ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 5(11), стр. 1778–1790

НЕЛИНЕЙНОЕ СТАЦИОНАРНОЕ И НЕСТАЦИОНАРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ПРЯМОЗОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ ПРИ СВЯЗЫВАНИИ ДВУХ ЭКСИТОНОВ В БИЭКСИТОН

А. Х. Ротару[a], *В. З. Трончу*[b]

[a] *Государственный университет Молдовы*
277000, Кишинев, Молдова
[b] *Институт прикладной физики Академии наук Молдовы*
277028, Кишинев, Молдова

Поступила в редакцию 3 марта 1997 г.

Изучен новый класс нелинейных кооперативных явлений при распространении света в прямозонных полупроводниках. Нелинейность обусловлена процессом прямого связывания двух экситонов в биэкситон за счет их кулоновского взаимодействия, впервые описанного Ивановым, Келдышем и Панащенко. В геометрии кольцевого резонатора выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. В стационарном случае получено уравнение состояния теории оптической бистабильности, существенно отличающееся от уравнений состояния в модели двухуровневых атомов и в экситонной области спектра. Изучена стабильность стационарных состояний и определены времена переключений между ветвями оптической бистабильности. Показано, что на нестабильных участках уравнения состояний возможно возникновение нелинейных периодических и хаотических самопульсаций с рождением в фазовым пространстве системы предельных циклов и странных аттракторов. Найден сценарий перехода в режим динамического хаоса. В компьютерном эксперименте изучена динамическая оптическая бистабильность. Обсуждается возможность экспериментального обнаружения изучаемых явлений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с работы Елесина и Копаева [1] по оптическому гистерезису экситонов, задачам оптической бистабильности экситонов и биэкситонов посвящено значительное количество теоретических и экспериментальных работ [2-9].

Интерес к явлению оптической бистабильности, обусловленной экситонами и биэкситонами в конденсированных средах, связан с гигантскими оптическими нелинейностями на длинноволновом краю собственного поглощения кристалла, малыми временами релаксации, малыми энергиями и временами переключений между ветвями оптической бистабильности.

Кроме того, на нестабильных участках кривой оптической бистабильности возможно возникновение регулярных и хаотических самопульсаций в системе экситонов, фотонов и биэкситонов. Все это открывает большие перспективы для изучения принципиально новых оптических явлений с участием экситонов и биэкситонов, а также их практического применения, главным образом, для оптической обработки информации и создания на их основе нового поколения ЭВМ с оптической логической системой.

В работах [10–22] нами построена теория оптической бистабильности, оптических переключений, регулярных и стохастических колебаний с образованием классических и странных аттракторов в фазовом пространстве экситонов, фотонов и биэкситонов.

В [23, 24] была предсказана возможность возникновения индуцированной шумом оптической мультистабильности в системе когерентных экситонов и биэкситонов.

Необходимо отметить, что явление оптической бистабильности в [5, 6, 18, 19] исследовалось с учетом лишь гигантской силы осциллятора экситон-биэкситонного перехода [25–27], т. е. принимался во внимание только процесс рождения биэкситона $\mathbf{p}$ путем поглощения экситоном $\mathbf{q}$ фотона $\mathbf{p}-\mathbf{q}$. Между тем в работах Иванова, Келдыша и Панащенко [28, 29] впервые показано, что есть и другой процесс, определяемый членом

$$\frac{1}{\sqrt{V}}M(p,q){b_p}^{+}a_{\mathbf{q}}a_{\mathbf{p}-\mathbf{q}},$$

описывающим прямое связывание двух экситонов $\mathbf{p}-\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}$ в биэкситон $\mathbf{p}$ за счет их кулоновского притяжения. Фактически в этих работах предложен принципиально новый механизм экситон-биэкситонной перестройки спектров полупроводника, определяющийся связыванием двух экситонов в биэкситон за счет их кулоновского взаимодействия. В частности показано, что именно этот механизм приводит к эффективному сдвигу в длинноволновую сторону как экситонного, так и биэкситонного уровней.

Данная работа посвящена изучению стационарной и нестационарной оптической бистабильности, оптических автоколебаний и переключений при учете экситон-фотонного взаимодействия и кулоновского связывания двух экситонов в биэкситон, предложенного в [28, 29]. С помощью гейзенберговских уравнений движения для экситонов и биэкситонов и волнового уравнения для поля выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию системы. В стационарном случае получено уравнение состояния теории оптической бистабильности. Исследована стабильность стационарных решений. Предсказана возможность образования регулярных и хаотических самопульсаций. Найден сценарий перехода к оптическому динамическому хаосу и обсуждены возможности возникновения оптической турбулентности. Изучены времена переключений между ветвями оптической бистабильности и динамическая оптическая бистабильность в случае, когда внешняя накачка является функцией времени, имеющей параболический вид.

2. ГАМИЛЬТОНИАН И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Настоящий этап изучения оптической бистабильности характеризуется тем, что она рассматривается для конкретной геометрии опыта. Пусть на кольцевой резонатор, в который помещен полупроводник длиной L, падает монохроматическая когерентная электромагнитная волна, которая возбуждает когерентные в смысле Боголюбова экситоны. Эти экситоны благодаря кулоновскому взаимодействию [28, 29] могут связаться в биэкситон. Этот процесс, обеспечивающий нелинейность задачи, определяется членом $(1/\sqrt{V})Db^{+}aa$.

