ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 4(10), стр. 1299–1311

КАСКАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛАЗМЕННОМ ГЕНЕРАТОРЕ

М. А. Красильников[a], М. В. Кузелев[a], А. А. Рухадзе[b]

[a] *Московский государственный университет печати*
127550, Москва, Россия
[b] *Институт общей физики Российской академии наук*
117942, Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 февраля 1997 г.

Теоретически и численно исследована динамика нелинейного рассеяния на электронном пучке волны, отраженной от излучающего устройства плазменного генератора. Показано, что встречная плазменная волна может нелинейно взаимодействовать с другими волноводными модами системы и пучковыми волнами плотности заряда, что приводит к изменениям в работе генератора. С помощью численного моделирования установлено снижение эффективности генерации вследствие рассеяния встречной волны и вынужденного излучения сильно потенциальной плазменной волны с фазовой скоростью $v_{ph} = \omega/k_z \ll c$.

1. В работе [1] была исследована нелинейная динамика резонансного вынужденного черенковского излучения в плазменном волноводе конечной длины. Было установлено, что частичное отражение попутной электронному пучку плазменной волны приводит к изменению уровня выходного сигнала и существенно влияет на его временную динамику. Отмечалось, что встречная волна может рассеяться на электронах пучка, что может привести к развитию целой серии каскадных процессов. Исследованию данных процессов и посвящена настоящая работа.

Пусть участок $0 < z < L$ металлического волновода радиуса R заполнен поперечно-однородной плазмой (ω_p — ленгмюровская частота электронов плазмы). В начальный момент времени в волновод через границу $z = 0$ начинает инжектироваться тонкий электронный пучок с некоторым фронтом. Инжектируемый электронный пучок за счет спонтанного черенковского излучения возбуждает попутную плазменную волну с частотой $\omega \sim \omega_0 = \sqrt{\omega_p^2 - k_\perp^2 u^2 \gamma^2}$ [2], где $k_\perp$ — поперечное волновое число, u и γ — скорость и релятивистский фактор электронного пучка. Вблизи границы $z = L$ расположено излучающее устройство. В случае простейшей модели рупора — резкой границы плазма–вакуум — коэффициент отражения попутной плазменной волны дается формулой [1, 2]

$$\kappa = \frac{n(\omega_p) - n(0)}{n(\omega_p) + n(0)}, \tag{1}$$

где $n^2(\omega_p) = 1 - k_\perp^2 c^2/(\omega^2 - \omega_p^2)$. Отраженная встречная волна имеет ту же частоту, но распространяется в противоположном направлении. Вблизи границы $z = 0$ встречная волна практически полностью трансформируется в попутную. Если выполнены стартовые условия генерации для системы (по току пучка J_b, длине волновода L, плазменной частоте ω_p), то происходит самовозбуждение плазменного генератора [2].

В модели, принятой в [1], роль встречной волны сводилась к осуществлению обратной связи, поскольку встречная волна, не находясь в черенковском резонансе с элек-

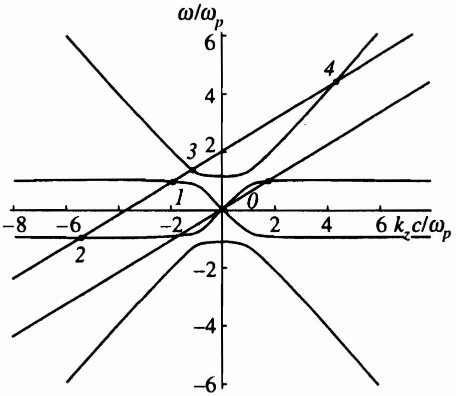

Рис. 1. Дисперсионные кривые плазменного волновода (к определению волноводных мод, находящихся в комбинационном резонансе с пучковыми волнами плотности заряда)

тронами пучка, в среднем с ними не взаимодействует. Однако встречная волна может рассеяться на пучке с изменением частоты и поляризации, что может привести к изменению режимов генерации. Основным механизмом таких процессов является нелинейное взаимодействие волн [3].

2. Спектры колебаний волновода с однородным плазменным заполнением и тонким пучком, помещенными в сильное продольное магнитное поле, определяются из следующих дисперсионных уравнений [4]:

$$D^n = k_{\perp n}^2 + \left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2/\gamma^3}{(\omega - k_z u)^2} G_n\right), \qquad (2)$$

где $n = 1, 2, ..$ — номер поперечной моды, φ_n — собственная функция пустого волновода, k_z и ω — продольное волновое число и частота собственной волны, ω_b — ленгмюровская частота электронов пучка, $G_n = S_b \varphi_n^2(r_b)/||\varphi_n||^2$ — геометрический фактор пучка, S_b — площадь его поперечного сечения, а r_b — средний радиус пучка. Дисперсионные кривые колебаний (2) для некоторого n приведены на рис. 1. Точка *0* на рисунке, соответствующая пересечению плазменной ветви дисперсионной кривой и прямой $\omega = k_z u$, отвечает точному черенковскому резонансу между плазменной волной и электронами пучка. Точка *1* соответствует встречной волне, имеющей ту же частоту, что и попутная ($\omega_1 = \omega_0$), но распространяющейся в противоположном направлении ($k_{z1} = -k_{z0}$).

