

О ПРЕДЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ ФЕРРОМАГНЕТИКА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ ОСИ ЛЕГКОГО НАМАГНИЧИВАНИЯ

Б. А. Иванов^а, Н. Е. Кулагин^б

^а Институт магнетизма Национальной академии наук Украины
252142, Киев, Украина

^б Гос. НИИ физических проблем радиоэлектроники
103416, Москва, Зеленоград, Россия

Поступила в редакцию 28 декабря 1996 г.

Построена теория динамики и торможения доменных стенок в ферромагнетиках при наличии магнитного поля, перпендикулярного оси легкого намагничивания (поперечного поля H_{\perp}) и при скоростях v до предельной скорости доменной стенки v_c . В рамках уравнения Ландау–Лифшица исследовано движение доменных стенок в бездиссипативном приближении и изменение характера поведения стенки при приближении ее скорости v к v_c . В рамках обобщенной теории релаксации вычислена действующая на доменную стенку сила вязкого трения и исследована зависимость скорости доменной стенки v от ведущего поля H_z . Проведенный нами расчет силы торможения показал, что вклады различных механизмов диссипации в силу трения имеют различную зависимость от скорости доменной стенки, что проявляется в виде зависимости $v = v(H_z)$. Формы кривых $v(H_z)$ при различных значениях поля H_{\perp} весьма существенно отличаются друг от друга. Развита нами теория позволяет описать результаты эксперимента, в частности, почти линейную зависимость $v = v(H_z)$ при малых H_{\perp} и сильно нелинейную при $H_{\perp} \sim H_a$, при том что эти данные не могут быть согласованы со стандартной теорией, базирующейся на релаксационном слагаемом типа Гильберта.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование движения доменных стенок в ферромагнетиках привлекает внимание как экспериментаторов, так и теоретиков. Эта задача интересна как пример реализации динамики существенно нелинейной волны поля намагниченности (магнитного солитона), а также важна для практических применений, см. обзорные работы [1–4]. С экспериментальной точки зрения представляют интерес два вопроса: чему равна предельная скорость доменной стенки и как выглядит зависимость скорости доменной стенки v от проекции поля на ось легкого намагничивания (ведущего поля H_z).

Структура плоской доменной стенки, движущейся с немалой скоростью v , определяется солитонным решением уравнения Ландау–Лифшица без диссипации вида $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\xi)$, $\xi = y - vt$, \mathbf{M} — вектор намагниченности ферромагнетика. Скорость доменной стенки v входит в уравнение для $\mathbf{M}(\xi)$ как параметр, и бифуркационное значение этого параметра v_c , такое что при $v > v_c$ решения типа доменной стенки не существуют, имеет смысл предельной скорости доменной стенки. Такое решение известно только для простейшей модели Уокера (см. [1–4] и ниже).

Торможение доменной стенки, которое определяет характер вынужденного движения доменной стенки под действием ведущего поля H_z , описывается релаксационными

слагаемыми в уравнении Ландау–Лифшица, анализ структуры которых только начинается (применение обычного релаксационного слагаемого в форме Гильберта приводит к ряду противоречий с экспериментом, см. обсуждение этого вопроса в [1, 2]). Для вычисления силы трения также необходимо знать вид функции $\mathbf{M}(\xi)$.

Особо важен анализ влияния внешнего магнитного поля, перпендикулярного оси легкого намагничивания ферромагнетика (поперечного поля \mathbf{H}_\perp). Прежде всего это связано с существенным увеличением значения v_c даже при не очень больших значениях поля, $4\pi M_0 \ll H_\perp \ll H_a$, где $H_\perp = |\mathbf{H}_\perp|$, $M_0 = |\mathbf{M}|$ — намагниченность насыщения, H_a — поле анизотропии, что отмечалось в монографии [2]. (Далее мы будем обсуждать только случай $q = H_a/4\pi M_0 \gg 1$, применимый, в частности, для материалов с цилиндрическими магнитными доменами, q — фактор качества этого материала.) В частности, авторы работы [5], исследовавшие динамику доменной стенки в связи с проблемой увеличения быстродействия магнитооптических модуляторов света, отмечали сильное увеличение скорости стенок при наличии поперечного поля \mathbf{H}_\perp . Увеличение предельной скорости стенок до значений порядка нескольких км/с при H_\perp порядка $0.7H_a$ наблюдалось авторами [6]. Существующие теории движения доменной стенки при наличии поперечного поля ограничиваются предельными случаями $H_\perp \ll H_a$, см. [2], или $H_\perp \rightarrow H_a$ [7–9]. При этом отмечалось [9], что предельная скорость определяется различными механизмами при больших и малых значениях поля. В частности, при увеличении поля скорость v_c растет при $H_\perp \ll H_a$ и убывает при $H_\perp \approx H_a$. Торможение доменной стенки исследовалось в пределе малых скоростей [8–12], авторы [12] отмечали количественное согласие полученных ими экспериментальных данных о зависимости подвижности доменной стенки от H_\perp с расчетами, проведенными в работах [8–10].

Построенная в настоящей работе теория описывает динамику и торможение доменной стенки при произвольных значениях поперечного поля и при скоростях v до v_c . В разд. 2 описана используемая модель. Далее исследовано движение доменной стенки в бездиссипативном приближении и показано, что при увеличении поля происходит изменение характера поведения стенки при приближении ее скорости v к v_c . В разд. 3 построено приближенное решение, позволяющее описать динамику доменной стенки при не очень больших полях, реально, до $0.6H_a$, в разд. 4 численно и аналитически исследовался случай сильных полей. В разд. 5 на основе полученного выше распределения намагниченности в движущейся доменной стенке в рамках обобщенной теории релаксации вычислена сила вязкого трения, действующая на стенку. Расчет силы торможения показал, что вклады различных механизмов диссипации в силу трения имеют различную зависимость от скорости доменной стенки, что проявляется в виде зависимости $v = v(H_z)$. Формы кривых $v(H_z)$ при различных значениях поля H_\perp весьма существенно отличаются друг от друга. В заключительном разделе показано, что развитая нами теория позволяет описать результаты эксперимента [6], в частности, почти линейную зависимость $v = v(H_z)$ при малых H_\perp и сильно нелинейную при $H_\perp \sim H_a$.

2. МОДЕЛЬ

Запишем уравнение Ландау–Лифшица для вектора намагниченности ферромагнетика \mathbf{M} в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M}, \mathbf{F}] + \mathbf{R}, \quad (1)$$

где g — гиромагнитное отношение, $\mathbf{F} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$ — эффективное поле ферромагнетика, $W = W\{\mathbf{M}\}$ — его энергия, записанная в виде функционала от вектора намагниченности, см. [1–4], \mathbf{R} — релаксационное слагаемое, структуру которого мы обсудим ниже в разд. 5. Будем исходить из выражения вида

$$W\{\mathbf{M}\} = \int dr \left\{ \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{M})^2 + w(\mathbf{M}) \right\}, \quad (2)$$

где α — константа неоднородного обмена, $w(\mathbf{M})$ — энергия релятивистских взаимодействий, включающая энергию анизотропии, внешнего и размагничивающего полей. Если диссипация слабая, т. е. мала соответствующая безразмерная константа релаксации, структуру доменной стенки можно искать на основе бездиссипативного приближения (при $\mathbf{R} = 0$). В этом случае удобнее исходить из уравнения для единичного вектора $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$, записанного в угловых переменных,

$$m_z = \cos \theta, \quad m_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad m_y = \sin \theta \sin \varphi. \quad (3)$$

Уравнение для переменных θ и φ можно представить в обычном виде

$$gM_0 \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \nabla^2 \theta - \alpha (\nabla \theta)^2 \sin \theta \cos \theta - \frac{\partial w}{\partial \theta},$$

$$gM_0 \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\alpha \nabla (\sin^2 \theta \nabla \varphi) + \frac{\partial w}{\partial \varphi}.$$

Запишем энергию релятивистских взаимодействий, включающую энергию во внешнем поперечном магнитном поле, в виде

$$w = \frac{M_0^2}{2} \beta \sin^2 \theta (1 + \rho \sin^2 \varphi) - h \beta M_0^2 \sin \theta \cos \varphi, \quad (4)$$

характерном для ромбического ферромагнетика с осями x, y, z вдоль главных осей, β и $\rho \beta$ — константы анизотропии. Пусть $\beta > 0$, $\rho > 0$, в этом случае ось z является осью легкого намагничивания ферромагнетика, а ось y — наиболее трудной осью. Мы считаем, что поперечное поле \mathbf{H}_\perp направлено вдоль промежуточной оси x , $h = H_\perp/H_a$, $H_a = \beta M_0$. Заметим, что это выражение используется и для одноосных ферромагнетиков при учете энергии размагничивающих полей в локальном (винтеровском) приближении, тогда $q = 1/\rho$ [2, 4]. Поскольку наша задача одномерная, винтеровское приближение адекватно. Далее мы иногда будем пренебрегать анизотропией в базисной плоскости, считая, что ρ не только значительно меньше единицы, но гораздо меньше h .

Уравнения для $\varphi = \varphi(\xi)$, $\theta = \theta(\xi)$ с учетом явного вида энергии w (4) легко представить в виде

$$\Delta^2 [\theta'' - (\theta')^2 \sin \theta \cos \theta] - \sin \theta \cos \theta (1 + \rho \sin^2 \varphi) + h \cos \theta \cos \varphi = \frac{v}{c} \varphi' \sin \theta, \quad (5)$$

$$\Delta^2 (\varphi' \sin^2 \theta)' - \sin \theta \sin \varphi [h + \rho \sin \theta \cos \varphi] = -\frac{v}{c} \theta' \sin \theta. \quad (6)$$

Здесь введены характерные значения толщины доменной стенки $\Delta = \sqrt{\alpha/\beta}$ и скорости $c = gM_0\sqrt{\alpha\beta}$. Величина c порядка фазовой скорости магнонов $v_{(+)}$ (см. ниже) и совпадает с $v_{(+)}$ и предельной скоростью доменной стенки v_c при $h \rightarrow 1$, штрихом обозначена производная по ξ , $\xi = y - vt$.

