

## АНИЗОТРОПНЫЙ ПИННИНГ В МАКРОСКОПИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

*Е. Ю. Клименко, С. В. Шавкин, П. В. Волков*

*Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 14 января 1997 г.

Анизотропия критических токов и электрических полей в сверхпроводниках с сильным пиннингом в макроскопическом рассмотрении соотнесена с особенностями системы материальных уравнений, связывающих электрические поля и плотности тока в сверхпроводнике. Анизотропия собственно пиннинга описывается оператором, устанавливающим связь между силой пиннинга и векторами индукции и силы Лоренца. В приближении обобщенной модели критического состояния один из возможных типов такого оператора реализован в виде алгоритма на основе представления об анизотропной коллективной потенциальной яме для единицы объема, содержащего флюксоиды. Проведено подробное исследование токонесущей способности сильно анизотропной ниобий-титановой фольги в зависимости от ориентаций тока и внешнего поля относительно главных направлений материала. Исследование поперечных электрических полей в фольге в магнитных полях, перпендикулярных плоскости фольги, позволило построить поперечные сечения поверхностей, описывающих пиннинг в пространстве направлений индукции и сил Лоренца.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Связь между электрическим полем и током в сверхпроводниках с сильным пиннингом не тривиальна и не исследована с исчерпывающей полнотой до сих пор. Вследствие этого решение даже элементарных электродинамических задач, отличных от одномерных, вызывает значительные трудности уже на стадии постановки и, как правило, сопровождается введением дополнительных гипотез, таких как гипотеза о бессиловых конфигурациях индукции и плотности тока в сверхпроводниках в магнитном поле, параллельном току [1], или гипотеза о пересечении флюксоидов [2]. Однако очень редки случаи, когда принимаются во внимание такие сильно влияющие на результат особенности реальных сверхпроводников, как самосогласованность распределений плотности тока и индукции в сечении сверхпроводника, размытость сверхпроводящего перехода, анизотропия реальных сверхпроводников с сильным пиннингом, поэтому сопоставление гипотезы и эксперимента в лучшем случае дает качественное согласие.

Интерес к анизотропии токонесущей способности сверхпроводников в последнее время связан, в основном, с высокотемпературными сверхпроводниками, сама структура которых очень анизотропна. Именно особенности структуры ВТСП приводят к целому ряду явлений (см. обзоры [3, 4]), из которых мы выделим анизотропию критического поля и внутренний пиннинг на базисных плоскостях. Накладываясь на пиннинг на привнесенных неоднородностях — традиционную причину анизотропии токонесущей способности, — эти свойства ВТСП существенно осложняют анализ. Естественно, что задачу количественного изучения анизотропного пиннинга на неоднородностях, достаточно сложную саму по себе, целесообразно решать в отсутствие усложняющих об-

стоятельств. Сильной анизотропией критических токов обладают провода и фольги из традиционных сверхпроводящих материалов с почти изотропным критическим полем, в частности, из сплавов ниобий–цирконий, ниобий–титан и др. [5–10]. (Сведения о небольшой анизотропии верхнего критического поля проволок из сплава ниобий–титан и ниобий–цирконий можно найти в работах [11, 12].) Мы полагаем, что именно в таких материалах анизотропия пиннинга проявляется в наиболее чистом виде и эксперимент может дать результаты удобные для сопоставления с моделями.

Как известно, характеристикой токонесущей способности сверхпроводника является критическая величина силы Лоренца [13], а не собственно критический ток. В традиционных задачах электродинамики сильноточных сверхпроводников, в которых рассматривались взаимно ортогональные токи и поля, различие подходов с использованием критического тока и критической величины силы Лоренца малозначительно, оно проявляется лишь в тех задачах, где угол между током и полем произволен. Существующие модели анизотропного критического тока, развитые в работах [14–16] и качественно неплохо описывающие намагниченность ВТСП, не дают адекватного описания токонесущей способности проводника при произвольной ориентации тока относительно магнитного поля. Предложенное в [17] описание анизотропных свойств ВТСП с помощью феноменологического «метода изменения масштаба» (scaling approach) в уравнениях Гинзбурга–Ландау рассчитано лишь на аксиальную симметрию слоистых оксидных сверхпроводников, описывает внутренний пиннинг в ВТСП и не применимо к жестким сверхпроводникам с другой природой анизотропии пиннинга.

В многообразии картин анизотропии зависимостей электрического поля и плотности тока сверхпроводящих образцов от их ориентации во внешнем магнитном поле необходимо различать внешние и внутренние причины. Внутренние причины анизотропии обусловлены формой и распределением дефектов, являющихся центрами пиннинга. К внешним, проявляющимся и в материалах с изотропным пиннингом, можно отнести небольшие изменения (порядка нескольких процентов) величины критического тока в плоских образцах при изменении ориентации слабого внешнего магнитного поля относительно их плоскости [18], обусловленные различием в распределениях плотности тока в сечении из-за сильного влияния собственного поля тока при крутой зависимости  $j(B)$ . При исследовании анизотропного пиннинга учет реального распределения плотности тока в сечении существенно важнее. К этому же ряду внешних по отношению к ансамблю центров пиннинга причин анизотропии следует отнести обсуждаемую уже более тридцати лет (начиная с работы [1]) возможность образования в сверхпроводящем проводе так называемых бессиловых конфигураций распределения индукции и тока.

Реальная анизотропия материала может быть искажена влиянием ориентации поля на развитие нестабильности в сверхпроводнике, особенно при испытаниях нестабилизированных сверхпроводящих образцов с высокой токонесущей способностью, поэтому к надежным исследованиям можно отнести лишь те, в которых регистрируется стационарная вольт-амперная характеристика.

Экспериментальные проявления внутренней анизотропии весьма разнообразны. Например, гигантская анизотропия критического тока наблюдалась в ниобий-циркониевой фольге [6] при изменении ориентаций силы Лоренца и вектора индукции относительно плоскости фольги в условиях, когда магнитное поле оставалось перпендикулярным направлению тока. Значительная анизотропия плотности критического тока наблюдалась при исследовании намагниченности ниобий-титановых проволок в продольных и поперечных магнитных полях [8]. В этих экспериментах сила Лоренца

оставалась перпендикулярной оси проволоки, ток и индукция были взаимно перпендикулярными, но изменялась ориентация вектора индукции относительно материала. Для полноты можно упомянуть принципиальную возможность проявления различных механизмов токового перехода при изменении ориентации образца во внешнем поле [19], хотя экспериментальные результаты этой работы, по-видимому, могли бы быть объяснены и без привлечения столь экзотической гипотезы.

В этой статье мы представляем часть результатов подробных исследований ориентационной полевой зависимости токонесущей способности тонкой ниобий-титановой фольги, проведенных в условиях, когда все внешние причины анизотропии (см. выше) были либо устранены, либо учтены, а влияния ориентаций силы Лоренца и вектора индукции на величину критического тока надежно разделены.

Здесь сделана попытка последовательно использовать в полях произвольной ориентации традиционный подход к электродинамике сверхпроводников с сильным пиннингом, давно и успешно используемый для частного случая взаимно перпендикулярных индукции и тока как в виде модели критического состояния [20], так и в модели реальных переходных характеристик [21]. Мы излагаем несколько упрощенную картину, оставаясь в рамках модифицированной модели критического состояния и пользуясь понятием критического тока. Предлагается феноменологическая модель, количественно описывающая анизотропный ансамбль центров пиннинга с помощью нескольких независимых эмпирических параметров. При использовании представления о конкуренции сил Лоренца и анизотропного пиннинга модель позволяет рассчитать токонесущую способность сверхпроводящего материала и самосогласованные распределения плотности тока и индукции в сечении образцов при произвольной ориентации внешнего поля и тока.

Естественно, при макроскопическом подходе предполагается, что взаимодействие магнитного потока с веществом относится не к отдельному флюксониду, а к единице объема материала и должно описываться удельными величинами энергии связи и удельной силой пиннинга.

В предположении, что единственной причиной перехода сверхпроводника второго рода в резистивное состояние при увеличении транспортного тока является конкуренция силы Лоренца и силы пиннинга, связь между электрическим полем и плотностью тока в стационарных задачах может быть выражена следующей системой уравнений:

$$\mathbf{F}_L = [\mathbf{j}\mathbf{B}], \quad (1)$$

$$\eta\mathbf{v} = \theta(F_L - F_P) \left(1 - \frac{F_P}{F_L}\right) \mathbf{F}_L, \quad (2)$$

$$F_P = \Xi(\mathbf{F}_L, \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{B}\mathbf{v}], \quad (4)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле,  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция,  $\mathbf{v}$  — скорость дрейфа магнитного потока,  $\eta = B^2/\rho_{eff}$  — вязкость,  $\mathbf{F}_L$  — действующая на поток сила Лоренца,  $\theta(F_L - F_P)$  — функция Хевисайда, равная нулю при  $F_L < F_P$  и единице при  $F_L > F_P$ ,  $\Xi$  — оператор, отражающий влияние на величину силы пиннинга направления силы Лоренца, направления и величины индукции.

В уравнении (3) этой системы нелинейный оператор  $\Xi$  описывает реальную анизотропию пиннинга в сверхпроводнике, если во всех других отношениях сверхпроводник изотропен. Уравнения (1), (2), (4) могут быть применены для описания угловых зависимостей критических токов и электрических полей, наблюдаемых в сверхпроводниках как с анизотропным, так и с изотропным пиннингом.

Что касается материального уравнения, связывающего магнитное поле с индукцией, то мы будем полагать  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ , не забывая, что при  $B \leq \mu_0 H_{c1}$  это допущение может приводить к существенным погрешностям.

Ниже для иллюстрации макроскопического подхода мы рассмотрим некоторые проявления ориентационных эффектов в изотропных сверхпроводниках, а также приведем один из вариантов описания оператора  $\Xi$ , полученный в результате подробного экспериментального и расчетного исследования критических токов ниобий-титановой фольги с сильным анизотропным пиннингом.

## 2. ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С СИЛЬНЫМ ИЗОТРОПНЫМ ПИННИНГОМ

Хотя нам и не известны изотропные сверхпроводники с сильным пиннингом, мы считаем целесообразным разделить явления, обусловленные динамикой магнитного потока в сверхпроводнике, и явления, связанные с анизотропией собственно материала.