Гамильтониан задачи состоит из суммы гамильтонианов свободных экситонов, биэкситонов и поля, а также гамильтониана взаимодействия когерентных экситонов с электромагнитным полем и с когерентными биэкситонами, который в принятой модели имеет вид:

$$H_{int}=i\hbar g\left(aE^{+}-a^{+}E\right)+i\hbar D\left(ba^{+}a^{+}-b^{+}aa\right), \tag{1}$$

где $a^+(b^+)$ — оператор рождения экситона (биэкситона), g — константа экситон-фотонного взаимодействия, D — константа прямого связывания двух экситонов в биэкситон, E^+ — положительно-частотная часть электрического поля электромагнитной волны. Здесь и далее предполагается, что объем системы равен единице и опускаются индексы волновых векторов.

Уравнения движения для амплитуд экситонов a и биэкситонов b имеют вид

$$\frac{da}{dt} = -i\omega_{ex}a - gE + 2Dba^+ - \gamma_{ex}a, \tag{2}$$

$$\frac{db}{dt} = -i\omega_{biex}b - Daa - \gamma_{biex}b, \tag{3}$$

где $\hbar\omega_{ex}$ ($\hbar\omega_{biex}$) — энергия образования экситона (биэкситона); γ_{ex} и γ_{biex} — константы затухания экситонов и биэкситонов соответственно, определяющие скорость ухода квазичастиц из когерентных мод в некогерентные. Последние были введены в уравнения движения феноменологически. Отметим, что эти уравнения могут быть получены строго в рамках квантовой теории флуктуаций и затуханий из потоковой части соответствующего уравнения Фоккера–Планка [30].

Уравнение движения компоненты электромагнитного поля E эквивалентно волновому уравнению:

$$c_1^2\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -4i\pi\hbar g\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \tag{4}$$

где c_1 — скорость распространения поля в полупроводнике.

Представим амплитуды экситонов, биэкситонов и поля в виде модулированных плоских волн:

$$a(z,t) = A'(z,t)\, e^{i(kz-\omega t)}, \quad b(z,t) = B'(z,t)\, e^{2i(kz-\omega t)}, \quad E(z,t) = E'(z,t)\, e^{i(kz-\omega t)}, \tag{5}$$

где ω и k — несущая частота и волновой вектор, а $A'(z,t)$, $B'(z,t)$, $E'(z,t)$ — суть медленно меняющиеся амплитуды.

В дальнейшем расчет будем вести в приближении укороченных уравнений, справедливых при

$$\left|\frac{\partial E'}{\partial t}\right| \ll \omega\,|E'|, \quad \left|\frac{\partial E'}{\partial z}\right| \ll k\,|E'|, \ldots$$

Подставляя (5) в (2)–(4) в приближении медленно меняющихся амплитуд и пренебрегая эффектами пространственной дисперсии экситонов и биэкситонов, которые в актуальной области спектра несущественны, получаем

$$\frac{dA'}{dt} = i(\omega - \omega_{ex})A' - gE' + 2DB'A'^{+} - \gamma_{ex}A', \tag{6}$$

$$\frac{dB'}{dt} = i(2\omega - \omega_{biex})B' - DA'A' - \gamma_{biex}B', \tag{7}$$

$$\frac{\partial E'}{\partial t} + \frac{kc_1^2}{\omega}\frac{\partial E'}{\partial z} = 2\pi\hbar\omega gA' + \frac{\omega^2 - c_1^2k^2}{2\omega}E'. \tag{8}$$

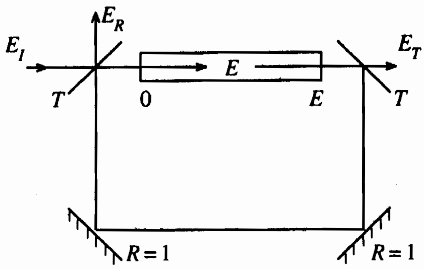

Рис. 1. Схема кольцевого резонатора: E_I, E_R, E_T — амплитуды падающего, отраженного и прошедшего полей соответственно, T — коэффициент пропускания зеркал резонатора

В дальнейшем удобно перейти к безразмерным величинам. Введем в рассмотрение следующие переменные:

$$X = \frac{E'}{E_s}, \quad B = \frac{B'}{B_s}, \quad A = \frac{A'}{A_s}, \quad E_s = \frac{\gamma_{biex}^2}{gD}, \quad A_s = B_s = \frac{\gamma_{biex}}{D},$$

$C = \alpha L/4T$ — константа оптической бистабильности,

$$\alpha = \frac{4\pi\hbar g^2\omega^2}{c_1 k \gamma_{ex}},$$

T — коэффициент пропускания зеркал кольцевого резонатора (см. рис. 1); $d = \gamma_{ex}/\gamma_{biex}$ — относительное затухание экситона по сравнению с биэкситоном; $\delta_0 = (2\omega_{ex} - \omega_{biex})/\gamma_{biex}$ — приведенная энергия биэкситона; $\delta_1 = (\omega - \omega_{ex})/\gamma_{biex}$ — безразмерная отстройка от эксионного уровня; $\sigma = C_1^2 kT/L\gamma_{biex}\omega$ — затухание электрической амплитуды поля в резонаторе (добротность резонатора); $\tau = \gamma_{biex} t$ — безразмерное время;

$$\Delta_1 = \frac{\omega^2 - c_1^2 k^2}{2\omega\gamma_{biex}}.$$

С учетом нормированных величин система уравнений (6)–(8) принимает вид

$$\frac{dX}{d\tau} = i\Delta_1 X - \frac{\sigma L}{T}\frac{\partial X}{\partial z} + 2C\sigma A, \tag{9}$$

$$\frac{dA}{d\tau} = i\delta_1 A + iX - 2iBA^* - dA, \tag{10}$$

$$\frac{dB}{d\tau} = i(2\delta_1 + \delta_0)B - iAA - B. \tag{11}$$

Как уже отмечалось, полупроводник помещен в кольцевой резонатор между двумя зеркалами с коэффициентом пропускания T. Два других зеркала считаются идеально отражающими. Граничные условия для кольцевого резонатора имеют вид

$$E(0,t) = \sqrt{T}E_I + RE(L, t - \Delta t)e^{iF}, \quad E_T = \sqrt{T}E(L,t),$$

