ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 5(11), стр. 1557–1562

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ МЕДЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

М. В. Мармазеев, М. И. Рязанов

Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 февраля 1997 г.

Исследованы особенности излучения электромагнитных волн с аномально большими значениями волнового вектора и малой фазовой скоростью, существующих вблизи узкой линии поглощения. Получено распределение излученной энергии по углам и частотам для черенковского и тормозного излучений медленных волн. Показано, что существует характерный максимум в угловом распределении тормозного излучения медленных волн, лежащий в направлении, перпендикулярном плоскости движения частицы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Как хорошо известно, во многих случаях эффекты пространственной дисперсии приводят лишь к малым поправкам, однако вблизи узкой линии поглощения учет пространственной дисперсии меняет картину даже качественно [1]. Добавление в диэлектрическую проницаемость слагаемых со степенями волнового вектора повышает порядок дисперсионного уравнения, приводя к появлению новых корней этого уравнения. Вдали от линии поглощения эти корни лежат вне области применимости теории и являются фиктивными. Но вблизи линии поглощения могут возникнуть дополнительные корни, имеющие реальный физический смысл, т. е. существуют новые добавочные волны [2, 3]. В частности, вблизи экситонной линии поглощения диэлектрическая проницаемость имеет вид, подтвержденный экспериментальным изучением отражения света от кристаллов CdS и ZnTe [4–8]:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \frac{4\pi\alpha_0\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + (hk^2\omega_0/M) - 2i\Gamma\omega}, \tag{1}$$

где M — масса экситона, Γ — ширина линии. Нетрудно видеть, что наибольшей величины действительная часть диэлектрической проницаемости достигает для ω и k, удовлетворяющих соотношению

$$|\omega_0^2 - \omega^2 + (hk^2\omega_0/M)| \sim \Gamma\omega, \tag{2}$$

допускающему значения k, большие по сравнению с ω/c, но малые по сравнению с обратными межатомными расстояниями. В области частот, где диэлектрическая проницаемость имеет вид (1), дисперсионное уравнение может быть представлено при малом поглощении в форме

$$\begin{gathered}(ck/\omega)^4 + G(ck/\omega)^2 + F = 0,\\ F = 4\pi\alpha_0(Mc^2/h\omega_0)(\omega_0/\omega)^2 - \varepsilon_0\left[(\omega_0/\omega)^2 - 1\right], \quad G = (Mc^2/h\omega_0)\left[(\omega_0/\omega)^2 - 1\right] - \varepsilon_0.\end{gathered} \tag{3}$$

Следующее из (3) существование второго решения дисперсионного уравнения, т. е. существование добавочных волн, также подтверждено экспериментом, Так, результаты измерений отражения света от CdS нельзя объяснить даже только качественно, если считать, что дисперсионное уравнение имеет лишь одно решение. Предположение о существовании добавочных волн позволяет получить полное количественное объяснение экспериментальных данных [4–8]. Удобно преобразовать (3) к виду

$$\left\{(ck/\omega)^2 - K_1^2\right\}\left\{(ck/\omega)^2 - K_2^2\right\} = 0, \tag{4}$$

где

$$K_{1,2}^2 = (1/2)\left\{-G + (-)[G^2 + 4F]^{1/2}\right\}. \tag{5}$$

Из (5) следует, что большие значения волнового вектора возможны при больших значениях G и F, т. е. при выполнении неравенств

$$Mc^2\left|(\omega_0/\omega)^2 - 1\right| \gg \hbar\omega, \quad Mc^2 4\pi\alpha_0(\omega_0/\omega)^2 \gg \hbar\omega_0. \tag{6}$$

