

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ДОПЛЕРОВСКИ-УШИРЕННЫХ КВАНТОВЫХ ПЕРЕХОДАХ: УСИЛЕНИЕ СИЛЬНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ БЕЗ ИНВЕРСИИ НАСЕЛЕННОСТЕЙ

А. К. Попов, В. М. Кучин, С. А. Мысливец*

*Институт физики Сибирского отделения Российской академии наук
Красноярский государственный университет
Красноярский государственный технический университет
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 24 февраля 1997 г.

Исследовано влияние нелинейных интерференционных процессов на квантовых переходах в сильных резонансных электромагнитных полях с учетом движения населенностей, процессов релаксации, некогерентного возбуждения, а также доплеровского уширения переходов на поглощение, усиление и преломление взаимодействующих излучений. Теория обобщена на случай нелинейного интерференционного взаимодействия двух сильных полей в открытых и замкнутых трехуровневых квантовых системах. С помощью матрицы плотности для стационарного взаимодействия получены общие выражения, позволяющие анализировать оптические характеристики для различных конфигураций интерферирующих переходов путем простой замены параметров. Исследована возможность усиления излучения без инверсии насыщенных населенностей на резонансном переходе. Сформулированы условия и на конкретных примерах показано, что при надлежащем изменении исходных населенностей уровней и интенсивности дополнительного излучения показатель безынверсного усиления не уменьшается с ростом интенсивности усиливаемого излучения. Показано, что учет перечисленных сопутствующих процессов кардинально влияет на выбор оптимальных условий для проявления интерференции на оптических переходах. В качестве иллюстрации приведены результаты численного анализа потенциальных экспериментов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Многие представления квантовой оптики сформировались исходя из установленного Эйнштейном равенства вероятностей вынужденных переходов с поглощением и испусканием фотонов и их связи с вероятностью спонтанного испускания. С классической точки зрения испускание и поглощение излучения обусловлены вынужденными колебаниями связанных зарядов и соотношением фаз излучения и индуцированных колебаний. Однако под действием одного и того же излучения могут одновременно возникать несколько когерентных интерферирующих колебаний различной природы. В зависимости от соотношения фаз и амплитуд интерференция может быть конструктивной и деструктивной, полной и неполной. При этом соответствующие компоненты оптического отклика могут либо усиливаться, либо подавляться. Макроскопический отклик среды обусловлен квантовыми переходами, при которых фотоны могут одновременно участвовать в нескольких процессах. В присутствии нескольких резонансных электромагнитных полей амплитуды вероятностей квантовых состояний содержат

* Факс: (3912)438923, e-mail: popov@cc.krascience.rssi.ru

несколько осциллирующих компонент на близких частотах. При вычислении вероятностей переходов наряду с квадратами модулей соответствующих компонент возникают перекрестные члены, отражающие интерференцию квантовых переходов. Когерентные нелинейные явления, обусловленные взаимной зависимостью эволюции квантовых состояний, смешанных внешним полем, получили название нелинейных интерференционных эффектов.

В оптике интерференция волн приводит к перераспределению в пространстве излучения (вплоть до зон с нулевой интенсивностью) при сохранении интегральной мощности излучения. В квантовой оптике нелинейные интерференционные эффекты приводят к значительному изменению спектральных характеристик переходов и, как следствие, к возникновению необычных эффектов. Например, возможно индуцирование знакопеременных по частоте показателей поглощения, что отражает возникновение в некоторых интервалах частот усиления без инверсии населенностей на данном переходе и, наоборот, поглощения излучения на переходе с инверсией населенностей. Область изменения знака соответствует прозрачности, т.е. отсутствию взаимодействия усиляемого излучения с резонансным переходом. С помощью нелинейных интерференционных эффектов возможен захват и удержание атомов в определенных квантовых состояниях — когерентное пленение населенностей (КПН). На основе резонансных нелинейных оптических процессов созданы принципиально новые методы направленного воздействия на вещество.