где E_I — амплитуда поля на входе резонатора (накачка), E_T — амплитуда поля на выходе резонатора, $R = 1 - T$ — коэффициент отражения зеркал резонатора, Δt —

время запаздывания, вносимого обратной связью, $\Delta t = (L + 2l)/c_0$, c_0 — скорость света в вакууме, $F = kL + k_0(2l + L)$ — набег фазы поля в резонаторе, k_0 — волновой вектор поля в вакууме.

Вводя в рассмотрение безразмерные входную и выходную амплитуды полей

$$E_I = \frac{Y}{E_s}\sqrt{T}, \quad E_T = \frac{X}{E_s}\sqrt{T},$$

для нормированных амплитуд получаем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} &TY + R\left[X_1(L, \tau - \Delta\tau)\cos F - X_2(L, \tau - \Delta\tau)\sin F\right] = X_1(0, \tau), \\ &R\left[X_1(L, \tau - \Delta\tau)\sin F + X_2(L, \tau - \Delta\tau)\cos F\right] = X_2(0, \tau), \end{aligned} \tag{12}$$

где X_1 и X_2 — действительная и мнимая части поля.

В дальнейшем воспользуемся широко применяемым приближением среднего поля [2]. Эта модель впервые была предложена в [31] при исследовании оптической бистабильности в системе двухуровневых атомов, помещенных в кольцевой резонатор. Предполагается, что все функции, описывающие оптическую бистабильность, слабо зависят от пространственной переменой, и в конечном счете для всего пространства в резонаторе они считаются константами, не зависящими от координат. Законность приближения среднего поля для резонатора Фабри–Перо обсуждена в [32]. В частности, показано, что при больших значениях константы оптической бистабильности и малых значениях коэффициента пропускания результаты теории среднего поля идентичны точному численному решению уравнений Максвелла–Блоха. Метод теории среднего поля для изучения оптической бистабильности в системе экситонов и биэкситонов использовался в наших работах [5, 6, 15–19].

Используя приближение среднего поля

$$\int_0^L E'(z)dz \approx [E'(L) - E'(0)]L \tag{13}$$

и граничные условия (12), из (9)–(11) получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающую временную эволюцию когерентных фотонов, экситонов и биэкситонов:

$$\frac{dX_1}{d\tau} = -\Delta_1 X_2 - \frac{\sigma(1 - R\cos F)}{T}X_1 - \frac{\sigma R\sin F}{T}X_2 + 2C\sigma A_1 + \sigma Y, \tag{14}$$

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \Delta_1 X_1 - \frac{\sigma(1 - R\cos F)}{T}X_2 + \frac{\sigma R\sin F}{T}X_1 + 2C\sigma A_2, \tag{15}$$

$$\frac{dA_1}{d\tau} = -dA_1 - \delta_1 A_2 - X_1 + 2(B_1A_1 + B_2A_2), \tag{16}$$

$$\frac{dA_2}{d\tau} = -dA_2 + \delta_1 A_1 + X_2 + 2(B_2A_1 - B_1A_2), \tag{17}$$

$$\frac{dB_1}{d\tau} = -(2\delta_1 + \delta_0)B_2 - B_1 - A_1^2 + A_2^2, \tag{18}$$

$$\frac{dB_2}{d\tau} = (2\delta_1 + \delta_0)B_1 - B_2 - 2A_1A_2, \tag{19}$$

где учитывалась комплексность величин X, A, B: $X_1 = \operatorname{Re} X$, $X_2 = \operatorname{Im} X$, $A_1 = \operatorname{Re} A$, $A_2 = \operatorname{Im} A$, $B_1 = \operatorname{Re} B$, $B_2 = \operatorname{Im} B$.

В настоящее время отсутствует стандартный алгоритм решения нелинейных дифференциальных уравнений общего вида, и получение аналитических решений системы уравнений (14)–(19) является трудной, если вообще разрешимой, задачей. В связи с этим в дальнейшем нами проведен численный эксперимент и анализ устойчивости стационарных состояний.

Отметим, что система уравнений (14)–(19) является частным случаем теории эволюции системы вида $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$, где $\mathbf{X}$ — вектор в пространстве $R^n (n > 1)$, каждая из компонент которого описывает одну моду, $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ является векторным полем системы.

Для диссипативных систем имеет место сокращение объема фазового пространства, поскольку дивергенция $\dot{\mathbf{X}}$ отрицательна:

$$\operatorname{div}\dot{\mathbf{X}} = \operatorname{div}\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{X}_i} < 0.$$

Эволюция решений уравнений (14)–(19) существенно зависит от эволюции малой области фазового пространства этой системы. Рассматривая движение точек в фазовом пространстве как движение жидкости с дивергенцией

$$\frac{\partial \dot{X}_1}{\partial X_1} + \frac{\partial \dot{X}_2}{\partial X_2} + \frac{\partial \dot{A}_1}{\partial A_1} + \frac{\partial \dot{A}_2}{\partial A_2} + \frac{\partial \dot{B}_1}{\partial B_1} + \frac{\partial \dot{B}_2}{\partial B_2} = -2\left[1 + d + \frac{\sigma(1 - R\cos F)}{T}\right],$$

приходим к выводу, что любой малый объем фазового пространства системы уравнений (14)–(19) стремится к нулю при $\tau \to \infty$ со скоростью $[2+2d+2\sigma(1-R\cos F)/T]^{-1}$. Если стационарные состояния системы неустойчивы, то аттракторами в фазовом пространстве могут быть либо предельный цикл, либо тор, либо странный аттрактор. Они соответствуют нелинейным периодическим, квазипериодическим и стохастическим автоколебаниям в системе.