### 2.1. Поперечное электрическое поле

В сверхпроводнике с изотропным пиннингом в уравнении (2) сила пиннинга  $F_P$  не зависит от направлений силы Лоренца и индукции и геометрически может быть истолкована как радиус сферы в пространстве сил, протыкая которую, сила Лоренца переводит сверхпроводник в резистивное состояние. Легко видеть, что электрическое поле (4) совпадает с направлением тока только в том случае, если индукция перпендикулярна току:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{B}\mathbf{v}] = \frac{1}{\eta} \theta (F_L - F_P) \left( 1 - \frac{F_P}{F_L} \right) (\mathbf{j}B^2 - \mathbf{B}(\mathbf{j}\mathbf{B})). \quad (5)$$

Поскольку электрическое поле всегда перпендикулярно индукции, величина угла между электрическим полем и током равна  $\pi/2 - \alpha$ , где  $\alpha$  — величина угла между током и индукцией, т. е. в резистивном состоянии возникает поперечное электрическое поле. Физически происхождение этого угла обусловлено жесткой связью между компонентами движущегося магнитного потока, переносимого в сверхпроводнике флюксоидами. В нормальном металле это явление не должно наблюдаться, поскольку в нем различные компоненты магнитного потока могут диффундировать независимо друг от друга. Этот эффект не следует путать с известным явлением направляемого движения потока (guided vortex motion) [22], обусловленного анизотропией пиннинга и наблюдаемого даже для случая взаимно перпендикулярных магнитного поля и тока. Заметим, что величина угла между электрическим полем и током в обоих этих случаях может достигать десятков градусов, что значительно превышает типичную величину углов, характерных для эффекта Холла в сверхпроводниках второго рода.

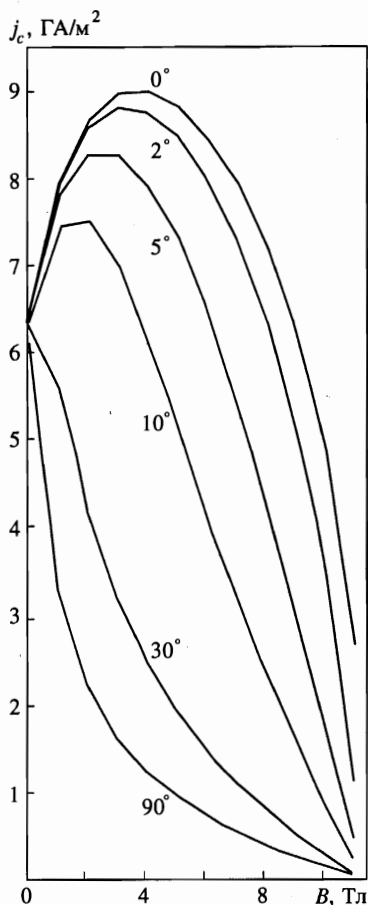


Рис. 1. Плотность критического тока изотропной сверхпроводящей пластины с сильным пиннингом при разных углах между током и внешним полем, параллельным поверхности пластины. Толщина пластины 1 мм,  $AH_{c2}^2 = 1.44 \cdot 10^9 \text{ A/m}^2$

## 2.2. Критический ток в сверхпроводнике при произвольной ориентации внешнего поля

Рассмотрим расположенную в плоскости  $xz$  пластину толщиной  $2d$  ( $-d < y < d$ ) с током, направленным вдоль оси  $x$ , во внешнем поле произвольной ориентации с компонентами  $H_{xe}, H_{ye}, H_{ze}$ . Пусть ток  $J_x$  имеет критическую величину, т.е. заполняет сечение пластины полностью. Уравнение (3) в этом случае имеет вид уравнения критического состояния  $F_L = F_P(B)$ , что может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial B_z}{\partial y} \sqrt{B_y^2 + B_z^2} = \mu_0 F_P \left( \sqrt{B_y^2 + B_z^2 + B_z^2(y)} \right), \quad (6)$$

граничные условия имеют вид  $B_z(d) = \mu_0(H_{ze} + J_c/2)$ ,  $B_z(-d) = \mu_0(H_{ze} - J_c/2)$ , причем  $B_x = \mu_0 H_{xe}$ ,  $B_y = \mu_0 H_{ye}$ . Это уравнение поддается аналитическому решению, результат определяется конкретным видом функции  $F_P(B)$ . На рис. 1 приведены рассчитанные полевые зависимости плотности критического тока при различных ориентациях внешнего поля (зависимость силы пиннинга от индукции задана выражением [23]  $F_P(B) = AH_{c2}^2 \sqrt{b}(1-b)$ , где  $b = B/B_{c2}$ ). Куполообразный вид зависимости критического тока от параллельного ему внешнего магнитного поля, явившийся в свое время пово-

дом для гипотезы бессилового течения тока, оказывается отражением куполообразной формы полевой зависимости силы пиннинга. Большая величина критического тока в продольном поле  $b \sim 0.33$  обусловлена тем, что величина силы пиннинга в этой области достигает максимума, в то время как поперечная компонента поля, создаваемая протекающим током и определяющая величину силы Лоренца, весьма мала. Заметим, что приведенные здесь решения носят формальный характер для случаев, когда  $B_z$  имеет различные знаки на поверхностях пластины, поскольку уравнение (6) не учитывает процессы формирования почти бессилового конфигурации плотности тока и индукции и появления парамагнитного момента в том случае, когда по обе стороны пластины сила Лоренца направлена внутрь пластины.

Во всех расчетах, результаты которых приведены в этой статье, мы допускали, что локальные плотности тока в сверхпроводнике, несущем критический ток, всегда совпадают по направлению с транспортным током.

Из-за высокой чувствительности параметров материального уравнения к индукции, собственное поле транспортного тока оказывает сильное влияние на распределение тока по сечению сверхпроводника, особенно в продольных полях и в малых внешних полях. Ниже мы приведем пример, в котором неоднородное распределение плотности тока в анизотропном материале приводит к максимуму полевой зависимости суммарного тока образца в малых внешних полях.

### 3. АНИЗОТРОПИЯ ПИННИНГА

Замкнутая феноменологическая модель сверхпроводника с анизотропным пиннингом должна выявить минимальное число эмпирических параметров, способных удовлетворительно описать явление и предложить алгоритм расчета токонесущей способности материала при произвольной ориентации магнитного поля. В наиболее общем случае под термином «токонесущая способность» сверхпроводника подразумевают вид и количественные параметры его вольт-амперной характеристики (ВАХ). Однако в подавляющем числе работ токонесущую способность сверхпроводника описывают с помощью единственного параметра — критического тока, который имеет смысл токовой координаты определенной точки на ВАХ, соответствующей условно выбранному значению электрического поля. В этой статье модель изложена именно в этом приближении.

#### 3.1. Модель анизотропного пиннинга

Если пиннинг, соответствующий критическому току, в изотропном материале для заданной фиксированной величины индукции можно описать сферой в пространстве сил, радиус которой соответствует критическому значению силы Лоренца, то было бы естественно попытаться пиннинг в анизотропном материале описать поверхностью более низкой симметрии в том же пространстве. Форма и размеры поверхности определяются особенностями распределения центров пиннинга и их свойствами. В общем случае форма поверхности может быть произвольной, но она должна быть замкнутой, так как критические токи конечны, и, вероятно, симметричной относительно начала координат, поскольку величина критического тока не меняется при изменении направления тока на противоположное. Совокупность таких поверхностей для величин индукции в интервале от нуля до  $B_{c2}$  можно назвать пиннинговым телом. Каждой фиксированной величине индукции пиннинговой поверхности можно сопоставить некото-

рую коллективную потенциальную яму для достаточно большого ансамбля флюксоидов. В отсутствие транспортного тока ансамбль занимает наиболее выгодное место на дне этой ямы, причем минимум удельной энергии магнитного потока в состоянии покоя не предполагает, что каждый из флюксоидов, захваченных индивидуальными центрами пиннинга, находится на дне своей потенциальной ямы. При воздействии транспортного тока ансамбль поднимается по склону ямы в направлении действия силы Лоренца. Соответствующий этой стадии квазигармонический упругий отклик записываемой вихревой решетки на внешнее воздействие был обнаружен в работах с использованием переменного тока [24] и пульсирующего поля [25]. Если сила Лоренца оказывается больше максимальной крутизны склона этой ямы, весь ансамбль флюксоидов приходит в движение, что приводит к возникновению электрического поля и диссипации энергии (см. уравнения (1), (2)).

Однако наблюдаемая в экспериментах зависимость величины силы анизотропного пиннинга не только от направления силы Лоренца в сверхпроводнике, но и от направления вектора магнитной индукции осложняет эту простую картину: каждому направлению силы Лоренца можно сопоставить сечение пиннинговой поверхности, представляющее собой плоскую замкнутую кривую, определяющую критическую величину этой силы в зависимости от ориентации индукции в плоскости перпендикулярной направлению силы Лоренца. В связи с этим геометрический образ пиннингового тела должен рассматриваться в пространстве удвоенной размерности. Поясним это утверждение с помощью простой модели. Определим максимальную силу пиннинга, противодействующую силе Лоренца в направлении  $\mathbf{l}$ , в виде

$$F_P = -\max \left( \frac{\partial U}{\partial l} \right) = -e(\mathbf{l}) \frac{U_0(\mathbf{B})}{L(\mathbf{l}, B)}, \quad (7)$$

где  $L(\mathbf{l}, B) = U_0(\mathbf{B}) / |\max(\partial U / \partial l)|$  — эффективный размер коллективной потенциальной ямы в направлении действия силы Лоренца,  $e(\mathbf{l})$  — единичный вектор в направлении действия силы Лоренца, а  $U_0(\mathbf{B})$  — глубина потенциальной ямы. Существенным допущением модели является то, что глубина коллективной потенциальной ямы, соответствующей пиннингу в данной точке сечения сверхпроводника, предполагается зависящей только от величины и направления индукции (и не зависящей явно от вектора плотности тока и силы Лоренца), а эффективный размер коллективной потенциальной ямы предполагается зависящим от абсолютной величины индукции (плотности вихрей) и направления действия силы Лоренца и не зависящим от направления вектора индукции. Основанием для этих допущений послужили следующие соображения.

Известно [26, 27], что даже наличие слабых центров пиннинга разрушает дальний порядок в регулярной вихревой решетке (именно поэтому мы предпочитаем говорить об «ансамбле вихрей», а не о вихревой решетке). В случае сильного пиннинга его вклад в свободную энергию относительно велик. Оценки для ниобий-титанового провода показали [28], что ближний порядок сохраняется лишь на расстояниях порядка единиц периодов решетки, т. е. пиннинг отдельных фрагментов вихревых нитей происходит в значительной мере независимо и ансамбль флюксоидов подстраивается к ансамблю центров пиннинга. Удельная энергия связи  $U$  этих двух ансамблей зависит от индивидуальных характеристик центров пиннинга, их плотности и распределения в сверхпроводнике, причем анизотропия любой из этих характеристик должна приводить к зависимости энергии связи флюксоидов от направления индукции в материале.

Эффективный размер коллективной потенциальной ямы не превышает половины

минимального расстояния между двумя энергетически эквивалентными положениями ансамбля флюксоидов. В качестве грубой оценки этого расстояния можно принять минимальную из двух величин: среднего расстояния между соседними флюксоидами либо среднего расстояния между соседними (в направлении возможного движения флюксоидов) центрами пиннинга. Поскольку при изменении индукции среднее расстояние между флюксоидами изменяется, а расстояние между центрами пиннинга остается постоянным, то в материале с достаточно разреженными центрами пиннинга характерный размер ямы в слабых полях может быть постоянным, а по мере роста плотности флюксоидов начнет убывать. В ряде работ (см., например, [24, 25, 29]) упругое смещение искаженной вихревой решетки определялось для различных материалов (в предположении изотропии пиннинга), и максимальное упругое смещение оказалось величиной порядка нескольких десятых долей периода решетки. Естественно, что в случае анизотропного пиннинга критическое смещение также должно быть анизотропной величиной. Так как упругое смещение происходит под действием силы Лоренца, то решающее влияние на величину силы пиннинга должен оказывать размер обобщенной потенциальной ямы именно в направлении действия силы Лоренца.