Важной характеристикой движущейся доменной стенки является зависимость ее энергии от скорости. Используя формулу (8) (см. ниже), можно представить выражение для энергии доменной стенки на единицу ее площади σ в следующем виде:

$$\sigma = 2M_0^2 \sqrt{\alpha\beta} I(v), \quad I(v) = \Delta \int_0^{+\infty} d\xi [(\theta')^2 + (\varphi')^2 \sin^2 \theta], \quad (7)$$

вид интеграла $I(v)$ (так же, как и интегралов $\eta_\alpha(v)$, описывающих коэффициенты нелинейного трения, см. ниже) определяется характером распределения намагниченности в доменной стенке.

Система уравнений (5), (6) соответствует динамической системе с двумя степенями свободы, для интегрируемости которой надо иметь два независимых первых интеграла. В общем случае произвольного ферромагнетика можно указать первый интеграл вида

$$\Delta^2 [(\theta')^2 + (\varphi')^2 \sin^2 \theta] - w(\theta, \varphi) = \text{const}. \quad (8)$$

Еще один первый интеграл построить не удастся, т. е. задача, вообще говоря, не является интегрируемой. Отметим, что для неподвижной стенки ряд примеров интегрируемых уравнений типа (5), (6) для различных видов энергии анизотропии были построены Елеонским и Кулагиным [13а]. Однако даже без учета «гироскопического» (пропорционального скорости v) члена в уравнении случай поперечного поля не относится к интегрируемым. Если же $v \neq 0$, то известен только один пример интегрируемого уравнения типа (5), (6), который отвечает случаю $h = 0$ (дополнительный к (8) первый интеграл при $h = 0$ был построен в работе [13б]). Как показал Уокер, см. обзоры [1, 3, 4], уравнение Ландау–Лифшица (5), (6) при $h = 0$ имеет точное решение вида $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$, $\theta = \theta(\xi)$, где

$$\cos \theta_0 = \pm \text{th} [\xi / \Delta(\varphi_0)], \quad \Delta(\varphi_0) = \Delta(1 + \rho \sin^2 \varphi_0)^{-1/2}. \quad (9)$$

Значение φ_0 определяется скоростью доменной стенки v в соответствии с уравнением (10) (см. ниже), которое имеет решение только при $v < v_W$, v_W называется уокеровским предельным значением (уокеровским пределом), $v_W = c(\sqrt{1 + \rho} - 1)$. При $\rho \ll 1$ значение $v_W \rightarrow gM_0(\rho/2)\sqrt{\alpha\beta}$ и мало по сравнению с введенной выше характерной скоростью $c = gM_0\sqrt{\alpha\beta}$. Величина v_W обращается в нуль при $\rho \rightarrow 0$. При $\rho \rightarrow 0$ изменением толщины доменной стенки можно пренебречь и считать, что величина $\Delta = \sqrt{\alpha/\beta}$.

Как отмечалось ранее [8, 9], при $\rho = 0$ решение может быть построено в двух предельных случаях: больших ($H_a - H_\perp \ll H_a$) и малых ($H_\perp \ll H_a$) значений поля. С учетом анизотропии в базисной плоскости для случая $H_\perp \ll \rho H_a$ также можно построить аналитическое решение (5), (6) по теории возмущений в виде разложения по параметру h/ρ . Однако мы не будем его обсуждать, так как достаточно полный анализ может быть проведен и в более общем случае $h \sim \rho$, но $h, \rho \ll 1$. Мы покажем также, что асимптотическое решение, полученное при $h \rightarrow 1$, применимо только в узком интервале значений поля. Численный анализ задачи, проведенный в широком интервале значений поля h , позволил представить общую картину поведения доменной стенки при произвольных полях. В двух следующих разделах мы начнем с обсуждения асимптотических закономерностей при больших и малых значениях поперечного поля H_\perp , анализируя численные данные и используя их для проверки сделанных приближений.

3. НЕДИССИПАТИВНАЯ ДИНАМИКА ДОМЕННОЙ СТЕНКИ. МАЛЫЕ ПОЛЯ

В случае малых полей можно воспользоваться близостью задачи к задаче Уокера и полагать, что при $\rho \ll 1$, $H_{\perp} \ll H_a$ значение φ не мало, но медленно изменяется в пространстве. Этот факт следует из анализа задачи, линеаризованной по φ и v , но может быть также проверен непосредственно при помощи уравнения (6). Анализ (5), (6) приводит к выводу, что если угол $\theta(\xi)$ изменяется на длине порядка $\Delta\xi \sim \Delta$, то угол $\varphi(\xi)$ — на гораздо большей длине $\Delta\xi \sim \Delta\sqrt{\beta/h}$. Поэтому в пределах доменной стенки (при $\xi \leq \Delta$) можно считать, что $\varphi(\xi) \approx \varphi_0 = \text{const}$ и не зависит от ξ . Значение φ_0 может быть найдено интегрированием уравнения (6) по ξ от $-\infty$ до ∞ . С учетом (7) и того, что при $h, \rho \ll 1$ величина $\varphi' \ll \theta'$ и $v_c \ll c$, легко получить связь

$$\frac{v}{c} = \left[\rho \cos \varphi_0 + \frac{\pi h}{2} \right] \sin \varphi_0. \quad (10)$$

Из формулы (10) легко видеть, что при $v = 0$ существуют две границы с $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi$ (мы не будем обсуждать решения с $\varphi_0 \neq 0, \pi$, которые существуют в менее интересном случае $h \leq 2\rho/\pi$ и соответствуют неустойчивым доменным стенкам типа Нееля). Доменной стенке с $\varphi_0 = 0$ или $\varphi_0 = \pi$ при $v = 0$ отвечает разворот намагниченности \mathbf{M} в плоскости zy , включающей ось анизотропии и направление \mathbf{H}_{\perp} , но в центре доменной стенки энергетически более выгодной ($\varphi_0 = 0$) \mathbf{M} параллельно \mathbf{H}_{\perp} , а менее выгодной ($\varphi_0 = \pi$) \mathbf{M} антипараллельно \mathbf{H}_{\perp} . С увеличением скорости значение угла $\varphi_0 = \varphi_0(v)$ в выгодной границе растет, а в невыгодной убывает. При значении $v = v_c$, которое определяется выражением

$$v_c = gM_0\sqrt{\alpha\beta} \left[\rho \cos \varphi_c + \frac{\pi h}{2} \right] \sin \varphi_c, \\ 4\rho \cos \varphi_c = -\frac{\pi h}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 + 8\rho^2}, \quad (11)$$

для обеих стенок $\varphi = \varphi_c$. Величина v_c играет роль предельной скорости стенки при $\rho, h \ll 1$. Анализ общего выражения (11) довольно громоздкий, и мы ограничимся обсуждением предельных по параметру h/ρ случаев. При $h/\rho \ll 1$ значение v_c совпадает с уокеровским пределом, а при $h/\rho \gg 1$ величина v_c линейно растет с увеличением поля H_{\perp} , см. рис. 1,

$$v_c = gM_0\sqrt{\alpha\beta} \frac{\pi H_{\perp}}{2H_a}, \quad h \gg \rho, \quad H_{\perp} \ll H_a. \quad (12)$$

При этом значение предельной скорости доменной стенки v_c превышает уокеровское предельное значение в $\pi H_{\perp}/\rho H_a$ раз. Линейная зависимость (12) хорошо описывает экспериментальное значение предельной скорости доменной стенки [6]. Как мы убедимся ниже, она справедлива в широком интервале полей до $H_{\perp} \leq 0.6H_a$, когда приближение $H_{\perp} \ll H_a$, сделанное при ее получении, заведомо несправедливо. Отметим, что уже при $H_{\perp} \ll H_a$ значение v_c (11) превышает бифуркционное значение $v_{(-)}$, при котором меняется характер особых точек динамической системы (5), (6) в четырехмерном фазовом пространстве $(\theta, \varphi, \theta', \varphi')$, отвечающей основному состоянию ферромагнетика: $\sin \theta = h$, $\varphi = 0$, $\theta' = 0$, $\varphi' = 0$ (см. работы [14]). В задаче Уокера эти

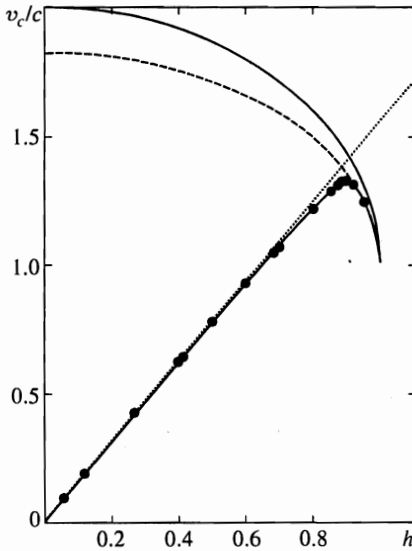


Рис. 1. Предельная скорость доменных стенок как функция поперечного поля $h = H_{\perp}/H_a$, точки — данные численного анализа, см. ниже. На этом же рисунке пунктирной линией изображена линейная зависимость, отвечающая низкополевой асимптотике (12), штриховой линией — корневая зависимость, соответствующая высокополевой асимптотике, см. ниже формулу (24). Верхняя сплошная линия — минимальная фазовая скорость спиновых волн $v_{(+)}$

величины совпали. Таким образом, в данном случае (слабое поперечное поле) мы имеем еще один пример того, как критерий поиска предельной скорости доменной стенки по бифуркациям особых точек дает неверный ответ для неинтегрируемых систем.

