

СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМОЙ ВЫСОКОПОЛЯРИЗОВАННЫХ ОБМЕННО-СВЯЗАННЫХ НЕЭКВИВАЛЕНТНЫХ СПИНОВ

Д. А. Костаров, Н. П. Фокина, К. О. Хуцишвили

*Тбилисский государственный университет им. И. Джавахишвили
380028, Тбилиси, Республика Грузия*

Поступила в редакцию 4 августа 1995 г.,
после переработки 13 января 1997 г.

Предложена модель радиочастотного сверхизлучения системой взаимодействующих неэквивалентных спинов в точечном образце. В отличие от радиочастотного сверхизлучения, наблюдавшегося и описанного ранее, здесь роль взаимодействия с резонатором играет спин-спиновое взаимодействие. Для определенности рассмотрены спины двух изотопов металла, связанные взаимодействием Рудермана–Киттеля. Анализ такой системы в случае, когда намагниченность одного сорта спинов инвертирована, показывает, что эта система может обладать одной резонансной частотой и двумя различными временами затухания вместо двух частот и одинаковых времен затухания в обычной ситуации. Когда такое «расталкивание» времен затухания имеет место и абсолютные величины поляризации спинов достаточно высоки, поперечная намагниченность нарастает и имеет характерные для сверхизлучения черты. Вычислены параметры этого сверхизлучения (напряжение на концах приемной катушки, длительность импульса, время задержки, интенсивность генерации).

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы внимание ряда исследователей привлечено к изучению спектров магнитного резонанса двух сортов обменно-связанных высокополяризованных неэквивалентных спинов [1–5]. Роль таких спинов могут играть, например, два изотопа металла, связанные взаимодействием Рудермана–Киттеля [1–4], или магнитные ионы, занимающие два магнитно-неэквивалентных положения в решетке и связанные обменным взаимодействием [5]. В таких системах наблюдаются эффекты сближения–расщепления и усиления–подавления линий магнитного резонанса, т. е. положение и интенсивность линий не соответствуют их ларморовским частотам и относительным концентрациям. Причиной таких явлений в обоих случаях является взаимодействие обменного типа $(H_{ex})_{ab}$ между двумя сортами спинов, которое при их высокой поляризации приводит к сложной зависимости частот и интенсивностей линий от поляризации спинов. Изучение таких спектров позволяет с высокой точностью находить значения обменных констант, в том числе определять их знак.

Оказалось также, что нелинейность уравнений движения намагниченностей, обусловленная взаимодействием $(H_{ex})_{ab}$, может влиять и на динамику высокополяризованной спиновой системы. А именно, численное решение уравнений движения двух изотопов, ^{63}Cu и ^{65}Cu , с учетом $(H_{ex})_{ab}$ при начальной «инверсии» одной из намагниченностей приводит к лавинообразно нарастающему импульсу поперечной намагниченности [4]. Аналогичные импульсы поперечной намагниченности наблюдались в ряде работ [6–8] в системе ядерных спинов одного сорта с предварительно достигнутой

достаточно высокой отрицательной поляризацией (эти импульсы регистрировались по напряжению на концах катушки, в которую помещен образец). Было показано [8–10], что они представляют собой сверхизлучение от инвертированных ядерных спинов, взаимодействующих с переменным полем в резонаторе (в данном случае, в радиочастотном (РЧ) контуре). Явление, упомянутое в [4], отличается от эффекта, наблюдаемого в [6–8], отсутствием связи спинов с внешним резонатором.

Нам представляется, что роль взаимодействия спинов с полем в резонаторе в случае движения намагниченностей изотопов играет взаимодействие одного сорта спинов с другим. Важность исследования такого сверхизлучения заключается в том, что таким способом можно получить импульсы когерентной генерации в таком диапазоне частот, для которого создание резонаторов невозможно (например, в γ -диапазоне), причем роль излучателей могут играть не только спины, но и любые двухуровневые частицы. Кроме того, сверхизлучение в безрезонаторной двухкомпонентной системе двухуровневых частиц сможет служить источником информации о константах взаимодействия между частицами разного сорта и характеристиках двухуровневых частиц.

Здесь необходимо отметить, что предсказание возможности сверхизлучения системой взаимно скоррелированных через поле излучения инвертированных двухуровневых частиц точечного образца ($V \ll \lambda^3$, где V — объем образца, λ — длина волны излучения) было сделано Дикке еще в 1954 г. [11]. Однако до сих пор это явление наблюдалось либо в протяженном образце ($V \gg \lambda^3$) [12], либо в образце, помещенном во внешний резонатор, в обоих случаях наведение корреляций происходит через поле излучения, которое подчиняется уравнениям Максвелла. Следует отметить, что при интерпретации результатов по сверхизлучению была использована форма уравнений Максвелла для поля в резонаторе [13–15, 9, 10]. Это обусловлено тем, что в протяженном образце осуществляется дискриминация мод [15] с помощью выбора формы образца, что эквивалентно наличию резонатора. А в РЧ диапазоне дискриминация мод осуществляется использованием обычного РЧ контура. Естественно, что теоретическое описание сверхизлучения в обоих случаях имеет, в принципе, одинаковый характер.