В рамках предлагаемой феноменологической модели все особенности пиннинга в конкретном материале определяются конкретными угловыми зависимостями глубины ямы  $U_0$  и ее размера  $L$ . Таким образом, чтобы получить исчерпывающее представление о токонесящей способности материала в произвольном магнитном поле, следует с максимальной достоверностью восстановить их ориентационные и полевые зависимости. Ясно, что для решения такой задачи может понадобиться огромное число экспериментов. Однако если ограничиться некоторыми разумными предположениями о возможной форме «энергетической» ( $U_0$ ) и «размерной» ( $L$ ) поверхностей, то токонесящую способность материала можно с достаточной точностью описать малым числом параметров. Одним из таких возможных предположений является то, что экстремальные значения  $U_0$  и  $L$  достигаются при ориентациях магнитной индукции или силы Лоренца вдоль выделенных ортогональных направлений в материале (назовем их главными), а для промежуточных направлений глубина и ширина потенциальной ямы плавно изменяются от минимума до максимума. Естественно предположить, что для холоднокатанной фольги главными направлениями являются направление прокатки — ось  $x$ , нормаль к поверхности фольги — ось  $y$ , а также направление, перпендикулярное направлению прокатки и лежащее в плоскости фольги, — ось  $z$ . Глубина потенциальной ямы равна  $U^x$ ,  $U^y$  и  $U^z$ , если индукция направлена вдоль осей  $x$ ,  $y$  или  $z$  соответственно. При постепенном изменении направления вектора индукции вряд ли можно ждать скачков энергии связи, она должна описываться достаточно плавной зависимостью от углов ориентации. Возможно, что определение реальной формы этой поверхности может в дальнейшем стать одной из задач подобных исследований, однако мы, чтобы сделать последующий анализ наглядным, выбрали простую модельную поверхность — эллипсоид:

$$\left(\frac{\cos \alpha}{U^x}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta}{U^y}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{U^z}\right)^2 = \frac{1}{U_0^2}, \quad (8)$$

где  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  — направляющие косинусы вектора индукции. Таким образом, в отсутствие внешнего тока энергия связи  $U_0$  флюксоидов, заключенных в единице объема сверхпроводника, пропорциональна длине радиуса поверхности (8), имеющего направление магнитной индукции (рис. 2б). Подобным образом определим в трехмерном же пространстве поверхность размеров ямы с главными радиусами  $L^x$ ,  $L^y$  и  $L^z$ . До-



пустим, что для произвольного направления силы Лоренца соответствующий размер  $L$  интегральной потенциальной ямы также можно описать поверхностью эллипсоида (рис. 2а):

$$\left(\frac{\cos \alpha'}{L^x}\right)^2 + \left(\frac{\cos \beta'}{L^y}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma'}{L^z}\right)^2 = \frac{1}{L^2}, \quad (9)$$

где  $\cos \alpha'$ ,  $\cos \beta'$ ,  $\cos \gamma'$  — направляющие косинусы вектора силы Лоренца.

Таким образом, чтобы определить критическую величину плотности силы пиннинга в данной точке сверхпроводника при данной величине индукции, надо длину совпадающего по направлению с вектором индукции радиуса энергетического эллипсоида (8) разделить на длину радиуса (в направлении действия силы Лоренца) размерного эллипсоида (9), т. е.  $F_P = U_0/L$ . Эта последовательность действий и составляет содержание введенного выше оператора  $\Xi$ . Если векторы плотности тока и индукции направлены по главным направлениям в материале, то и сила Лоренца окажется направленной по ортогональному им главному направлению:

$$F_P^1 = \frac{U^z}{L^y}, \quad F_P^2 = \frac{U^x}{L^z}, \quad F_P^3 = \frac{U^y}{L^x}, \quad F_P^4 = \frac{U^y}{L^z}, \quad F_P^5 = \frac{U^z}{L^x}, \quad F_P^6 = \frac{U^x}{L^y}. \quad (10)$$

Пиннинговая поверхность, таким образом, имеет шесть главных радиусов и должна рассматриваться в пространстве удвоенной размерности. Каждому направлению индукции соответствует перпендикулярное ему сечение пиннинговой поверхности. Радиусы этого сечения определяют величину силы пиннинга для всех возможных при этом направлении индукции направлений силы Лоренца. Результат такого расчета нескольких сечений пиннинговой поверхности приведен на рис. 2в. Видно, что даже в простейшем рассматриваемом случае сечения имеют нетривиальную форму.

На рис. 3а изображен пример сечения пиннинговой поверхности, соответствующего направлению вектора индукции вдоль оси  $y$  (такой случай, в частности, реализуется, если внешнее поле перпендикулярно плоскости исследуемой фольги). Сечение лежит в плоскости  $xz$  и описывается уравнением

$$(F_P(\beta))^2 = (F_P^4)^2 \cos^2 \beta + (F_P^3)^2 \sin^2 \beta. \quad (11)$$

Каждому радиусу этого сечения отвечает своя величина силы пиннинга, однако в реальном эксперименте далеко не все эти величины могут быть достигнуты из-за явлений, связанных с так называемым направляемым движением потока.

### 3.2. Направляемое движение потока в сверхпроводнике с анизотропным пиннингом

Направляемое движение потока в сверхпроводниках второго рода в смешанном состоянии активно изучалось [22, 30] еще в конце шестидесятых годов. Регистрировалось поперечное электрическое напряжение в тонких холоднокатанных фольгах в перпендикулярном внешнем магнитном поле. Получаемые результаты объясняли избыточной силой пиннинга в определенном фиксированном направлении (перпендикулярно направлению прокатки) и, соответственно, перемещением флюксоидов вдоль направления «легкого движения». Однако модель не объясняла механизма избыточного пиннинга. Недавно [31] направляемое движение потока было зарегистрировано в монокристалле  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ , где роль барьеров с избыточным пиннингом играла однонаправленная система границ двойников.

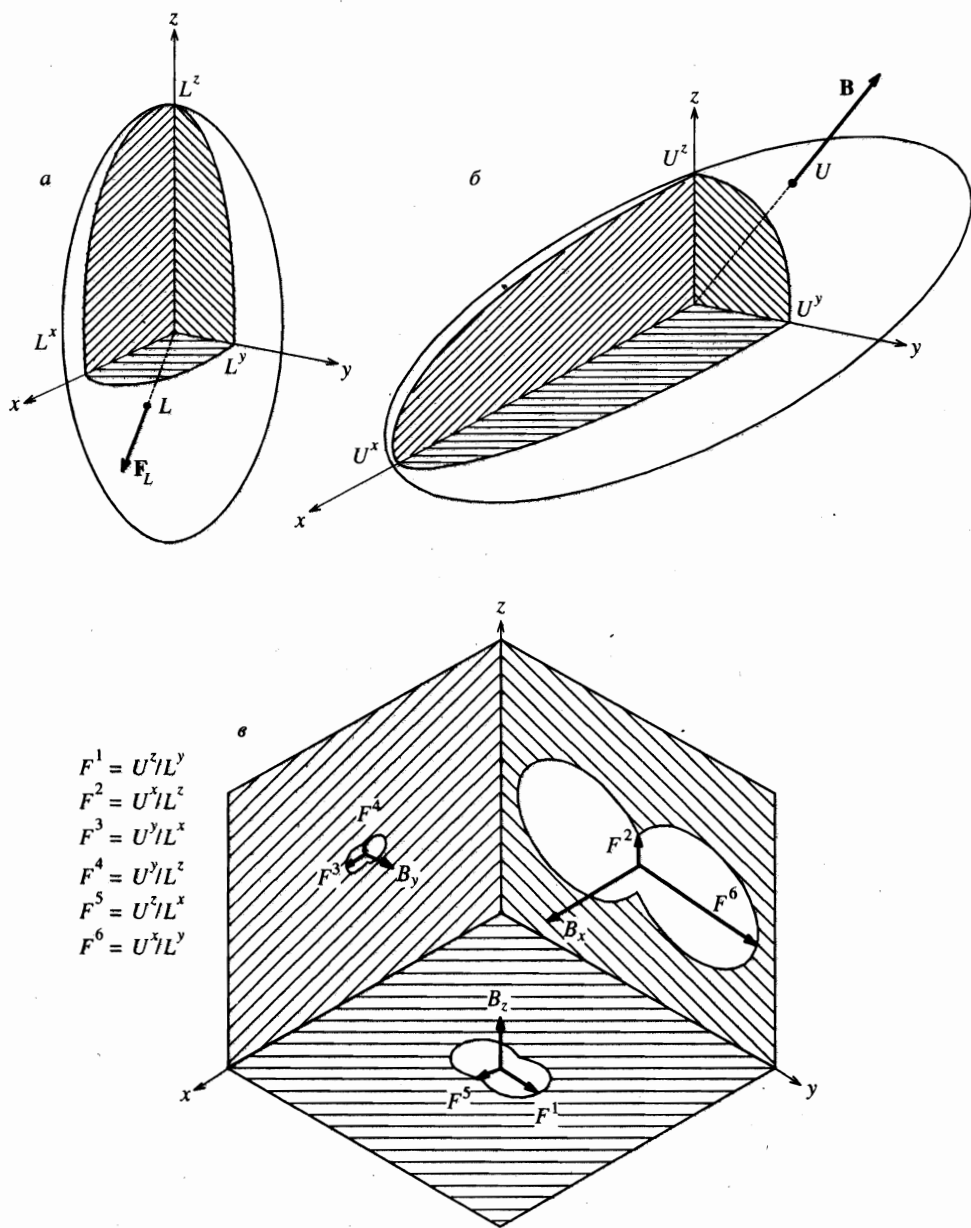
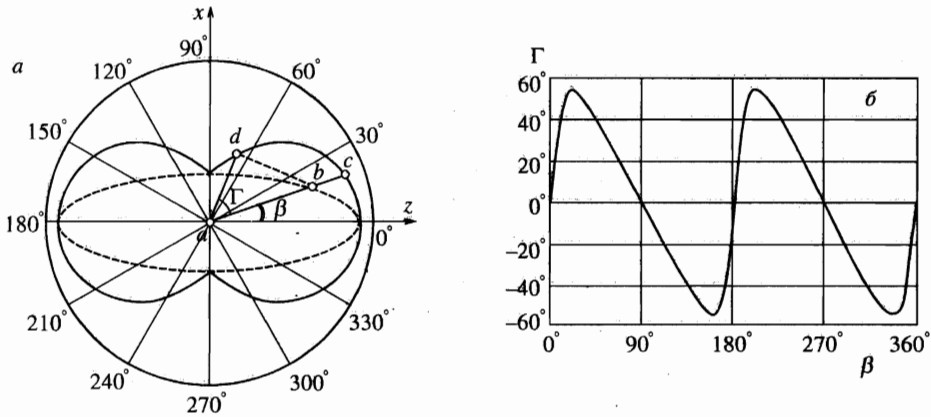