Во многих веществах масса экситона по порядку величины сравнима с массой электрона [4–8], поэтому $Mc^2 \sim 10^5$ эВ, и для $\hbar\omega_0$ порядка нескольких эВ эти неравенства могут выполняться. Это значит, что могут реально существовать электромагнитные волны, у которых волновой вектор k велик по сравнению с ω/c, но мал по сравнению с обратными межатомными расстояниями. Такие волны имеют малую фазовую скорость, но для их описания остается применимой феноменологическая макроскопическая электродинамика. Так, например, для CdS при $\omega_0 = 2.55$ эВ, $4\pi\alpha_0 = 10^{-2}$, $\Gamma = 2\cdot10^{-4}$ эВ, $\varepsilon_0 = 8$, $M = 0.9m$ [7] (m — масса свободного электрона) мы имеем $ck/\omega \gg 1$ в довольно узкой полосе частот (для частоты $\omega \sim 1.01\omega_0$ отношение $ck/\omega \sim 15$).

2. МЕДЛЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ ВБЛИЗИ ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим электромагнитные волны в области частот вблизи узкой полосы поглощения, когда диэлектрическую проницаемость можно представить в форме (1) и справедливо дисперсионное уравнение (3), (4). В интересующей нас области больших ck/ω полюсное слагаемое велико, постоянное слагаемое может быть опущено, а так как $\omega - \omega_0 \gg \Gamma$, то можно пренебречь мнимой частью $\varepsilon(\omega, k)$. Тогда в рассматриваемой области частот уравнения Максвелла связывают фурье-образы магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{q},\omega)$ и плотности тока $\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega)$ соотношением ($Q_{1(2)} = (\omega/c)K_{1(2)}$):

$$(q^2 - Q_1^2)(q^2 - Q_2^2)\mathbf{H}(\mathbf{q},\omega) = (4\pi i/c)(g + q^2)\,[\mathbf{q}\,\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega)], \tag{7}$$

где $g = 2M(\omega - \omega_0)/\hbar$. Из (7) нетрудно получить

$$\begin{gathered} \mathbf{H}(\mathbf{q},\omega) = \mathbf{H}_1(\mathbf{q},\omega) + \mathbf{H}_2(\mathbf{q},\omega), \\ \mathbf{H}_{1(2)}(\mathbf{q},\omega) = \frac{(4\pi i/c)(g + q^2)\,[\mathbf{q}\,\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega)]}{\left\{Q_{1(2)}^2 - Q_{2(1)}^2\right\}(q^2 - Q_{1(2)}^2 + i0)}. \end{gathered} \tag{8}$$

Если Q_1 — действительная величина, а Q_2 — комплексная, то на далеких расстояниях $\mathbf{H}_2$ исчезает и можно рассматривать только $\mathbf{H}_1$. Зависимость поля от координат на далеких расстояниях в этом случае имеет вид

$$\mathbf{H}_1(\mathbf{r},\omega) = \frac{(4\pi i/c)}{\{Q_1^2 - Q_2^2\}} \int d^3q \frac{(g+q^2)\,[\mathbf{q}\,\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega)]\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})}{(q^2 - Q_1^2 + i0)}. \tag{9}$$

Используя известное соотношение

$$\int d^3p\Phi(\mathbf{p})\exp(i\mathbf{p}\mathbf{r})(p^2 - k^2 + i0)^{-1} = (2\pi^2/r)\Phi(k\mathbf{r}/r)\exp(ikr), \tag{10}$$

справедливое при $kr \gg 1$ с точностью до малых поправок порядка $1/kr$, нетрудно получить выражение для поля на далеких расстояниях при $Q_1 r \gg 1$:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega) = (2\pi)^3(i/cr)\exp(ikr)\,[\mathbf{k}\,\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)]\,(g+k^2)/(Q_2^2 - Q_1^2)^{-1}, \tag{11}$$

где $\mathbf{k} = Q_1(\mathbf{r}/r) = Q_1\mathbf{n}$.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Используя (11), нетрудно получить для распределения энергии излучения по углам и частотам на далеких расстояниях от источника соотношение

$$d^2E(\mathbf{n},\omega)/d\omega\,d\Omega = (2\pi)^6\,(\varepsilon(k,\omega))^{-1/2}\,|[\mathbf{k}\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)]|^2\,Y(k,\omega)/c, \tag{12}$$