В данной работе предлагается модель сверхизлучения взаимодействующими неэквивалентными спинами (двухуровневыми частицами), обладающими в начальный момент достаточно высокой поляризацией разных знаков, не связанных с резонатором. Механизм наведения корреляций здесь отличается от упомянутого выше механизма, а именно, он происходит благодаря взаимодействию одного сорта частиц с внутренним (молекулярным) полем, создаваемым другим сортом. Такими частицами могут являться ядерные спины изотопов металлов (^{107}Ag и ^{109}Ag в серебре, ^{203}Tl и ^{205}Tl в таллии, ^{63}Cu и ^{65}Cu в меди) [1–4, 16, 17], связанные взаимодействием Рудермана–Киттеля, обладающие близкими гиромагнитными отношениями, одинаковыми по порядку величины концентрациями, находящиеся при сверхнизких спиновых температурах T_s ($\hbar\omega_{rez} \geq k_B T_s$), однако выше температуры ядерного магнитного упорядочения. Поскольку далее обсуждается случай ядерных спинов ^{63}Cu и ^{65}Cu , то приведем соответствующие данные: гиромагнитные отношения $\gamma_{63} = 11.3$ МГц/Тл; $\gamma_{65} = 12.1$ МГц/Тл; относительные концентрации (естественное содержание) $x_{65} = 0.31$, $x_{63} = 0.69$; температура ядерного магнитного упорядочения ~ 60 нК. Характерные экспериментальные условия хельсинкской [1, 2, 17] и байройтской [3, 4] групп при работе с указанными металлами в парамагнитном состоянии: температура электронов проводимости T_e порядка сотен микрокельвинов, спиновая температура порядка единиц микрокельвинов, постоянные магнитные поля ~ 10 мТл. При таких температурах решетки время ядерной

спин-решеточной релаксации T_1 значительно превышает обратную ширину T_2 линии стационарного ЯМР, в частности, при $T_e = 400$ мкК, $T_2 \sim 10^{-5}$ с имеем $T_1 \sim 1$ ч [17], т. е. $T_1 \gg T_2$, поэтому спин-решеточная релаксация не будет приниматься во внимание. Релаксацию поперечных компонент намагниченностей изотопов будем описывать в блоховском приближении, поскольку данных, противоречащих этому приближению в указанных металлах, в литературе приведено не было [1, 2, 17].

Кроме того, отметим, что в данной работе рассматриваются переходные процессы, происходящие на временах, гораздо меньших времени кросс-релаксации между изотопами (нас интересуют времена порядка долей миллисекунды, время кросс-релаксации при таких температурах десятки миллисекунд). Вопрос о подборе значений постоянного магнитного поля для реализации описываемого эффекта будет обсуждаться ниже.

2. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ

Итак, рассмотрим для конкретности спиновую систему, состоящую из двух сортов ядерных спинов (a и b) двух изотопов металла с гиромангнитными отношениями $\gamma_a > \gamma_b$, помещенную в постоянное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}_0 \parallel z$ и связанную взаимодействием Рудермана-Киттеля. Гамильтониан такой системы имеет вид

$$H = -\hbar\omega_a I_a^z - \hbar\omega_b I_b^z - \sum_{i,j} J_{ij} I_{ai} I_{bj}, \quad (1)$$

где $\omega_{a,b} = \gamma_{a,b} B_0$, $I_{a,b}$ — операторы спинов изотопов, J_{ij} — константа взаимодействия Рудермана-Киттеля. Запишем полученные в рамках квазиклассического приближения с помощью (1) уравнения эволюции компонент намагниченностей:

$$\begin{aligned} \dot{m}_b^x &= \omega_b^0 m_b^y - \gamma_b J_0 m_b^z m_a^y - \frac{m_b^x}{T_2}, \\ \dot{m}_b^y &= -\omega_b^0 m_b^x + \gamma_b J_0 m_b^z m_a^x - \frac{m_b^y}{T_2}, \\ \dot{m}_b^z &= \gamma_b J_0 (m_b^x m_a^y - m_b^y m_a^x), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\omega_b^0 = \omega_b + \gamma_b J_0 m_a^z, \quad \omega_a^0 = \omega_a + \gamma_a J_0 m_b^z, \quad (2')$$

$m_{a,b}^\alpha = \gamma_{a,b} \hbar n \langle I_{a,b}^\alpha \rangle$, $\alpha = x, y, z$; n — концентрация спинов; $J_0 = z_n / \hbar^2 \gamma_a \gamma_b n$ (считается, что в сумму $\sum_j J_{ij} = z_n J$ дают вклад только z_n ближайших соседей i -го спина); T_2 — время спин-спиновой релаксации. Эксперименты [1, 2, 17] показывают, что оно имеет, во всяком случае, весьма близкие значения для двух изотопов. Известно [16], что для изотопов указанных выше металлов $z = 12$; при этом, например, в меди каждый из двенадцати соседей выбранного спина может с вероятностью x_{65} оказаться ^{65}Cu и с вероятностью x_{63} — ^{63}Cu .

Уравнения для m_a^α могут быть получены из (2) заменой индексов $a \leftrightarrow b$. Таким образом, рассматриваемая задача описывается шестью дифференциальными уравнениями первой степени.