Возникает глубокая аналогия с классическими представлениями. При этом, отвлекаясь от классификации элементарных процессов, введенной и справедливой лишь для слабых полей, можно предсказывать и объяснять широкий круг процессов, обусловленных нелинейными интерференционными эффектами. Теоретические основы такого подхода были заложены работами ряда советских школ еще в 60х–70х годах (обзоры см., например, в [1–4]). Как уже отмечалось, одним из проявлений таких эффектов на квантовых переходах является усиление без инверсии населенностей на резонансном переходе. Возможность получения знакопеременных контуров спектральных линий в трехуровневых системах микроволнового диапазона была показана в ряде теоретических работ (например, [5]) и экспериментально подтверждена, например, в работах [6]. По ряду параметров характеристики оптических переходов существенно отличаются от микроволновых. Условия наблюдения и особенности проявления эффекта на оптических переходах для двухуровневых систем исследовались в работе [7], а в трехуровневых — в [2, 4, 8], в том числе и экспериментально [9–12]. В работах [4, 8] получены критерии усиления без инверсии населенностей в центре спектральной линии, проанализирована эволюция формы спектральной линии с изменением характеристик некогерентной и когерентной накачек, а также даны численные оценки на примере открытой V-конфигурации переходов неона. Анизотропия спектральных линий и особенности нелинейных интерференционных процессов на доплеровски-уширенных переходах вплоть до интенсивностей сильного поля, соответствующих частоте Раби порядка произведения однородной и доплеровской ширин, изучались в [4, 13]. В последние годы исследования безынверсного усиления привлекают повышенное внимание и получили дальнейшее развитие в связи с новым уровнем лазерной физики и соответствующими задачами. Опубликовано значительное количество работ. Соответствующие ссылки можно найти в тематических сборниках и некоторых последних работах [14].

Нелинейные интерференционные эффекты могут по-разному проявляться в различных конкретных экспериментальных ситуациях. Фазовые соотношения и амплиту-

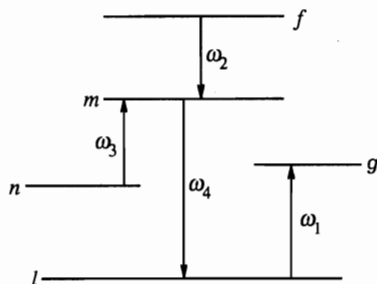


Рис. 1. Схема энергетических уровней и переходов

ды интерферирующих внутриатомных колебаний зависят от свойств и релаксационных характеристик переходов, интенсивностей и выходов из резонансов излучений. В газообразных средах для типичных экспериментальных условий характерно неоднородное доплеровское уширение переходов. В зависимости от величин и знаков доплеровских сдвигов вклады в макроскопическую нелинейную поляризацию среды атомов, движущихся на различных скоростях, могут как усиливать, так и подавлять друг друга. Перечисленные выше эффекты взаимозависимы и могут по-разному проявляться в процессах поглощения, преломления и нелинейно-оптического смещения частот излучения в макроскопических объемах. Их изучение представляет значительный интерес как в научном, так и прикладном отношениях.

В данной работе дано дальнейшее развитие результатов работ [4, 8, 13], при этом в отличие от опубликованных работ для стационарного взаимодействия единообразно рассмотрены все возможные открытые и замкнутые трехуровневые (ступенчатые, V- и Λ-образные) конфигурации с учетом различных каналов релаксации и некогерентного возбуждения на все уровни, неоднородного уширения переходов, а также влияния интенсивности усиливаемого излучения на проявление нелинейных интерференционных эффектов и усиления без инверсии населенностей. Предложены симметричные рабочие формулы, охватывающие указанные случаи, и даны численные иллюстрации для характерных примеров открытых и замкнутых оптических систем.

2. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПОГЛОЩЕНИЯ, УСИЛЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ДЛЯ СИЛЬНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРИСУТСТВИИ ДРУГОГО СИЛЬНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, РЕЗОНАНСНОГО СМЕЖНОМУ ПЕРЕХОДУ, В ТРЕХУРОВНЕВЫХ СХЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Рассмотрим взаимодействие двух сильных лазерных полей с трехуровневой системой. На рис. 1 представлены возможные конфигурации таких систем: V- и Λ-образные, а также каскадная — Н. Исследуем спектральные характеристики показателей поглощения (усиления) и преломления для взаимодействующих полей с учетом возможного дополнительного некогерентного возбуждения уровней с максвелловским распределением по скоростям возбуждаемых атомов, а также всевозможных процессов релаксации населенностей и когерентности в системе. При этом следует различать открытые и замкнутые системы. В открытых системах, когда нижний уровень не является основным, скорости некогерентного возбуждения уровней внешним источником практически не зависят от вынужденных переходов между рассматриваемыми уровнями. В замкнутых

системах, когда нижний уровень является основным, скорость возбуждения атомов с различными скоростями зависит от величины и распределения по скоростям населенности основного состояния, с которого происходит возбуждение на другие уровни, и таким образом — от вынужденных переходов в системе под действием электромагнитных полей.

В дальнейшем будем исследовать спектральные характеристики среды для излучения E_4 с частотой ω_4 , перестраиваемой вблизи частоты перехода $l - m$. При этом его интенсивность не предполагается слабой. В зависимости от исследуемой конфигурации переходов будем включать одно из сильных полей, E_1 , E_3 или E_2 с частотами ω_1 , ω_3 , ω_2 , резонансными смежным переходам, изображенным на рис. 1. Все излучения будем считать одинаково поляризованными и имеющими вид бегущей волны, распространяющейся вдоль или против оси z :

$$E_j(z, t) = E_j \exp\{-[i(\omega_j t - k_j z)]\} + \text{с.с.},$$

где k_j может приобретать отрицательное значение, $j = 1, 2, 3, 4$.

2.1. Уравнения для матрицы плотности

Поставленную задачу будем решать с помощью уравнений для компонент матрицы плотности ρ смешанного квантовомеханического ансамбля, которые позволяют феноменологически учесть процессы некогерентного возбуждения и релаксации, обусловленные взаимодействием с другими системами, свойства которых не зависят от исследуемого ансамбля. В представлении взаимодействия в операторной форме уравнения имеют вид

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[V, \rho] + R + q, \quad (1)$$

где V — гамильтониан взаимодействия атома с внешним электромагнитным излучением, R и q описывают релаксационные процессы и некогерентное возбуждение уровней.

В дальнейшем будем рассматривать лишь стационарные случаи. При этом из вида системы (1) можно сделать вывод, что, поскольку амплитуда гамильтониана взаимодействия не зависит от времени, решения для ρ_{ij} при взаимодействии с плоской волной можно искать в форме

$$\rho_{ii} = r_i, \quad \rho_{ij} = r_{ij} \exp[i(\Omega t - kz)], \quad \rho_{ji} = \rho_{ij}^*,$$

где индексы соответствуют переходу с нижележащего на вышележащий уровень.

Уравнения для диагональных элементов матрицы плотности ρ имеют вид уравнений баланса для средних населенностей уровней. Поэтому если в системе происходит релаксация и осуществляется некогерентная накачка, то отличны от нуля лишь диагональные элементы q , выражения для которых записываются исходя из эмпирических соображений как произведение вероятности некогерентного возбуждения в единицу времени на данный уровень на населенность исходного уровня. В дальнейшем для каждой из исследуемых трехуровневых конфигураций будем рассматривать два подслучая: открытую и замкнутую конфигурации, особенности которых отмечены выше. Населенности уровней в отсутствие излучений будем называть исходными населенностями уровней. Релаксационные слагаемые записываются как произведение соответствующих констант релаксации и элемента матрицы плотности. Помимо того что уравнения для матрицы

плотности позволяют учесть перечисленные выше статистические процессы, в стационарном случае они позволяют заменить решение дифференциальных уравнений алгебраическими.

