резонанса, расположенную справа от порога ступенек после точки, где $\delta = \delta_0$, можно приближенно описать формулой, следующей из выражения (32) при $\delta \ll 1$

$$\frac{G(E)}{2e^2/h} \simeq N + 1 + \frac{N + 3}{1 + \delta\gamma^{-2}}. \tag{36}$$

Здесь учтено, что $\gamma\zeta(1/2, 1 - \delta) \ll 1$ при $\delta \ll 1$.

Найдем теперь полуширину $\Gamma(E)$ и амплитуду резонансных пиков. Из сказанного выше следует, что резонансные максимумы слегка смещены вправо от порога каждой ступеньки, тогда амплитуду пиков ΔG легко оценить:

$$\frac{\Delta G}{2e^2/h} = \frac{E}{\hbar\Omega} + \frac{3}{2}. \tag{37}$$

Из этого выражения видно, что амплитуды пиков возрастают линейно с ростом энергии E. Для оценки полуширины пиков $\Gamma(E)$ учтем, что убывающая часть кривой резонанса более пологая, чем возрастающая. Найдем такое значение $\delta = \delta_1$, при котором $G(\delta_1) = G(\delta_0)/2$. Из (35) следует оценка $\delta_1 \simeq \gamma^2(N+2)$. Тогда для полуширины пиков получим $\Gamma(E) \simeq \gamma^2(E + 3\hbar\Omega/2)$. Так как при всех реальных значениях $\gamma^2(E + 3/2\hbar\Omega) \ll \hbar\Omega$, то полуширина пиков мала по сравнению с шириной ступенек. Отметим, что функция $\Gamma(E)$ линейно возрастает с ростом E. Поведение кривой $G(E)$, рассмотренное выше, соответствует показанному на рис. 2.

Квантование кондактанса и резонансные пики вблизи порога ступенек имеют место и в пределе нулевого магнитного поля. В этом случае нужно во всех формулах заменить Ω на $2\omega_0$. Как отмечалось выше, с ростом магнитного поля увеличивается ширина ступенек кондактанса (рис. 2). Следовательно, по измерениям ширины ступенек, расстояния между резонансными пиками и амплитуды пиков можно определять частоту потенциала конфайнмента ω_0 и циклотронную эффективную массу носителей заряда.

Обсудим теперь влияние смещения положения примеси от оси канала на его кондактанс. Как отмечалось в разд. 2, небольшие отклонения в положении точечного рассеющего центра от оси канала дают малую, $\sim (\rho_0/l_0)^2$, поправку к Q-функции Крейна, а значит, и к амплитуде рассеяния. Следовательно, эта поправка может влиять лишь на последнее слагаемое в формуле (33) для кондактанса, которое обусловлено рассеянием и, как уже отмечалось, вне окрестности резонанса мало. В силу этого можно утверждать, что форма ступенек практически не меняется при смещении положения примеси от оси узкого канала.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 95-02-04871) и программой «Университеты России».

Литература

1. C. S. Chu and R. S. Sorbello, Phys. Rev. B **40**, 5941 (1989).
2. P. F. Bagwell, Phys. Rev. B **41**, 10354 (1990).
3. P. F. Bagwell, J. Phys.: Cond. Mat. **2**, 6179 (1990).
4. A. Kumar and P. F. Bagwell, Phys. Rev. B **44**, 1747 (1991).
5. Y. Takagaki and D. K. Ferry, Phys. Rev. B **45**, 6718 (1992).
6. Y. B. Levinson, M. I. Lubin, and E. V. Sukhorukov, Phys. Rev. B **45**, 11976 (1992).
7. М. Б. Левинсон, М. И. Любин, Е. В. Сухоруков, Письма в ЖЭТФ **54**, 405 (1991).
8. М. И. Любин, Письма в ЖЭТФ **57**, 346 (1993)
9. M. Buttiker, in *Semiconductors and semimetals*, ed. by M. Reed, Academ. Press, New York (1992).
10. J. Faist, P. Gueret, and H. Rothuizen, Phys. Rev. B **42**, 3217 (1986).
11. D. H. Gobden, N. K. Patel, M. Pepper et al., Phys. Rev. B **44**, 1938 (1991).
12. A. B. Fowler, G. L. Timp, J. J. Wainer, and R. A. Webb, Phys. Rev. Lett. **57**, 138 (1986).

13. T. E. Kopley, P. L. McEuen, and R. G. Wheller, Phys. Rev. Lett. **61**, 1654 (1988).
14. P. L. McEuen, B. W. Alphenaur, R. G. Wheller, and R. N. Sacks, Surf. Sci. **312**, 229 (1990).
15. S. J. Bending and M. R. Beasley, Phys. Rev. Lett. **55**, 324 (1985).
16. M. Naito and M. R. Beasley, Phys. Rev. B **42**, 1492 (1990).
17. M. W. Dellow, P. H. Beton, C. J. G. M. Langerak et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1754 (1992).
18. A. K. Geim, P. C. Main, N. La Scala et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 2061 (1994).
19. A. K. Geim, T. J. Foster, A. Nogaret et al., Phys. Rev. B **50**, 8074 (1994).
20. J. K. Jain and S. A. Kivelson, Phys. Rev. Lett. **60**, 1542 (1988).
21. M. Y. Azbel, Phys. Rev. B **43**, 2435 (1991).
22. H. A. Fertig and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **36**, 7969 (1987).
23. M. Buttiker, Phys. Rev. B **40**, 7906 (1990).
24. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. И. Чучаев, Письма в ЖЭТФ **58**, 666 (1993).
25. R. Merlin, Sol. State Comm. **64**, 99 (1987).
26. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, О. Б. Томилин, Письма в ЖЭТФ **63**, 549 (1996).
27. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. В. Чудаев, ЖЭТФ **109**, 762 (1996).
28. H. Tamura and T. Ando, Phys. Rev. B **44**, 1792 (1991).
29. P. Streda, J. Kucera, and A. H. MacDanald, Phys. Rev. Lett. **59**, 1973 (1987).
30. T. J. Popadopoulos, J. Phys. A **4**, 773 (1971).
31. Б .С. Павлов, УМН **42**(6), 99 (1987).
32. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. В. Чудаев, И. И. Чучаев, ЖЭТФ **107**, 187 (1995).