Хорошо известно, что для получения процесса генерации необходимо иметь в системе запасенную энергию. Предположим, что это будет достигнуто инверсией заселенностей одного сорта спинов. Очевидно, в этом случае запасенная энергия может повлиять на характер взаимодействия между двумя сортами спинов и, следовательно, на характер прецессии спинов. В частности, спектры частот [18] и затуханий могут измениться по сравнению с обычной ситуацией. Чтобы обнаружить эти особенности, найдем спектр описанной выше спиновой системы с помощью подстановки $m_{a,b}^+ = \tilde{m}_{a,b}^+ \exp(-i\Omega t)$ в уравнения

$$\begin{aligned} \dot{m}_a^+ &= -i\omega_a^0 m_a^+ + i\gamma_a J_0 m_{a0}^z m_b^+ - \frac{m_a^+}{T_2}, \\ \dot{m}_b^+ &= -i\omega_b^0 m_b^+ + i\gamma_b J_0 m_{b0}^z m_a^+ - \frac{m_b^+}{T_2}, \end{aligned} \tag{3}$$

следующие из (2) после подстановки вместо m_a^z, m_b^z их начальных значений m_{a0}^z, m_{b0}^z (использование операторов $m_{a,b}^+ = m_{a,b}^x + im_{a,b}^y$ позволяет обойтись для вычисления спектра двумя дифференциальными уравнениями первого порядка). При этом получим уравнения для амплитуд прецессии:

$$\begin{aligned} \left(\Omega - \omega_a^0 + \frac{i}{T_2} \right) \tilde{m}_a^+ + \gamma_a J_0 m_{a0}^z \tilde{m}_b^+ &= 0, \\ \gamma_b J_0 m_{b0}^z \tilde{m}_a^+ + \left(\Omega - \omega_b^0 + \frac{i}{T_2} \right) \tilde{m}_b^+ &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Записывая условие нетривиальности решения системы (4), получаем следующее уравнение для спектра:

$$\Omega^2 - \Omega \left(\omega_a^0 + \omega_b^0 - \frac{2i}{T_2} \right) - \frac{1}{T_2^2} - \gamma_a \gamma_b J_0 m_{a0}^z m_{b0}^z - \frac{i}{T_2} (\omega_a^0 + \omega_b^0) + \omega_a^0 \omega_b^0 = 0, \tag{5}$$

решение которого имеет вид

$$\Omega_{a,b} = \frac{\omega_a^0 + \omega_b^0}{2} - \frac{i}{T_2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_{ab}^0)^2 + 4\gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z}. \tag{6}$$

Поскольку при $J_0 = 0$ и $\omega_{ab}^0 \equiv \omega_a^0 - \omega_b^0 > 0$ (будем считать это неравенство выполненным всюду и далее) из (6) следует, что $\Omega_- = \omega_b^0, \Omega_+ = \omega_a^0$, можно сделать вывод, что знак «+» соответствует a -подобной моде, а знак «-» — b -подобной моде прецессии.

Учтем, что одна из намагниченностей инвертирована, в результате чего величина $4\gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z$ становится отрицательной и для достаточно высоких степеней поляризации спинов превосходит по абсолютному значению величину $(\omega_{ab}^0)^2$, т.е.

$$-4\gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z > (\omega_{ab}^0)^2. \tag{7}$$

Тогда для $\Omega_{a,b}$ имеем

$$\Omega_a = \Omega_G - i\Gamma_-, \quad \Omega_b = \Omega_G - i\Gamma_+, \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_G &= \frac{\omega_a^0 + \omega_b^0}{2}, \quad \Gamma_{\pm} = \frac{1}{T_2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_T^2 - (\omega_{ab}^0)^2}, \\ \omega_T^2 &= -\gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z. \end{aligned} \tag{9}$$

Таким образом, в условиях справедливости неравенства (7) система связанных намагниченностей характеризуется одной частотой Ω_G , причем, как будет показано ниже, на этой частоте система может излучать. Этот результат согласуется с полученной в [18] частотой генерации связанной системы «диполи и резонатор» с резонансными частотами соответственно ω_n и ω_c и временами затухания соответственно T_2 и τ_c

$$\Omega_G = \left(\frac{\omega_n}{2\tau_c} + \frac{\omega_c}{T_2} \right) \left(\frac{1}{2\tau_c} + \frac{1}{T_2} \right)^{-1},$$

$\Omega_G = (\omega_n + \omega_c)/2$ при $1/2\tau_c = 1/T_2$ (в нашей системе невзаимодействующие изотопы имеют одинаковые затухания).

Из выражений (8), (9) видно, что выполнение условия (7) приводит к тому, что вместо двух мод связанных осцилляторов с допороговыми частотами

$$(\omega_{a,b})_{b.th.} = \frac{\omega_a^0 + \omega_b^0}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_{ab}^0)^2 + 4\gamma_a\gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z} \quad (9')$$

и одинаковыми скоростями затухания T_2^{-1} (как было бы при неинвертированной намагниченности) следует «работать» с двумя векторами намагниченности, принадлежащими спином a и b , прецессирующими с одинаковыми частотами Ω_G и обладающими разными скоростями затухания Γ_{\pm} . Таким образом, если прецессия векторов намагниченности \mathbf{m}_a и \mathbf{m}_b спиновой системы, близкой к равновесию, есть суперпозиция двух прецессий с нормальными допороговыми частотами $(\omega_a)_{b.th.}$, $(\omega_b)_{b.th.}$ и одинаковыми скоростями затухания T_2^{-1} , то после перехода к состоянию с запасенной в одном инвертированном сорте спинов достаточно большой энергией (условие (7)) спиновая система описывается двумя векторами намагниченности, \mathbf{m}_a и \mathbf{m}_b , с одной частотой и с разными скоростями затухания. Таким образом, мы выяснили, что при $\omega_{ab}^0 > 0$ и выполнении (7) эволюция спинов с меньшей парциальной частотой (b -спинов) происходит с затуханием Γ_+ , а эволюция спинов с большей парциальной частотой (a -спинов) происходит с затуханием Γ_- , т. е. b -спинов являются более быстро затухающими, а a -спинов — более медленно затухающими¹⁾.