Рис. 2. К описанию токнесущей способности анизотропного сверхпроводника многомерной пиннинговой поверхности: *a* — поверхность, описывающая зависимость характерного размера коллективной потенциальной ямы от направления силы Лоренца; *b* — поверхность, описывающая зависимость энергии связи ансамбля флюксоидов с ансамблем центров пиннинга от направления индукции; *в* — изображения сечений пиннингового тела плоскостями, перпендикулярными векторам индукции, совпадающим с главными направлениями материала (определение шести главных значений силы пиннинга)



**Рис. 3.** *a* — Схема возникновения поперечного электрического поля при некоторых ориентациях тока в сверхпроводнике с анизотропным пиннингом. Приведено сечение поверхности пиннинга плоскостью  $xz$  ( $\beta$  — угол между силой Лоренца и перпендикуляром к направлению прокатки,  $\Gamma$  — угол, под которым направлен поток флюксоидов по отношению к силе Лоренца,  $a$  — начало координат,  $c$  — величина силы пиннинга в направлении силы Лоренца,  $b$  — достижимая величина силы Лоренца,  $d$  — величина силы пиннинга в направлении минимальной проекции силы Лоренца). *б* — Рассчитанная зависимость угла между направлением движения потока и силой Лоренца от ориентации силы Лоренца относительно перпендикуляра к направлению прокатки

Рисунок 3 дает объяснение эффекта направляемого движения потока, органично вытекающее из общей концепции анизотропного пиннинга. Пусть направление транспортного тока в материале таково, что действующая сила Лоренца (1) направлена вдоль отрезка  $ab$  и составляет угол  $\beta$  с осью  $z$ . В случае изотропного пиннинга движение потока начинается, когда величина силы Лоренца превосходит силу пиннинга. В случае анизотропного пиннинга, когда величины силы пиннинга различны для различных направлений, существуют направления, для которых величина этой силы столь мала, что проекция  $ad$  силы Лоренца на это направление достигает поверхности пиннинга раньше (при меньших токах), чем поверхности достигает сам вектор силы Лоренца ( $ab < ac$ ). В результате поток флюксоидов направляется вдоль критической проекции силы Лоренца, что приводит к отклонению вектора электрического поля от направления тока на угол  $\Gamma$ . На рис. 3а штриховой линией изображено рассчитанное геометрическое место точек, соответствующих появлению первой такой критической проекции при нарастании силы Лоренца от нуля в модели эллипсоидальной потенциальной ямы (9). Нетрудно убедиться, что эта кривая является эллипсом с главными радиусами  $F_P^3$  и  $F_P^4$ . Ансамбль флюксоидов должен перемещаться вдоль критической проекции. На рис. 3б изображена рассчитанная зависимость угла между направлениями движения ансамбля вихрей и силы Лоренца. Заметим, что в главных направлениях в материале (в данном случае вдоль осей  $x$  и  $z$ ) направление и величина критической проекции силы Лоренца совпадают с направлением и величиной силы Лоренца и  $\Gamma = 0$ . Поэтому лишь для главных направлений в материале сила пиннинга в точности равна измеряемой силе Лоренца. Таким образом, величина реализуемого критического тока, соответствующего критической проекции, меньше или равна величине критического тока, определенного без учета направляемого движения потока, тем не менее возможность восстановить форму

потенциальной ямы из экспериментов все-таки существует, если для набора образцов с различными величинами  $\beta$  одновременно измерять величину «критического тока», соответствующего критической проекции силы Лоренца и величину угла разворота электрического поля  $\Gamma = \arctg(E_{\perp}/E_{\parallel})$ . Из рис. 3а, очевидно, следует соотношение, описывающее сечение пиннинговой поверхности:

$$F_P(\beta + \Gamma) = \bar{F}_L(\beta) \cos \Gamma, \tag{12}$$

где  $\bar{F}_L(\beta)$  — величина достигаемой силы Лоренца в направлении  $\beta$ .

Направляемое движение потока несколько усложняет систему уравнений (1)–(4): в уравнении (1) вместо силы Лоренца следует использовать ее проекцию на направление движения потока, этому же направлению должна соответствовать сила пиннинга. Для того чтобы определить само это направление, нужно с помощью (3) построить все сечение пиннинговой поверхности плоскостью перпендикулярной индукции.

### 3.3. Об абсолютных значениях глубины и ширины потенциальной ямы

Принципиально каждую из шести сил пиннинга в главных направлениях можно определить экспериментально. Легко видеть, однако, что должно выполняться соотношение

$$F_P^1 F_P^2 F_P^3 = F_P^4 F_P^5 F_P^6. \tag{13}$$

Наличие этой связи не позволяет определить абсолютную величину радиусов энергетического и размерного эллипсоидов. Однако, поскольку силы выражены отношениями энергии и длины, главные радиусы энергетической и размерной поверхностей можно нормировать на один из радиусов, приняв, например,  $L^x = a$ . Получим

$$\begin{aligned} U_{max}^y = F_P^3 a, \quad U_{max}^z = F_P^5 a, \quad U_{max}^x = \frac{F_P^2 F_P^3}{F_P^4} a = \frac{F_P^5 F_P^6}{F_P^1} a, \\ L^y = \frac{F_P^5}{F_P^1} a, \quad L^z = \frac{F_P^3}{F_P^4} a. \end{aligned} \tag{14}$$

Величина  $a$ , задающая абсолютный масштаб задачи, не может быть определена из измерений только величин критических токов. Для получения абсолютных характеристик коллективной потенциальной ямы необходимо привлечь дополнительные независимые данные.

Соотношение (13) можно было бы проверить экспериментально, если бы существовал объемный анизотропный сверхпроводник с описанным простейшим типом анизотропии. Вырезав из него три образца в главных направлениях и измерив критические токи в магнитных полях, также ориентированных по главным направлениям, можно было бы получить шесть нужных значений силы пиннинга, не искаженных направляемым движением потока. К сожалению, на ниобий-титановой фольге такой полный эксперимент технически невозможен.

## 4. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

## 4.1. Измерение критических токов во внешнем поле

Образцы изготовлены из холоднокатанной фольги из сплава НТ-50 (Nb-50 масс.%Ti), толщиной 10 мкм, выпущенной в 1978 г. Ульяновским металлургическим заводом. Фольга покрыта с двух сторон слоем меди толщиной 1 мкм, надежно сваренным со сверхпроводящим сплавом в процессе прессования и прокатки, что существенно облегчило получение надежных токовых контактов. Из весьма длинного отрезка фольги (200 м) шириной 80 мм на участке длиной около 1 м мы вырезали несколько серий ленточек ( $6 \times 34 \text{ мм}^2$ ), ориентированных под углами  $\xi=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  и  $90^\circ$  к направлению прокатки. Таким образом мы задали направление транспортного тока по отношению к выделенному направлению в материале. Все ленточки одновременно в одной стопке были обработаны в кондукторе — из них были выфрезерованы образцы с шейками шириной  $1.3 \pm 0.05 \text{ мм}$ , что обеспечило сравнимость результатов и избавило от необходимости точного измерения сечения каждого образца. Изучив под микроскопом продольный и поперечный шлифы фольги, мы убедились в том, что сечение образцов не модулировано, а по результатам измерений нескольких образцов одинаковой ориентации, отобранных как из середины, так и с краев фольги, оценили суммарную погрешность эксперимента (обусловленную как неоднородностью материала, так и различием в ширине образцов) — менее 8% во всем диапазоне полей.

Образцы напаяны оловом на подложки из нержавеющей стали, жестко закреплены на зонде с помощью ориентированных держателей. Их помещали в канал (диаметром 41 мм) сверхпроводящего соленоида, способного создать поле до 12.5 Тл. Ориентация образца во внешнем поле описывается углами  $\theta$  между направлением вектора поля и плоскостью фольги и  $\varphi$  между направлением тока и проекцией вектора поля на плоскость образца. Данные по ориентациям испытанных образцов приведены в табл. 1.

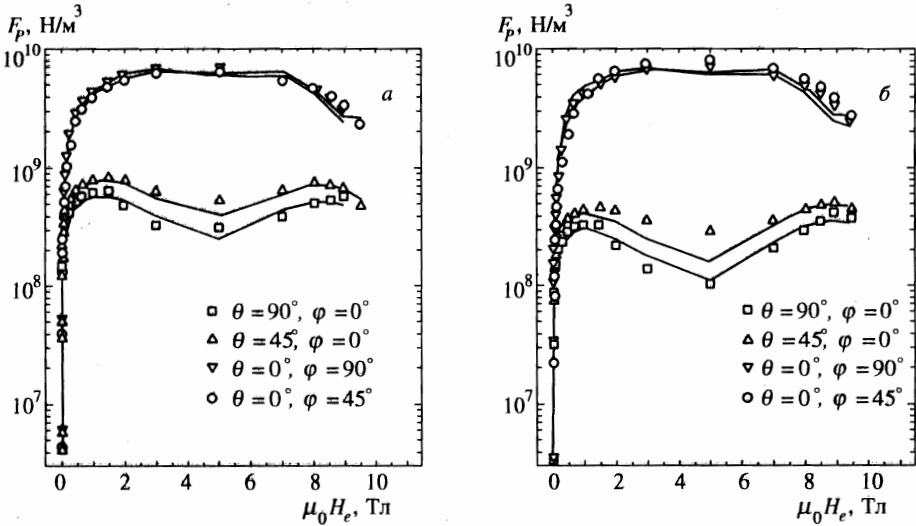
Таблица 1

Ориентации образцов, исследованных в эксперименте:  $\xi, \theta$  и  $\varphi$  (в градусах)

$\xi = 0^\circ$		$\xi = 15^\circ$		$\xi = 30^\circ$		$\xi = 60^\circ$		$\xi = 90^\circ$	
$\theta$	$\varphi$	$\theta$	$\varphi$	$\theta$	$\varphi$	$\theta$	$\varphi$	$\theta$	$\varphi$
0	90	0	90	0	90	0	90	0	90
90	—	90	—	90	—	90	—	90	—
45	0	45	0	45	0	45	0	45	0
0	45	0	45	—	—	0	45	—	—
45	90	45	90	—	—	45	90	45	90
—	—	—	—	30	35	30	35	—	—

Это довольно большое количество различных ориентаций обусловлено необходимостью набрать достаточную статистику для проверки гипотезы, в которую входит пять варьируемых параметров.

Эксперимент заключался в регистрации при температуре жидкого гелия (4.2 К) вольт-амперных характеристик образцов различной ориентации (различные углы  $\xi$ ) в фиксированном наборе внешних магнитных полей от 10 мТл до значения  $H_{c2}$ , которое



**Рис. 4.** Сопоставление экспериментальных результатов (точки) исследования ориентационной зависимости силы пиннинга анизотропной ниобий-титановой фольги с расчетом (сплошные линии) на основании параметров коллективной потенциальной ямы, приведенных на рис. 6: *a* — для образца, вырезанного под углом 15° к направлению прокатки; *b* — для образца, вырезанного под углом 60° к направлению прокатки

для материала фольги было определено как 10.8 Тл (при токе 1 мА и электрическом поле 1 мкВ/см). В этой статье мы обсуждаем часть полученной информации, а именно, зависимость критического тока, определенного на уровне продольного электрического поля 1 мкВ/см, от ориентации внешнего магнитного поля и направления тока в фольге.

