

## ГЕНЕРАЦИЯ ВЫСШИХ ОПТИЧЕСКИХ ГАРМОНИК В ПЛЕНКАХ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

В. А. Коварский

*Институт прикладной физики Академии наук Молдовы  
2028-МД, Кишинев, Молдова*

Поступила в редакцию 29 ноября 1996 г.

Рассматривается генерация высших оптических гармоник неметаллическими пленками, взаимодействующими с импульсами лазерного излучения. Используются волновые функции носителей тока в кристалле во внешнем электромагнитном поле в форме решений Волкова–Келдыша. Получено явное выражение для интенсивности  $s$ -ой гармоники, зависящее от параметров кристалла. Обнаружено плато и cut-off-эффект, аналогичные случаю генерации гармоник на отдельном атоме. Численные оценки выполнены для пленок арсенида галлия, возбуждаемых импульсами лазера на двуокиси углерода.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие генерации высших гармоник (ННГ-эффект), медленно уменьшающихся по интенсивности с ростом их номера в атомарных газах составило предмет многочисленных экспериментальных и теоретических исследований (см., например, [1–4]). Основной интерес к явлению связан с возможностью значительного антистоксова преобразования падающего лазерного излучения в область частот жесткого ультрафиолетового и даже мягкого рентгеновского излучения.

При этом важную роль в интенсивности высших гармоник играет плотность излучающих атомов. Недавно появились первые сообщения о наблюдении высших гармоник при отражении интенсивного монохроматического излучения от поверхности твердого тела [5]. Основным параметром в теории ННГ-эффекта является пондеромоторная энергия

$$\varepsilon_F^{(0)} = \frac{e_0^2 F^2}{4m_0 \omega^2}$$

( $e_0, m_0$  — заряд и масса электрона,  $F$  и  $\omega$  — амплитуда и частота возбуждающего лазерного излучения). Максимальная гармоника характеризуется номером  $N_{max}$ , отвечающим окончанию плато на кривой зависимости логарифма интенсивности от номера гармоники, так называемый cut-off-эффект:

$$N_{max} = \frac{1}{\hbar\omega} \left( I + (2 \div 3)\varepsilon_F^{(0)} \right), \quad (1)$$

$I$  — потенциал ионизации атома.

В настоящей работе проблема ННГ анализируется для неметаллических кристаллических пленок. В кристаллах обычно роль пондеромоторного потенциала играет величина  $\varepsilon_F$ , в которой масса свободного электрона  $m_0$  заменена на эффективную массу

носителя тока  $\mu$ . Поскольку  $\mu$  может составлять величину в десятки раз меньшую  $m_0$ , для коротких импульсов лазерного возбуждения обеспечивается большая величина параметра  $\varepsilon_F$ .

Для наблюдения гармоник, естественно, необходимо выбирать достаточно тонкие пленки. Как показано ниже, например, для кристаллов GaAs и возбуждающего CO<sub>2</sub>-лазера возможно наблюдение 95-ой гармоники при толщине пленки 300–1000 Å и напряженности поля в импульсе  $F \simeq 4 \cdot 10^6$  В/см.

Предсказывается также появление фотоэлектронов, обусловленное поглощением гармоник, с распределением, близким к распределению гармоник по интенсивности. Способ расчета интенсивности гармоник опирается на исходные идеи расчета многофотонного фотоэффекта в неметаллических кристаллах, предложенного в основополагающей работе Келдыша [6], а также в работе автора и Седлецкого, выполненной для эффекта ННГ на атомах с водородоподобным основным состоянием [7].

## 2. ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК ПРИ ЗОНА-ЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ

Рассмотрим кристалл с шириной запрещенной зоны  $\Delta_{cv}$  в модели Кейна. Пусть при этом разрешен прямой оптический переход в точке  $\mathbf{k} = 0$ . Пусть на кристалл падает линейно поляризованная волна с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\mathbf{F} \parallel X$  ( $X$  — выделенная ось кристалла). Предполагается, что на амплитуду  $F$  наложено условие

$$e_0 F |X_{cv}| < \Delta_{cv}$$

( $X_{cv}$  — матричный элемент межзонного перехода,  $\Delta_{cv}$  — ширина запрещенной зоны). Волновая функция системы в координатном представлении зависит от координат электрона  $\mathbf{r}_e$  и дырки  $\mathbf{r}_h$  ( $\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h \equiv \mathbf{r}$ ).