Чтобы исследовать переходные процессы, которые описываются нелинейными дифференциальными уравнениями (2), будем искать их решение методом медленно меняющихся амплитуд [21] (при этом используем тот факт, что временная постоянная изменения амплитуд гораздо больше периода прецессии). Как и в описании этого метода [21], будем исходить из двух уравнений второго порядка для m_a^x и m_b^x без учета затухания, которое уже учтено в спектре (6), и двух уравнений первого порядка для m_a^z , m_b^z . Решение этих уравнений будем искать в виде

$$m_a^x = \frac{\tilde{m}_a^x(t)}{2} \exp[-i(\Omega_G - i\Gamma_-)t] + \text{с.с.}, \quad m_b^x = \frac{\tilde{m}_b^x(t)}{2} \exp[-i(\Omega_G - i\Gamma_+)t] + \text{с.с.}, \quad (10)$$

где $\tilde{m}_{a,b}^x(t)$ — комплексные медленно меняющиеся амплитуды. Учитывая, что условием медленности изменения амплитуд являются неравенства $|\ddot{\tilde{m}}_{a,b}^x| \ll \Omega_G |\dot{\tilde{m}}_{a,b}^x|$, для

¹⁾ Следует ожидать, что аналогичный сдвиг времен релаксации будет наблюдаться и в случае взаимодействия спинов с резонатором. Действительно, сдвиг времени спин-спиновой релаксации в процессе сверхизлучения при больших ядерных поляризациях наблюдался в работах [8, 19, 20].

медленно меняющихся амплитуд получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{m}}_a^x &= i \frac{\omega_{ab}^0}{2} \tilde{m}_a^x - \Gamma_- \tilde{m}_a^x - i \gamma_a J_0 m_a^z \tilde{m}_b^x \exp [(\Gamma_- - \Gamma_+)t], \\ \dot{\tilde{m}}_b^x &= -i \frac{\omega_{ab}^0}{2} \tilde{m}_b^x - \Gamma_+ \tilde{m}_b^x - i \gamma_b J_0 m_b^z \tilde{m}_a^x \exp [(\Gamma_+ - \Gamma_-)t]. \end{aligned} \quad (11)$$

Запишем также уравнения для $\dot{\tilde{m}}_a^z, \dot{\tilde{m}}_b^z$ в виде

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{m}}_a^z &= \frac{\gamma_a J_0 i}{2} \left[(\tilde{m}_a^x)^* \tilde{m}_b^x - \tilde{m}_a^x (\tilde{m}_b^x)^* \right], \\ \dot{\tilde{m}}_b^z &= \frac{\gamma_b J_0 i}{2} \left[(\tilde{m}_a^x)^* \tilde{m}_b^x - \tilde{m}_a^x (\tilde{m}_b^x)^* \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Если выполняется условие $\Gamma_+ \gg \Gamma_-$, можно сказать, что быстро затухающие b -спины приспосабливаются к эволюции более медленно затухающих a -спинов, поэтому можно адиабатически исключить эволюцию b -спинов, для чего нужно приравнять производную x -компоненты намагниченности b -спинов к нулю:

$$\dot{\tilde{m}}_b^x = 0 \quad (13)$$

(по терминологии Хакена [22] здесь использован принцип подчинения). Это равенство влечет за собой условие $\dot{\tilde{m}}_b^z = 0$, т. е. $m_b^z = m_{b0}^z$, а с учетом (11) из (13) следует, что

$$\tilde{m}_b^x = \frac{\gamma_b J_0 m_b^z}{-\omega_{ab}^0/2 + i\Gamma_+} \tilde{m}_a^x \exp [(\Gamma_+ - \Gamma_-)t]. \quad (14)$$

Это равенство играет роль коэффициента усиления комплексной амплитуды прецессии b -спинов по отношению к амплитуде прецессии a -спинов. Будем считать, что $m_{b0}^z > 0$, $m_{a0}^z = -|m_{a0}^z| < 0$. Действительно, если b -спины совершают быстрые движения, не воспринимаемые a -спинами, то b -спины самостоятельно не эволюционируют. Тогда только a -спины могут отдать запасенную энергию в процессе поворота вектора намагниченности. Следовательно, в данном случае инвертированы должны быть именно они. Подставляя в (7) частоты (2'), легко видеть, что неравенство (7) выполнимо при $m_{a0}^z < 0$ лишь при отрицательных J_0 (отметим, что в большинстве металлов $J_0 < 0$). Подставим (14) в первое уравнение (11) и запишем комплексные амплитуды $\tilde{m}_{a,b}^x$ в виде произведения действительной амплитуды и фазового множителя:

$$\tilde{m}_a^x = a(t) \exp [i\varphi(t)], \quad \tilde{m}_b^x = ib(t) \exp [i\psi(t)].$$

Тогда

$$\dot{a} + i\dot{\varphi}a = i \left(\frac{\omega_{ab}^0}{2} + i\Gamma_- \right) a + \frac{i\gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{b0}^z}{(\omega_{ab}^0/2)^2 + \Gamma_+^2} \left(\frac{\omega_{ab}^0}{2} + i\Gamma_+ \right) m_a^z a. \quad (15)$$

Разделяя действительную и мнимую части уравнения (15) получаем

$$\dot{a} = -\Gamma_- a - \frac{1}{T_R} \frac{m_a^z a}{|m_{a0}^z|}, \quad (16)$$

$$\dot{m}_a^z = \frac{1}{T_R} \frac{a^2}{|m_{a0}^z|}, \quad (17)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_{ab}^0}{2} \left(1 + \frac{1}{T_R \Gamma_+} \frac{m_a^z}{|m_{a0}^z|} \right), \quad (18)$$