В эксперименте ставились следующие цели:

а) Получение достоверной экспериментальной информации — зависимостей величин критических токов от направления внешнего поля и тока в материале для определения параметров модели анизотропного пиннинга и подтверждения того, что токонесящая способность материала с анизотропным пиннингом действительно зависит как от направления силы Лоренца, так и от направления индукции в материале.

б) Регистрация формы максимумов токонесящей способности при малых полях и определенных ориентациях внешнего поля для сравнения ее с расчетной формой. Эти максимумы обнаруживались ранее неоднократно, в том числе и на ниобий-титановой фольге [9] при ориентации внешнего поля вдоль поверхности фольги, но не были объяснены.

Результаты эксперимента приведены на рис. 4 совместно с результатами обработки по изложенной выше модели. Чтобы не перегружать статью рисунками, мы ограничились представлением лишь малой части экспериментального материала, а именно, результатов, соответствующих наилучшему и наихудшему совпадением с моделью.

Перечислим основные результаты, полученные в ходе экспериментов и подтвердившие в основном описанную выше модель анизотропного пиннинга.

1) Исследованный материал (тонкая холоднокатанная фольга Nb-50 масс.%Ti) является материалом с сильно анизотропным пиннингом. Различие плотностей сил пиннинга при определенных ориентациях достигает двух порядков величины при од-

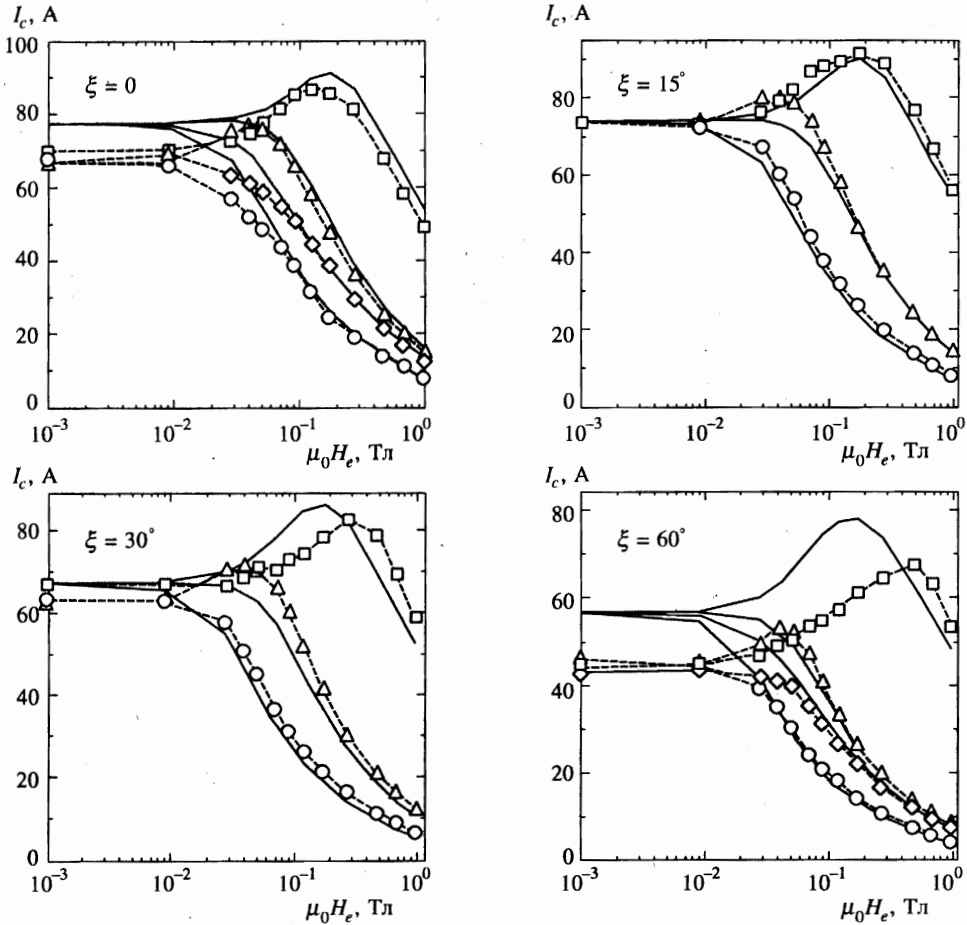


Рис. 5. Сопоставление с экспериментом расчетных полевых зависимостей критических токов в малых магнитных полях. Штриховыми кривыми и значками обозначены экспериментальные кривые, сплошными линиями — результаты расчета на основании параметров коллективной потенциальной ямы, приведенных на рис. 6. Обозначения:  $\circ$  —  $\theta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ;  $\diamond$  —  $\theta = 45^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\square$  —  $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\triangle$  —  $\theta = 45^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$

ной и той же величине внешнего поля. Наибольшая токнесущая способность наблюдается в образцах фольги при ориентации внешнего поля вдоль поверхности фольги, наименьшая — при ориентации внешнего поля поперек фольги.

2) Плотность силы пиннинга сильно зависит от направления индукции в материале фольги (см. рис. 4) даже при сохранении направления действия силы Лоренца, что видно из рис. 4а и 4б.

3) Плотность силы пиннинга существенно зависит от направления действия силы Лоренца в материале фольги даже при сохранении величины и направления внешнего поля. Чтобы убедиться в этом, надо сравнить представленные на рис. 4 результаты для  $\xi$  равных  $15^\circ$  и  $60^\circ$ .

4) При определенных ориентациях внешнего поля — вдоль поверхности фольги —

при величине внешнего поля, сравнимой с величиной локальной индукции, создаваемой характерными транспортными токами, т. е. менее 0.2 Тл, зарегистрированы максимумы полевых зависимостей критического тока (рис. 5).

#### 4.2. Измерение поперечного электрического поля

Как было сказано выше, в сверхпроводнике второго рода с анизотропным пиннингом поток флюксоидов может направляться не перпендикулярно току, что приведет к возникновению поперечной компоненты электрического поля. Измерив угол между направлениями тока и электрического поля в сильном внешнем магнитном поле, заметно превышающем собственное поле тока, можно построить двумерное сечение пиннинговой поверхности, перпендикулярное направлению поля (в допущении, что критические проекции лежат в плоскости этого сечения). Эксперимент, как и другие эксперименты этой серии, проводили на той же холоднокатанной фольге из сплава НТ-50. Из этой фольги на ее средней линии вырезали ленточки ( $5 \times 30$  мм<sup>2</sup>), ориентированные под углами  $\xi = 0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 60^\circ$  и  $90^\circ$  к направлению прокатки.

Образцы напаивали на нержавеющие пластинки и закрепляли на зонде так, чтобы магнитное поле сверхпроводящего соленоида, в котором проводились измерения, было перпендикулярно их плоскости. При этой ориентации можно было наиболее просто регистрировать поперечное электрическое поле. Для одновременной регистрации продольного и поперечного напряжений было изготовлено приспособление с четырьмя пружинными потенциальными контактами, расположенными в углах квадрата с диагональю 3.5 мм, причем одну из диагоналей этого квадрата ориентировали вдоль оси образца так, что она совпадала с направлением тока. Отсутствие ложного поперечного сигнала, обусловленного неточностью установки потенциальных контактов, контролировали в отсутствие магнитного поля на образцах, находящихся в нормальном состоянии. При этом поперечный сигнал не превышал 2% от продольного, что считалось удовлетворительным, поскольку исследуемый эффект, как правило, был значительно больше. Большая величина изучаемого эффекта позволяла также не учитывать вклад напряжения Холла, который не превышал указанной погрешности эксперимента. Применение этого приспособления позволило существенно сократить затраты времени на ответственную процедуру установки потенциальных контактов.

В магнитных полях от 0.5 до 10 Тл (в которых можно было пренебречь собственным полем тока и направление индукции в сверхпроводнике совпадало с направлением внешнего магнитного поля) измеряли прямой и обратный ход продольных вольт-амперных характеристик образцов с помощью измерительного комплекса в диапазоне напряжений от 0.01 до 10 мкВ. Одновременно зависимость поперечной компоненты электрического поля от продольной регистрировали двухкоординатным самопишущим потенциометром. При увеличении и последующем уменьшении тока потенциометр регистрировал совпадающие прямые линии. Это свидетельствует о пропорциональности продольной и поперечной компонент электрического поля в исследованном диапазоне и, следовательно, о неизменности траектории движения магнитного потока. Наклон этих линий соответствовал углу между электрическим полем и током. Он сильно зависел от угла между направлением прокатки фольги и током. В образцах, вырезанных в направлении прокатки и перпендикулярно ему, поперечной компоненты электрического поля в пределах погрешности не наблюдалось, что подтверждает представления о наличии по крайней мере двух ортогональных главных направлений пиннинга в материале и о совпадении этих направлений с главными направлениями фольги.



### 4.3. Обработка результатов эксперимента

При произвольной ориентации образцов во внешнем магнитном поле в формировании величины силы пиннинга участвуют несколько параметров, описывающих пиннинговое тело (см. табл. 2), поэтому для определения параметров модели из эксперимента требуется привлечение статистических методов обработки эксперимента. Картина становится еще более сложной в малых внешних полях, где собственное поле тока существенно разнообразит направление и величину индукции в сечении образца, а это приводит к необходимости решения самосогласованной задачи определения плотности тока.

Таблица 2

**Ориентация образцов и участие параметров модели в определении силы пиннинга**

Ориентация тока и внешнего поля, градусы		Параметры модели, влияющие на плотность силы пиннинга в больших полях	
$\theta$	$\varphi$		
0	90	$U^x, U^z$	$L^y$
90	—	$U^y$	$L^x, L^z$
45	0	$U^x, U^y, U^z$	$L^x, L^z$
0	45	$U^x, U^z$	$L^y$
45	90	$U^x, U^y, U^z$	$L^x, L^y, L^z$
30	35	$U^x, U^y, U^z$	$L^x, L^y, L^z$

Цель, которую мы ставили при обработке результатов эксперимента, заключалась в том, чтобы найти пять характеристик пиннинга,  $U^x(B)$ ,  $U^y(B)$ ,  $U^z(B)$ ,  $L^x(B)$  и  $L^z(B)$ , которые в рамках модели считаются независимыми, рассчитать с их помощью самосогласованные распределения плотности тока и индукции для всех ориентаций и полей, имевшихся в эксперименте, и сравнить рассчитанные и экспериментальные значения токов. При этом мы надеялись, что описание угловых зависимостей глубины и ширины коллективной потенциальной ямы эллипсоидами окажется не слишком далеким от действительности.