С учетом взаимодействия электрона и дырки с внешним электромагнитным полем соответствующее уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = [H_0(\mathbf{r}) + H^d(\mathbf{r}, t) + H^{nd}(\mathbf{r}, t)] \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Здесь  $H_0(\mathbf{r})$  — гамильтониан кристалла без внешнего поля,  $H^d(\mathbf{r}, t)$  и  $H^{nd}(\mathbf{r}, t)$  — диагональная (по индексам  $c$  и  $v$ ) и недиагональная (смешивающая зоны  $c$  и  $v$ ) части взаимодействия с внешним электромагнитным полем.

Предполагаем, что в основном состоянии (полностью заполненная валентная зона и пустая зона проводимости) волновая функция электрона и дырки может быть выбрана в виде  $\psi_0(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)$ . Для дальнейшего будем полагать, что  $H^d$  точно учитывает взаимодействие с электромагнитной волной, а  $H^{nd}$  учтем в нижайшем порядке теории возмущений. Выбранная модель позволяет значительно упростить расчет среднего дипольного момента  $\bar{X}(t)$ :

$$\bar{X}(t) = \int \Psi^*(\mathbf{r}, t) X \Psi(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Наблюдаемой величиной является интенсивность  $|X_\Omega|^2$  гармоники на частоте  $\Omega$ :

$$X_\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\Omega t} \bar{X}(t) dt. \quad (4)$$

Воспользуемся представлением Фарри ( $f$ ) [8, 9]. Выберем  $\Psi(t)$  в виде

$$\Psi(t) = u(t)\psi_f(t). \quad (5)$$

Здесь

$$i\hbar \frac{\partial u}{\partial t} = [H_0 + H^d(t)] u, \quad (6)$$

$$u(t) = T \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t (H_0 + H^d(t_1)) dt_1 \right\}, \quad (7)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_f}{\partial t} = [H^{nd}(t)]_f \psi_f(t), \quad (8)$$

$$[H^{nd}(t)]_f = u^{-1}(t)H^{nd}(t)u(t), \quad (9)$$

$$\psi_f(t) = S(t, -\infty)\psi_f(-\infty), \quad (10)$$

где

$$S(t, -\infty) = T \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t [H^{nd}(t_1)]_f dt_1 \right\}, \quad (11)$$

$$\psi_f(-\infty) = \psi_0(\mathbf{r}). \quad (12)$$

Введем функцию Грина

$$G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = -\frac{i}{\hbar} \theta(t - t') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') u(t) u^{-1}(t'). \quad (13)$$

Нетрудно показать, что выражение для  $\bar{X}(t)$  принимает вид

$$\bar{X}(t) = 2 \operatorname{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \psi_0 | H^{nd}(t) \hat{G}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') H^{nd}(t') | \psi_0 \rangle \right\}, \quad (14)$$

$$\hat{G}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = -\frac{i}{\hbar} \theta(t - t') \sum_{\mathbf{k}} \varphi_{\mathbf{k}(t)}(\mathbf{r}, t) \varphi_{\mathbf{k}(t)}^+(\mathbf{r}', t'),$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_c},$$

где

$$\varphi_{\mathbf{k}(t)}(\mathbf{r}, t) = \psi_{\mathbf{k}(t)}^e(\mathbf{r}_e, t) \psi_{\mathbf{k}(t)}^v(\mathbf{r}_h, t),$$

$\psi_{\mathbf{k}(t)}^e(\mathbf{r}, t)$ ,  $\psi_{\mathbf{k}(t)}^v(\mathbf{r}, t)$  — решения волковского типа для электрона и дырки во внешнем электромагнитном поле [6],

$$\mathbf{k}(t) = \mathbf{k} + \frac{e\mathbf{F}}{\hbar\omega} \sin \omega t,$$

$$\psi_{\mathbf{k}(t)}^{c,v}(\mathbf{r}, t) = \exp [i(\mathbf{k}(t)\mathbf{r})] U_{\mathbf{k}(t)}^{(c,v)}(\mathbf{r}) \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t \varepsilon_{\mathbf{k}(t_1)}^{c,v} dt_1 \right\}, \quad (15)$$