где величина

$$\frac{1}{T_R} = \frac{\gamma_a \gamma_b J_0^2 |m_{a0}^z| |m_{b0}^z|}{(\omega_{ab}^0/2)^2 + \Gamma_+^2} \Gamma_+ \quad (19)$$

аналогична обратному времени радиационного затухания в задаче о взаимодействии спинов с резонатором [23]. Учтем, что фаза $\varphi(t)$ должна мало меняться за время, обратное величине Γ_+ , т.е. $\dot{\varphi} \Gamma_+^{-1} \ll 1$. Как следует из (18), это неравенство выполняется, если $\omega_{ab}^0/2\Gamma_+ \ll 1$. Таким образом, уравнения (16)–(18) справедливы, если в системе двух сортов частиц имеются два малых параметра

$$\frac{|\Gamma_-|}{\Gamma_+} \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{\omega_{ab}^0}{2\Gamma_+} \ll 1. \quad (20)$$

Интересно отметить, что отделение общей прецессии частиц на средней частоте привело к пропорциональности скорости изменения фазы прецессии разности парциальных зеемановских частот.

Оценим величину сдвига фаз прецессии изотопов. Сравним отношение

$$\frac{\tilde{m}_a^x}{\tilde{m}_b^x} = \frac{a}{b} e^{i\delta}, \quad \delta = \varphi - \vartheta - \frac{\pi}{2}$$

с (14), найдем необходимые для дальнейших расчетов величины:

$$\cos^2 \delta = \frac{4\Gamma_+^2}{(\omega_{ab}^0)^2 + 4\Gamma_+^2}, \quad (21)$$

$$\text{tg } \delta = \frac{\omega_{ab}^0}{2\Gamma_+}. \quad (22)$$

Подводя итог данного раздела, отметим, что здесь при ограничениях (20) осуществлен переход в описании движения двух изотопических намагниченностей от шести дифференциальных уравнений первого порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка и выражению (18) для недостающей медленной переменной φ .

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЦИИ ОБМЕННО-СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ НЕЭКВИВАЛЕНТНЫХ СПИНОВ

Решение системы уравнений (16), (17) не представляет труда, поскольку оно аналогично решению системы уравнений для спинов, связанных с резонатором при условии $\tau_c \ll T_2$, где τ_c — время звона РЧ контура [9]. Для получения этого решения рассмотрим сначала начальный этап временного развития намагниченности \mathbf{m}_a , когда $m_a^z \approx -|m_{a0}^z|$. Тогда

$$\dot{a} \approx \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) a,$$

откуда следует условие нарастания a

$$\frac{1}{T_R} - \Gamma_- > 0. \quad (23)$$

Следует учесть, что значение Γ_- может быть как положительным, так и отрицательным. При отрицательном Γ_- неравенство (23) выполняется автоматически. Поэтому рассмотрим случаи $\Gamma_- > 0$ и $\Gamma_- < 0$ по отдельности. Сначала предположим, что $\Gamma_- > 0$; последнее условие обеспечивается такими значениями намагниченностей, что

$$\omega_T^2 \leq \left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2.$$

Условие осуществления генерации имеет вид

$$\frac{1}{T_R} \geq \Gamma_-, \quad (24)$$

где равенство соответствует порогу. Записав (24) в явном виде, учтем медленность изменения фазы, $(\omega_{ab}^0/2)^2 \ll \Gamma_+^2$, и получим порог реализации генерации в виде

$$\omega_T^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2 \right]. \quad (25)$$

Следует отметить, что при выполнении (25) автоматически следует неравенство

$$\frac{1}{T_2} < 2 \sqrt{\left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \gamma_a \gamma_b J_0^2 m_{a0}^z m_{b0}^z},$$

которое гарантирует разрешенность равновесных линий (9'), принадлежащих разным изотопам (выполнение этого условия необходимо, чтобы можно было избирательно инвертировать одну линию).

Если же

$$\omega_T^2 > \left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2,$$

то $\Gamma_- < 0$ и, как было отмечено выше, условие нарастания амплитуды a выполняется автоматически. Однако при больших отрицательных Γ_- перестает выполняться условие расталкивания скоростей затухания ($\Gamma_+ \gg |\Gamma_-|$). Поэтому окончательный вывод является следующим: генерация в переходном режиме может осуществляться при таких начальных значениях намагниченностей, что ω_T^2 попадает в интервал

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2 \right] \leq \omega_T^2 \leq \left(\frac{\omega_{ab}^0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2,$$

т. е. наиболее благоприятным является лишь немного большее, чем двукратное, превышение над порогом.

Сравнивая полученный результат с картиной сверхизлучения в системе спинов, связанных с резонатором, можно сказать, что теперь один сорт спинов играет роль резонатора по отношению к другому. Из уравнений (16), (17) следует, что здесь роль поля в резонаторе [9] по отношению к a -спинам играет внутреннее поле от b -спинов $|\tilde{h}_{mol}| = |2J_0 \tilde{m}_b^x|$. Как и в [9], это поле, согласно (14), пропорционально \tilde{m}_a^x и приводит

к повороту вектора намагниченности a -спинов, в процессе которого имеет место лавинообразное нарастание величины $|\tilde{m}_a^z|$. Однако имеются и существенные различия: это поле не подчиняется уравнениям Максвелла в резонаторе, а обусловлено исключительно взаимодействием спинов, далее, если в случае спинов, связанных с резонатором, выделение быстрозатухающего осциллятора происходит на основе соотношений $\tau_c \ll T_2$ или $\tau_c \gg T_2$, в которых фигурируют времена затухания несвязанных осцилляторов [9, 18, 24], то в случае двух сортов спинов соответствующие скорости затухания в несвязанном состоянии были равны, но из-за сильной связи одна скорость увеличилась, а другая уменьшилась.