#### 4.3.1. Учет неоднородности плотности тока в малом внешнем поле

Чтобы по измеренному критическому току  $I_c(H_e)$  определить критическую плотность тока  $j_c(\mu_0 H_e)$ , обычно делят критический ток на сечение образца. Эта операция не всегда оправдана, поскольку, согласно модели критического состояния, плотность тока в образце самосогласована с локальной индукцией, а она, как правило, неоднородна из-за вклада в индукцию собственного поля транспортного тока. Для образцов из изотропных материалов операция определения плотности тока делением полного тока на сечение провода оказывается корректной лишь в достаточно больших внешних полях. При этом повышение плотности тока в частях образца со сниженной индукцией в точности компенсируется ее понижением там, где индукция повышена. Это было аналитически продемонстрировано для изотропного сверхпроводника цилиндрической формы при степенной зависимости плотности тока от индукции в работе [18]. Мы допустили, а затем проверили численным расчетом с помощью описанного ниже

алгоритма, что для исследуемого анизотропного сверхпроводника прямоугольного сечения при реальной зависимости  $j_c(B)$  можно пользоваться этим же способом в полях более 0.1–1.0 Тл (в зависимости от ориентации магнитного поля относительно фольги) при достаточно больших углах между током и внешним полем (более  $10^\circ$ ). Если сумма внешнего поля и собственного поля тока становится в какой-либо точке образца достаточно малой, то в этой точке формируется пик плотности тока, при этом в большей части сечения суммарная индукция оказывается больше индукции внешнего поля. Поэтому критический ток образца оказывается значительно меньше произведения плотности тока, соответствующей внешнему полю, на сечение образца.

Параметры модели анизотропного пиннинга во всем диапазоне полей от нуля до  $H_{c2}$  (т. е. полевые зависимости параметров анизотропной потенциальной ямы  $U^x$ ,  $U^y$ ,  $U^z$ ,  $L^x$  и  $L^z$ ) должны быть получены при статистической обработке всего набора экспериментальных данных по всем ориентациям магнитного поля для всех образцов. Чтобы оценить параметры пиннинга и решать самосогласованную задачу в малых полях, мы были вынуждены использовать в малых полях величины критической плотности тока, экстраполированные в соответствии со следующей процедурой. Полагая, что полевую зависимость плотности силы пиннинга в слабых полях можно описать соотношениями вида

$$F_p \propto b^q(1-b)^s \quad (15)$$

(где  $q$  и  $s$  — параметры, зависящие от свойств центров пиннинга,  $b = B/B_{c2}$  — приведенное поле), естественно ожидать, что в анизотропном случае величина параметров в (15) зависит от ориентации поля и силы Лоренца. Анализ экспериментальных полевых зависимостей критического тока подтвердил наши предположения. Независимо от ориентации внешнего поля для всех образцов в некотором интервале малых приведенных полей ( $b \sim 0.01$ – $0.2$ ) на полевых зависимостях критического тока, построенных в двойном логарифмическом масштабе, можно выделить линейные участки, для которых (15) хорошо выполняется (т. е.  $I_c \propto b^{q-1}$ ). При меньшей величине внешнего поля начинает сказываться влияние собственного поля тока, а при большей величине поля — явления, связанные с пик-эффектом, что в обоих случаях приводит к отклонению экспериментальной полевой зависимости от степенной. Мы допустили, что полученную степенную зависимость можно экстраполировать в область очень малых внешних полей и получить необходимую для расчетов зависимость  $j_c(B)$  для этой области полей. Экстраполяция была выполнена методом наименьших квадратов путем минимизации фактора расходимости для всех экспериментальных зависимостей, и были получены оптимальные оценки экстраполяционных параметров, причем величина ключевого параметра  $q$  варьировалась в диапазоне 0.378–0.709. В дальнейшем при расчете параметров пиннинга в качестве зависимости  $j_c(\mu_0 H_e)$  во внешнем поле  $\mu_0 H_e \geq 1$  Тл используем  $I_c(H_e)/S$ , а при  $\mu_0 H_e < 1$  Тл — отнесенные к сечению образца величины экстраполированного критического тока.

Существенно, что все использованные аппроксимации дают критическую плотность тока, монотонно убывающую с ростом индукции. Сильная зависимость критической плотности от ориентации позволит нам ниже объяснить наблюдаемые в малых магнитных полях при некоторых их ориентациях максимумы критического тока особенностями распределения индукции в сечении образца, обусловленными собственным полем тока, распределенным в сечении чрезвычайно неоднородно.

## 4.3.2. Расчет параметров модели

Мы располагали двадцатью полевыми зависимостями  $I_c = I_c(H_e, \xi, \theta, \varphi)$ , соответствующими различным наборам углов  $\xi, \theta, \varphi$  (см. табл. 2). Для каждого значения поля проводился независимый расчет по всем имеющимся взаимным ориентациям поля и тока. Параметры модели определялись минимизацией фактора расходимости  $R$ :

$$R = \frac{1}{N - \nu} \sum_k^N \left( \frac{I_{c,k}^{cal} - I_{c,k}^{exp}}{I_{c,k}^{exp}} \right)^2, \quad (16)$$

где  $N$  — число экспериментов,  $I_{c,k}^{exp}$  — измеренная величина критического тока для  $k$ -ой ориентации,  $I_{c,k}^{cal}$  — величина рассчитанного критического тока в той или иной модели для  $k$ -ой ориентации,  $\nu$  — число варьируемых параметров модели. Процедура регрессии проводилась с равным относительным вкладом каждой экспериментальной точки (величины экспериментального критического тока) в фактор расходимости.

Результаты расчета приведены на рис. 6. Как мы говорили (см. (13), (14)), зная шесть главных значений сил пиннинга, можно определить лишь пять относительных значений характеристик потенциальной ямы, один из ее размеров выбирается в качестве нормирующего. Форма зависимости этих параметров от индукции изменяется при нормировке на разные главные радиусы размерного эллипсоида из-за того, что сами эти радиусы могут по-разному зависеть от индукции. Тем не менее приведенных на рис. 6 данных вполне достаточно, чтобы получить полные сведения о пиннинге в материале. Чтобы определить шесть главных значений силы пиннинга в  $\text{H}/\text{M}^3$ , следует отношение соответствующих энергий и размеров, представленных на рисунке в относительных единицах, умножить на  $10^8$ . Выбранная для рис. 6 нормировка ( $L^y=1$ ) соответствует наиболее спокойному виду полевых зависимостей параметров коллективной потенциальной ямы, с минимальной немонотонностью. Заметим, что в направлении  $L^y$  можно ожидать наибольшей плотности границ зерен, что, по нашим представлениям, должно обеспечивать постоянство размера потенциальной ямы до весьма больших величин индукции, при которых среднее расстояние между флюксоидами может стать меньше среднего расстояния между центрами пиннинга. Как видно из рис. 6, глубина коллективной ямы практически постоянна для направлений индукции, лежащих в плоскости фольги. Для индукции нормальной к плоскости фольги яма на порядок мельче. Характерные поперечные размеры ямы для силы Лоренца в направлении прокатки в несколько раз больше, чем в перпендикулярных ей направлениях, почти во всем диапазоне индукций, однако с 5 Тл эта разница начинает уменьшаться и исчезает вблизи

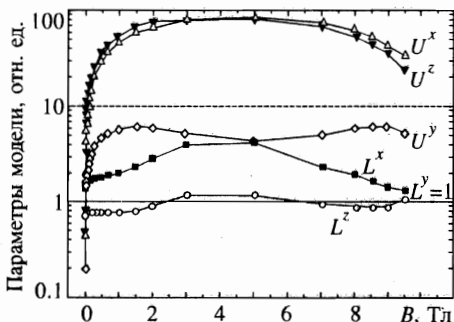


Рис. 6. Параметры коллективной потенциальной ямы, рассчитанные по результатам исследования анизотропии токонесущей способности ниобий-титановой фольги

критического поля. По нашему мнению, эта картина неплохо соответствует представлению о том, что центрами пиннинга в холоднокатанной фольге служат границы сильно уплощенных и вытянутых в направлении прокатки зерен. Если считать различие между  $x$ - и  $z$ -радиусами энергетического и размерного эллипсоидов физически несущественными, число варьируемых параметров можно было бы уменьшить до трех.

#### 4.3.3. Сравнение моделей

Для того чтобы выяснить, насколько хорошо полученные параметры коллективной потенциальной ямы описывают ориентационную зависимость токнесущей способности, мы провели статистическое сравнение с несколькими другими упрощенными моделями. В каждом случае использовался один и тот же набор экспериментальных данных, и проводилась процедура нелинейной регрессии. Использование выражения (16) позволило корректно сравнить модели с различным числом варьируемых параметров с помощью  $R$ -критерия, близкого по смыслу к критерию  $\chi^2$ . Сопоставлялись следующие модели.

1) Изложенная выше модель анизотропного пиннинга с зависящими от поля параметрами глубины и ширины обобщенной коллективной потенциальной ямы пиннинга. Варьируемые параметры — глубина и ширина ямы:  $U^x$ ,  $U^y$ ,  $U^z$ ,  $L^x$  и  $L^z$  ( $\nu=5$ ).

2) Аналогичная модель, но с учетом симметрии распределения центров пиннинга в фольге число параметров уменьшено до четырех за счет того, что  $U^x=U^z$  ( $\nu=4$ ).

3) Модель, аналогичная предыдущей, но с дополнительным элементом симметрии и уменьшением числа варьируемых параметров за счет дополнительного соотношения  $L^z=L^y=1$  ( $\nu=3$ ).

4) Модель, аналогичная первой, но дополнительно учитывающая направляемое движение магнитного потока в анизотропном сверхпроводнике (guided motion). При учете направляемого движения потока величина измеряемого критического тока практически во всех случаях меньше, чем должна была бы быть при ожидаемом направлении силы Лоренца. В случае простейшей формы потенциальной ямы — эллиптической — направленное движение потока может быть учтено аналитически, что приводит лишь к небольшим изменениям в расчетных формулах, причем число варьируемых параметров модели остается тем же самым ( $\nu=5$ ).

5) Конкурирующая модель, допускающая зависимость величины силы пиннинга только от направления вектора силы Лоренца в материале. Эта модель эквивалентна известному обобщению модели Бина [14, 15]. Параметрами модели мы положили три зависящие от величины индукции главные силы пиннинга по трем выделенным направлениям в материале и допустили, что для других ориентаций силы Лоренца сила пиннинга описывается соответствующим радиусом эллипсоида, построенного на главных радиусах ( $\nu=3$ ).