$U_{\mathbf{k}(t)}^{c,v}(\mathbf{r})$  — периодические части функции Блоха. В итоге находим  $\bar{X}(t)$ :

$$\begin{aligned} \bar{X}(t) = 2 \operatorname{Im} & \left[ -\frac{i}{\hbar} \frac{eF}{\omega\mu} \int dt' \sum_{\mathbf{k}} \theta(t-t') \langle v\mathbf{k}(t) | X | c\mathbf{k}(t) \rangle \times \right. \\ & \left. \times \langle c\mathbf{k}(t') | -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} | v\mathbf{k}(t') \rangle \sin \omega t' \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \varepsilon_{\mathbf{k}(t_1)} dt_1 \right\} \right], \quad (16) \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_{\mathbf{k}(t)}$  описывает закон дисперсии, имеющий в модели Кейна вид

$$\varepsilon_{\mathbf{k}(t)} = \varepsilon_{\mathbf{k}(t)}^c - \varepsilon_{\mathbf{k}(t)}^v = \sqrt{\Delta_{cv}^2 + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2(t)}{\mu} \Delta_{cv}}. \quad (17)$$

Междузонные матричные элементы координаты и импульса во внешнем поле вычисляются, как обычно, по объему элементарной ячейки. Поскольку поперечный импульс  $p_{\perp} = \hbar \mathbf{k}_{\perp}$  не возмущается электромагнитным полем, основной вклад в сумму по  $\mathbf{k}$  в (16) вносит слагаемое с  $p_{\perp}^2 = 0$  (это прямо следует из (16)), так как  $p_{\perp}^2$  входит рядом с  $\Delta_{cv}$ . Зависимость от щели  $\Delta_{cv}$  вероятности процесса генерации гармоник, как будет видно из дальнейшего, приводит с ростом  $\Delta_{cv}$  к резкому (экспоненциальному) убыванию скорости процесса. Поэтому далее полагаем  $p_{\perp}^2 = 0$ . Матричный элемент координаты для межзонного перехода ( $p_{\perp}^2 = 0$ ) в модели Кейна имеет вид [10]

$$\langle v\mathbf{k}(t) | X | c\mathbf{k}(t) \rangle \equiv X_{12}(t) = \frac{i\hbar}{2} \sqrt{\frac{\Delta_{cv}}{\mu}} \frac{1}{\Delta_{cv} + (\hbar^2/\mu) (k_x + (eF/\hbar\omega) \sin \omega t)^2}. \quad (18)$$

Соответственно матричный элемент импульса равен

$$p_{12} = \mu \frac{\Delta_{cv}}{\hbar} X_{12}. \quad (19)$$

Таким образом, необходимо вычислить

$$\bar{X}(t) = 2 \operatorname{Im} \left( -\frac{i}{\hbar} \frac{eF X_{12}(t)}{\omega\mu} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \sum_{k_x} \theta(t-t') p_{12}(t') \sin \omega t' \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \varepsilon_{k_x(t_1)} dt_1 \right\} \right). \quad (20)$$

Точный расчет выражения затруднен. Ниже будет использован приближенный расчет, основанный на выносе за знак интеграла по  $dt'$  предэкспоненциального множителя  $p_{12}(t')$  в перевальной точке  $t'_*$ , вычисленной при  $k_x = 0$ . Последнее условие предполагает, что основной вклад в сумму по  $k_x$  вносит член с  $k_x = 0$ . Это утверждение подтверждается дальнейшим расчетом. Функция

$$f(t') = \pm i t' \omega - \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \varepsilon_{k_x(t_1)} dt_1 \quad (21)$$

имеет стационарные точки, так что

$$i\omega - \frac{i}{\hbar} \varepsilon_{k_x(t)} = 0. \quad (22)$$

При  $k_x = 0$  имеем

$$t'_* = \frac{i}{\omega} \operatorname{arcsch} \gamma, \quad \gamma = \frac{\omega}{\omega_{tun}}, \quad \omega_{tun} = e_0 F \sqrt{\frac{\Delta_{cv}/\mu}{\Delta_{cv}^2 - \hbar^2 \omega^2}}, \quad (23)$$