Другое различие заключается в том, что если в случае системы «спины + резонатор» возможны два типа генерации: а) при $\tau_c \ll T_2$ — подобный генерации лазера на аммиаке [9, 18]; б) при $\tau_c \gg T_2$ — аналогичный генерации оптического лазера [18, 24], то в случае двух сортов спинов возможно осуществление лишь генерации «мазерного» типа. Это естественно, так как причиной исследуемого эффекта является спин-спиновое взаимодействие, обуславливающее когерентность. В случае же генерации «лазерного» типа медленные переменные развиваются на временах гораздо больших T_2 , когда действие спин-спиновых взаимодействий (как секулярных, так и несекулярных) давно окончилось.

При выполнении неравенства (23) решение системы (16), (17) имеет вид

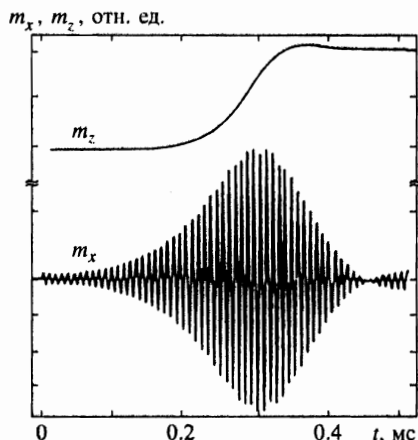
$$a = \pm |m_{a0}^z| (1 - T_R \Gamma_-) \operatorname{sech} \left[(1 - T_{Da}) \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right], \quad (26)$$

$$m_a^z = -|m_{a0}^z| T_R \Gamma_- + |m_{a0}^z| (1 - T_R \Gamma_-) \operatorname{th} \left[(t - T_{Da}) \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right], \quad (27)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_{ab}^0}{4T_R \Gamma_+} (1 - T_R \Gamma_-) \operatorname{th} \left[(t - T_{Da}) \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right]. \quad (28)$$

Таким образом, мы выяснили, что после адиабатического исключения (при $|\Gamma_-| \ll \ll \Gamma_+$ и $\omega_{ab}^0 \ll 2\Gamma_+$) эволюции более быстро затухающих спинов уравнения для медленно меняющихся амплитуд более медленно затухающих спинов описывают движение, подобное падению «перезаторможенного» маятника из верхнего неустойчивого состояния равновесия, только у нас намагниченность одного сорта спинов «падает» из инвертированного состояния по направлению к оси z . При подстановке этой медленно меняющейся амплитуды в (10) видно, что это «падение» наложено на прецессию с частотой $\Omega_G + \dot{\varphi}$ — частотой генерации, где сдвиг частоты генерации $\dot{\varphi}$ определяется разностью парциальных частот ω_{ab}^0 .

Знак величины a в (26) определяется знаком начального значения $a(0)$. Начальные значения поперечных намагниченностей обусловлены условиями получения инвертированной намагниченности (накачки). В случае спинов, взаимодействующих с резонатором, начальное отрицательное значение продольной намагниченности спинов создавалось методом динамического охлаждения [6–8]. Источником отличного от нуля «затравочного» начального значения поперечной намагниченности в этом случае могли служить лишь найквистовские шумы в РЧ контуре (как показано в [25], они гораздо эффективнее, чем спонтанная эмиссия на радиочастоте). В рассматриваемой задаче получения генерации от двух сортов обменно-связанных спинов приблизительно антипараллельные значения намагниченностей могут быть достигнуты, к примеру, приложением когерентных импульсов. При этом угол поворота намагниченности a -спинов



должен быть близок, но не равен π , а второй намагниченности — близок к нулю. Такими значениями углов обеспечатся отличные от нуля начальные значения поперечных намагниченностей. Выражение (26) описывают импульс нарастания $|a|$ с острым максимумом во времени с характерной для сверхизлучения *sech*-образной формой. Максимальное значение $|a|$ достигается при $t = T_{Da}$, момент $t = 0$ соответствует достижению порога генерации, T_{Da} называется временем задержки, и его величина может быть оценена из начального условия

$$|a(0)| = |m_{a0}^z| (1 - T_R \Gamma_-) \operatorname{sech} \left[T_{Da} \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right]. \quad (29)$$

Будем считать (по аналогии с обычным сверхизлучением [8–10]), что выполняется неравенство $T_{Da} \gg T_R$, тогда можно заменить гиперболический косинус экспонентой и получить оценку

$$T_{Da} \approx \frac{T_R}{1 - T_R \Gamma_-} \ln \left[\left| \frac{m_{a0}^z}{a(0)} \right| (1 - T_R \Gamma_-) \right]. \quad (30)$$

Отметим, что в работе [4] импульс поперечной намагниченности m_x *sech*-образной формы (см. рисунок) был получен компьютерным моделированием развития намагниченностей двух изотопов *Cu*, после того как изотоп ^{65}Cu , обладающий большим гироманнитным отношением, был «отклонен» на 179° , а изотоп ^{63}Cu — на 1° относительно оси z . При данном рассмотрении наша модель приводит к такому же выводу.