Результаты расчетов представлены на рис. 7 в виде полевой зависимости фактора расходимости  $R$  для различных моделей. На этом же рисунке штрихпунктирной линией показан уровень средней суммарной погрешности эксперимента (обусловленной разбросом параметров фольги в различных ее местах, неточностью установки образцов, небольшим разбросом в ширине образцов), оцененной нами по результатам измерений критических токов серии различных образцов для одной и той же ориентации внешнего поля. Чем меньше величина  $R$  для постулированной модели и чем ближе она к средней погрешности эксперимента, тем лучше данная модель описывает эксперимент. Легко заметить, что во всем диапазоне полей так называемая «обобщенная модель Бина» имеет

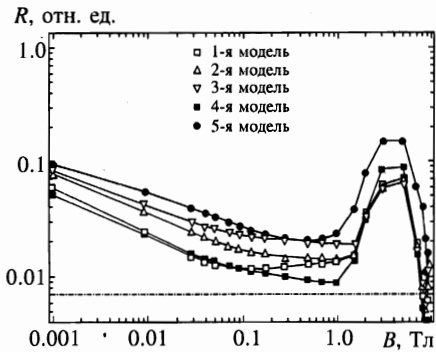
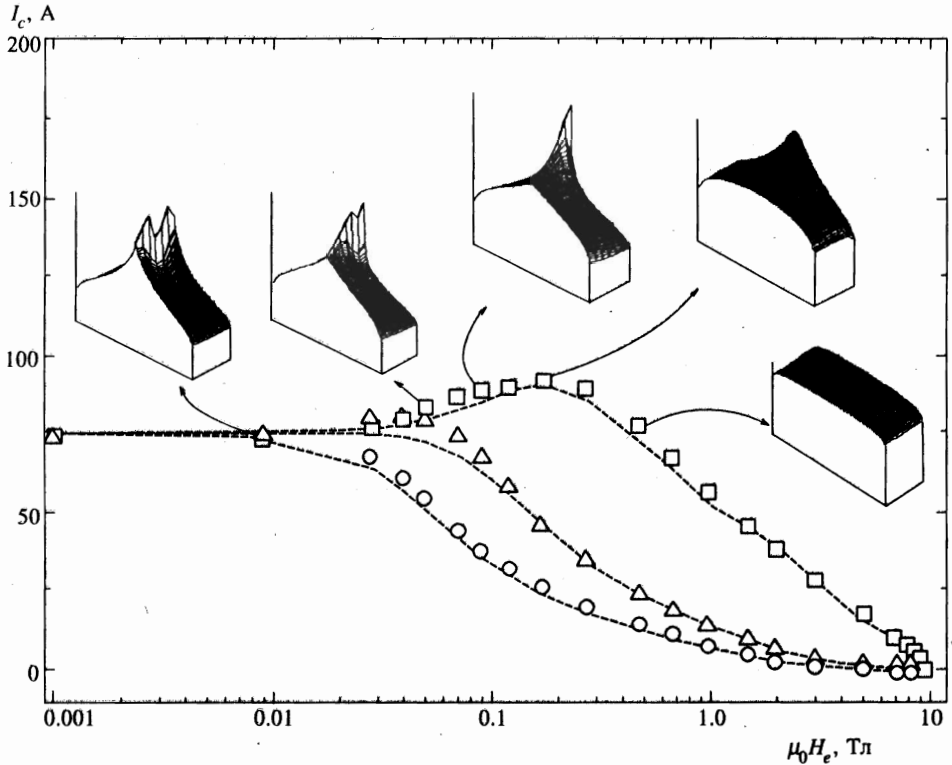


Рис. 7. Результаты количественной оценки достоверности моделей по  $R$ -критерию. Штрихпунктирная линия — средняя погрешность эксперимента

фактор расходимости, значительно (почти в 3 раза) превышающий фактор расходимости для всех других вариантов модели анизотропного пиннинга, учитывающей направление индукции в материале. При этом даже вариант модели, описывающей случай весьма симметричного анизотропного пиннинга (третья модель) с тем же числом параметров ( $\nu = 3$ ), описывает эксперимент гораздо лучше. Тем не менее статистическая ошибка всех рассмотренных моделей заметно превышает погрешность эксперимента, а в диапазоне от 2 до 7 Тл все модели имеют повышенный фактор расходимости. (Нарастание фактора расходимости с уменьшением индукции ниже 0.1 Тл объясняется тем, что в этом диапазоне отсутствуют корректные данные о величине критического тока, они заменены экстраполяцией из диапазона с большими полями, что, естественно, приводит к увеличению ошибки.) Наиболее естественной реакцией на такое расхождение могло бы быть сомнение в предложенном допущении об эллипсоидальной форме энергетической и размерной поверхностей, однако мы полагаем, что его причиной, скорее всего, является неадекватность использованного критерия определения величины критического тока по условному уровню электрического поля. Действительно, этот выбор оправдан только традицией. Альтернативный выбор в качестве критерия определенной величины постоянного эффективного сопротивления существенно изменил бы картину и именно в области средних полей, где различие в величине критических токов для различных ориентаций наиболее существенно, однако и такой выбор не имеет строгого обоснования. Мы надеемся устранить эту неопределенность при запланированной обработке зарегистрированных вольт-амперных характеристик.

## 5. СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для сравнения экспериментальных данных с расчетными и учета собственного поля тока численно во всем диапазоне полей была решена задача определения самосогласованных распределений тока и индукции в сечении образца. Использован метод последовательных приближений при разбиении прямоугольного сечения образца на 500–1000 элементов. Для каждого элемента применялась изложенная процедура определения силы пиннинга с учетом локального направления индукции и силы Лоренца. Как правило, решение достигалось за 20–30 итераций. Устойчивость результата к изменению подробности разбиения сечения была проверена.



**Рис. 8.** К объяснению возникновения максимумов критического тока в малых внешних магнитных полях, параллельных плоскости прокатки ниобий-титановой фольги;  $\xi = 15^\circ$ ,  $\circ - \theta = 90^\circ, \varphi = 0, \Delta - \theta = 45^\circ, \varphi = 0, \square - \theta = 0^\circ, \varphi = 90$ . На вставках — распределения плотности тока в сечении образца, соответствующие различным точкам полевой зависимости критического тока (для наглядности геометрический масштаб рисунков распределения сильно сжат вдоль большей стороны каждого рисунка, так как реальное соотношение сторон в сечении образца составляет 130:1)

Сопоставление расчетных результатов с экспериментальными приведено на рис. 4 и 5. На рис. 4 сравниваются расчетные и экспериментальные значения сил пиннинга при различных ориентациях магнитного поля для образцов, вырезанных под углами  $15^\circ$  и  $60^\circ$  к направлению прокатки, однозначно задающих направление транспортного тока по отношению к направлению прокатки в материале. Для большинства ориентаций модельные и экспериментальные характеристики удовлетворительно совпадают. На рис. 5 сопоставлены расчетные и экспериментальные значения величин критических токов в области малых внешних полей, поскольку в этих полях корректное экспериментальное определение силы пиннинга затруднено, а особенности, обусловленные неоднородностью распределения плотности тока проявляются именно в зависимостях  $I_c(H_e)$ . Расчет надежно воспроизводит все характерные особенности этих зависимостей в малых полях, такие как наличие максимумов тока при одних ориентациях внешних полей и отсутствие при других. Неожиданным для нас было появление на экспериментальной кривой максимума при ориентации внешнего поля под углом  $45^\circ$  к току в плоскости перпендикулярной фольге ( $\varphi = 0^\circ$  и  $\theta = 45^\circ$ ). Появление этого макси-

ума мы связываем не столько с анизотропией материала, сколько с особенностями распределения тока при малых углах между вектором индукции и током, скорее всего, он оказался рудиментом гигантского максимума, ожидаемого при ориентации внешнего поля вдоль направления тока даже в изотропном случае, однако в наших расчетах следы этого максимума сохранялись лишь до угла  $\theta = 40^\circ$ . Некоторые количественные отличия расчета от эксперимента в полях менее 0.1 Тл (рис. 7) мы склонны объяснять либо недостаточной точностью экстраполяции к нулевому полю зависимости  $j_c(B)$ , что приводит к большой величине разброса тока при небольшой ошибке в параметрах аппроксимации, либо принципиальной некорректностью такой процедуры из-за нарушения закономерности (15) в очень малых полях.

На рис. 8 для нескольких полей приведены результаты расчета самосогласованного распределения плотности критического тока в сечении образца, поясняющие природу возникновения максимумов в полях, параллельных плоскости фольги. Относительно однородное распределение тока в достаточно большом внешнем поле (0.5 Тл) становится все более неоднородным по мере уменьшения индукции, поскольку собственное поле тока, уменьшая индукцию с одного края сечения образца, приводит к появлению пика плотности тока. Этот пик создает в сечении фольги с большим соотношением сторон достаточно большую компоненту поля, перпендикулярную плоскости образца, и этот процесс становится доминирующим, так как в поперечном поле плотность силы пиннинга почти на порядок меньше, чем в параллельном при той же величине индукции. Таким образом формируется максимум на зависимости  $I_c(H_e)$ .

Рисунок 6 дает представление о зависимости относительной глубины потенциальной ямы от ориентации. Для определения абсолютной величины удельной энергии связи магнитного потока с системой центров пиннинга не хватает надежных сведений о величине и полевой зависимости характерного размера  $L^y$ . Если допустить, что эта величина не зависит от индукции, т.е. плотность центров пиннинга превышает плотность флюксоидов во всем исследованном диапазоне полей, а с другой стороны, принять во внимание, что расстояние между центрами пиннинга должно быть больше длины когерентности, можно получить весьма грубую оценку  $L^y \approx \sqrt{\phi_0/B}$ , если положить  $B \approx 10$  Тл. Таким образом,  $L^y \approx 7$  нм, и оценки абсолютной энергии связи магнитного потока при индукции 5 Тл составят  $U^x \approx U^z \approx 50$  Дж/м<sup>3</sup>,  $U^y \approx 2.5$  Дж/м<sup>3</sup>.

Сопоставление на рис. 9в полевой зависимости отношения сил пиннинга, перпендикулярных направлению прокатки и параллельных ей, с отношением характерных размеров коллективной потенциальной ямы (рис. 6), рассчитанных по всему массиву экспериментальных критических токов, позволяет сделать вывод о том, что наблюдаемая при этой ориентации анизотропия однозначно связана с различием крутизны стенок потенциальной ямы. Наблюдаемый пик-эффект вблизи  $B_{c2}$  оказывается не столько следствием увеличения энергии связи магнитного потока с центрами пиннинга по мере роста индукции, сколько увеличения крутизны стенок потенциальной ямы.