Помимо электромагнитных ($\omega^2 > k_z^2 c^2$) и плазменных ($\omega^2 < \omega_p^2$) колебаний в системе присутствуют пучковые волны плотности заряда. В случае бесконечного тонкого пучка с поперечным профилем, задаваемым δ-функцией, этих волн две: быстрая и медленная. Их спектр определяется соотношением

$$\omega = k_z u \pm \Omega_b(k_z), \qquad (3)$$

где Ω_b — частота колебаний пучка; точное выражение для Ω_b можно найти, например, в [2]. При выполнении условий комбинационного резонанса возможно взаимодействие встречной волны (точка *1* на рис. 1), другой волноводной моды и пучковой волны плотности заряда. Комбинационный резонанс этих волн возможен при выполнении условий [2, 3]

$$\mathscr{D}_{1\alpha} = \omega_1 - \omega_\alpha - (k_{z1} - k_{z\alpha})u = \pm\Omega_b, \qquad (4)$$

где α — индекс, соответствующий волноводной моде. Условие (4) означает, что в системе покоя пучка произведение полей взаимодействующих волн дает биения с частотой колебаний плотности заряда пучка. Знак плюс в (4) относится к синхронизму с быстрой, а минус — с медленной пучковой волной плотности заряда.

Если частота Ω_b существенно меньше всех других характерных частот системы, то для графического определения частоты и волнового числа волноводной моды, удовлетворяющих условиям резонанса (4), достаточно на рис. 1 провести прямую $\omega = k_z u + 2\omega_0$. Легко видеть, что ω_α и $k_{z\alpha}$ с точностью до величин порядка Ω_b совпадают с $\omega_{2,3,4}$ и $k_{z2,3,4}$, отвечающими перенумерованным точкам на рис. 1, и далее под α понимается один из этих индексов.

3. Обозначим через t_0 характерное время изменения амплитуд взаимодействующих волн, а через $\omega^{(0)}$ и $k_z^{(0)}$ соответственно частоту и волновое число пучковой волны плотности заряда. Электроны пучка помимо поступательного движения участвуют во многих колебательных движениях. Выполнение условий

$$\max(t_0^{-2}, \Omega_b^2, \mathscr{D}_{1\alpha}^2) \ll (\omega_{1,\alpha} - k_{z\,1,\alpha} u)^2,\ (k_z^{(0)} u)^2 \tag{5}$$

позволяет разбить движение электронов в системе покоя невозмущенного пучка на быстрые и медленные составляющие [5], причем в разряд медленных попадают движения как в поле попутной плазменной и комбинационной волн, так и в поле пространственного заряда пучка.

При получении нелинейных уравнений, описывающих процессы в системе, учтем, что средняя ширина спектра излучения существенно меньше средней частоты [6–8], и воспользуемся методом медленно меняющихся амплитуд [9]. Кроме того, плазму будем рассматривать в линейном приближении, т. е. описывать с помощью линеаризованных уравнений гидродинамики [10].

4. Для описания электромагнитных полей в полностью замагниченной вдоль оси z системе заряженных частиц воспользуемся уравнением для скалярного поляризационного потенциала Ψ [11]:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Psi = 4\pi\left(\rho_p + \rho_b\right), \tag{6}$$

где ρ_p и ρ_b — плотности наведенного в среде, состоящей из электронов плазмы и пучка, заряда. Решение уравнения (6) будем искать в виде

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_\alpha + \Psi_{1\alpha}, \tag{7}$$

где

$$\Psi_{0,1,\alpha}(z,t,r_\perp) = \frac{1}{2}\left[C_{0,1,\alpha}(z,t,r_\perp)\exp(-i\omega_{0,1,\alpha}t + ik_{z0,1,\alpha}z) + \text{c.c.}\right] \tag{8}$$

— поляризационные потенциалы: Ψ_0 — попутной плазменной волны, Ψ_1 — встречной плазменной волны, Ψ_α — волны с одной из частот $\omega_{2,3,4}$. Вообще говоря, в (7) необходимо учитывать вклад не одной волноводной моды, а всех. Однако сравнение характерных времен нелинейного рассеяния волн показывает, что реально достаточно учесть только одну моду, что в дальнейшем и делается. Для поляризационного потенциала $\Psi_{1\alpha}$ пространственного заряда пучка имеем

$$\Psi_{1\alpha}(z,t,r_\perp) = \frac{1}{2}\left[C_{1\alpha}(z,t,r_\perp)\exp(-i\omega^{(0)}t + ik_z^{(0)}z) + \text{c.c.}\right]. \tag{9}$$

Отметим, что C_α и $C_{1\alpha}$ являются медленными функциями z и t.

Считая электронный пучок бесконечно тонким в поперечном сечении, для вычисления плотности заряда, наведенного в пучке, воспользуемся фазовой плотностью электронов пучка [12]:

$$\rho_b(z,t) = e\,\delta(r_\perp - r_b)\sum \Phi(z)\,\delta[z - z_j]\,\frac{n_b S_b \lambda}{N}, \tag{10}$$

где $r_\perp$ — координата в поперечном направлении, r_b — средняя поперечная координата пучка, $\Phi(z)$ описывает огибающую тока пучка в продольном направлении. Кроме того, предполагая в дальнейшем воспользоваться для моделирования пучка методом крупных частиц [13, 14], мы ввели в (10) полное число таких частиц на длине λ. При этом $N = n_b S_b \lambda$, где n_b — погонная плотность электронов пучка, а z_j — координата j-й частицы. Возмущение плотности заряда ρ_p плазмы определяется из уравнения гидродинамики:

$$\frac{\partial^2 \rho_p}{\partial t^2} = -\frac{\omega_p^2}{4\pi}\frac{\partial E_z}{\partial z}, \tag{11}$$