В стационарном случае из (14)–(19) получаем уравнения, связывающие плотности когерентных экситонов и биэкситонов с интенсивностью поля:

$$Z_e\left[\left(d + \frac{2Z_e}{1+\delta_2^2}\right)^2 + \left(\frac{2\delta_2 Z_e}{1+\delta_2^2} - \delta_1\right)^2\right] = X_{st}^2, \tag{20}$$

$$Z_b = \frac{Z_e^2}{1+\delta_2^2}, \tag{21}$$

и уравнение состояния теории оптической бистабильности, связывающее интенсивность поля на входе и выходе резонатора:

$$Y_{st}^2 = X_{st}^2\left\{\left[\frac{1 - R\cos F}{T} + \frac{2CQ_1}{Q}\right]^2 + \left[\frac{\Delta_1}{\sigma} + \frac{R}{T}\sin F - \frac{2CQ_2}{Q}\right]^2\right\}, \tag{22}$$

где $Z_e = A_1^2 + A_2^2$ — плотность экситонов, $Z_b = B_1^2 + B_2^2$ — плотность биэкситонов, $X_{st} = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ — амплитуда поля внутри кристалла, $\delta_2 = 2\delta_1 + \delta_0$,

$$Q_1 = d + \frac{2Z_e}{1+\delta_2^2}, \quad Q_2 = \delta_1 - \frac{2\delta_2 Z_e}{1+\delta_2^2}, \quad Q^2 = Q_1^2 + Q_2^2.$$

Выражение (22) представляет собой уравнение состояния теории оптической бистабильности в системе когерентных экситонов и биэкситонов в случае связывания двух экситонов в биэкситон за счет кулоновского взаимодействия. Оно является аналогом уравнений состояний в теории двухуровневых сред и экситонной области спектра [6, 15, 33] и существенно отличается от последних. В отличие от уравнений (20), (21), которые определяют нелинейную зависимость между плотностями когерентных экситонов и биэкситонов и электромагнитным полем и приводят к бистабильностям типа плотность–свет, уравнение (22) описывает зависимость выходящего из кристалла излучения от падающего. При определенных условиях оно приводит к возникновению бистабильности типа свет–свет.

3. КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ. СТАЦИОНАРНАЯ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ БИСТАБИЛЬНОСТЬ И САМОПУЛЬСАЦИИ

Очень интересно исследование стабильности стационарных состояний в связи с возможностью возникновения оптических нелинейных самопульсаций в системе когерентных квазичастиц.

Характеристическое уравнение для якобиана системы имеет вид

$$|\lambda E - J| = \begin{vmatrix} -\lambda - P_1 & -P_2 & 2C\sigma & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & -\lambda - P_1 & 0 & 2C\sigma & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -\lambda - d + 2B_1 & -\delta_1 + 2B_2 & 2A_1 & 2A_2 \\ 0 & -1 & \delta_1 + 2B_2 & -\lambda - d - 2B_1 & -2A_2 & 2A_1 \\ 0 & 0 & -2A_1 & 2A_2 & -\lambda - 1 & -\delta_2 \\ 0 & 0 & -2A_2 & 2A_1 & \delta_2 & -\lambda - 1 \end{vmatrix},$$

где

$$P_1 = \frac{\sigma(1 - R\cos F)}{T}, \quad P_2 = \Delta_1 + \frac{\sigma R \sin F}{T},$$

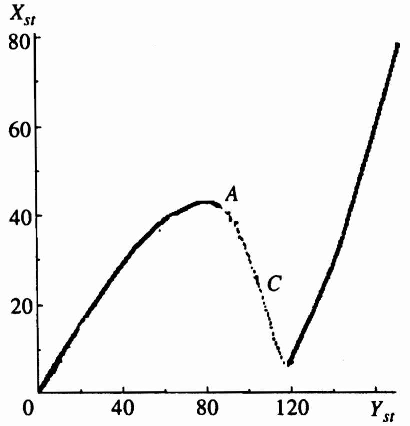

Рис. 2. Стационарная зависимость амплитуды прошедшего поля X_{st} от амплитуды падающего Y_{st} при значениях параметров $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$ (единица величин X_{st} и Y_{st} соответствует 1 В/см)