Описанное выше сверхизлучение может быть наблюдеено по возникновению напряжения на концах катушки регистрирующего РЧ контура. В случае, когда контур настроен точно на частоту генерации, величина этого напряжения равна [9]

$$U = -\eta_0 \mu_0 S N Q (\dot{m}_a^x + \dot{m}_b^x), \quad (31)$$

где η_0 — коэффициент заполнения катушки образцом, N — число витков катушки, S — площадь ее поперечного сечения, Q — добротность РЧ контура, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Подставляя значения $\dot{m}_b^x = 0$, $m_a^x = a \cos[\Omega_G t + \varphi(t)]$, получаем для огибающей сигнала сверхизлучения величину

$$|U_{SR}^{env}| = \eta_0 \mu_0 S N Q (\Omega_G + \dot{\varphi}) |m_{a0}^z| (1 - T_R \Gamma_-) \operatorname{sech} \left[(t - T_R \Gamma_-) \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right]. \quad (32)$$

Из (32) видно, что реально система должна генерировать на частоте $\Omega_G + \dot{\varphi}$, где сдвиг частоты определен в (28). Вычисляя с помощью (32) ширину на полувысоте импульса нарастания сигнала сверхизлучения, получаем

$$\Delta t_{SR} \approx \frac{T_R \ln(2 + \sqrt{3})}{1 - T_R \Gamma_-}. \quad (33)$$

Интенсивность генерации получим, найдя взятую с обратным знаком скорость изменения зеемановской энергии прецессирующих с частотой Ω_G и эволюционирующих согласно уравнению (17) a -спинов:

$$I_{SR} = \frac{\Omega_G}{\gamma_a} \dot{m}_a^z V, \quad (34)$$

где V — объем образца. Подставляя в (34) правую часть (17) с известным значением действительной амплитуды a (26), получаем

$$I_{SR} = \frac{\Omega_G V |m_{a0}^z|}{\gamma_a T_R} (1 - T_R \Gamma_-)^2 \operatorname{sech}^2 \left[(t - T_{Db}) \left(\frac{1}{T_R} - \Gamma_- \right) \right]. \quad (35)$$

Выясним теперь зависимость параметров исследуемой генерации от числа излучателей. Для этого прежде всего подставим в выражение (19) значения J_0^2 , $m_{a0}^z = \gamma_a \hbar n x_a p_{a0} I$ и $m_{b0}^z = \gamma_b \hbar n x_b p_{b0} I$, где x_a и x_b — относительные концентрации изотопов ($x_a + x_b = 1$), I — величина спина. В результате с учетом (20) получаем

$$\frac{1}{T_R} = z_n^2 \left(\frac{J}{\hbar} \right)^2 \alpha \Gamma_+^{-1}, \quad \alpha = x_a x_b p_{b0} |p_{a0}| I^2.$$

При достаточно малом значении $T_R \Gamma_-$ (условие малости см. ниже) и при $t = T_{Da}$ для интенсивности сверхизлучения имеем

$$I_{SR} = \frac{\hbar N_{sp} x_a |p_{a0}| I \Omega_G}{T_R} = \hbar N_{sp} \Omega_G x_a |p_{a0}| I \frac{\alpha z_n^2}{\Gamma_+} \left(\frac{J}{\hbar} \right)^2,$$

где N_{sp} — полное число спинов. Длительность излучения при этом составляет

$$\Delta t \approx \frac{\Gamma_+}{\alpha z_n^2 (J/\hbar)^2}.$$

Проводя аналогию с процессом сверхизлучения при том или ином способе дискриминации мод, отметим, что в последнем случае для сверхизлучения характерны зависимости $\Delta t_{SR} \propto n^{-1}$, $I_{SR} \propto N_{sp} n$, где n — концентрация активных частиц. Поскольку в рассматриваемом в данной статье случае обратная связь, необходимая для генерации, возникает благодаря короткодействующему двухчастичному взаимодействию, интенсивность исследуемого импульса пропорциональна $N_{sp} z_n^2$ вместо $N_{sp} n$ и, соответственно, его длительность обратно пропорциональна z_n^2 вместо n .

Как отмечалось в работах [8, 9], условием достаточной малости $T_R\Gamma_-$ можно считать двукратное превышение над порогом, т. е. $T_R\Gamma_- = 1/2$. Именно при значении произведения $|m_{a0}^z|m_{b0}^z$, обеспечивающем выполнение этого условия, имеем $\Gamma_- = 0$ и при большем значении этого произведения $\Gamma_- < 0$. Как раз при малых отрицательных значениях Γ_- исследуемая генерация является особенно ярко выраженной.

Все сказанное выше относилось к случаю $\omega_{ab}^0 > 0$. Если же $\omega_{ab}^0 < 0$, то это приводит к замене $\Gamma_+ \leftrightarrow \Gamma_-$, т. е. a -спины будут более быстро затухающими, чем b -спины. Поэтому генерация будет происходить, если в начальный момент инвертированы b -спины и степени поляризации обоих сортов спинов достаточно высоки (условие (7), естественно, остается в силе, однако теперь оно выполнимо для положительных J_0). Аналогично можно расцепить уравнения для намагниченностей, решить систему дифференциальных уравнений для b и m_b^z и записать соответствующие значения $\dot{\vartheta}$ и a . Все параметры сверхизлучения, т. е. формулы (30)–(35) останутся в силе с заменой индексов $a \leftrightarrow b$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе показано, что если в магнитном поле B_0 имеются два изотопа металла с гиромагнитными отношениями γ_a, γ_b , относительными концентрациями x_a, x_b и спинами I , причем каждый из спинов связан с ближайшими соседями другого сорта взаимодействием Рудермана–Киттеля с константой J и один из изотопов инвертирован, а величины поляризаций p_{a0} и p_{b0} удовлетворяют неравенству

$$4I^2 x_a x_b |p_{a0} p_{b0}| z_n^2 \left(\frac{J}{\hbar}\right)^2 > (\omega_{ab}^0)^2,$$

то

1) их спектр, состоявший в состоянии равновесия из двух частот (9'), сводится к одной частоте Ω_G (9);

2) их скорости затухания, в состоянии равновесия равные T_2^{-1} , становятся разными и равными Γ_{\pm} (9).