где E_z — продольная компонента напряженности электрического поля, которая выражается через поляризационный потенциал [10]:

$$E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Psi. \tag{12}$$

Если функции (8) и (9) имеют общий пространственный период λ ($\lambda = (2\pi/k_{z0,1,\alpha})n_{0,1,\alpha}$, $n_{0,1,\alpha}$ — целые числа — количество длин волн с соответствующим индексом, укладывающееся на длине λ), то, подставив выражение для Ψ в уравнение поля (6), умножив его на $\exp(i\omega_{0,1,\alpha}t - ik_{z0,1,\alpha}z)$ и проведя усреднение по z на длине λ, получим укороченные уравнения для медленных амплитуд:

$$\begin{gathered}
\left(\Delta_\perp - \frac{k^{(0)2}}{\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{u^2\gamma^2}\right)C_{1\alpha} = \\
= -i\frac{m}{e}\frac{\omega_b^2}{k_z^{(0)}}S_b\delta(r_\perp - r_b)\frac{2}{N}\sum_j \exp(i\omega^{(0)}t - ik_z^{(0)}z_j)\Theta_1(z_j - z, \lambda), \\
\left(-iD'_{0,1,\alpha} + \frac{\partial D'_{0,1,\alpha}}{\partial\omega_{0,1,\alpha}}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial D'_{0,1,\alpha}}{\partial k_{z0,1,\alpha}}\frac{\partial}{\partial z}\right)C_{0,1,\alpha} = \\
= \frac{m}{e}\frac{\omega_b^2}{k_{z0,1,\alpha}}S_b\delta(r_\perp - r_b)\frac{2}{N}\sum_j \exp(i\omega_{0,1,\alpha}t - ik_{z0,1,\alpha}z_j)\Theta_1(z_j - z, \lambda),
\end{gathered} \tag{13}$$

где

$$\Theta_1(x,\lambda) = \begin{cases} 0, & x < -\lambda/2, \\ 1, & -\lambda/2 \le x < \lambda/2, \\ 0, & x \ge \lambda/2, \end{cases} \tag{14}$$

а выражение для $D'_{0,1,\alpha}$ совпадает с (2) при замене $-k_{\perp n}^2 \to \Delta_\perp$ без учета пучкового вклада и при $\omega = \omega_{0,1,\alpha}$ и $k_z = k_{z0,1,\alpha}$.

5. В соответствии с введенной временной шкалой (5) разобьем колебательные движения электронов в системе покоя пучка на быстрые и медленные:

$$v_{zj} = u + v'_j + \tilde{v}_j, \quad z_j = ut + z'_j + \tilde{z}_j, \tag{15}$$

где $\tilde{z}_j$ и $\tilde{v}_j$ — координата и скорость быстрых осцилляций j-й частицы в полях волн с частотами ω_1 и ω_α, а z'_j и v'_j описывают медленное движение в полях попутной плазменной волны, пространственного заряда пучка и комбинационной волны. Причем, если

$$|k_{z1,\alpha}\tilde{z}_j| \ll 1, \tag{16}$$

то быстрые осцилляции линейны по амплитудам C_1 и C_α и происходят за времена порядка $(\omega_{1,\alpha} - k_{z1,\alpha}u)^{-1}$ [2].

Применяя стандартную процедуру усреднения по времени уравнений движения [15–17], получим уравнение для медленных компонент:

$$\begin{aligned} &\frac{dz'_j}{dt} = v'_j, \\ &\frac{dv'_j}{dt} = -\frac{ew_j}{2m\gamma^3}\left[\hat{C}_{1\alpha}\exp(ik_z^{(0)}z'_j) + \hat{C}_0\exp(ik_{z0}z'_j) + \right. \\ &\qquad \left. + ik_z^{(0)}\frac{ew_j}{2m\Omega^2\gamma^3}\hat{C}_1\hat{C}^*_\alpha\exp(-i\mathscr{D}_{1\alpha}t + ik_z^{(0)}z'_j) + \text{c.c.}\right], \end{aligned} \tag{17}$$

где

$$w_j = \left(1 - 2\gamma^2\frac{u^2}{c^2}\frac{v'_j}{u}\right)^{3/2},$$

$$\begin{aligned} &\hat{C}_{0,1,\alpha} = \left(k^2_{z0,1,\alpha} - \frac{\omega^2_{0,1,\alpha}}{c^2} - 2ik_{z0,1,\alpha}\frac{\partial}{\partial z} - 2i\frac{\omega_{0,1,\alpha}}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)C_{0,1,\alpha}, \\ &\hat{C}_{1\alpha} = \left(k_z^{(0)2} - \frac{\omega^{(0)2}}{c^2} - 2ik_z^{(0)}\frac{\partial}{\partial z} - 2i\frac{\omega^{(0)}}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)C_{1\alpha}, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\Omega^2 \approx (\omega_1 - k_{z1}u)^2 \approx (\omega_2 - k_{z2}u)^2 \approx 4\omega_0^2.$$

Разложив амплитуду $C_{1\alpha}$ волны пространственного заряда пучка в (13) по собственным функциям волновода, подставим коэффициенты разложения в (17). С учетом выражения для частоты колебаний пучка Ω_b [2] получим уравнение для скорости j-й частицы:

$$\begin{aligned} \frac{dv'_j}{dt} = &-\left[\frac{ew_j}{2m\gamma^3}\hat{C}_0\exp(ik_0z'_j) + \text{c.c.}\right] - \frac{i}{2}\frac{\Omega_b^2}{k_z^{(0)}}w_j\left[\rho_{1\alpha}\exp(ik_z^{(0)}z'_j) - \text{c.c.}\right] - \\ &- i\left(\frac{e}{m}\right)^2\frac{k_z^{(0)}}{4\Omega^2\gamma^6}w_j^2\left(\hat{C}_1\hat{C}^*_\alpha\exp(ik_z^{(0)}z'_j - i\mathscr{D}_{1\alpha}t) - \text{c.c.}\right), \end{aligned} \tag{19}$$

где

$$\rho_{1\alpha} = \frac{2}{N} \sum_j \exp(-ik_z^{(0)} z'_j)\, \Theta_1(ut + z'_j - z, \lambda) \tag{20}$$

— комбинационная гармоника волны плотности заряда пучка.