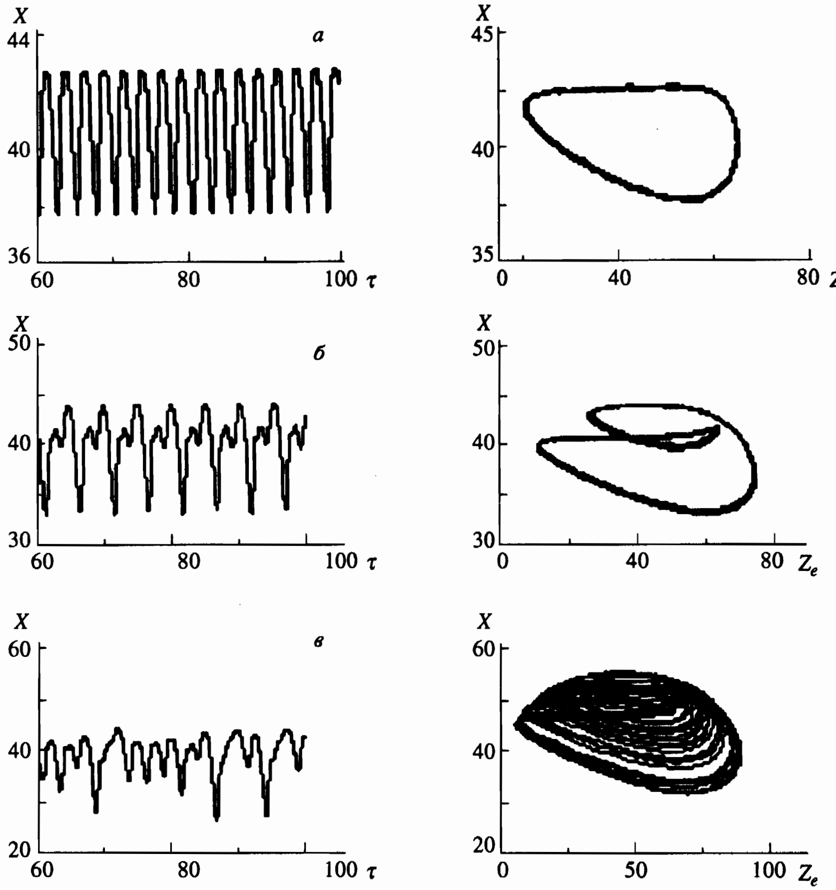

Рис. 3. Колебания в кольцевом резонаторе (слева) и их фазовые портреты на плоскости X–Z_e (справа) при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$ и различных значениях внешней накачки: *а* — $Y = 82.5$, *б* — $Y = 83$, *в* — $Y = 85$ (одна единица X соответствует 1 В/см, τ — 10^{-12} с, Z_e — 10^{14} см$^{-3}$

E — единичная матрица. Если действительные части всех корней характеристического уравнения отрицательны, то соответствующие стационарные состояния являются устойчивыми по отношению к малым возмущениям. С использованием критерия Раусса–Гурвица показано, что часть кривой зависимости $X_{st}(Y_{st})$ является неустойчивой. На рис. 2 представлена стационарная нелинейная зависимость амплитуды выходящего из резонатора излучения X_{st} от падающего Y_{st} при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$. Как видно из рисунка, при этих значениях параметров оптическая бистабильность типа свет–свет отсутствует. Возникающее окно нестабильности обозначено пунктиром. В точке A, соответствующей началу области нестабильности в системе когерентных квазичастиц, возникают нелинейные периодические самопульсации, а фазовая траектория выходит на предельный цикл (рис. 3*а*). По мере передвижения изображающей точки к центру окна нестабильности колебания становятся более сложными. Наблюдается каскад бифуркаций удвоения периода колебаний (см. рис. 3*б*), в результате чего в средней части окна нестабильности устанавливается стохастический режим автоколебаний. В системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов возникает оптическая турбулентность. На рис. 3*в* представлен стохастический автомодуляционный процесс и соответствующие проекции фазовых траекторий на плоскость X–Z_e при внешней накачке $Y = 85$. Поверхность в фазовом пространстве, к которой стягиваются фазовые траектории, меняется с изменением внешней накачки. В отличие от знаменитого лоренцевского динамического хаоса, где стохастические осцилляции и рождение странного аттрактора связаны с перескоками между соответствующими состояниями равновесия, в данном случае стохастичность связана с возникновением странного аттрактора в шестимерном фазовом пространстве, которое сложным образом заполняется непересекающимися фазовыми траекториями.

При дальнейшем увеличении внешней накачки странный аттрактор становится неустойчивым и переходит в устойчивый предельный цикл, а в системе устанавливаются нелинейные регулярные периодические самопульсации.

С увеличением расстройки резонанса между частотой внешнего электромагнитного поля и частотой экситона δ_1 стационарная зависимость между амплитудой выходящего из резонатора излучения и амплитудой падающего излучения $X_{st}(Y_{st})$ существенно изменяется. При малых значениях Y_{st} имеет место линейная однозначная связь между X_{st} и Y_{st}. При увеличении Y_{st} эта связь становится нелинейной и при определенном значении между параметрами — неоднозначной.

На рис. 4*а* представлена стационарная зависимость амплитуды проходящего через резонатор излучения X_{st} от амплитуды падающего поля Y_{st} при $\cos F = 1$, $C = 5$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\delta_0 = 5$, $\sigma = 10$. Как видно, при этих значениях параметров возникает область трехзначности, в которой одному и тому же значению Y_{st} соответствуют три значения X_{st}. При малых значениях Y_{st} амплитуда выходящего излучения с ростом амплитуды входящего излучения растет вдоль верхней ветви гистерезисной кривой. При определенном значении Y_{st} система совершает скачок на нижнюю ветвь кривой, вдоль которой происходит увеличение X_{st} при увеличении Y_{st}. Если уменьшать амплитуду падающего поля, то движение изображающей точки происходит вдоль нижней ветви гистерезисной кривой, после чего происходит скачок на верхнюю ветвь, вдоль которой и происходит дальнейшее изменение X_{st} при уменьшении Y_{st}. Штрихами обозначена неустойчивая часть зависимости $X_{st}(Y_{st})$. Таким образом, в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов возникает стационарная оптическая бистабильность. В отличие от модели двухуровневых атомов, где оптическая бистабильность реализуется с ходом против часовой стрелки, в данном случае оптическая бистабильность происходит по часовой стрелке. Исследование показывает, что при этих значениях параметров как верхняя, так и нижняя ветви оптической бистабильности являются устойчивыми. Поэтому представляет интерес изучение времен переключения между ними. Основой исследования времен переключений является система уравнений (14)–(19). Нами проведен компьютерный эксперимент, в котором начальные условия берутся таким образом, чтобы они соответствовали значению накачки Y_{st} вблизи порога переключения вниз. В момент времени $\tau = 0$ задается скачкообразное изменение накачки Y_{st}, такое, что $Y_{st} + \Delta Y$ убывает по другую сторону от соответствующего порога переключения. На рис. 5 представлены переключения с верхней ветви кривой оптической бистабильности на нижнюю (*а*) и с нижней на верхнюю (*б*). Как видно из рисунка, времена переключений одного порядка и составляют $4\gamma_{biex}$. Так как времена релаксации экситонов и биэкситонов $t \approx 10^{-10}$–10^{-12} с, оптические переключения в системе когерентных экситонов