В дальнейшем будем использовать обозначения, в которых для недиагональных элементов двойные индексы для переходов с нижележащего на вышележащий уровень заменены на индексы переходов, приведенные на рис. 1, например,

$$\begin{aligned} L_{nn}\rho_{nn} &= q_n - i[V, \rho]_{nn} + \gamma_{mn}\rho_{mm}, & L_{nn} &= d/dt + \Gamma_n, \\ L_{lm}\rho_{lm} &= L_4\rho_4 = -i[V, \rho]_{lm}, & L_{lm} &= d/dt + \Gamma_{lm}, \\ V_{lm} &= G_{lm} \cdot \exp\{i[\Omega_4 t - kz]\}, & G_{lm} &= -\mathbf{E} \cdot \mathbf{d}_{lm}/2\hbar, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{d}_{lm} — дипольный момент перехода, $q_n = \sum_j w_{nj}r_j$, w_{nj} — вероятность возбуждения в единицу времени атомов в состоянии n с нижележащих уровней; γ_{mn} — вероятности релаксационных переходов в единицу времени между уровнями; Γ_{mn} — однородные полуширины переходов; $\Gamma_n = \sum_j \gamma_{nj}$ — обратные времена жизни уровней; $\Omega_4 = \omega_4 - \omega_{ml}$ — резонансная отстройка частоты. В отсутствие столкновений $\Gamma_{ij} = (\Gamma_i + \Gamma_j)/2$.

В этих обозначениях формулы для показателей поглощения (усиления) $\alpha_4(\Omega_4)$ и преломления $n_4(\Omega_4)$ с использованием решений для недиагональных элементов матрицы плотности приобретают вид

$$\frac{\alpha_4(\Omega_4)}{\alpha_4^0} = \operatorname{Re} \frac{r_4/G_4}{(r_4/G_4)_0}, \quad (3)$$

$$\frac{n_4(\Omega_4) - n_4^{nr}}{2(n_{4max}^0 - n_4^{nr})} = \operatorname{Im} \frac{r_4/G_4}{(r_4/G_4)_0}. \quad (4)$$

Здесь α_4^0 — значение показателя в исчезающе слабых полях в центре линии, n_4^{nr} — вклады всех нерезонансных уровней в показатель преломления на данной частоте (в газах низкого давления $n_4^{nr} \approx 1$), n_{4max}^0 — максимальное значение показателя преломления в области резонанса в пределе нулевых полей, $(r_4/G_4)_0$ — значение отношения в резонансе в нулевых полях.

Если атом движется со скоростью v , то в левую часть уравнений (1) необходимо добавить слагаемое $\mathbf{v}\nabla\rho$. В исследуемых случаях это оказывается эквивалентным учету доплеровского сдвига резонансов, т. е. замене в конечных выражениях отстроек от резонансов Ω_j на $\Omega'_j = \Omega_j - k_j v$. В дальнейшем штрихи над отстройками от резонанса будут опущены, при этом предполагается, что доплеровский сдвиг в формулах учтен. Далее будем использовать обозначения $\Delta r_4 = r_l - r_m$; $\Delta n_4 = n_l - n_m$; n_i — населенности уровней в отсутствие полей, которые описываются формулой: $n_i = q_i/\Gamma_i + (\gamma_{ki}/\Gamma_i)(q_k/\Gamma_k)$. В открытых конфигурациях населенность основного состояния обычно существенно превышает остальные. Поэтому некогерентное возбуждение с этого уровня является главным, и q_i можно считать константами даже в присутствии полей. Особенности замкнутых конфигураций можно учесть путем замены одного из уравнений для населенностей уровней (например, нижнего) на закон сохранения для суммы населенностей. Будем также использовать следующие обозначения для резонансных знаменателей: $P_i = \Gamma_i + i\Omega_i$ (например, $P_{lm} = P_4 = \Gamma_4 + i\Omega_4$, $P_{lm} = P_{ml}^*$, $P_{lf} = P_{42} = \Gamma_{lf} + i(\Omega_4 + \Omega_2)$ и т. д.).