В правых частях уравнений (13) также следует провести усреднение по времени в соответствии с временной шкалой (5), причем для попутной плазменной волны быстроосциллирующие члены не возникают, поскольку для нее выполнено условие черенковского резонанса $\omega_0 = k_{z0} u$. После усреднения уравнений (13) для амплитуды попутной плазменной волны C_0 получим

$$\frac{\partial D_0}{\partial \omega_0} \frac{\partial C_0}{\partial t} - \frac{\partial D_0}{\partial k_{z0}} \frac{\partial C_0}{\partial z} + i(k_{\perp 1}^2 + \Delta_\perp) C_0 = \frac{m}{e} \frac{\omega_b^2}{k_{z0}} S_b \delta(r_\perp - r_b) \rho, \tag{21}$$

где ρ — основная гармоника волны плотности заряда пучка:

$$\rho = \frac{2}{N} \sum_j \exp(i\omega_0 t - ik_{z0} z_j) \Theta_1(z_j - z, \lambda). \tag{22}$$

Для амплитуд встречной волны и волноводной моды с частотой ω_α после отбрасывания в (13) быстроосциллирующих членов получаем

$$\begin{aligned} &\frac{\partial D_1}{\partial \omega_1} \frac{\partial C_1}{\partial t} - \frac{\partial D_1}{\partial k_{z1}} \frac{\partial C_1}{\partial z} + i(k_{\perp 1}^2 + \Delta_\perp) C_1 = \\ &\qquad = -\frac{i}{2} \frac{\omega_b^2}{\Omega^2 \gamma^3} S_b \delta(r_\perp - r_b) \hat{\rho}_{1\alpha} \hat{C}_\alpha \exp(i\mathscr{D}_{1\alpha} t), \\ &\frac{\partial D_\alpha}{\partial \omega_\alpha} \frac{\partial C_\alpha}{\partial t} - \frac{\partial D_\alpha}{\partial k_{z\alpha}} \frac{\partial C_\alpha}{\partial z} + i(k_{\perp 1}^2 + \Delta_\perp) C_\alpha = \\ &\qquad = -\frac{i}{2} \frac{\omega_b^2}{\Omega^2 \gamma^3} S_b \delta(r_\perp - r_b) \hat{\rho}^*_{1\alpha} \hat{C}_1 \exp(-i\mathscr{D}_{1\alpha} t), \end{aligned} \tag{23}$$

где

$$\hat{\rho}_{1\alpha} = \frac{2}{N} \sum_j w_j \exp(-ik_z^{(0)} z'_j) \Theta_1(ut - z'_j - z, \lambda) \tag{24}$$

— комбинационная гармоника волны плотности заряда пучка с учетом релятивизма электронов.

Поскольку резонансно возбуждается только одна поперечная мода (например, основная, $n = 1$), а возмущение остальных поперечных мод первоначально отсутствует, то учет нерезонансных поперечных мод можно провести в соответствии с теорией возмущений [18], используя в качестве малого параметра величину $\omega_b^2/\gamma^3\Omega^2$. Из (21) и (23) видно, что нерезонансные амплитуды как попутной плазменной, так и других волн, а также производные резонансных амплитуд являются величинами порядка $\omega_b^2/\gamma^3\Omega^2$, т. е. малы. Поэтому в разложении уравнений поля по малому параметру ограничимся членами до этого порядка малости, пропорциональными амплитудам резонансных поперечных гармоник. Для выделения резонансной поперечной гармоники проведем разложение амплитуд $C_{0,1,\alpha}$ по собственным функциям φ_n волновода:

$$C_{0,1,\alpha} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{0,1,\alpha}^{(n)} \varphi_n. \tag{25}$$

6. Для более компактной записи полученных уравнений введем безразмерные переменные:

$$x = k_z^{(0)} z, \quad \tau = \omega^{(0)} t, \quad \Delta = \frac{\mathscr{D}_{1\alpha}}{\omega^{(0)}}, \quad l = \frac{k_{z0}}{k_z^{(0)}},$$
$$x_j = k_z^{(0)} z_j, \quad y_j = \frac{k_z^{(0)} v_j'}{\omega^{(0)}}, \quad \kappa_{0,1,\alpha}^2 = k_z^2 - \frac{\omega_{0,1,\alpha}^2}{c^2}, \tag{26}$$
$$a_{0,1,\alpha} = \frac{e}{m} \frac{k_z^{(0)}}{\gamma^3} \sqrt{\frac{\kappa_{0,1,\alpha}^2 \Delta}{(\omega_b^2/\gamma^3)\Omega_b G_1} \frac{\partial D_{0,1,\alpha}^{n=1}}{\partial \omega_{0,1,\alpha}}} \varphi_1(r_b) A_{0,1,\alpha}^{(1)}.$$

В результате для амплитуд волн получим систему уравнений (предварительно была проведена замена $iA_\alpha^{(1)}$ на $A_\alpha^{(1)}$):