в котором в множителе $Y(k,\omega)$ сосредоточены все отличия от обычного выражения, обусловленные учетом пространственной дисперсии:

$$Y(k,\omega) = (g+k^2)^2/(g^2+4f), \tag{13}$$

где

$$f = 2\pi\alpha_0\omega_0(M/h)(\omega/c)^2. \tag{14}$$

Возникновение этого множителя, в конечном счете, связано с появлением дополнительного решения для поля в результате учета пространственной дисперсии. Если закон движения заряженной частицы $\mathbf{r} = \mathbf{R}_0(t)$ известен, то распределение энергии излучения по углам и частотам можно представить в виде ($\mathbf{V} = d\mathbf{R}/dt$)

$$\begin{aligned} d^2E/d\omega\,d\Omega = (e^2\omega^2/4\pi^2c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)\,\times \\ \times \iint dT\,dt\,\left[\mathbf{n}\mathbf{V}(T+t/2)\right]\left[\mathbf{n}\mathbf{V}(T-t/2)\right]\exp\left\{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{b}(T,t)\right\}, \end{aligned} \tag{15}$$

где $\mathbf{b}(T,t) = \mathbf{R}(T+t/2) - \mathbf{R}(T-t/2)$. Как следует из (13), множитель $Y(k,\omega)$ не зависит от углов, интегрирование по углам проводится как обычно и приводит к спектру излучения, который можно представить в форме

$$\begin{aligned} dE/d\omega = (e^2\omega^2/\pi c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)Y(k,\omega)\iint dT\,dt\left\{c^2 - \mathbf{V}(T+t/2)\mathbf{V}(T-t/2)\varepsilon(\omega,k)\right\}\times \\ \times\,(1/k|b(T,t)|)\left\{\sin\left[\omega t - k|b(T,t)|\right] - \sin\left[\omega t + k|b(T,t)|\right]\right\}. \end{aligned} \tag{16}$$

4. ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ ВОЛН

Рассмотрим черенковское излучение медленных волн зарядом e, равномерно движущимся в веществе со скоростью $\mathbf{v}$. Подстановка закона движения в форме $\mathbf{R} = \mathbf{v}t$ в (15) дает распределение излученной энергии по углам и частотам:

$$d^2E/d\omega\, d\Omega = T(e^2\omega^2/2\pi c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)[\mathbf{nv}]^2 Y(k,\omega)\delta(\omega - \mathbf{kv}), \tag{17}$$

где T — полное время пролета. Входящая в (17) дельта-функция жестко связывает угол вылета излучения θ с его частотой и скоростью частицы соотношением

$$2c^2 = v^2 \cos^2\theta \left\{[G^2 + 4F]^{1/2} - G\right\}. \tag{18}$$

Законы сохранения энергии и импульса допускают существование такого излучения, только если скорость частицы больше порогового значения v_0, определяемого равенством