Для расчета зависимости энергии доменной стенки от ее скорости приближения $\varphi(\xi) = \varphi_0 = \text{const}$ недостаточно, так как для вычисления интеграла $I(v)$ надо учитывать реальное убывание $\varphi(\xi)$ на большом расстоянии от центра доменной стенки. Однако в линейном по ρ, h приближении задача может быть решена. С точностью до квадратичных членов по малым параметрам ρ и h можно опустить слагаемое с $(\varphi')^2$ и, используя (8), представить интеграл в виде

$$I(v) = 2\Delta \int_{\theta_0}^{\pi/2} \theta' d\theta,$$

где θ_0 — равновесное значение угла θ , величина $\theta_0 \sim h$. При вычислении интеграла рассмотрим две области: $\theta \gg \theta_0$ и $\theta - \theta_0 \leq \theta_0$.

Вклад второй области, как легко убедиться, пропорционален θ_0^2 , т. е. h^2 , и может быть опущен. В первой же области из (8) с точностью до h^2 следует, что

$$\Delta(\theta') = (\sin \theta - h \cos \varphi_0) \left(1 + \frac{\rho}{2} \sin^2 \varphi_0 \right).$$

С учетом этой формулы интеграл $I(v)$ вычисляется элементарно. В линейном приближении по ρ, h получается

$$I(v) = 1 + \frac{1}{2}(\rho \sin^2 \varphi_0 - \pi h \cos \varphi_0), \tag{13}$$

где значение φ_0 определяется скоростью доменной стенки согласно формуле (10). Зависимости $I(v)$ для различных соотношений между параметрами ρ и h имеют похожий

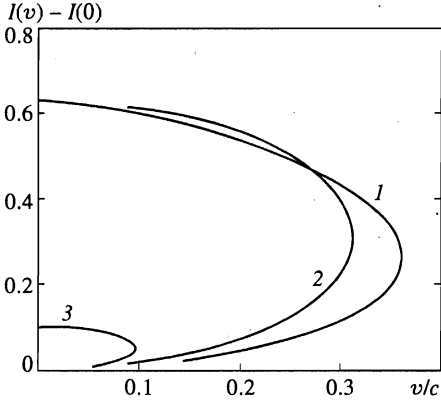


Рис. 2. Зависимости $I(v)$ при различных значениях параметров: кривая 1 — $h = 0.2, \rho = 0.2$; 2 — $h = 0.2, \rho = 0$; 3 — $h = 0, \rho = 0.2$

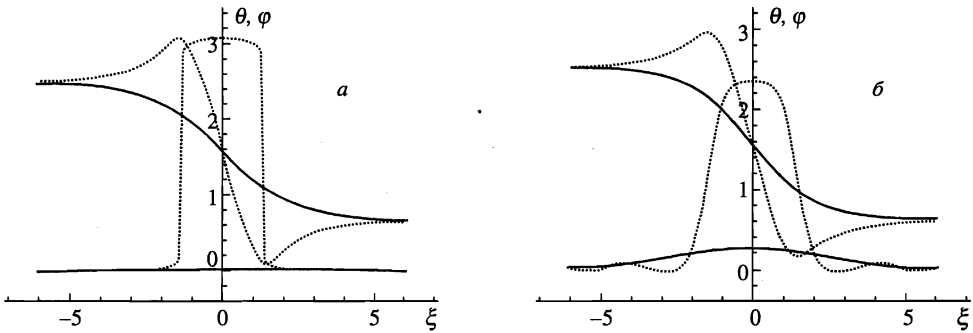


Рис. 3. Вид функций $\theta(\xi)$ и $\varphi(\xi)$ в доменной стенке, полученных численным интегрированием при $h = 0.6$ и различных значениях скорости доменных стенок: а — $v = 0.05c$, б — $v = 0.5c$. Сплошные и пунктирные линии соответствуют доменным стенкам с меньшей и большей энергией

вид, см. рис. 2. Они содержат нижнюю и верхнюю ветви, отвечающие доменной стенке с различными значениями угла φ , а именно, $0 < \varphi < \varphi_0$ и $\varphi_0 < \varphi < \pi$ соответственно.

Использованное выше приближение эквивалентно использованию уравнений Слончевского [2] при стационарном движении доменной стенки с немалой скоростью, которые адекватны только при $h, \rho \rightarrow 0$. В связи с этим неясно, почему эти результаты хорошо описывают экспериментальное значение предельной скорости до значения поля $h \sim 0.6$, когда приближение $h \ll 1$ заведомо не выполняется. Заметим также, что уже при $h \sim 0.3$ простые формулы для энергии доменной стенки типа (13) дают сильное расхождение с точными ответами. Для исследования этого вопроса мы провели численное интегрирование соответствующих уравнений (5), (6) при различных значениях поля h и скорости доменной стенки. Численное интегрирование показало, что условие $\varphi = \text{const}$ достаточно хорошо выполняется вблизи центра доменной стенки даже при не очень малых значениях поля и немалых скоростях, см. рис. 3. Поэтому для получения приближенных формул, справедливых при не очень малых значениях поля (h порядка 0.5–0.6), исследуем более подробно вид решения, которое может быть получено в приближении $\varphi = \text{const}$, не считая, что поле h мало.

В экспериментах обычно поле H_{\perp} велико по сравнению с полем анизотропии в базисной плоскости. Из рис. 2 видно, что если поле H_{\perp} порядка поля анизотропии в базисной плоскости ρH_a , то вклад h более существенный, чем вклад ρ . Это общее свойство при $h \geq \rho$, и далее мы будем рассматривать только случай $\rho = 0$. Распределение $\theta(\xi)$ может быть получено из формулы (8), которая в случае $\rho = 0$ принимает вид

$$\Delta^2 [(\theta')^2 + (\varphi')^2 \sin^2 \theta] - (\sin \theta - h \cos \varphi)^2 = 0.$$

Интегрирование этого выражения при $\varphi = \text{const}$ дает два возможных решения, одно описывается формулой

$$\text{tg} \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - h \cos \varphi_0}{1 + h \cos \varphi_0}} \text{th} \left(\frac{\xi \sqrt{1 - h^2 \cos^2 \varphi_0}}{2} \right), \quad u = \frac{\pi}{2} - \theta, \quad (14)$$

а второе получается из (14) заменой th на cth .

При $\varphi_0 = 0, \pi$ эти функции описывают точное распределение $\theta(\xi)$ в неподвижной стенке. Если $\varphi_0 = 0$, то нужно выбрать решение (14), тогда при $\xi \rightarrow \pm\infty$ величина $\theta \rightarrow \theta_0$ и $\theta \rightarrow \pi - \theta_0$. Для описания менее выгодной стенки с $\varphi_0 = \pi$ нужно выбрать второе решение, тогда при $\xi \rightarrow \pm\infty$ значения $\theta \rightarrow -\theta_0$ и $\theta \rightarrow \pi + \theta_0$. Здесь обозначено $\sin \theta_0 = h$. Хотя предельные при $\xi \rightarrow \pm\infty$ значения функций $\theta(\xi)$ для $\varphi_0 = \pi$ или $\varphi_0 = 0$ различаются, величины проекций намагниченности вдали от обеих доменных стенок одинаковы и отвечают двум возможным равновесным значениям намагниченности ферромагнетика, $m_z = \cos \theta = \pm \sqrt{1 - h^2}$, $m_x = \sin \theta \cos \varphi_0 = h$. Заметим, что решение при $\varphi_0 = \pi$ можно представить в другой, но эквивалентной форме, считая, что при $0 < \theta \leq \pi/2$ значение $\varphi_0 = \pi$ и функция $\theta(\xi)$ определяется соответствующим выражением, а при $\theta < 0$ заменить φ_0 на 0 и $\theta(\xi)$ на $-\theta(\xi)$ (при численном интегрировании обычно получается именно такая форма решения, см. рис. 3а). Поэтому при $v \neq 0$, т. е. произвольном значении φ_0 , формулу (14) можно рассматривать как хорошее приближение для распределения $\theta(\xi)$ вблизи центра доменной стенки.

Зависимость $I(v)$ может быть получена в явном виде при единственном предположении $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$. Эта зависимость имеет вид

$$I(v) = \sqrt{1 - h^2 \cos^2 \varphi_0} + h \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin(h \cos \varphi_0) \right] \cos \varphi_0, \quad (15)$$

где φ_0 определяется уравнением (11). При $\rho = 0$, $h \rightarrow 0$ это выражение переходит в полученную выше асимптотическую формулу (13), а при $\varphi = 0, \pi$ оно дает точные значения энергий неподвижных доменных стенок. Формула (15) при малых h неплохо описывает точную зависимость $I(v)$, полученную численно, при $h = 0.6$ отклонения при достаточно больших скоростях не превышают десяти процентов, при том что значения предельной скорости получается с точностью около процента, см. рис. 4.

Таким образом, мы приходим к выводу, что хотя для движущихся доменных стенок формулы (15) и (14) не могут быть строго обоснованы, они хорошо описывают как структуру, так и энергию доменной стенки (или ее коэффициент трения, см. ниже). Основной причиной этого является то, что в решении значение угла φ медленно изменяется вблизи центра доменной стенки. Этим объясняется тот факт, что низкополевая асимптотика для зависимости предельной скорости от поля хорошо описывает эксперимент и данные численных расчетов до значений $H_{\perp} \sim 0.6 H_a$.