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau} + \frac{v_{g0}}{u} \frac{\partial a_0}{\partial x} = \nu_0 \rho,$$
$$\frac{\partial a_1}{\partial \tau} - \frac{v_{g0}}{u} \frac{\partial a_1}{\partial x} - i\delta_1 a_1 = -\nu_{1\alpha} \hat{\rho}_{1\alpha} (1 - 2i\hat{L}_\alpha) a_\alpha e^{i\Delta\tau}, \tag{27}$$
$$\frac{\partial a_\alpha}{\partial \tau} + \frac{v_{g\alpha}}{u} \frac{\partial a_\alpha}{\partial x} - i\delta_\alpha a_\alpha = -\nu_{1\alpha} \hat{\rho}_{1\alpha}^* (1 - 2i\hat{L}_1) a_1 e^{-i\Delta\tau}$$

где $v_{g0,1,\alpha}$ — групповая скорость волны $\omega_{0,1,\alpha}$:

$$v_{g0,1,\alpha} = \frac{\omega_{0,1,\alpha}}{k_{z0,1,\alpha}} \frac{\omega_p^2 - \omega_{0,1,\alpha}^2}{\omega_p^2 - \omega_{0,1,\alpha}^4 / k_{z0,1,\alpha}^2 c^2}. \tag{28}$$

Отметим, что при получении второго уравнения (27) было учтено, что встречная волна имеет ту же частоту, что и попутная, но направлена в противоположную сторону, т. е. $v_{g1} = -v_{g0}$. В (27) ρ, $\rho_{1\alpha}$, $\hat{\rho}_{1\alpha}$ по-прежнему выражают возмущения плотности заряда попутной плазменной и комбинационной волнами и вычисляются по формулам соответственно (22), (20) и (24); $\hat{L}_{0,1,\alpha}$ — дифференциальный оператор, описывающий перестройку поляризации соответствующей волны:

$$\hat{L}_{0,1,\alpha} = \frac{1}{\kappa_{0,1,\alpha}^2} \left(k_{z0,1,\alpha} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\omega_{0,1,\alpha}}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right), \tag{29}$$

а для коэффициентов ν_0 и $\nu_{1\alpha}$ имеем:

$$\nu_0 = \frac{1}{\gamma^4} \sqrt{\frac{(\omega_b^2/\gamma^3) G_1 \Delta}{\Omega_b u^2 \dfrac{\partial D_0^{n=1}}{\partial \omega_0}}},$$
$$\nu_{1\alpha} = \frac{1}{2} G_1 \frac{\omega_b^2/\gamma^3}{\Omega^2 \omega^{(0)}} \left| \frac{1}{\kappa_1^2} \frac{\partial D_1^{n=1}}{\partial \omega_1} \frac{1}{\kappa_\alpha^2} \frac{\partial D_\alpha^{n=1}}{\partial \omega_\alpha} \right|^{-1/2}. \tag{30}$$

Выражения для величин δ_1 и δ_α, определяющих нелинейный сдвиг частоты волноводных мод [2], имеют вид

$$\delta_{1,\alpha} = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_b^2}{\Omega^2 \gamma^3} \right)^2 \frac{\kappa_1^2 \kappa_\alpha^2}{k_{\perp 1} \omega^{(0)}} \frac{G_1^2 (G_{\rho 1} - 1)}{\dfrac{\partial D_{1,\alpha}^{n=1}}{\partial \omega_{1,\alpha}}} |\hat{\rho}_{1\alpha}|^2, \tag{31}$$

где выражения для геометрического фактора $G_{\rho 1}$ пространственного заряда пучка можно найти, например, в [17].

7. После перехода в покоящуюся систему координат получаем следующие уравнения движения электронов пучка:

$$\frac{dx_j}{d\tau} = y_j,$$

$$\begin{aligned}\frac{dy_j}{d\tau} &= -w_j \nu_0 \gamma^4 \left(\frac{l}{2} a_0 + i\alpha_{p1} \frac{\partial a_0}{\partial \tau} \right) \exp\left[il(x_j - \tau) \right] + \frac{i}{2} w_j \alpha_{b1} l \gamma \rho \exp\left[il(x_j - \tau) \right] - \\ &- \frac{i}{2} w_j \Delta^2 \rho_{1\alpha} \exp\left[i(x_j - \tau) \right] + \frac{i}{8} \delta_b w_j^2 \hat{\rho}_{1\alpha} \exp\left[i(x_j - \tau) - i\Delta\tau \right] + \\ &+ w_j^2 \nu_{1\alpha} \left(\frac{1}{2} a_1 a_\alpha^* + a_1 \hat{L}_\alpha a_\alpha^* - a_\alpha^* \hat{L}_1 a_1 \right) \exp\left[i(x_j - \tau) - i\Delta\tau \right] + \text{c.c.} \end{aligned} \qquad (32)$$

Здесь амплитуды всех волн берутся в точке нахождения j-й частицы, т.е. при $x = x_j$. Для параметров α_{bm} и α_{pm} имеем

$$\alpha_{bm} = \frac{\omega_b^2/\gamma^3}{k_{\perp m}^2 u^2 \gamma^2}, \qquad \alpha_{pm} = \frac{\omega_p^2}{k_{\perp m}^2 u^2 \gamma^2}. \qquad (33)$$

В правую часть второго уравнения (32) в выражения для сил, действующих на частицу, входят слагаемые, соответствующие гармоникам попутной плазменной волны a_0 и волны плотности пространственного заряда пучка ρ. Эти гармоники отвечают черенковскому резонансу в системе. Кроме того, уравнение (32) учитывает силы, действующие на частицу со стороны комбинационных гармоник волн $a_1 a_\alpha^*$ плазменного волновода и соответствующей гармоники плотности пространственного заряда пучка $\rho_{1\alpha}$. Величина δ_b в (32) определяет поправку к силе высокочастотного пространственного заряда пучка [2] и в итоге дает сдвиг частоты пучковой волны плотности заряда:

$$\delta_b = \left(\frac{\omega_b^2}{\Omega^2 \gamma^3} \right)^2 G_1^2 (G_{\rho 1} - 1) \frac{\kappa_1^2 \kappa_\alpha^2}{k_{\perp 1} u^2} \frac{\Omega_b}{k^{(0)2}} \left[\frac{|a_1|^2}{\dfrac{\partial D_1^{n=1}}{\partial \omega_1}} + \frac{|a_\alpha|^2}{\dfrac{\partial D_\alpha^{n=1}}{\partial \omega_\alpha}} \right]. \qquad (34)$$