где частота туннелирования  $\omega_{tun}$  определяется туннельным переходом из валентной зоны в зону проводимости в поле внешней электромагнитной волны. В рассматриваемом адиабатическом пределе  $\hbar\omega \ll \Delta_{cv}$  выражение для  $\omega_{tun}$  может быть представлено в виде

$$\omega_{tun} = \omega_{tun}^{(0)} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\hbar\omega}{\Delta_{cv}} \right)^2 \right), \quad (24)$$

$$\omega_{tun}^{(0)} = \frac{e_0 E}{\sqrt{\mu \Delta_{cv}}}.$$

Суммирование по  $k_x$  в (20) удобно заменить на интегрирование по  $dk_x$ :

$$\sum_{k_x} \dots = \frac{1}{2\pi} \int \dots dk_x.$$

Интеграл по  $dk_x$  содержит простой полюс. Действительно, матричный элемент  $p_{12}(t'_*)$  имеет полюса:

$$k_x^{(1)} = ik_0 \frac{\kappa^2}{2\sqrt{2}}, \quad k_x^{(2)} = -ik_0 \sqrt{2}, \quad \frac{\hbar^2 k_0^2}{2\mu} = \Delta_{cv}, \quad \kappa^2 = \left( \frac{\hbar\omega}{\Delta_{cv}} \right)^2. \quad (25)$$

Расчет интеграла по  $dk_x$  дается в Приложении. Таким образом, интеграл по  $dk_x$  непосредственно вычисляется и при вычислении величины  $X_\Omega$  в оставшихся интегралах по  $dt$  и  $dt'$   $k_x$  заменяется на  $k_x^{(1)}$ . Поскольку  $|k_x^{(1)}/k_0| \ll 1$ , можно для простоты положить его равным нулю. Именно это условие и предполагалось выше при выносе предэкспоненциального множителя в точке  $t'_*$ , вычисленной при  $k_x = 0$ . Дальнейший расчет интеграла по  $dt'$  выполним, упростив выражение, содержащее квадратный корень в экспоненте:

$$j = \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^t \sqrt{\Delta_{cv}^2 + \Delta_{cv} \frac{e^2 F^2}{\omega^2 \mu} \sin^2 \omega t_1} dt_1 \simeq i \left\{ (q + \rho) \omega (t - t') - \frac{\rho}{2} (\sin 2\omega t - \sin 2\omega t') \right\}, \quad (26)$$

$$q = \frac{\Delta_{cv}}{\hbar\omega}, \quad \rho = \frac{\varepsilon_F}{\hbar\omega}, \quad \varepsilon_F = \frac{e_0^2 F^2}{4\mu\omega^2}.$$

Заметим, что разложение корня в (26) после учета аналитических особенностей не вызывает возражений. Это соответствует схеме рассмотрения проводящей и валентной зон в модели параболических законов дисперсии. Заметим, что показатель экспоненты в (16) выражает классическое действие, и при определении величины  $X_\Omega$  можно получить закон сохранения энергии [4]:

$$\hbar\Omega = \varepsilon_{k(t)}. \quad (27)$$

Это условие может быть использовано в матричном элементе  $X_{12}(t)$ .

Воспользуемся разложением

$$e^{i\rho \sin z} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\rho) e^{inz}, \quad (28)$$

где  $J_n(\rho)$  — функция Бесселя действительного аргумента.

Далее интегрирование по  $dt$  и  $dt'$  не представляет труда. Находим

$$X_\Omega = X_0 \sqrt{\rho} \left( \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ J_m \left( \frac{\rho}{2} \right) J_{m-s-1} \left( \frac{\rho}{2} \right) + J_m \left( \frac{\rho}{2} \right) J_{m-s} \left( \frac{\rho}{2} \right) \right] \frac{1}{m-s+a} \right), \quad (29)$$

$$X_0 = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta_{cv}^{5/2} \sqrt{\hbar\omega}}{\hbar^3 \Omega^2 \omega^2} \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}}, \quad \Omega = (2s+1)\omega, \quad a = \frac{1}{2}(q + \rho - 1).$$

Воспользуемся известной формулой [11]

$$\sum_m J_m(x) J_{m+s}(x) \frac{1}{m+a} = \frac{\pi}{\sin \pi a} J_{s-a}(x) J_a(x), \quad (30)$$

где  $a$  — нецелое число.