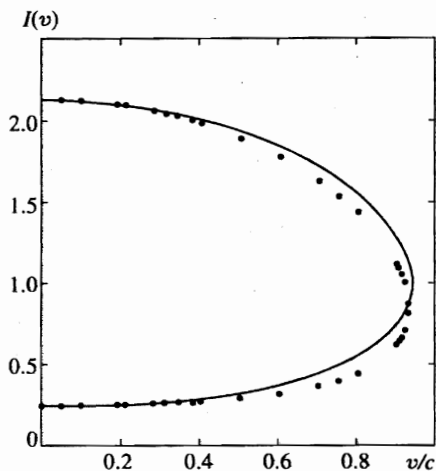


Рис. 4. Зависимость $I(v)$ при $h = 0.6$, сплошная кривая построена по формуле (15), точки — результат численного счета. Величина v_c/c равна 0.9302, по формуле (12) получается значение 0.9425

4. БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ ПРИ БОЛЬШИХ ПОЛЯХ

Анализ случая сильных полей начнем с предельного случая $H_a - H_{\perp} \ll H_a$. В этом предельном случае, который имеет смысл рассматривать при $\rho = 0$, значение угла $u = \pi/2 - \theta$ между намагниченностью в основном состоянии ферромагнетика и поперечным полем мало, $u = \pi/2 - \theta \leq u_0$, $u_0 = \sqrt{1 - h^2} \ll 1$. Следуя анализу [7], можно считать, что в доменной стенке величины u и φ малы, причем, как мы убедимся ниже, $\varphi \leq uu_0 \ll u$. С учетом этих малых параметров можно воспользоваться линеаризованной версией уравнения (6), а в (5) ограничиться простейшими (кубическими по u) нелинейными слагаемыми. Тогда эта система уравнений принимает вид

$$\Delta^2 \varphi'' - h\varphi = vu'/c, \quad (16)$$

$$\Delta^2 u'' + u(u_0^2 - u^2) = -v\varphi'/c. \quad (17)$$

Легко записать формальное решение уравнения (16) в виде

$$\varphi = -\frac{v}{c}(\mathbf{L})^{-1}u', \quad \mathbf{L} = h - \Delta^2 \frac{d^2}{d\xi^2}. \quad (18)$$

Применяя к обеим частям уравнения (17) оператор \mathbf{L} и учитывая (18), получаем дифференциальное уравнение четвертого порядка для u

$$\Delta^4 \frac{d^4 u}{d\xi^4} - \Delta^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{d^2 u}{d\xi^2} + \frac{1}{2}u(u^2 - u_0^2) = \frac{3}{2} \left[u^2 \frac{d^2 u}{d\xi^2} + 2u \left(\frac{du}{d\xi} \right)^2 \right], \quad (19)$$

где в каждом слагаемом оставлены лишь главные члены по u и u_0 .

Перейдем к анализу этого уравнения. Прежде всего заметим, что ширина доменной стенки велика по сравнению с величиной Δ , характерной для малых полей. Действительно, в силу (19) значение ширины доменной стенки по порядку величины равно $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}u_0\Delta$ или $u_0^{-1/2}\Delta$ соответственно при $1 - v^2/c^2 \gg u_0$ или $|1 - v^2/c^2| < u_0$

и отношение ширины доменной стенки при $h \rightarrow 1$ к ее ширине при $h \approx 0$ всегда содержит малый параметр $u_0 = \sqrt{2(1-h)}$ в отрицательной степени. Приведенные оценки масштаба градиентов в доменной стенке показывают, что слагаемые в правой части (16) малы при всех значениях скорости. Пренебрегая ими и вводя переменную $\psi = u/u_0$, зависящую от аргумента $\zeta = u_0^{1/4} \xi/\Delta$, представим это уравнение в универсальном виде, зависящем только от одного параметра A

$$2 \frac{d^4 \psi}{d\zeta^4} + A \frac{d^2 \psi}{d\zeta^2} + \psi(\psi^2 - 1) = 0, \quad A = \frac{v^2 - c^2}{2c^2 u_0}. \quad (20)$$

В этом приближении для $I(v)$ легко получить

$$I(v) = 2u_0^{5/2} J(A), \quad J(A) = \int_0^\infty (d\psi/d\zeta)^2 d\zeta. \quad (21)$$

В широком интервале скоростей от $v = 0$ до $v \sim c$, но $(1 - v^2/c^2) \gg u_0$, учет четвертой производной в (20) не существен, и мы приходим к лоренц-инвариантному уравнению модели φ^4 [7], которое в интересующем нас случае простой волны имеет вид

$$\Delta^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{d^2 u}{d\xi^2} - \frac{1}{2} u(u^2 - u_0^2) = 0. \quad (22)$$

На основе хорошо известного кинкового решения этого уравнения легко представить распределение намагниченности в движущейся доменной стенке

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \sqrt{1 - h^2} \operatorname{th} \left[\frac{y - vt}{\Delta(v)} \right], \quad \varphi = \frac{v(1-h)(c^2 - v^2)^{-1}}{\operatorname{ch}^2 [(y - vt)/\Delta(v)]}, \quad (23)$$

где $\Delta(v) = \Delta \sqrt{1 - h^2} / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ — толщина доменной стенки в данном приближении, т. е. при $(1 - v^2/c^2) \gg \sqrt{1 - h^2}$. Как легко видеть, условие $\varphi \ll \pi/2 - \theta \ll 1$ выполняется при $(1 - v^2/c^2) \gg \sqrt{1 - h^2}$. Из (23) следует, что с ростом скорости доменной стенки ее толщина $\Delta(v)$ испытывает лоренцевское сокращение и убывает до значений порядка $[\alpha^2/\beta^2(1-h)]^{1/4}$ при $(1 - v^2/c^2) \sim \sqrt{1 - h^2}$. В соответствии с лоренц-инвариантностью уравнения модели φ^4 (22) зависимость энергии доменной стенки от ее скорости определяется выражением

$$I(v) = \left(\sqrt{1 - h^2/3} \right) / \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad \text{при} \quad h \approx 1, \quad (1 - v^2/c^2) \gg \sqrt{1 - h^2}.$$

При $v \rightarrow c$ справедливость этих простых формул нарушается и необходим полный анализ уравнения четвертого порядка (20). К сожалению, его можно провести только численно. Но задача упрощается в силу того, что значение предельной скорости при $h \rightarrow 1$ близко к c и отличается от него на величину порядка $c\sqrt{1 - h^2}$. Можно ожидать, что величина v_c лежит в интервале между бифуркационными значениями $v_{(+)}$ и $v_{(-)}$, $v_{(\pm)} = c(1 \pm \sqrt{1 - h^2})$. Во всяком случае, она не может превышать фазовой скорости спиновых волн $v_{(+)}$. Поэтому достаточно исследовать численно уравнение четвертого порядка (20) при значениях параметра A в интервале от $A = 1$ до $A = -1$, что отвечает соответственно $v = v_{(+)}$ и $v = v_{(-)}$. В силу того, что уравнение (20) зависит от v и h

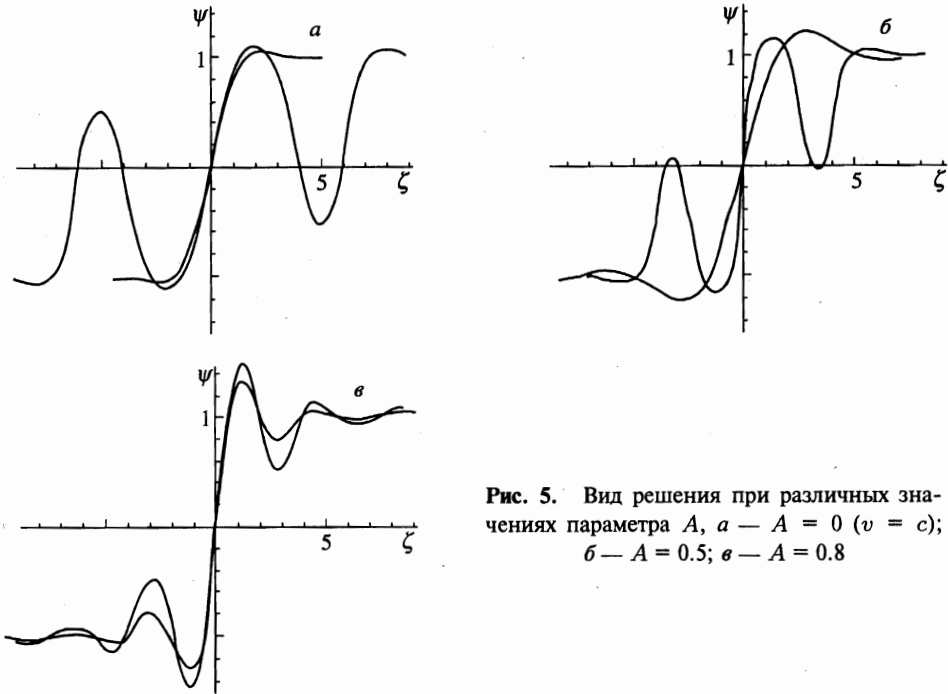


Рис. 5. Вид решения при различных значениях параметра A , a — $A = 0$ ($v = c$);
 $б$ — $A = 0.5$; $в$ — $A = 0.8$

только через универсальный параметр A , данные, полученные для одного значения A , определяют структуру доменной стенки при различных величинах v и поля H_{\perp} .