Перейдем к исследованию резонансного нелинейного взаимодействия двух сильных излучений в трехуровневых квантовых системах с различной конфигурацией коррелирующих переходов.

2.2. Обобщенные формулы, описывающие нелинейные интерференционные эффекты в поле двух сильных излучений для различных конфигураций переходов

Приведенные в Приложении расчеты показывают, что несмотря на существенные различия проявлений интерференционных эффектов на квантовых переходах с различными, открытой и замкнутой, конфигурациями, формулы для показателей поглощения – усиления и преломления, а также для населенностей энергетических уровней, устанавливающихся в результате совокупности когерентных и некогерентных процессов, могут быть представлены единообразно для всех случаев, изображенных на рис. 1:

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} = F_1 \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} \mp F_2 \frac{\Delta r_i}{\Delta n_4}, \quad \frac{\alpha_i}{\alpha_{0i}} = F_3 \frac{\Delta r_i}{\Delta n_i} \mp F_4 \frac{\Delta r_4}{\Delta n_i}, \quad (5)$$

$$\frac{n_4(\Omega_4) - n_4^{nr}}{2(n_{4max}^0 - n_4^{nr})} = f_1 \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} \mp f_2 \frac{\Delta r_i}{\Delta n_4}, \quad -\frac{n_i(\Omega_i) - n_i^{nr}}{2(n_{imax}^0 - n_i^{nr})} = f_3 \frac{\Delta r_i}{\Delta n_i} \mp f_4 \frac{\Delta r_4}{\Delta n_i}. \quad (6)$$

Здесь и далее индекс i указывает переход, резонансный дополнительному приложенно-му излучению (см. рис. 1),

$$F_1 + i f_1 = \frac{\Gamma_4}{P_4} \frac{1 + u_2}{1 + g_1 + u_2}, \quad F_2 + i f_2 = \frac{\Gamma_4}{P_4} \frac{g_2}{1 + g_1 + u_2}, \quad (7)$$

$$F_3 + i f_3 = \frac{\Gamma_i}{P_i^*} \frac{1 + g_1}{1 + g_1 + u_2}, \quad F_4 + i f_4 = \frac{\Gamma_i}{P_i^*} \frac{u_1}{1 + g_1 + u_2},$$

$$g_1 = \frac{|G_i|^2}{P_4 P_{4i}}, \quad g_2 = \frac{|G_i|^2}{P_i^* P_{4i}}, \quad u_1 = \frac{|G_4|^2}{P_4 P_{4i}}, \quad u_2 = \frac{|G_4|^2}{P_i^* P_{4i}}. \quad (8)$$

Функции F_j имеют одинаковый вид во всех схемах, кроме Н-схемы. В Н-схеме в выражениях для g_2, u_2, F_3 и F_4 нужно убрать знак сопряжения у знаменателей P_i .

Разности населенностей, зависящие от интенсивностей излучений, можно также представить в общем виде:

$$\Delta r_4 = \frac{\Delta n_4 X_2 \mp \Delta n_i X_3}{X_1 X_2 - X_3 X_4}, \quad \Delta r_i = \frac{\Delta n_i X_1 \mp \Delta n_4 X_4}{X_1 X_2 - X_3 X_4}. \quad (9)$$