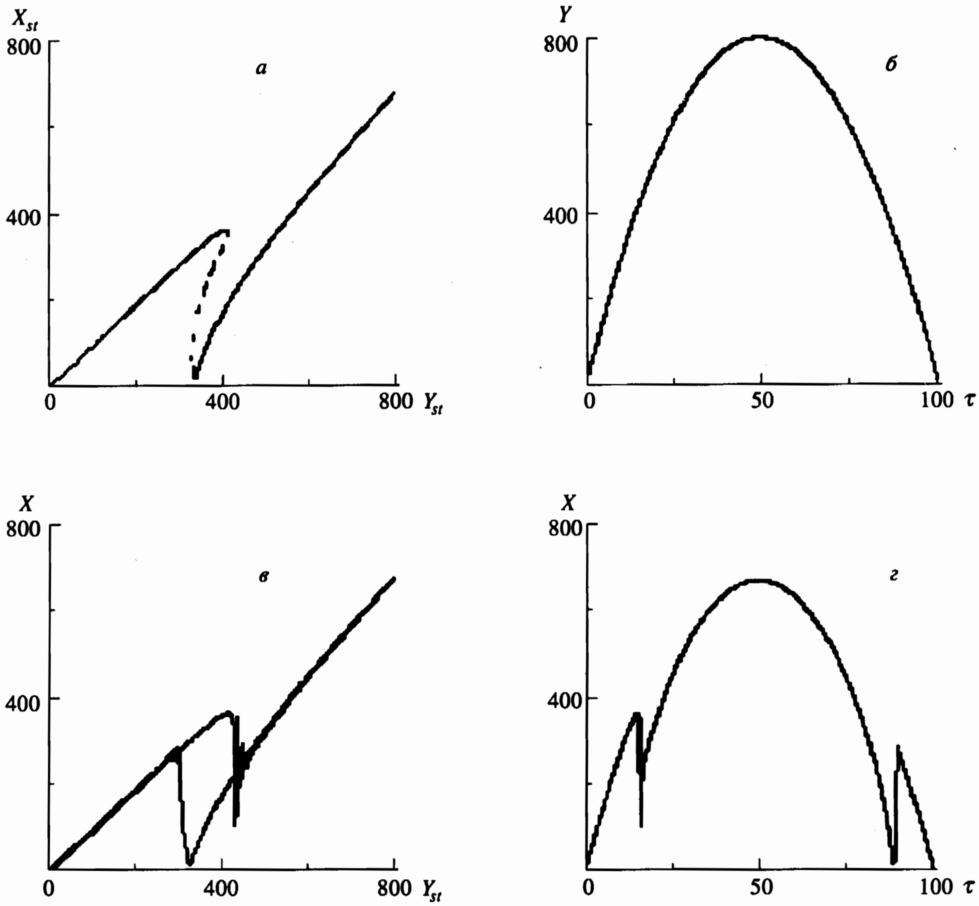

Рис. 4. *а* — Стационарная зависимость амплитуды прошедшего поля X_{st} от амплитуды падающего Y_{st} при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$. *б* — Форма падающего импульса. *в* — Динамическая оптическая бистабильность. *г* — Форма импульса на выходе из резонатора

и биэкситонов лежат в пикосекундном диапазоне, что дает возможность использовать изучаемый нами механизм оптической бистабильности при конструировании быстродействующих оптических ячеек памяти.

При уменьшении добротности резонатора переключения сопровождаются осцилляциями, что приводит к ухудшению работы бистабильного элемента.

В случае $F = \pi/2 + 2\pi n$ при параметрах $C = 5$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = -30$, $\delta_0 = 5$, $\sigma = 1$ в системе возникает гистерезис в виде восьмерки (см. рис. 6*а*). При этом для появления такого гистерезиса необходимы большие интенсивности падающего излучения.