Если при этом система накачана выше порога, что означает выполнение неравенства

$$\frac{1}{2} [(\omega_{ab}^0)^2 + 4T_2^{-2}] \leq 4I^2 x_a x_b |p_{a0} p_{b0}| z_n^2 \left(\frac{J}{\hbar}\right)^2 \leq (\omega_{ab}^0)^2 + 4T_2^{-2},$$

причем при J меньшем нуля инвертированы спины с большей парциальной частотой и

$$(\omega_{ab}^0)^2 < 4T_2^{-2},$$

то

3) эта спин-система генерирует на частоте Ω_G импульс, который имеет почти все характерные черты сверхизлучения (время задержки, sech-образную форму, узкий сигнал ($\Delta t \ll T_D$)).

Имеются следующие различия зависимости интенсивности генерации от числа активных частиц увеличена в z_n^2 раз по сравнению со стационарным случаем, тогда как в случае обычного сверхизлучения имели увеличение в N_{sp} раз. Однако исходя из сказанного выше исследуемый переходный процесс генерации мы называем сверхизлучением.

Вычислены параметры указанного сверхизлучения (напряжение на концах приемной катушки, длительность импульса, интенсивность генерации).

Аналогичный подход может быть использован для получения сверхизлучения в любых связанных взаимодействием системах, состоящих из двух сортов частиц, без применения внешних резонаторов или дискриминации мод.

В заключение авторы выражают благодарность В. А. Ацаркину за обсуждение результатов работы и ценные замечания и Л. Л. Буишвили за критическое прочтение рукописи.

Литература

1. A. S. Oja, A. J. Annala, and Y. Takano, Phys. Rev. Lett. **65**, 1921 (1990).
2. P. J. Hakonen, K. K. Nummila, and R. T. Vuorinen, Phys. Rev. B **45**, 2196 (1992).
3. G. Eska and E. Schuberth, Jap. J. Appl. Phys. **26**, Suppl. **3**, 435 (1987).
4. G. Eska, in *Proceedings of a Conference on Quantum Fluids and Solids*, ed. by G. G. Ihas and Y. Takano, USA, Gainesville (1989), AIP Conf. Proc. № 194.
5. Shin-ichi Kuroda, M. Motokawa, and M. Date, J. Phys. Soc. Jap. **61**, 1036 (1992).
6. P. Bosiger, E. Brun, and D. Meier, Phys. Rev. A **18**, 671 (1978).
7. Ю. Ф. Киселев, А. Ф. Прудкогляд, А. С. Шумовский, В. И. Юкалов, ЖЭТФ **94**(2), 344 (1988).
8. Н. А. Бажанов, Д. С. Буляница, А. И. Зайцев и др., ЖЭТФ **97**, 1995 (1990).
9. Н. П. Фокина, К. О. Хуцишвили, С. Г. Чхаидзе, ЖЭТФ **102**, 1013 (1992).
10. А. В. Андреев, УФН **160**(12), 1 (1990).
11. R. H. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
12. N. Skribanovitz, I. P. Hermann, J. C. MacGillivray, and M. S. Feld, Phys. Rev. Lett. **30**, 309 (1973).
13. J. C. MacGillivray and M. S. Feld, Phys. Rev. A **14**, 1169 (1976).
14. R. Bonifacio and L. A. Lugiato, Phys. Rev. A **11**, 1507 (1975).
15. Ю. В. Набойкин, В. В. Самарцев, П. В. Зиновьев, Н. Б. Силаева, *Когерентная спектроскопия молекулярных кристаллов*, Наукова Думка, Киев (1986).
16. Ю. С. Каримов, И. Ф. Щеголев, ЖЭТФ **41**, 1082 (1961).
17. J. P. Estrom, J. F. Jacquinet, M. T. Laponen, J. K. Soini, and P. Kumar, Physica B **98**, 45 (1979).
18. Р. Пантел, Г. Путхоф, *Основы квантовой электроники*, Мир, Москва (1972).
19. L. Flepp, PhD Thesis, Zurich University (1991).
20. R. Badii, E. Brun, M. Finardi et al., Rev. Mod. Phys. **66**, 1389 (1994).
21. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Наука, Москва (1974).
22. Г. Хакен, *Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах*, Мир, Москва (1985).
23. Р. М. Померанцев, В. М. Рыжков, Г. В. Скродцкий, *Физические основы квантовой магнитометрии*, Наука, Москва (1972).
24. Н. П. Фокина, К. О. Хуцишвили, С. Г. Чхаидзе, А. В. Ломидзе, ФТТ **37**, 1910 (1995).
25. E. L. Hahn, T. Sleator, C. Hilbert, and J. Clark, Phys. Rev. Lett. **55**, 1742 (1985).