Численное интегрирование уравнения (20) показало, что при значениях $A < 0$ (т.е. $v \leq c$) существует только решение типа «обычной» доменной стенки, см., например, (23) с монотонным изменением угла θ . При $A > 0$ ($v > c$) асимптотика этого решения становится немонотонной. Эта немонотонность появляется в силу изменения характера особых точек, описывающих основное состояние ферромагнетика. В принципе она должна существовать при $A > -1$, т.е. $v > v_{(-)}$, но она может быть не очень сильно выраженной и не проявляется при конечных интервалах интегрирования. При $A > 0$ возникают также решения другого типа с большей энергией, которые при не очень больших значениях A могут быть представлены как кластер из пяти доменных стенок, см. рис. 5а. Заметим, что в данном случае, в отличие от случая доменной стенки с большей энергией при малых полях, имеется немонотонность в зависимостях компонент намагниченности от координаты. При увеличении A формы различных границ приближаются друг к другу (рис. 5б), и при критическом значении $A = A_c$ величина A_c лежит между 0.8229 и 0.8230, решения совпадают (рис. 5в). Такой сценарий реализации предельной скорости и решения типа кластеров доменной стенки или доменной стенки с осцилляциями характерны только для неинтегрируемых динамических систем и обсуждались в работах [9, 15, 16].

Таким образом, предельная скорость доменной стенки может быть найдена из условия $A = A_c$. Она определяется формулой

$$v_c = c(1 + A_c u_0) \simeq c(1 + 0.823\sqrt{1 - h^2}), \quad h \rightarrow 1, \quad (24)$$

и убывает с увеличением поля, см. выше рис. 1.

Для выяснения области применимости этих асимптотических зависимостей сравним их с результатами численного анализа уравнений Ландау–Лифшица при больших значениях поля h . Здесь ситуация оказалась не столь благоприятной, как для случая малых полей. Фактически, только при $h > 0.89$ зависимость $v_c(h)$ становится убывающей, а выход на асимптотику (24) происходит только при $h > 0.95$, см. выше рис. 1.

Полученные асимптотические зависимости предельной скорости доменной стенки от поперечного поля H_{\perp} демонстрируют различное поведение этой величины: линейный рост с ростом поля (12) при малых полях и корневое убывание (24) при больших. Как отмечалось, при этом ограничение скорости движения доменных стенок происходит за счет слияния нижней ветви с верхней при бифуркационном значении $v = v_c$. Но при малых и больших полях природа доменных стенок верхней и нижней ветвей различна. Как мы выяснили в предыдущих разделах, низкополевые и высокополевые асимптотики справедливы соответственно при $h < 0.6$ и $h > 0.95$. Возникает вопрос о том, каковы свойства доменных стенок в промежуточном интервале полей $0.6 < h < 0.9$ и как происходит переход от одного типа поведения к другому при увеличении поля. Хотя в общем случае в задаче нет какой-либо универсальности и необходимо исследовать решения, зависящие от двух параметров — v и h , мы покажем, что достаточно полная картина может быть представлена без особенно большого объема численного счета.

Как отмечалось выше, при малых полях существуют два типа стенок, для которых зависимость $I(v)$ описывается замкнутой кривой, содержащей две ветви — верхнюю и нижнюю, см. выше рис. 2, 4. На самом деле в неинтегрируемых системах существует последовательность таких кривых, лежащих одна над другой [16]. Верхним кривым отвечают решения типа кластеров доменных стенок, их энергии в несколько раз превышают энергии доменной стенки нижних кривых, поэтому они обычно не обсуждаются. Однако в нашем случае ситуация другая. Увеличение магнитного поля делает стенки с антипараллельной ориентацией \mathbf{H}_{\perp} и $\mathbf{M}(0)$, которые характерны для слабых полей, все менее выгодными энергетически. С другой стороны, поскольку с ростом поля амплитуда изменения намагниченности доменных стенок уменьшается, доменные стенки с осцилляциями становятся предпочтительными. Поэтому при увеличении поля верхняя ветвь «старой» кривой поднимается, а верхняя «новая» кривая опускается. При достаточно больших полях надо рассматривать все эти решения. В частности, при значении $h \geq 0.8$ кривые зависимости $I(v)$ для новых и старых решений пересекаются вблизи v_c , см. рис. 6а. В точках пересечения стенки, отвечающие двум различным кривым, сильно отличаются друг от друга, т.е. стенки различных типов не связаны друг с другом. Для «старых» решений характерно, что немонотонность функции $\theta(\xi)$ выражена слабо, а значение φ в центре доменной стенки, отвечающей верхней ветви, достаточно велико. «Новые» решения характеризуются большей немонотонностью функции $\theta(\xi)$.

При увеличении поля две верхние ветви зависимостей $I(v)$ приближаются друг к другу. При достижении характерного значения $h = h^* \approx 0.88$ они сливаются, см. рис. 6б, а затем кривые разрываются и ветви перезамыкаются так, что верхние и нижние ветви для обеих зависимостей взаимно «склеиваются». При дальнейшем увеличении поля кривые расходятся, вновь образовавшаяся верхняя кривая, в которой для обеих доменных стенок величина φ в центре стенки не мала, быстро уходит вверх, см. рис. 6в.

Продемонстрируем закономерности для значения $h = 0.88$, см. рис. 7. Две до-

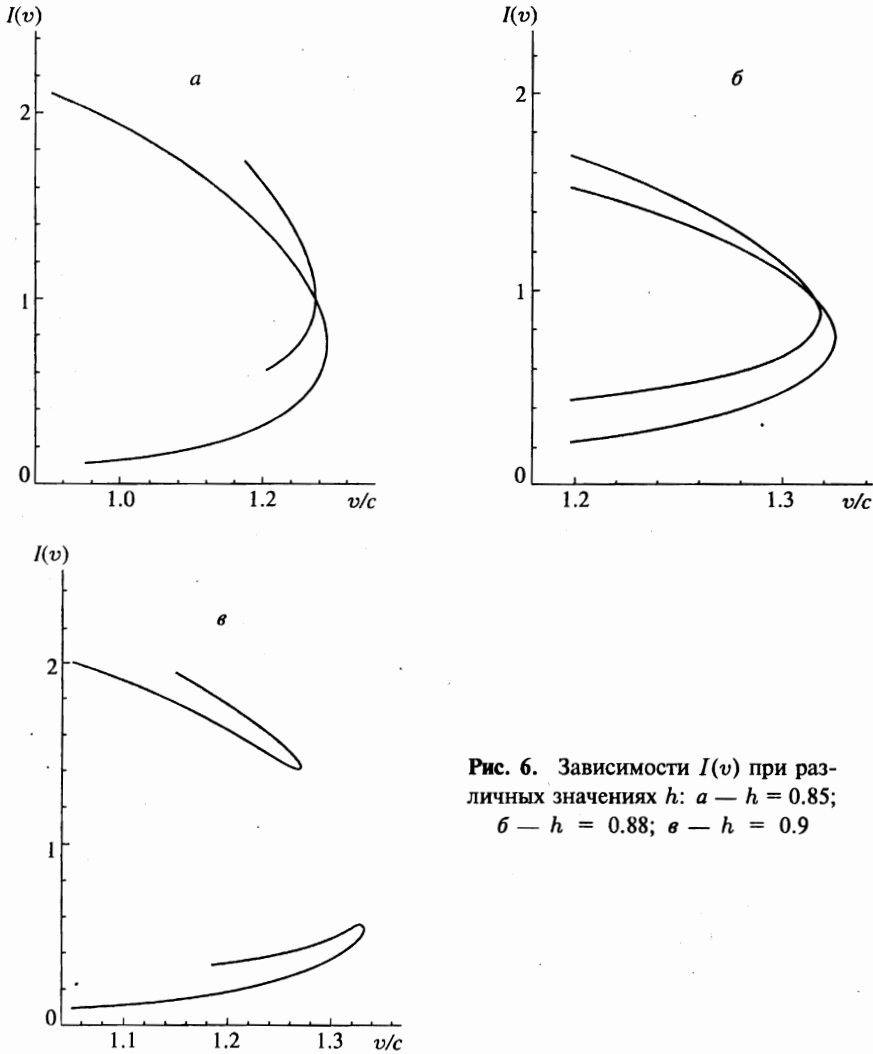


Рис. 6. Зависимости $I(v)$ при различных значениях h : $a - h = 0.85$; $б - h = 0.88$; $в - h = 0.9$

менные стенки с меньшей энергией, принадлежащие при $h < h^*$ разным ветвям, качественно похожи на доменные стенки, полученные в пределе больших полей (ср. рис. 7а и рис. 5 выше). В этих двух стенках значение угла φ относительно невелико, угол θ в доменной стенке с меньшей энергией практически монотонно зависит от координаты ξ , а в стенке с большей (в этой паре) энергией $\theta(\xi)$ сильно осциллирует, но в основном между значениями $\pi/2$ и θ_0 , т.е. нет больших отклонений «вниз». Для пары доменных стенок с большей энергией ситуация противоположная, они более похожи на доменные стенки при низких полях (ср. рис. 7б и рис. 3 выше). В этих двух доменных стенках значение угла φ велико, в центре обеих доменных стенок оно близко к $\pi/2$ и амплитуда изменения φ значительно превышает амплитуду изменения θ . В этих стенках наблюдается и резкий провал $\theta(\xi)$ при $\xi \leq \Delta$, причем в области этого провала значение φ обращается в нуль.