$$v_0^2 = 2c^2/\left\{[G^2 + 4F]^{1/2} - G\right\}. \tag{19}$$

5. ИЗЛУЧЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ ВОЛН ЗАРЯДОМ, ПРОИЗВОЛЬНО ДВИЖУЩИМСЯ СО СКОРОСТЬЮ НИЖЕ ПОРОГА ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Излучение медленных волн произвольно движущейся со скоростью $v < v_0$ частицей рассматривается как обычное излучение в среде, и единственное отличие заключается в появлении дополнительного множителя $Y(k,\omega)$. Интересен случай, когда скорость $v_0 \gg v_0 - v > 0$. Возникающая при этом ситуация аналогична излучению ультрарелятивистских частиц в вакууме. Длина отрезка пути частицы, с которого излученные волны приходят к детектору с близкими фазами, (т. е. длина формирования излучения или длина когерентности) в этом случае намного больше длины волны поля, и возникающие здесь особенности процесса излучения медленных волн аналогичны известным особенностям излучения обычных волн ультрарелятивистскими частицами [9–12]. Это дает возможность моделирования процесса излучения обычных волн при высоких энергиях с помощью излучения медленных волн нерелятивистскими частицами. Например, если длина когерентности, т. е. длина пути частицы, на которой формируется излучение, намного больше амплитуды рассеяния частицы на атоме вещества, то можно использовать приближение внезапного изменения скорости частицы при столкновении. В случае излучения обычных волн не очень малых частот такое приближение применимо для ультрарелятивистских частиц, а при излучении медленных волн это приближение можно использовать и для нерелятивистских частиц. Закон движения частицы в этом приближении имеет вид

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}t, \quad t < 0, \quad \mathbf{r}(t) = \mathbf{u}t, \quad t > 0,$$

и подстановка его в (15) дает

$$d^2E/d\omega\, d\Omega = (e^2\omega^2/4\pi^2c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)Y(k,\omega)\left|[\mathbf{nv}]/(\omega - \mathbf{kv}) - [\mathbf{nu}]/(\omega - \mathbf{ku})\right|^2. \tag{20}$$

6. ИЗЛУЧЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ ВОЛН ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ С АТОМОМ

Для релятивистской частицы черенковское излучение медленных волн существует всегда, но при столкновении с атомом частица изменяет свою скорость, так что возникает еще и тормозное излучение. Считая приближение внезапного изменения скорости применимым и в этом случае и подставив соответствующий закон движения частицы в (15), можно найти распределение излученной энергии в виде

$$d^2E/d\omega\, d\Omega = (d^2E/d\omega\, d\Omega)_{Ch} + (d^2E/d\omega\, d\Omega)_{br}, \tag{21}$$

$$(d^2E/d\omega\, d\Omega)_{Ch} = (T/2)(e^2\omega^2/2\pi c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)Y(k,\omega)\left\{[\mathbf{nv}]^2\delta(\omega-\mathbf{kv})+[\mathbf{nu}]^2\delta(\omega-\mathbf{ku})\right\}, \tag{22}$$

$$(d^2E/d\omega\, d\Omega)_{br} = (e^2\omega^2/4\pi^2c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)Y(k,\omega)\times \\ \times\left\{\frac{[\mathbf{nv}](\omega-\mathbf{kv})}{(\omega-\mathbf{k}'\mathbf{v})^2+(\mathbf{k}''\mathbf{v})^2} - \frac{[\mathbf{nu}](\omega-\mathbf{ku})}{(\omega-\mathbf{k}'\mathbf{u})^2+(\mathbf{k}''\mathbf{u})^2}\right\}. \tag{23}$$

Здесь T — полное время наблюдения, $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''$, поглощение в среде считается малым и учитывается лишь там, где это необходимо для интегрирования. Сравнивая (22) с (17), нетрудно убедиться в том, что (22) представляет собой сумму энергии черенковского излучения, испущенного частицей до и после внезапного изменения ее скорости. Энергия, излученная в результате изменения скорости частицы, определена в (23). Существенным отличием, которое связано с существованием черенковского излучения, является то, что $\omega - \mathbf{kv}$ и $\omega - \mathbf{ku}$ могут иметь любые знаки. В частности, в тех областях частот и углов, где эти величины имеют противоположные знаки, вычитание двух дробей в (23) заменяется их сложением, так что вклад этих областей частот и углов в полную энергию излучения заметно увеличивается.