Таким образом, получим

$$X_\Omega = X_0 \frac{\pi \sqrt{\rho}}{J_n a \pi} \left[ J_{a+1} \left( \frac{\rho}{2} \right) J_{s-a} \left( \frac{\rho}{2} \right) - J_a \left( \frac{\rho}{2} \right) J_{s-a} \left( \frac{\rho}{2} \right) \right]. \quad (31)$$

Как следует из полученной формулы, при  $\rho \ll 1$  интенсивность  $(2s+1)$ -ой гармоники определяется величиной

$$|X_{2s+1}|^2 \sim \rho^{2s+1} \sim (F^2)^{2s+1},$$

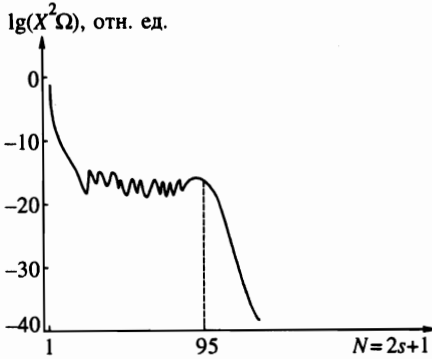
что соответствует результату теории возмущений. Наибольший интерес представляют гармоники, для которых имеет место условие  $\rho/2 \simeq s-a$ . На зависимости интенсивности гармоники от ее номера наблюдается плато (см. рисунок), вплоть до максимальной гармоники

$$N_{max} = 2s_{max} + 1 = \frac{1}{\hbar\omega} (\Delta_{cv} + 2\varepsilon_F),$$

отвечающей cut-off-эффекту.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Специфика твердого тела проявляется прежде всего в том, что генерируемые гармоники могут поглощаться кристаллом. Наблюдение гармоник может проводиться в отраженном свете, как сделано в работе [5]. Выбирая, однако, достаточно тонкие пленки, можно наблюдать на просвет спектр генерируемых гармоник в областях  $\hbar\Omega \gg \Delta_{cv}$ . Например, для GaAs мы имеем  $\Delta_{cv} = 1.5$  эВ,  $\mu \simeq 0.06m_0$ . Кристалл прозрачен для



Зависимость интенсивности гармоник  
(в относительных единицах) от их номера  
( $q = 15, \rho = 40$ )

$\text{CO}_2$ -лазера с  $\hbar\omega \simeq 0.1$  эВ. Выполненный в этой работе расчет справедлив при полях  $F \ll F_{cr}$ :

$$F_{cr} = \frac{\Delta_{cv}}{e_0 |X_{12}|} \simeq 3 \cdot 10^7 \text{ В/см.} \quad (32)$$

На рисунке приведен график зависимости интенсивности гармоник при их генерации в поле  $F = 4 \cdot 10^6$  В/см ( $\rho = 40, q = 15$ ). Как видно из рисунка, максимальная гармоника имеет номер  $N_{max} = 95$ , следовательно  $\hbar\Omega = 9.5$  эВ. Коэффициент поглощения на этой длине волны в GaAs равен [12]  $10^5$ – $10^6$  см $^{-1}$ .

Таким образом, эту гармонику возможно наблюдать на пленках толщиной 300–1000 Å. Удобным способом фиксации гармоник является вызываемый ими внешний фотоэффект. Для GaAs имеем порог фотоэмиссии  $\eta = 5.5$  эВ [13], что соответствует пороговой гармонике  $N_{th} = 55$ . Коэффициент поглощения в интервале между 55-ой и 95-ой гармониками, способными вызвать фотоэффект в кристалле, меняется сравнительно слабо. Это приводит к тому, что распределение фотоэлектронов по энергиям, в основном, будет повторять распределение интенсивностей гармоник (см. рисунок).