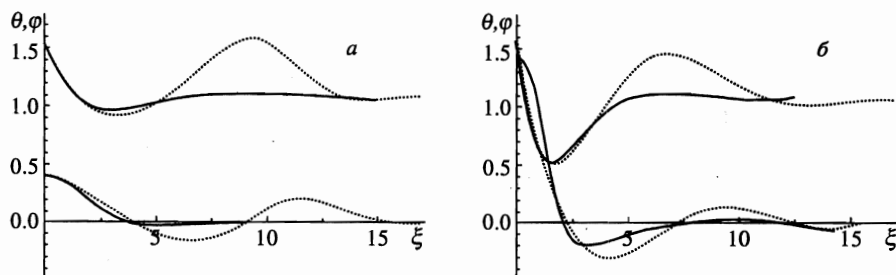


Рис. 7. Вид функций $\theta(\xi)$ и $\varphi(\xi)$ в доменной стенке, полученных численным интегрированием при $h = 0.88$ и $v = 1.2c$. Изображены только половины кривых, вторые половины легко могут быть восстановлены в соответствии с правилами $\theta(-\xi) = \pi - \theta(\xi)$, $\varphi(-\xi) = \varphi(\xi)$, см. выше рис. 3 и 5; рис. *a* отвечает паре доменных стенок с меньшей энергией, рис. *b* — с большей. На каждом рисунке сплошные и пунктирные линии отвечают доменным стенкам из данной пары соответственно с меньшей и большей энергией

Таким образом, четыре доменные стенки, наблюдающиеся в переходной области при $h \sim h^*$, качественно похожи на описанные выше «низкополевые» и «высокополевые» доменные стенки. Наименьшей энергией всегда обладает стенка с почти монотонным изменением θ и φ . Отличие случаев $h > h^*$ и $h < h^*$ состоит в том, что при относительно малых полях доменная стенка с монотонным изменением θ и φ относится к той же кривой и непрерывно переходит в низкополевую, а при больших — в высокополевую доменные стенки.

Таким образом, анализ уравнений Ландау–Лифшица показал адекватность полученных выше приближенных решений, относящихся к случаям больших и малых полей, но также позволил установить их область применимости. В общем случае $h \sim h^*$ и $v \leq v_c$ существуют четыре типа доменных стенок, приближенные решения описывают только те два из них, которые обладают меньшей энергией. Две стенки с большей энергией не проявляются при приближенных подходах по понятным причинам. При малых полях эти стенки характеризуются немонотонным изменением $\theta(\xi)$ и $\varphi(\xi)$ и заведомо не описываются пробной функцией типа $\varphi(\xi) \approx \varphi_0 = \text{const}$. При больших полях стенки с большей энергией не являются малоамплитудными.

Наличие нескольких типов доменных стенок делает актуальным вопрос об их устойчивости. Вероятно, что, как и для модели Уокера, см. [1, 4], устойчивой является только стенка с минимальной энергией. Более детальный анализ этой проблемы выходит за рамки этой работы.

5. ТОРМОЖЕНИЕ И ХАРАКТЕР ВЫНУЖДЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ДОМЕННЫХ СТенок

Вычисление силы торможения доменных стенок является частью важной проблемы физики магнетизма, а именно, проблемы релаксации элементарных возбуждений в магнетиках — как линейных (магноны), так и нелинейных, типа топологических солитонов, описывающих доменные стенки. Обычно торможение доменных стенок изучают на основе уравнения Ландау–Лифшица с релаксационным слагаемым в форме Гильберта. Однако это не всегда корректно, в частности, известно, что расчет декремента затухания магнонов $\gamma(k)$ на этой основе приводит к качественному противоречию с

экспериментом и результатами микроскопической теории.

При описании динамики доменных стенок важным параметром является сила вязкого трения f , которая действует на стенку, движущуюся со скоростью v , на единицу площади доменной стенки, $f = -\eta(v)v$, $\eta(v)$ имеет смысл нелинейного коэффициента вязкости. Расчет $\eta(v)$ для доменных стенок на основе уравнения Ландау–Лифшица со стандартным релаксационным слагаемым приводит к ряду противоречий с экспериментом (см. обсуждение этого вопроса в [2, 8, 17–19, 21]).

Барьяхтар [17, 18] предложил обобщенную феноменологическую теорию релаксации в ферромагнетиках, базирующуюся на учете динамической симметрии магнетиков. В этой теории вводятся релаксационные слагаемые различной природы (обменной и релятивистской), что в результате дает правильные выражения для зависимости декремента затухания магнонов $\gamma(k)$ от волнового вектора k и позволяет описать ряд экспериментов по динамике магнитных солитонов. Авторы [12] отмечали, что результаты их измерений зависимости подвижности доменной стенки от магнитного поля H_{\perp} , перпендикулярного оси легкого намагничивания, могут быть количественно описаны на основе этой теории (конкретный расчет коэффициента вязкости при малых скоростях был дан в [10]).

Обобщенная теория основана на уравнении Ландау–Лифшица для намагниченности (1) с релаксационным слагаемым в виде

$$\mathbf{R} = gM_0\Lambda\mathbf{F} - \lambda_e a^2 gM_0 \nabla^2 \mathbf{F}.$$

Здесь λ_e — обменная релаксационная константа, Λ — тензор релятивистских релаксационных констант, см. [17, 18] и ниже. Для ромбического ферромагнетика тензор Λ можно выбрать в диагональном виде, $\Lambda = \text{diag}(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$. Для одноосного ферромагнетика $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$, и при учете только собственных процессов релаксации в силу сохранения z -проекции суммарной намагниченности величина $\lambda_z = 0$ [18]. Если же учитывать примесную релаксацию, то тензор Λ для ферритов-гранатов имеет кубическую симметрию, т. е. $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$ [20]. При больших полях магнитная симметрия понижается, но мы для простоты ограничимся выбором тензора Λ в диагональном виде:

$$\Lambda = \lambda \text{diag}(1, 1, \varepsilon), \quad (25)$$

не конкретизируя пока значения константы ε .

Скорость диссипации энергии доменных стенок или коэффициент нелинейной вязкости непосредственно определяются диссипативной функцией

$$dE/dt = -2Q, \quad \eta(v) = 2Q/v^2.$$

Учитывая (1), можно записать диссипативную функцию ферромагнетика как функционал эффективного поля \mathbf{F} [17, 18]:

$$Q = \frac{1}{2} gM \int d\mathbf{r} \{ \lambda_{ik} F_i F_k + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{F})^2 \}. \quad (26)$$

Для анализа торможения доменной стенки надо записать диссипативную функцию Q через производную намагниченности по времени. Поэтому для вычисления $\eta(v)$ необходимо выразить \mathbf{F} через \mathbf{m} и его производные. Эффективное поле \mathbf{F} в силу (1) можно представить в виде двух слагаемых, соответственно перпендикулярного и параллельного

намагниченности. Значение параллельной компоненты F связано с изменением длины вектора намагниченности M , и в принципе не может быть найдено из уравнений Ландау–Лифшица без диссипации. Однако если считать, что (i) обменная релаксация достаточно мала ($\lambda_e \ll \lambda \Delta^2/a^2$), (ii) скорость доменной стенки меньше характерного значения v^* ($v \ll v^* = g\lambda M_0 \Delta/\chi$), где Δ — ширина доменной стенки, χ — продольная восприимчивость ферромагнетика (восприимчивость парапроцесса), то можно в явном виде записать диссипативную функцию в виде квадратичной формы от $\partial m_i/\partial t$, см. подробнее [21].

Обсудим реальность этих неравенств. Приближение (i) может быть реальным для широкого класса ферромагнетиков: слабоанизотропного железиттриевого граната, а также эпитаксиальных пленок ферритов-гранатов для устройств на цилиндрических магнитных доменах. Для этих материалов физическая причина малости различная: для железиттриевого граната дело в малости градиентов намагниченности в доменных стенках, для материалов на цилиндрических магнитных доменах — в том, что велика константа λ , см. [11, 19]. Что касается неравенства (ii), то значение v_c можно переписать в виде $v_c = c(\lambda/\beta\chi)[\Delta(h)/\Delta(0)]$. При малых h эта величина содержит отношение малых параметров λ и $\chi\beta$, и можно считать, что она порядка c , в то время как $v_c \ll c$. При больших $h \sim 1$ величина $v_c = c$, но правые части обоих неравенств содержат степени большого параметра $\Delta(h)/\Delta$. Поэтому можно считать, что оба неравенства не накладывают сильных ограничений на применимость развитой теории к реальным ферромагнетикам.

При выполнении двух указанных неравенств диссипативная функция может быть представлена в виде суммы трех слагаемых:

$$Q = Q_r + Q_e + Q_\chi, \tag{27}$$

каждое из которых допускает простую физическую интерпретацию. Учитывая, что $\eta_\alpha = Q_\alpha/v^2$ ($\alpha = r, e$ или χ), а в доменной стенке $\partial(\theta, \varphi)/\partial t = -v(\theta, \varphi)'$ (штрихом обозначена производная по ξ), приведем ниже выражения для вкладов этих трех слагаемых в коэффициенты вязкости $\eta_r, \eta_e, \eta_\chi$.

Величина η_r может быть интерпретирована как прямой вклад релятивистской релаксации. В угловых переменных для вектора намагниченности и при выборе тензора Λ в виде $\lambda \text{diag}(1, 1, \varepsilon)$ величину η_r можно привести к виду

$$\eta_r = \frac{\lambda M_0}{g} \int d\xi \left\{ (\theta')^2 + \sin^2 \theta \frac{\varepsilon}{\sin^2 \theta + \varepsilon \cos^2 \theta} (\varphi')^2 \right\}. \tag{28}$$

При $\varepsilon = 1$, когда $\lambda_{ik} = \lambda \delta_{ik}$, под интегралом стоит $(\theta')^2 + \sin^2 \theta (\varphi')^2$, и это выражение сводится к диссипативной функции в форме Гильберта.

Обменный вклад определяется выражением $\eta_e = (M_0 \lambda_e a^2/g) \int d\xi [m'', m]$. Его вид в угловых переменных достаточно громоздкий, он приведен во многих работах, и мы его не обсуждаем, см. [18, 21]. Наконец, третье слагаемое η_χ определяет вклад изменения длины вектора намагниченности в диссипацию солитона [19, 21]. Явное выражение для η_χ в нашей модели может быть записано в виде

$$\eta_\chi = \frac{M_0}{g} \frac{\beta^2 \chi^2}{\lambda} \int d\xi \left\{ \frac{1}{\sin^2 \theta + \varepsilon \cos^2 \theta} \right\} \left\{ [2 \sin^2 \theta (1 + \varepsilon \sin^2 \varphi) - 3h \sin \theta \cos \varphi]' \right\}^2. \tag{29}$$

Этот вклад отличен от нуля только при конечном значении продольной восприимчивости ферромагнетика χ . Роль «эффективной релаксационной константы» в этом члене играет величина $\beta^2 \chi^2 / \lambda$.