Знак минус в выражениях (5), (6), (9) относится к $V (E_4, E_1)$ - и $\Lambda (E_4, E_3)$ -схемам, плюс — к $H (E_4, E_2)$ -схемам,

$$X_1 = 1 + a_{14} \kappa_4 F_1 + a_{1i} \kappa_i F_4, \quad X_2 = 1 + a_{24} \kappa_4 F_2 + a_{2i} \kappa_i F_3, \\ X_3 = a_{34} \kappa_4 F_2 + a_{3i} \kappa_i F_3, \quad X_4 = a_{44} \kappa_4 F_1 + a_{4i} \kappa_i F_4, \quad (10) \\ a_{14} = -a_{34}, \quad a_{1i} = -a_{3i}, \quad a_{24} = -a_{44}, \quad a_{2i} = -a_{4i},$$

κ_4 и κ_i — параметры насыщения соответственно для переходов 4 и i . Для открытых конфигураций

$$\kappa_4 = \frac{2|G_4|^2(\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4)}{\Gamma_l \Gamma_m \Gamma_4}, \quad (11)$$

параметры насыщения κ_i , а также зависящие лишь от релаксационных констант параметры a_{mn} приведены ниже для каждой схемы.

2.2.1. V-схема (поля $E_4, E_1; i = 1$)

Открытая конфигурация

$$\begin{aligned} \kappa_i = \kappa_1 &= \frac{2|G_1|^2(\Gamma_g + \Gamma_l - \gamma_1)}{\Gamma_g \Gamma_l \Gamma_1}, & a_{2i} = a_{21} &= 1, & a_{14} &= 1, \\ a_{3i} = a_{31} &= \frac{\Gamma_g - \gamma_1}{\Gamma_g + \Gamma_l - \gamma_1}, & a_{44} &= \frac{\Gamma_m - \gamma_4}{\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4}. \end{aligned} \quad (12)$$

Замкнутая конфигурация

$$\begin{aligned} \kappa_4 &= 4|G_4|^2/\Gamma_m \Gamma_4, & \kappa_i = \kappa_1 &= 4|G_1|^2/\Gamma_g \Gamma_1, \\ a_{3i} = a_{31} &= 0.5\Delta n_4, & a_4 &= 0.5\Delta n_1, & a_{2i} = a_{21} &= 0.5(1 + \Delta n_1), & a_{14} &= 0.5(1 + \Delta n_4). \end{aligned} \quad (13)$$

2.2.2. Л-схема (поля $E_4, E_3; i = 3$)

Открытая конфигурация

$$\begin{aligned} \kappa_3 &= \frac{2|G_3|^2(\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3)}{\Gamma_m \Gamma_n \Gamma_3}, & a_{2i} = a_{23} &= 1, & a_{14} &= 1, \\ a_{3i} = a_{33} &= \frac{\Gamma_n}{\Gamma_l} \frac{\Gamma_l - \gamma_4}{\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3}, & a_{44} &= \frac{\Gamma_l}{\Gamma_n} \frac{\Gamma_n - \gamma_3}{\Gamma_m + \Gamma_l - \gamma_4}. \end{aligned} \quad (14)$$

Замкнутая конфигурация

$$\begin{aligned} \kappa_4 &= \frac{4|G_4|^2}{\Gamma_m \Gamma_4}, & a_{3i} = a_{33} &= 1 + \Delta n_4 - (1 + 2\Delta n_4) \frac{\Gamma_m - \gamma_3}{\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3}, \\ a_{44} &= 0.5 \left[1 - \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} + \Delta n_3 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right], \\ a_{2i} = a_{23} &= 1 + \Delta n_3 \frac{\Gamma_n - (\Gamma_m - \gamma_3)}{\Gamma_n + \Gamma_m - \gamma_3}, & a_{14} &= 0.5 \left[1 + \Delta n_4 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

2.2.3. H-схема (поля $E_4, E_2; i = 2$)

Открытая конфигурация. Как уже упоминалось, в функциях F_3, F_4, g_2 и u_2 следует убрать знак сопряжения у P_i .