Рассмотрим, при каких условиях возможно такое увеличение интенсивности излучения. Пусть ось z сферической системы координат направлена вдоль $\mathbf{v}$, направление вектора $\mathbf{k}$ задано углами θ и ϕ, угол ϕ отсчитывается от плоскости векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$, тогда

$$\mathbf{kv} = kv\cos\theta, \quad \mathbf{ku} = ku\{\sin\alpha\sin\theta\cos\phi + \cos\alpha\cos\theta\},$$

где α — угол между $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$, так что $\mathbf{uv} = uv\cos\alpha$. Область углов, в которой происходит увеличение интенсивности, определяется неравенствами

$$\cos\theta < \omega/kv, \quad \cos\alpha\cos\theta + \sin\alpha\sin\theta\cos\phi > \omega/kv \tag{24}$$

или

$$\cos\theta > \omega/kv, \quad \cos\alpha\cos\theta + \sin\alpha\sin\theta\cos\phi < \omega/kv. \tag{25}$$

Таким образом, характерный максимум в угловом распределении медленных волн лежит вблизи направления, перпендикулярного плоскости векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$, т. е. вблизи нормали к плоскости движения частицы. Рассмотрим в качестве примера излучение в направлении, для которого $\cos\phi = 0$. Тогда увеличение интенсивности происходит в области углов, определяемой неравенством

$$\cos\theta > \omega/kv > \cos\alpha\cos\theta. \tag{26}$$

Так как при столкновении релятивистской частицы с атомом характерные углы отклонения малы, то $\alpha \ll 1$ и увеличение интенсивности излучения происходит в довольно узкой области углов, а вклад этой области в спектр излучения мал. Излученная энергия в области углов (26) приобретает вид

$$(d^2E/d\omega\, d\Omega)_{br} = (e^2\omega^2/4\pi^2c^3)\varepsilon^{1/2}(k,\omega)Y(k,\omega)v^2\alpha^2(\omega - kv)^2. \tag{27}$$

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Продемонстрированные выше особенности процесса излучения волн с аномально малой фазовой скоростью могут представлять интерес в связи с возможностью моделирования процессов излучения ультрарелятивистских частиц в вакууме с помощью излучения медленных волн нерелятивистскими частницами в среде и как новый вариант электромагнитных взаимодействий в веществе. Существование аномальных медленных электромагнитных волн возможно не только вблизи узкой линии поглощения в изотропной среде с пространственной дисперсией, но и в некубических кристаллах для частот, близких к нулям главных значений тензора диэлектрической проницаемости [13] в довольно узких областях частот и направлений распространения. В последнем случае излучение медленных волн оказывается более сложным процессом из-за узости области их существования.

При рассмотрении аномальных медленных волн следует также иметь в виду, что малая длина волны делает их более чувствительными к существованию малых неоднородностей в веществе, что проявляется в усилении их рассеяния в среде и, следовательно, в увеличении коэффициента экстинкции. Это несколько ограничивает применимость обычного приближения однородного вещества для таких волн при макроскопическом рассмотрении.

Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
2. С. И. Пекар, ЖЭТФ **33**, 1022 (1957).
3. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **34**, 1593 (1958).
4. J. J. Hopfield and D. G. Tomas, Phys. Rev. **132**, 563 (1963).
5. I. V. Makarenko, I. N. Uraltsev, and V. A. Kiselev, Phys. Stat. Sol. **98**, 773 (1980).
6. Л. Е. Соловьев, А. Б. Бабинский, Письма в ЖЭТФ **23**, 291 (1976).
7. С. И. Пекар, М. И. Страшникова, ЖЭТФ **68**, 2047 (1975).
8. С. И. Пеакр, *Кристаллооптика и добавочные световые волны*, Наукова думка, Киев (1982).
9. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитмые процессы при высоких энергиях*, Изд. АН Арм. ССР, Ереван (1969).
10. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин, *Излучение нерелятивистских электронов*, Атомиздат, Москва (1973).
11. Г. М. Гарибян, Ям Ши, *Рентгеновское переходное излучение*, Изд. АН Арм. ССР, Ереван (1983).
12. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, Наука, Москва (1993).
13. М. И. Рязанов, ЖЭТФ **103**, 1840 (1993).