На основе этих обих выражений можно вычислить зависимости парциальных коэффициентов вязкости от скорости движения доменной стенки. Конкретные вычисления могут быть проведены аналитически в предельных случаях малых и больших полей, $h, \rho \ll 1$ и $h \sim 1$. Для точного анализа мы вычисляли $\eta_\alpha(v)$ на основе данных численного интегрирования полной системы уравнений Ландау-Лифшица. Если функция $\eta(v)$ найдена, то зависимость скорости вынужденного движения доменной стенки от ведущего поля H_z легко получается приравниванием силы трения силе магнитного давления, $v\eta(v) = H_z M_0 \cos \theta_0$. Решая это уравнение, легко построить зависимость $v = v(H_z)$ для различных значений параметров задачи.

В случае малых полей, $H < 0.5H_a$, интегралы вычисляются с помощью того же приема, что использовался выше при вычислении интеграла $I(v)$, см. формулы (13)–(15). Поскольку в случае $h \sim \rho$ вклад h более существенный, чем вклад ρ , приведем выражения при $\rho = 0$. После простых преобразований вклады всех трех механизмов можно представить в виде

$$\eta_r(v) = \frac{2\lambda M_0}{g\Delta} I_r(v), \quad \eta_e(v) = \frac{2\lambda_e a^2 M_0}{g\Delta^3} I_e(v), \quad \eta_\chi = \frac{2M_0 \beta^2 \chi^2}{g\lambda\Delta} I_\chi(v), \quad (30)$$

где $I_\alpha(v)$ — безразмерные функции типа (7). Коэффициенты η_r и η_e в выбранном приближении $\varphi = \text{const}$ не зависят от параметра ε в тензоре Λ , величина $I(v)$ совпадает с вычисленной выше, см. (13), (15). При $\varphi = \text{const}$ общая формула для вклада обменной релаксации приводится к виду

$$I_e(v) = \Delta^3 \int_0^\infty (\theta'')^2 d\xi, \quad \text{откуда} \quad I_e(v) = \frac{1}{3}(1 - h^2)^{3/2} - h \cos \varphi_0 \left[\frac{\pi}{2} - \theta_0 - h(1 - h^2)^{1/2} \right],$$

φ_0 определяется скоростью доменной стенки (см. (10) и ниже формулу (10')), $\sin \theta_0 = h$.

Что касается $I_\eta(v)$, то его вид существенно зависит от отношения λ и λ_z . В предельных случаях $\lambda_z \ll \lambda$ и $\lambda = \lambda_z$, что при малых полях можно ожидать при преобладании процессов соответственно собственной или примесной релаксаций

$$\begin{aligned} I_\chi(v, \varepsilon = 0) &= \frac{16}{3} c_0^3 - 20 \cos \varphi_0 (h u_0 - c_0) - 33 h^2 \cos^2 \varphi_0 \left[c_0 + \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \right] - \\ &\quad - 9 h^2 \cos^3 \varphi_0 (c_0 - h u_0), \\ I_\chi(v, \varepsilon = 1) &= \frac{16}{15} c_0^3 (5 - 3c_0^2) - 20 h \cos \varphi_0 [u_0 + h c_0 (2c_0^2 - 1)] + 11 c_0^3 h^2 \cos^2 \varphi_0 - \\ &\quad - \frac{9}{2} h^3 \cos^2 \varphi_0 (u_0 - h c_0), \end{aligned} \quad (31)$$

где обозначено $u_0 = \pi/2 - \theta_0$, $c_0 = \cos \theta_0 = (1 - h^2)^{1/2}$. При $h \rightarrow 0$ легко получается

$$I_\chi(v, \varepsilon = 0) = \frac{16}{3} \left(1 - \frac{15}{8} \pi h \cos \varphi_0 \right), \quad I_\chi(v, \varepsilon = 1) = \frac{32}{15} \left(1 - \frac{75}{64} \pi h \cos \varphi_0 \right),$$

и формулы для η_χ переходят в полученные ранее [8], а при $v \ll v_c$, когда $\varphi_0 = 0$, — в формулы для линейной подвижности доменной стенки [10].

Во все формулы (30), (31) скорость доменных стенок входит только через величину $\cos \varphi_0$, для которой в силу (10) легко получить

$$\cos \varphi_0 = \pm \sqrt{1 - v^2/v_c^2}, \quad (10')$$

где нижний знак отвечает устойчивой доменной стенке с $0 < \varphi_0 < \pi/2$, верхний знак — неустойчивой доменной стенке с $\pi/2 < \varphi_0 < \pi$. Эти зависимости $\eta_\alpha(v)$ от скорости v при $h < 0.5$ хорошо согласуются с данными численного расчета.

Нетрудно убедиться, что при $h \ll 1$ зависимость $v = v(H_z)$ практически линейная до значения v_c , и вклады обменной и релятивистской релаксаций неразличимы. Эта зависимость имеет характерную форму «лепестка», ширина которого растет с ростом поперечного поля. Для вклада $\eta_r(v)$ лепесток получается самый узкий, для $\eta_\chi(v)$ — самый широкий. Движение доменной стенки, как и в модели Уокера, возможно только в случае, если ведущее поле H_z не превышает некоторого критического значения H_c . В главном приближении по h величина $H_c = v_c \eta(0)/2M_0$, т.е. значение H_c , как и предельная скорость v_c , линейно растет с ростом поперечного поля h .

В предельном случае $h \rightarrow 1$, или $u_0 = \sqrt{2(1-h)} \ll 1$, ограничимся анализом лоренц-инвариантной области $(1 - v^2/c^2) \gg u_0$. Для трех вкладов η_r , η_e и η_χ в основном приближении по малому параметру u_0 получаются выражения, которые могут быть представлены в универсальном (универсальность обусловлена тем, что вся зависимость от скорости обусловлена лоренцевским сокращением доменной стенки) виде

$$\eta_\alpha = C_\alpha (1 - h^2)^{n/2} / (1 - v^2/c^2)^{k/2}, \quad (32)$$

где $n = 1$ для η_r , $n = 3$ для η_e и η_χ ; $k = 1$ для η_r и η_χ , $k = 3$ для η_e . При $\varepsilon = 1$, что естественно для $h \approx 1$, константы C определяются формулами

$$C_r = \frac{4\sqrt{2} M_0 \lambda}{3g} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{1/2}, \quad C_e = \frac{8\sqrt{2} M_0 \lambda_e a^2}{8g} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2}, \quad C_\chi = \frac{8\sqrt{2} M_0 \beta^2 \chi^2}{15g\lambda} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{1/2}.$$

Заметим, что все три вклада имеют различные зависимости от характерных параметров $(1 - h^2)$ и $(1 - v^2/c^2)$. При $H \rightarrow H_a$ и не очень больших скоростях основным должен стать прямой вклад релятивистской релаксации η_r (вклады η_χ и η_e содержат дополнительную, по сравнению с η_r , степень малого параметра $(1 - h^2)$). В предельном случае $v \rightarrow c$ основным должен стать вклад за счет механизма обменной релаксации, который в этом случае более резко возрастает, см. (32). В случаях преобладания вкладов η_r или η_χ зависимость v от ведущего поля H_z имеет вид, стандартный для лоренц-инвариантных моделей

$$v(H_z) = \frac{\mu H_z}{\sqrt{1 + (\mu H_z/c)^2}}, \quad (33)$$

μ — линейная подвижность доменных стенок. Если же преобладает вклад обменной релаксации, то насыщение зависимости $v = v(H_z)$ достигается более резко.

Оценки слагаемых, отброшенных при выводе формул (32) или (33), показывают, что эти уравнения адекватны задаче в достаточно узком интервале значений $H_\perp - H_a$,

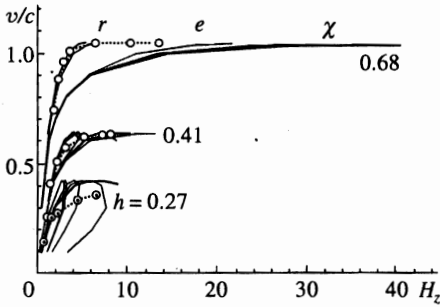


Рис. 8. Зависимости скорости вынужденного движения доменных стенок от ведущего поля H_z (в произвольных единицах) при некоторых значениях поперечного поля h (указано справа от соответствующей группы кривых). Кружки — экспериментальные данные авторов работы [6]

а именно, при $(H_{\perp} - H_a)/H_a \leq 10^{-2}$, когда $u_0 \leq 0.15$ и реально может считаться малым. Эксперимент в этой области полей достаточно сложен, прежде всего из-за низкого фарадеевского контраста доменов. При нарушении неравенства $(1 - v^2/c^2) \gg u_0$ ответы (32), (33) изменяются. Основное изменение состоит в том, что функции $\eta_{\alpha}(v)$ имеют конечное значение при $v \rightarrow v_c$, в силу чего появляется предельное значение поля $H_c = v_c \eta(v_c)/2M_0$, такое что при $H_z \geq H_c$ стационарное движение доменных стенок невозможно.