Заметим, что прямой многофотонный фотоэффект из кристалла определяет кинетическую энергию вылетевшего электрона через массу свободного электрона  $m_0$ . При этом соответствующий cut-off-эффект для энергии вылетевшего электрона при использовании волковских решений для свободного электрона, как нетрудно показать, будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \eta + 2\varepsilon_F^{(0)}, \\ \varepsilon_F^{(0)} &= \frac{e_0^2 F^2}{4m_0 \omega^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Поскольку пондеромоторные потенциалы  $\varepsilon_F^{(0)}$  и  $\varepsilon_F$  отличаются в  $\mu/m_0$  раз, будут отличаться и значения энергий вылетевшего электрона для этих двух конкурирующих механизмов образования свободных фотоэлектронов.

Естественно, что часть гармоник, попадающая по энергиям внутрь запрещенной зоны, будет свободно выходить из кристалла. В рассматриваемом примере GaAs при величине кванта  $\hbar\omega = 0.05$  эВ и напряженности поля  $1.4 \cdot 10^6$  В/см из кристалла в районе плато будут свободно выходить гармоники с номерами от 20-го по 30-й.

Автор выражает признательность Е. Канаровскому за полезные замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим интеграл

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{F(z)}{(z - i\alpha_1)(z + i\alpha_2)},$$

$$F(z) = \theta(t - t') f(z) \exp \left\{ iB \int_{t'}^t \sqrt{z^2 + zA(t_1) + C(t_1)} dt_1 \right\},$$

$F(z)$  не имеет полюсов и убывает степенным образом на бесконечности. Исследуем полюс, лежащий в верхней полуплоскости  $z = i\alpha_1$ . Вычет в этой точке требует выполнения леммы Жордана. Замкнем контур интегрирования в верхней полуплоскости и рассмотрим поведение подынтегральной функции  $F(z)/(z + i\alpha_2)$  при  $z = |z|e^{i\varphi}$ :

$$|z| \rightarrow \infty, \quad \varphi \in ]0, \omega[.$$

Нетрудно показать, что  $F(z)$  при  $|z| \rightarrow \infty$  есть

$$\theta(t - t') \exp \{ i(t - t')|z|e^{i\varphi} \} \rightarrow 0.$$

(Как нетрудно проверить, на лучах  $\varphi = \pi/4$  и  $3\pi/4$  подкоренное выражение в интеграле по  $dt_1$  также не зависит от  $t$  при  $|z| \rightarrow \infty$ .) Аналогично вычисляются интегралы для комплексно-сопряженной функции при замыкании контура в нижней полуплоскости.

## Литература

1. A. L'Huillier, L. A. Lompre, G. Mainfray, and C. Manus, in *Proc. of the 5-th Intern. Conf. on Multiphoton Processes*, Paris (1990).
2. J. L. Krause, K. T. Schafer, and K. C. Kulander, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3535 (1992).
3. P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1994 (1993).
4. M. Lewinsein, Ph. Balcou, M. Yu. Ivanov, A. L'Huillier, and P. B. Corkum, *Phys. Rev. A* **49**, 2117 (1994).
5. D. Von der Linde, T. Engers, and A. Tenke, *Phys. Rev. A* **52**, 52 (1995).
6. Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **47**, 1945 (1964).
7. V. A. Kovarsky and O. A. Sedletsky, in *Proc. of the 7-th Intern. Conf. on Multiphoton Processes*, Garching (1996).
8. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
9. В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман, И. Ш. Авербух, *Многоквантовые процессы*, Энергоатомиздат, Москва (1985).
10. Ю. А. Бычков, А. М. Дыхне, *ЖЭТФ* **58**, 1734 (1970).
11. В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман, *Изв. АН МССР: Сер. физ., техн. и матем.*, № 1, 37 (1973).
12. Б. Серафин, Х. Беннетт, в кн. *Оптические свойства полупроводников (полупроводниковые соединения типа АВ)*, под ред. Р. Уиллардсона и А. Бира, Мир, Москва (1970), с. 445.
13. *Таблицы физических величин*, под ред. акад. И. К. Кикоина, Атомиздат, Москва (1976).