При экспериментальном исследовании оптической бистабильности часто наблюдают не стационарную, а динамическую оптическую бистабильность, которая получается в результате сравнения зависящей от времени внешней накачки с соответствующим ей откликом системы. Впервые оптическая бистабильность такого рода была рассмотрена

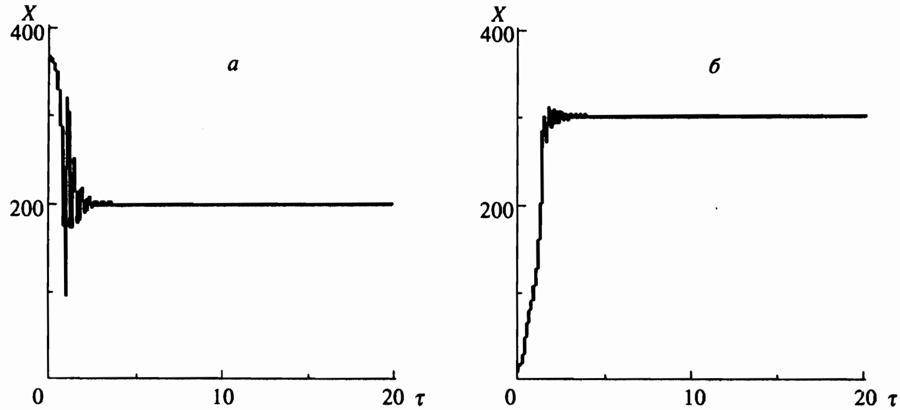

Рис. 5. Оптические переключения с верхней ветви кривой оптической бистабильности на нижнюю (*а*) и с нижней на верхнюю *б*

в [32]. Теоретически и экспериментально было изучено поведение нелинейного интерферометра Фабри–Перо, заполненного керровской средой, под действием импульсов различной формы. Авторы получили отличное согласие теории и эксперимента.

Мы решали систему нелинейных дифференциальных уравнений (14)–(19) численно с учетом граничных условий для кольцевого резонатора, где внешняя накачка $Y(\tau)$ — функция времени, имеющая параболический вид. Результаты проведенного компьютерного эксперимента представлены на рис. 4*б–г* при $F = 2\pi n$, $C = 5$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\delta_0 = 5$, $\sigma = 10$, $d = 0.1$, $T = 0.01$ и на рис. 6*б–г* при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = \pi/2 + 2n\pi$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = -30$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$. На рис. 4*б* и 4*г* представлены соответственно формы падающего на резонатор и выходящего из резонатора электромагнитного поля от времени, в случае когда длительность импульса $\tau = 100$ ($t = 100 \cdot 10^{-12}$ с). Из рис. 4*г* видно, что прошедший через резонатор импульс деформируется. На рис. 4*г* показана зависимость амплитуды выходящего из резонатора излучения от амплитуды падающего. Как видно, в этом случае в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов возникает динамическая оптическая бистабильность с ходом по часовой стрелке. Если уменьшить длительность импульса, то система не успевает реагировать на его прохождение и он проходит без каких-либо изменений.

В заключение обсудим возможность экспериментального наблюдения предсказанных эффектов. Приведем численные оценки для кристаллов типа CdS, в которых $\hbar D = 10^{-9}$ эВ·см$^{3/2}$, $\hbar g = 0.1$ эВ/(см$^{1/2}$·В), $\hbar\omega = 2$ эВ, $\hbar c_0 k_0 \approx 2$ эВ, $\hbar\gamma_{ex} = 10^{-5}$ эВ, $\hbar\gamma_{biex} = 10^{-4}$ эВ, $T = 0.01$, $L = 10^{-6}$ м, $\hbar(2\omega - \omega_{biex}) = -0.04$ эВ. Критическая мощность, при которой возможно наблюдение изучаемых нами нелинейных явлений, $P \sim 40 \cdot 10^3$ Вт/см^2. При этом концентрации экситонов и биэкситонов порядка 10^{16} см$^{-3}$ и 10^{14} см$^{-3}$ соответственно. Времена переключений вверх $t_\uparrow \sim 2 \cdot 10^{-12}$ с и вниз $t_\downarrow \sim 4 \cdot 10^{-12}$ с, а энергия переключения порядка $50 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Таким образом, приведенные нами численные оценки позволяют сделать вывод о реальной возможности наблюдения оптических гистерезисов, переключений и самопульсаций в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках при связывании двух экситонов в биэкситон.