Обсудим соответствующие закономерности на основе анализа полной системы уравнений Ландау–Лифшица. Соответствующие зависимости $f = f(v)$ или $v = v(H_z)$ при преобладании различных вкладов сильно различаются. Различаются и формы этих кривых при разных значениях поперечного поля H_{\perp} , см. рис. 8. Для наглядности эти зависимости строились при таком выборе эффективных констант λ , $\lambda_e a^2 \beta / \alpha$ и $\beta^2 \chi^2 / \lambda$, чтобы значение подвижности на линейном участке было бы одинаковым. За исключением случая $h = 0.27$ мы построили зависимости только для заведомо устойчивой доменной стенки с наименьшей энергией.

Теоретические кривые проявляют тенденции, обнаруженные при анализе предельных случаев. При малых полях зависимости близки к линейным, при больших — демонстрируют ярко выраженное насыщение. Но при больших значениях поля, в отличие от «релятивистского» предела типа (33), всегда появляется предельное значение поля H_c , которое определяется максимальным значением соответствующей силы торможения.

Кривые для вклада η_r проходят левее всего, затем идет кривая для вклада η_e . Вклад η_r практически не зависит от ϵ . Правее всего проходит кривая с преобладанием вклада η_{χ} , причем если для малых скоростей η_{χ} практически не зависят от ϵ , то значения критического поля для $\epsilon = 1$ и $\epsilon = 0$ различаются почти в полтора раза. На этом же рисунке изображены экспериментальные точки, полученные в [6], которые мы обсудим ниже.

6. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Обсудим имеющиеся экспериментальные данные. Зависимость скорости доменных стенок от ведущего поля при не малых скоростях движения стенок (до предельной скорости) при значениях поля в плоскости до $0.7H_a$ исследовалась в работе [6]. Построенная теория неплохо согласуется с этими экспериментальными данными. В частности,

в этом интервале полей предельная скорость v_c линейно увеличивается с ростом H_{\perp} , ее значение хорошо описывается формулой (12).

Авторы работы [12] отмечали, что их экспериментальные данные о зависимости линейной подвижности доменных стенок от поперечного поля хорошо описываются на основе обобщенной теории релаксации до значений $H_{\perp} < 0.5H_a$. Однако для проверки нелинейной теории движения доменных стенок важен более тонкий вопрос о торможении доменных стенок при не малых значениях ее скорости. В этом случае эксперимент дает больше информации, так как можно анализировать формы кривых $v = v(H_z)$, а не только значение линейной подвижности. В соответствии с развитой выше теорией формы этих кривых при различных значениях поперечного поля H_{\perp} , а также при преобладании различных релаксационных процессов сильно различаются, см. выше рис. 8.

Для сопоставления теории с экспериментом теоретические кривые $v = v(H_z)$ для различных вкладов построены на рис. 8 для тех же значений поперечного поля H_{\perp} , что и в эксперименте [6] ($H_{\perp}/H_a = 0.68, 0.41$ и 0.27). Сравнивая эти данные, легко видеть, что учет только релятивистской релаксации, что эквивалентно использованию стандартного релаксационного члена в форме Гильберта, не может описать вид кривой даже качественно. Действительно, если при малых скоростях экспериментальные точки почти ложатся на прямую линию, отвечающую вкладу η_r , то при увеличении ведущего поля H_z наблюдается ярко выраженное насыщение. Поскольку при $H_{\perp}/H_a = 0.27$ авторы [6] не дошли до насыщения, далее будем обсуждать только более сильные поля. Стационарное движение наблюдается до значения поля H_z , существенно большего, чем ожидаемое из теории с учетом только релятивистской релаксации. С другой стороны, при учете только вкладов η_e или η_x вид кривых явно не согласуется с экспериментом. Наблюдаемое насыщение зависимости $v(H_z)$ можно объяснить, учитывая вклад изменения модуля намагниченности η_x и предположив, что соответствующая эффективная константа релаксации $\lambda_x = \beta^2 \chi^2 / \lambda$ в несколько раз меньше, чем релятивистская константа λ . Тогда теоретическая кривая в области малых полей практически не будет отличаться от кривой для вклада η_r , которая в этой области хорошо описывает эксперимент, а насыщение зависимости $v(H_z)$ находит объяснение за счет вклада η_x , который резко растет с ростом скорости. По виду кривой для вклада обменной релаксации ясно, что его учет не может улучшить согласие между теорией и экспериментом, так как для насыщения надо считать, что $\lambda \sim \lambda_e a^2 \beta / \alpha$, а при этом будет заметным несогласие при малых скоростях. Более детальную подгонку провести не удалось из-за недостатка экспериментальных данных.

Таким образом, обобщенная теория релаксации при учете вкладов релятивистской релаксации η_r и изменения модуля намагниченности η_x позволяет описать экспериментальную зависимость скорости доменных стенок от ведущего поля при различных величинах поперечного поля во всей области скоростей до предельного значения. Анализ данных для образца, используемого авторами [6], продемонстрировал переход от одного механизма релаксации к другому при увеличении скорости. При немалых скоростях существенным оказывается вклад в релаксацию изменения длины вектора намагниченности под действием эффективного поля, создаваемого движущейся доменной стенкой, с дальнейшей релаксацией $|\mathbf{M}|$ к равновесному значению M_0 . Отметим, что важность этих двух вкладов (η_r и η_x) отмечали авторы работ [11, 12, 19] (в этих работах получалось иное, чем в данном случае, отношение констант λ и $\beta^2 \chi^2 / \lambda$, но этот факт не удивителен, так как величина $\beta \chi / \lambda$ может сильно меняться от образца к образцу).

Вывод о важности вклада изменения модуля намагниченности в торможение доменной стенки может показаться странным, поскольку динамика доменной стенки исследуется уже много лет и нужды в привлечении этого механизма ранее не возникало. Но обычно исследуется линейный режим движения доменных стенок. (Нелинейность в ферритах-гранатах без поперечного поля обычно связана со «скручиванием» доменных стенок, см. [2], и здесь не обсуждается). При этом обработка экспериментов проводится так, что коэффициент вязкого трения доменных стенок (или эффективная константа релаксации λ_{eff}) входит в теорию в виде эмпирического параметра. Несогласованность теории и эксперимента в этом случае проявляется только в том, что эффективная константа λ_{eff} , измеренная разными способами (по подвижности доменных стенок и, например, по измерению ширины линии ферромагнитного резонанса), оказываются различающимися. Это различие хорошо известно для разных ферромагнетиков [2]. Для описания формы кривой $v(H_z)$ ситуация сложнее, особенно в том случае, если для данной пленки в процессе эксперимента существенно изменяется структура доменных стенок (например, в ферромагнетике при изменении поперечного поля или в магнетиках в области спиновой переориентации) и может измениться соотношение различных вкладов. При этом последовательный учет реальных механизмов релаксации становится принципиальным.

Авторы благодарны М. В. Логунову, В. В. Рандошкину и А. Я. Червоненкису за предоставление экспериментальных данных, К. А. Сафаряну за помощь, В. Г. Барьяхтару и В. М. Елеонскому за полезные обсуждения. Работа одного из авторов (Б. И.) частично поддержана грантами Украинского научно-технического центра (№ 300) и Фонда фундаментальных исследований Украины (№ 2.4./27).

Литература

1. V. G. Bar'yakhtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, and S. N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons*, Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 129, Springer-Verlag, Berlin (1994).
2. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
3. V. G. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, *Sov. Sci. Rev. Sec. A-Phys.*, ed. by I. M. Khalatnikov, **16**, № 3 (1992).
4. А. М. Косевич, В. А. Иванов, and А. С. Ковалев, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
5. K. Blanke, B. Lührman, V. Wallenhorst, H. Dotsch, and W. Tolksdorf, *Phys. Stat. Sol.* **124(a)**, 359 (1991).
6. М. В. Логунов, В. В. Рандошкин, А. Я. Червоненкис, *Письма в ЖТФ* **15**, 64, (1987).
7. Б. А. Иванов, В. П. Краснов, Е. В. Тартаковская, *Письма в ЖТФ* **13**, 341 (1987).
8. Б. А. Иванов, К. А. Сафарян, *ФНТ* **18**, 722 (1992).
9. В. А. Иванов, N. E. Kulagin, and K. A. Safaryan, *Physica B* **202**, 193 (1994).
10. Б. А. Иванов, К. А. Сафарян, *ФТТ* **32**, 2034 (1990).
11. В. А. Иванов, A. Stankiewicz, A. Maziewski, N. L. Petrichenko, and K. A. Safaryan, in *Ferrites, Proc. of International Conference on Ferrites*, Tokio (1992).
12. В. А. Боков, В. В. Волков, Н. Л. Петриченко, *Письма в ЖТФ* **19**, 89 (1993).
13. а) В. М. Елеонский, Н. Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **84**, 616 (1983); **93**, 1436 (1987); б) В. М. Елеонский, Н. Н. Кирова, Н. Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **77**, 409 (1979).

14. E. Schlemann, Appl. Phys. Lett. **19**, 274 (1971); В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, Письма в ЖЭТФ **27**, 226 (1978); ФТТ **20**, 2177 (1978).
15. Н. Е. Кулагин, А. Ф. Попков, Письма в ЖЭТФ **43**, 197 (1986); ФММ **63**, 429 (1987).
16. В. М. Елеонский, Н. Н. Кирова, Н. Е. Кулагин, ЖЭТФ **76**, 705 (1979).
17. В. Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **87**, 1501 (1984).
18. В. Г. Барьяхтар, ФТТ **29**, 1317 (1987).
19. V. G. Bar'yakhtar, B. A. Ivanov, and K. A. Safaryan, Sol. St. Commun. **72**, 1117 (1989); В. Г. Барьяхтар, В. А. Бродовой, Б. А. Иванов, И. В. Круценко, К. А. Сафарян, ФТТ **32**, 852 (1990).
20. Б. А. Иванов, С. Н. Ляхимец, ЖЭТФ **100**, 901 (1991).
21. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, К. А. Сафарян, ЖЭТФ **111**, 158 (1996).