Уравнения (27), (32) описывают нелинейную динамику взаимодействия встречной волны (ω_1, k_{z1}) и волны $(\omega_\alpha, k_{z\alpha})$. Встречная волна образовалась за счет отражения попутной плазменной волны, возникшей при инжекции релятивистского электронного пучка в волновод конечной длины с поперечно-однородным плазменным заполнением.

В случае слаборелятивистского пучка ($w_j \sim 1$) малой плотности в уравнениях (27) и (32) можно учесть члены первого приближения по параметру $\omega_b^2/\gamma^3\Omega^2$. В этом случае системы (27) и (32) несколько упрощаются

$$\frac{\partial a_0}{\partial \tau} + \frac{v_{g0}}{u} \frac{\partial a_0}{\partial x} = \nu_0 \rho,$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial \tau} - \frac{v_{g0}}{u}\frac{\partial a_1}{\partial x} = -\nu_{1\alpha}\rho_{1\alpha}a_\alpha e^{i\Delta\tau},$$
$$\frac{\partial a_\alpha}{\partial \tau} + \frac{v_{g\alpha}}{u}\frac{\partial a_\alpha}{\partial x} = -\nu_{1\alpha}\rho^*_{1\alpha}a_1 e^{-i\Delta\tau}, \tag{35}$$

$$\frac{dy_j}{d\tau} = -\nu_0\gamma^4\left(\frac{l}{2}a_0 + i\alpha_{p1}\frac{\partial a_0}{\partial \tau}\right)\exp\left[il(x_j-\tau)\right] + \frac{i}{2}\alpha_{b1}l\gamma\rho\exp\left[il(x_j-\tau) -\right.$$
$$\left. - \frac{i}{2}\Delta^2\rho_{1\alpha}\exp\left[i(x_j-\tau)\right] + \frac{1}{2}\nu_{1\alpha}a_1a^*_\alpha\exp\left[i(x_j-\tau) - i\Delta\tau\right] + \text{c.c.}$$

В дальнейшем эти уравнения исследуются численно. Система (35) дополняется граничными условиями

$$a_1(x = k_{z0}L, \tau) = \kappa a_0(x = k_{z0}L, \tau),$$
$$a_0(x = 0, \tau) = a_1(x = 0, \tau), \tag{36}$$

где κ — коэффициент трансформации попутной волны во встречную на выходе из системы.

В заключение вывода основных уравнений поясним еще раз роль встречной волны в процессах в системе. Во-первых, она осуществляет обратную связь, т. е. перенос на вход в систему части выходного сигнала. Во-вторых, рассеиваясь на электронном пучке с изменением частоты в другую моду, встречная волна может изменить механизм, или, по крайней мере, сильно повлиять на пучково-плазменное взаимодействие.

8. Ввиду сложности уравнений (35) рассматривать процессы в системе, описываемой этими соотношениями при граничных условиях (36), можно только с помощью численного моделирования.

Напомним характер зависимости динамики черенковского излучения от параметров системы в случае, когда роль встречной волны сводится только к осуществлению обратной связи [1]. Основным параметром, влияющим на процессы в генераторе при фиксированных длине системы и коэффициенте отражения, является ток пучка или параметр ν_0 связи электронов пучка с попутной плазменной волной. Известно, что система плазменного генератора самовозбуждается при токе пучка, превышающем некоторое пороговое значение [2], определяемое как длиной системы, так и коэффициентом отражения. При токах электронного пучка меньших порогового возмущение плазменных колебаний, внесенное фронтом пучка, со временем затухает и включения генератора не происходит. При токах, ненамного превышающих пороговое значение, в резонаторе устанавливается стационарное распределение модулей амплитуд волн, отвечающее оптимальному уровню генерации. При этом стабилизация пучково-плазменной неустойчивости происходит вблизи излучающего устройства. Отметим, что механизмом насыщения в случае однородного плазменного заполнения является захват электронов пучка плазменной волной. При увеличении тока пучка возрастает связь электронного пучка с полем плазменной волны, имеет место более быстрый рост амплитуды этой волны в пространстве. При этом максимум амплитуды, соответствующий точке захвата электронов пучка, смещается внутрь системы и наблюдается более низкий уровень выходного сигнала. Встречная волна, осуществляющая обратную связь, приводит к хаотическим осцилляциям точки насыщения пучково-плазменной неустойчивости существенно внутри системы, а следовательно, и к хаотизации выходного сигнала. Пространственное распределение модулей амплитуд волн в системе для $L \approx 12$ см и

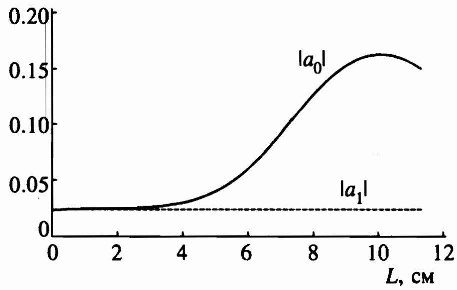

Рис. 2. Пространственное распределение модулей амплитуд волн a_0 (сплошная линия) и a_1 (пунктир) для $\nu_0 = 0.005$ в случае, когда нелинейное взаимодействие волн не учитывается ($\nu_{12} = 0$)

$\nu_0 = 0.005$ показано на рис. 2. Поскольку максимум модуля амплитуды попутной плазменной волны расположен вблизи излучающего устройства, значение тока пучка в этом случае близко к оптимальному. После завершения переходных процессов в волноводе установится данное распределение амплитуд волн, которое и будет сохраняться в системе, если не учитывать возможность рассеяния встречной волны на электронах пучка. Учет этого рассеяния приводит к тому, что вследствие нелинейного взаимодействия волн нарушается динамика генерации плазменной волны, находящейся в черенковском резонансе с пучком.