Отметим, что изученные нами хаотические автоколебания, возникающие благодаря

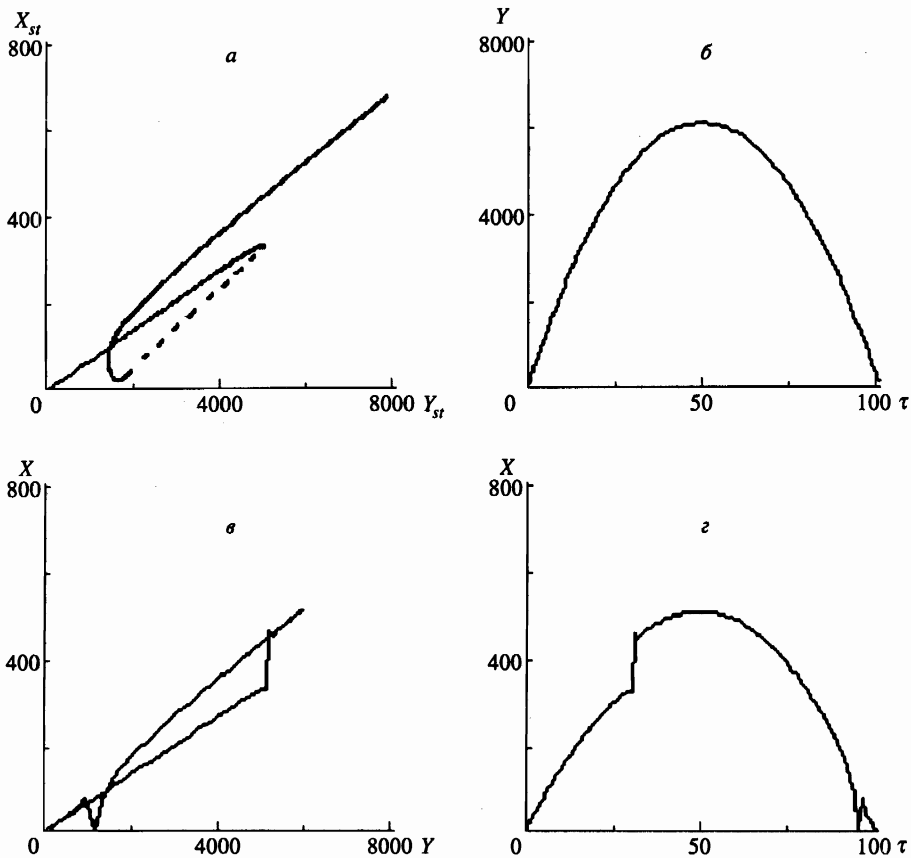

Рис. 6. *а* — Стационарная зависимость амплитуды прошедшего поля X_{st} от амплитуды падающего Y_{st} при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = \pi/2 + 2n\pi$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = -30$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$. *б* — Форма падающего импульса. *в* — Динамическая оптическая бистабильность. *г* — Форма импульса на выходе из резонатора

неустойчивости стационарных состояний, являются еще одним примером возникновения временных структур в нелинейных динамических системах. Между тем исходные уравнения являются нелинейными уравнениями в частных производных, описывающими пространственно-временную эволюцию когерентных квазичастиц в конденсированных средах. Как известно, для уравнений такого типа возможно развитие пространственной турбулентности [34]. В [34] обнаружен новый класс переходов типа «порядок–хаос» в виде движущихся фронтов перехода. Аналогичные явления могут иметь место и в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Наряду с динамической оптической турбулентностью возможно развитие турбулентности в пространстве и возникновение структур типа «порядок–хаос» и «хаос–порядок».

Литература

1. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев ЖЭТФ **62**, 1447 (1972).
2. Х. Гиббс, *Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света*, Мир, Москва (1988).
3. В. А. Кочелап, Л. Ю. Мелников, В. Н. Соколов, ФТП **16**, 1167 (1982).
4. В. А. Кочелап, Л. Ю. Мелников, В. Н. Соколов, КЭ **24**, 42 (1987).
5. А. Х. Ротару, В. А. Залож, *Оптическая самоорганизация экситонов и биэкситонов в полупроводниках*, Штиинца, Кишинев (1990).
6. П. И. Хаджи, Г. Д. Шибаршина, А. Х. Ротару, *Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках*, Штиинца, Кишинев (1988).
7. А. М. Бакиев, В. С. Днепровский, З. Д. Ковалюк и др., Письма в ЖЭТФ **38**, 493 (1983).
8. В. С. Днепровский, УФН **145**, 149 (1985).
9. В. С. Днепровский, Изв. АН СССР, сер. физ. **50**, 661 (1986).
10. A. H. Rotaru, G. D. Shibarshina, Phys. Lett. **109**, 292 (1985).
11. А. Х. Ротару, ФТТ **29**, 3282 (1987).
12. А. Х. Ротару, ФТТ **28**, 2492 (1986).
13. А. И. Бобрышева, В. А. Залож, А. Х. Ротару, ФТТ **33**, 915 (1991).
14. В. А. Залож, С. А. Москаленко, А. Х. Ротару, ЖЭТФ **95**, 601 (1989).
15. Б. Ш. Парканский, А. Х. Ротару, ЖЭТФ **99**, 899 (1991).
16. Б. Ш. Парканский, А. Х. Ротару, ФТТ **33**, 2250 (1991).
17. Б. Ш. Парканский, А. Х. Ротару, ФТТ **33**, 3378 (1991).
18. В. А. Залож, А. Н. Ротару, В. З. Трончу, ЖЭТФ **103**, 289 (1993).
19. В. А. Залож, А. Н. Ротару, В. З. Трончу, ЖЭТФ **105**, 164 (1994).
20. А. Н. Ротару, С. В. Шура, ЖЭТФ **104**, 2374 (1993).
21. А. Н. Ротару, С. В. Шура, ЖЭТФ **105**, 450 (1995).
22. В. Р. Мисько, С. А. Москаленко, А. Х. Ротару, Ю. М. Швера, ЖЭТФ **99**, 1215 (1991).
23. А. Е. Барбэрошие, И. И. Гонця, Ю. Н. Ника, А. Х. Ротару, ЖЭТФ **104**, 2655 (1993).
24. А. Х. Ротару, В. А. Залож, ФТТ **33**, 1973 (1991).
25. А. А. Гоголин, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **17**, 690 (1973).
26. Э. И. Рашба, ФТТ **8**, 1241 (1974).
27. E. Hanamura, Sol. State Comm. **12**, 951 (1973).
28. А. Л. Иванов, П. В. Панасченко, Письма в ЖЭТФ **49**, 34 (1991).
29. А. Л. Иванов, Л. В. Келдыш, В. В. Панащенко, ЖЭТФ **99**, 641 (1991).
30. С. А. Москаленко, А. Х. Ротару, Ю. М. Швера, ТМФ **75**, 295 (1988).
31. P. Meystre, Opt. Commun. **26**, 277 (1978).
32. T. Bischoferger and Y. Shen, Phys. Rev. A **19**, 1169 (1979).
33. R. Bonifacio and L. Lugiato, Lett. Nuovo Cimento **21**, 510 (1978).
34. И. С. Арансон, А. В. Гапонов-Грехов, М. И. Рабинович, Н. М. Старобинец, ЖЭТФ **90**, 1707 (1986).