Результаты измерений поперечного электрического поля в магнитных полях, перпендикулярных плоскости фольги, позволяют реконструировать реальную форму изучаемого сечения пиннингового тела. На рис. 9 приведены реконструированные формы сечения пиннинговых поверхностей. Во всем диапазоне исследованных индукций они весьма похожи на рассчитанное в п. 3.2 сечение. По-видимому, допущение о возможности описания в ниобий-титановой фольге глубины и характерных размеров коллективной потенциальной ямы эллипсоидами для этой ориентации магнитного поля оказалось недалеким от действительности. Естественно, такая форма потенциальной

ямы не может быть универсальной. Например, характерное для ВТСП наличие в материале нескольких по-разному ориентированных типов центров пиннинга, приводящее к нескольким острым максимумам токонесущей способности, должно соответствовать весьма причудливой форме пиннинговой поверхности, напоминающей звезду. Мы надеемся на то, что изучение таких сечений в различных материалах позволит выявить детали структуры и распределения реальных центров пиннинга и, в частности, обнаруженные особенности зарегистрированного сечения позволят уточнить картину пиннинга магнитного потока в ниобий-титановых материалах.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная геометрическая интерпретация макроскопической силы пиннинга как поверхности, протыкая которую сила Лоренца переводит сверхпроводник в резистивное состояние, позволило построить модель анизотропного пиннинга, отличающуюся от известного обобщения модели Бина тем, что описывает случаи произвольного угла между полем и током и принимает во внимание зависимость силы пиннинга не только от ее направления, но и от направления индукции. В виде простого алгоритма описан оператор, преобразующий векторы индукции и силы Лоренца в противодействующую последнюю силу пиннинга для случая, когда глубину и ширину коллективной пиннинговой потенциальной ямы можно представить трехосными эллипсоидами. Предложенная модель естественным образом объясняет явление направляемого движения флюксоидов и предсказывает величину угла между током и электрическим полем в резистивном состоянии анизотропного сверхпроводника.

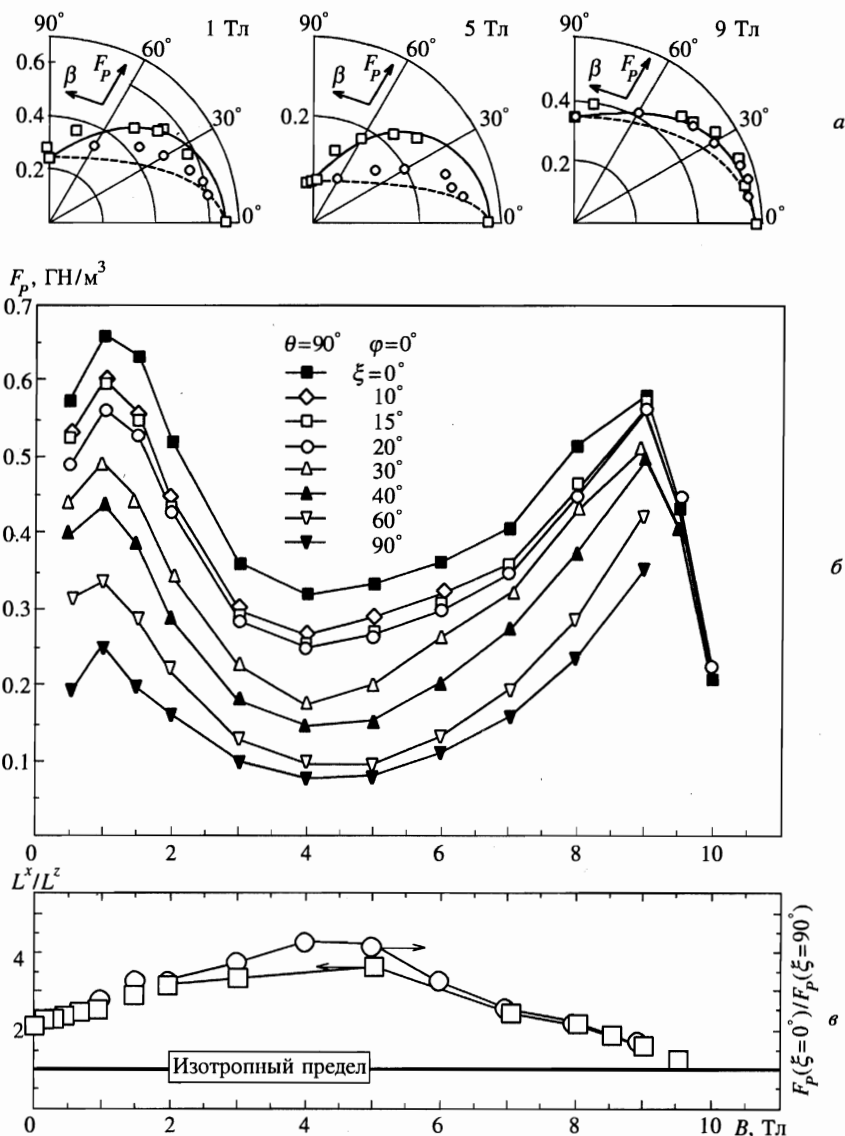
Разработан алгоритм поиска самосогласованных распределений плотности тока и индукции в сечении сверхпроводника при произвольных ориентациях магнитного поля и тока с учетом реальной анизотропии для каждого элемента сечения.

Подробно исследована токонесущая способность холоднокатанной ниобий-титановой фольги при различных ориентациях магнитного поля в зависимости от направления тока относительно системы координат, связанной с материалом, а также измерены поперечные электрические поля в резистивном состоянии фольги в перпендикулярных ее плоскости магнитных полях. Предложен способ реконструкции реальной формы сечения пиннингового тела по результатам исследования угла между током и электрическим полем в резистивном состоянии сверхпроводника и восстановлена форма сечений пиннингового тела для одной из ориентаций индукции.

Сопоставление экспериментальных результатов с моделью показывает, что описание пиннинговой потенциальной ямы двумя эллипсоидами является удовлетворительным приближением для ниобий-титановой фольги. Для ВТСП-материалов с несколькими системами остро ориентированных ансамблей центров пиннинга можно ожидать весьма сложной формы пиннинговой поверхности, обусловленной тем, что и глубина, и ширина потенциальной ямы будут иметь форму звезд, образованных несколькими сильно вытянутыми пересекающимися эллипсоидами.

Из эксперимента определены относительные значения глубины и ширины коллективной потенциальной ямы для направлений индукции силы Лоренца, совпадающих с главными направлениями ниобий-титановой фольги. Показано, что наблюдающийся при некоторых ориентациях пик-эффект в полях близких к критическому следует связывать, скорее, с изменением с полем не глубины потенциальной ямы, а крутизны ее склонов.





**Рис. 9.** Результаты реконструкции формы пиннингового тела. *a* — Типичные результаты реконструкции для трех величин внешнего поля, демонстрирующие удовлетворительное согласие эксперимента и расчета. Штриховой линией и кружками обозначены соответственно расчетные и экспериментальные значения достигаемого тока для образцов, вырезанных под различными углами к направлению прокатки. Сплошной линией изображена ожидаемая форма сечения пиннингового тела, а квадратами — результаты реконструкции этой формы по экспериментальным точкам. *б* — Полевая зависимость силы пиннинга для образцов, вырезанных под различными углами к направлению прокатки, в магнитном поле, перпендикулярном плоскости фольги. *в* — Сопоставление отношения сил пиннинга в двух главных направлениях фольги и отношения размеров потенциальной ямы для этих же направлений

Решение задачи самосогласованных распределений магнитной индукции и плотности тока в образцах с учетом собственного поля тока позволило воспроизвести в расчетах тонкие детали зависимости критического тока от внешнего поля, включая максимумы в малых внешних полях, параллельных плоскости образца.

Разработанная модель может использоваться для количественного описания пиннинга в технических сверхпроводящих материалах, а также для качественного описания процессов в сверхпроводящих проводах, работающих в магнитных полях изменяющейся ориентации.

Авторы выражают признательность А. П. Жернову, К. А. Кикоину, Т. Д. Аксеновой и Е. П. Красноперову за полезное обсуждение результатов работы, выполненной при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-18693), Совета по сверхпроводимости (проект 93176) и дирекции Российского научного центра «Курчатовский институт» (молодежный проект 96-40).

## Литература

1. C. J. Bergeron Jr., *Appl. Phys. Lett.* **3**, 63 (1963).
2. J. R. Clem and S. Yeh, *J. Low Temp. Phys.* **39**, 173 (1980).
3. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
4. E. H. Brandt, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 1465 (1995).
5. V. M. Boroditch, A. C. Combarov, V. Ya. Filkin et al., in *Low Temperature Physics-LT8 (Proc. of Int. Conf. LT8, London, 1962)*, ed. by R. O. Davies, Butterworth., London (1963), p. 348.
6. R. R. Hake, D. H. Leslie, and C. G. Rhodes, *ibid.*, p. 342.
7. K.-P. Jungst, *IEEE Trans. Magn.* **MAG-11**, 340 (1975).
8. E. W. Collings, *Applied Superconductivity, Metallurgy and Physics of Titanium Alloys*, Vol. 2, Plenum Press, London, New York (1986), p. 100.
9. B. ten Haken, L. J. M. van der Klundert, V. S. Vysotsky, and V. R. Karasik, *IEEE Trans. Magn.* **28**, 755 (1992).
10. H. Kupfer and T. Matsushita, *J. Appl. Phys.* **63**, 5060 (1988).
11. S. J. Williamson and J. K. Furdina, *Phys. Lett.* **21**, 376 (1966).
12. C. M. Friend and D. P. Hampshire, in *Applied Superconductivity (Proc. EUCAS-93)*, ed. by H. C. Freyhardt, DGM, Inform. Gesellschaft L. B. H. Verlag (1993), Vol. 1, p. 701.
13. A. M. Campbell and J. E. Evetts, *Critical Currents in Superconductors*, Taylor and Francis Ltd., London (1972).
14. E. M. Georgy, R. B. van Dover, K. A. Jackson, L. F. Shneemeyer, and J. V. Waszczak, *Appl. Phys. Lett.* **55**, 283 (1989).
15. F. M. Sauerzopf, H. P. Wiesinger, and H. W. Weber, *Cryogenics* **30**, 650 (1990).
16. H. P. Wiesinger, F. M. Sauerzopf, and H. W. Weber, *Physica C* **203**, 121 (1992).
17. G. Blatter, V. B. Geshkenbein, and A. I. Larkin, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 875 (1992).
18. Е. Ю. Клименко, В. Г. Кон, в сб. *Сверхпроводимость (Мат. Конф. по техническому использованию сверхпроводимости, Алушта-75)*, т. 4, Атомиздат, Москва (1977), с. 114.
19. В. Р. Карасик, В. Г. Верещагин, *ЖЭТФ* **59**, 36 (1970).
20. C. P. Bean, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
21. E. Yu. Klimenko and N. N. Martovetsky, *IEEE Trans. Magn.* **28**, 843 (1992).
22. A. K. Niessen, J. van Suchtelen, F. A. Staas, and W. D. Druyvesteyn, *Phys. Lett.* **13**, 293 (1965).
23. E. J. Kramer, *J. Appl. Phys.* **44**, 1360 (1973).

24. J. Lowell, J. Phys. F: Metal Phys. **2**, 547 (1972).
25. A. M. Campbell, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **4**, 3186 (1971).
26. А. И. Ларкин, ЖЭТФ **58**, 1466 (1970).
27. A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, J. Low Temp. Phys. **34**, 409 (1979).
28. C. B. Nunes and D. G. Pinatti, Supercond. Sci. Technol. **5**, S256 (1992).
29. E. H. Brandt, Phys. Rev. Lett. **57**(11), 1347 (1986).
30. A. K. Niessen and C. H. Weijssenfeld, J. Appl. Phys. **40**, 384 (1969).
31. V. N. Morgoon, V. A. Shklovskij, V. Bindilatti et al., Czech. J. Phys. **46**, 1751 (1996).