Для реальных параметров системы инкременты развития неустойчивости, связанной с нелинейным взаимодействием встречной и одной из волноводных мод $(\omega_\alpha, k_{z\alpha})$, малы по сравнению с инкрементом черенковской неустойчивости. Малые инкременты (или большие времена развития неустойчивости, связанной с нелинейным взаимодействием встречной плазменной волны и волны $(\omega_\alpha, k_{z\alpha})$) делают возможным наблюдать указанный эффект только в ограниченном ряде случаев. Поскольку высокочастотные волноводные моды ($\alpha = 3, 4$) имеют достаточно высокие групповые скорости (за исключением случая $k_{z3} \approx 0$, $v_{g3} \approx 0$ вблизи частоты отсечки), возникающие локальные возмущения волны $(\omega_\alpha, k_{z\alpha})$, довольно быстро выносятся из системы. Развитие неустойчивости в этом случае требует больших длин взаимодействия, превышающих длину системы L.

Иным образом развиваются процессы с участием плазменной волны (ω_2, k_{z2}). Ее крайне малая групповая скорость и большой коэффициент отражения от излучающего рупора приводят к накоплению колебаний частоты ω_2, запертых в объеме плазмы. Это может привести к нарушению режима работы генератора на черенковской неустойчивости. Это и наблюдалось в численном эксперименте. Рассматривалось возбуждение плазменного волновода фронтом пучка при возможном комбинационном резонансе встречной плазменной волны и плазменной волны (ω_2, k_{z2}), соответствующей точке *2* на рис. 1.

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования процессов в системе для $\nu_0 = 0.005$, $\nu_{12} = 0.01$. На рис. 3*а* изображена зависимость модуля амплитуды попутной плазменной волны на выходе, $|a_0(z = L, t)|$, от времени. На рис. 3*б* показана временная зависимость усредненных интегральных кинетических потерь пучка

$$\eta(t) = 1 - \frac{W_{in} + W_{out}}{W_{inp}}, \tag{37}$$

где W_{inp}, W_{in}, W_{out} — суммарные на момент времени t кинетические энергии крупных частиц, инжектированных в волновод, находящихся внутри него и вылетевших из си-

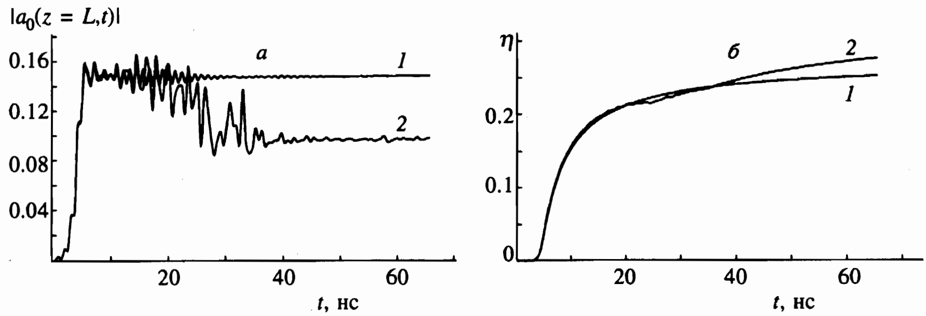

Рис. 3. Эволюция выходного сигнала (*а*) и интегральные кинетические потери пучка (*б*) для $\nu_0 = 0.005$: *1* — $\nu_{12} = 0$; *2* — $\nu_{12} = 0.01$

стемы, соответственно. Кривые *1* на рис. 3 соответствуют системе без учета излучения плазменной волны (ω_2, k_{z2}), т. е. при $\nu_{12} = 0$. Видно, что после завершения переходных процессов в системе устанавливается стационарное распределение модулей амплитуд волн. Кривые *2* на рис. 3 соответствуют случаю $\nu_{12} = 0.01$ и $\Delta \approx 0$, т. е. результату учета воздействия на режим генерации взаимодействия встречной плазменной волны и плазменной волны (ω_2, k_{z2}), находящихся в комбинационном резонансе. Наблюдается установление стационарного распределения модуля попутной плазменной волны. Однако уровень амплитуды этой волны на выходе приблизительно на треть ниже, чем в случае $\nu_{12} = 0$ (кривая *1* на рис. 3*а*) и время установления этого стационарного состояния значительно превосходит время установления стационарного распределения в первом случае.

Из рис. 3*б* видно, что до времени установления стационарного режима генерации волны, находящейся в черенковском резонансе с электронами пучка ($t < 20$ нс), кинетические потери пучка для рассмотренных случаев практически совпадают. В течение времени переходных для нелинейного взаимодействия волн процессов вплоть до установления стационарного режима выходного сигнала, соответствующего кривой *2* на рис. 3*а* (20 нс $< t <$ 40 нс), пучок теряет в среднем несколько меньше энергии, чем при отсутствии учета вынужденного излучения волн с частотами ω_1 и ω_2. В этот период в системе наблюдаются нестационарные процессы, связанные с перераспределением энергии между волнами в системе. На этом этапе начинается рост амплитуды волны a_2. Когда рост a_2 прекращается ($t \sim 50$ нс), в системе устанавливается динамическое равновесное распределение модулей амплитуд a_0, a_1, a_2 — наблюдается установление стационарного распределения амплитуд. При этом кинетические потери больше, чем в случае стационарного распределения двух волн a_0, a_1 (см. рис. 2), поскольку появляются дополнительные потери, связанные с вынужденным излучением волны (ω_2, k_{z2}).

Таким образом, на первом этапе в системе развивается черенковская неустойчивость, пучок модулируется на частоте черенковского резонанса и в резонаторе появляется встречная волна. Промодулированный по плотности пучок помимо основной гармоники (ω_0, k_{z0}) содержит и комбинационную гармонику волны плотности заряда пучка, что впоследствии приводит к вынужденному излучению волны (ω_2, k_{z2}). При этом встречная плазменная волна, по-прежнему осуществляющая обратную связь в генераторе, также принимает участие в этом вынужденном излучении.

На рис. 4 показана эволюция пространственного распределения амплитуд волн в

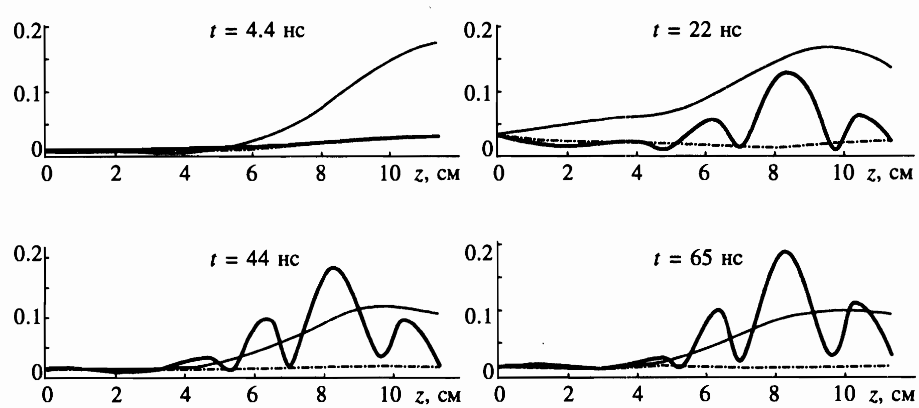

Рис. 4. Эволюция пространственного распределения модулей амплитуд волн a_0 (тонкая линия), a_1 (пунктир), a_2 (жирная линия) для $\nu_0 = 0.005$ и $\nu_{12} = 0.01$

системе. Видно, что после нарастания до определенного значения амплитуда волны a_2 практически не изменяет своего значения при $t > 40$ нс. Таким образом, помимо попутной и встречной плазменных волн в системе присутствуют локализованные в пространстве и запертые в объеме плазмы ($v_{g2} \approx 0$, $\kappa \sim 1$) колебания частоты ω_2.

Итак, в настоящей работе показано, что на режим генерации в волноводе конечной длины с однородным плазменным заполнением существенно влияет нелинейное взаимодействие встречной плазменной волны и другой моды (плазменной сильно потенциальной, т. е. волны с фазовой скоростью много меньшей скорости света) плазменного волновода, находящихся в комбинационном резонансе. С помощью численного моделирования показано снижение эффективности выходного излучения плазменной попутной волны за счет перекачки части энергии, теряемой пучком, в запертую в объеме плазмы волну (ω_2, k_{z2}).

Литература

1. М. А. Красильников, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ **108**, 521 (1995).
2. М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, *Электродинамика плотных электронных пучков в плазме*, Наука, Москва (1990).
3. Х. Вильхельмсон, Я. Вейланд, *Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме*, Энергоиздат, Москва (1981).
4. Л. С. Богданкевич, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, УФН **133**, 3 (1981).
5. В. Л. Братман, Н. С. Гинзбург, М. И. Петелин, ЖЭТФ **76**, 930 (1979).
6. И. Ф. Харченко, Я. Б. Файнберг, Р. М. Николаев и др., ЖЭТФ **38**, 687 (1960).
7. Р. А. Демирханов, А. К. Геворков, А. Ф. Попов, Г. И. Зверев, ЖТФ **30**, 306 (1982).
8. М. В. Кузелев, А. Р. Майков, А. Д. Поезд и др., ДАН СССР **300**, 1112 (1988).
9. В. В. Мигулин, В. И. Медведев, Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин, *Основы теории колебаний*, Наука, Москва (1988).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
11. Б. З. Каценелембаум, *Высокочастотная электродинамика*, Наука, Москва (1966).

12. Ю. Л. Климонтович, *Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы*, Наука, Москва (1975).
13. Ю. А. Березин, М. П. Федорук, *Моделирование нестационарных плазменных процессов*, Наука, Новосибирск (1993).
14. Ю. А. Березин, В. А. Вшивков, *Метод частиц в динамике разреженной плазмы*, Наука, Новосибирск (1980).
15. А. Г. Литвак, В. И. Петрухина, В. И. Трахтенгерц, Письма в ЖЭТФ **18**, 190 (1973).
16. М. В. Кузелев, В. А. Панин, Изв. вузов, Радиофизика **27**, 426 (1984).
17. М. В. Кузелев, В. А. Панин, А. А. Рухадзе, Д. С. Филиппычев, Письма в ЖТФ **10**, 228 (1984).
18. А. Найфе, *Введение в методы возмущений*, Мир, Москва (1984).