$$\begin{aligned} \kappa_2 &= \frac{2|G_2|^2(\Gamma_f + \Gamma_m - \gamma_2)}{\Gamma_f \Gamma_m \Gamma_2}, & a_{14} &= 1, & a_{2i} = a_{22} &= 1, \\ a_{3i} = a_{32} &= \frac{\Gamma_l - \gamma_4}{\Gamma_l} \frac{\Gamma_f - \gamma_2}{\Gamma_m + \Gamma_f - \gamma_2}, & a_{44} &= \frac{\Gamma_l}{\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4}. \end{aligned} \quad (16)$$

Замкнутая конфигурация

$$\begin{aligned} \kappa_4 &= \frac{4|G_4|^2}{\Gamma_m \Gamma_4}, & a_{3i} = a_{32} &= (1 + 2\Delta n_4) \frac{\Gamma_f - \gamma_2}{\Gamma_m + \Gamma_f - \gamma_2} - \Delta n_4, \\ a_{44} &= 0.5(1 - \Delta n_2), & a_{14} &= 0.5(1 + \Delta n_4), & a_{2i} = a_{22} &= 1 + \Delta n_2 \frac{\Gamma_m - (\Gamma_f - \gamma_2)}{\Gamma_m + \Gamma_f - \gamma_2}. \end{aligned} \quad (17)$$

3. ОБЩИЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ФОРМУЛ

Выделяемая за счет вынужденного излучения в единице объема мощность W_i и поглощаемая мощность W_a прямо пропорциональны числу атомов в единице объема, способных соответственно излучать и поглощать (населенности верхнего и нижнего уровней), а также пропорциональны вероятностям вынужденного излучения $b_i(I)$ и поглощения $b_a(I)$ под действием излучения с интенсивностью I . Согласно формулам Эйнштейна, эти вероятности обычно считаются равными, откуда следует необходимость инверсии населенностей для усиления излучения. Для усиления без инверсии населенностей необходимо, чтобы вероятность вынужденного излучения превышала вероятность поглощения. Такая альтернатива появляется в результате нелинейных интерференционных эффектов. При этом становится возможной такая ситуация, когда поглощение света атомами на нижележащих энергетических уровнях уменьшается, а вероятность его вынужденного испускания атомами на вышележащих уровнях увеличивается либо не меняется. Как уже отмечалось, различие вероятностей вынужденного испускания и поглощения за счет нелинейных интерференционных эффектов показано, например, в [2–4, 13, 15–17]; условия возникновения усиления без инверсии населенности за счет таких эффектов были исследованы для двухуровневых оптических систем в [7], а для трехуровневых — в [4, 8].

Рассмотрим, например, взаимодействия полей E_3, E_4 в Λ -схеме (см. рис. 1). Квантовая интерференция может осуществляться, когда в переходы вовлечена когерентная суперпозиция близких по энергии состояний. Это могут быть ситуации с реальными подуровнями, которые рассматривались, например, в работах [1]. С помощью электромагнитного излучения аналогичная ситуация может быть реализована для квазиуровней. Например, в случае точного резонанса нижний уровень l в V -схеме можно представлять как когерентную суперпозицию двух симметрично расположенных квазиуровней l_1 и l_2 , образованных резонансным внешним полем. Излучающие атомы с уровня m могут перейти либо в состояние l_1 , либо в l_2 . Эти процессы независимы. Если атомы на нижнем уровне находятся в когерентной суперпозиции состояний, то переходы из этих состояний не являются независимыми и интерferируют. При определенных условиях интерференция носит деструктивный характер и процесс поглощения подавляется.

Вырожденные по частоте интерferирующие внутриатомные осцилляции, индуцированные дополнительным излучением, в некоторых случаях можно интерпретировать как обусловленные различными коррелированными квантовыми переходами, дающими вклад в один и тот же процесс. Это могут быть, к примеру, одно- и двухфотонный вклады в оптический процесс, связанный с излучением или поглощением на данной частоте. Например, в V -схеме (см. рис. 1) фотоны могут поглощаться как в результате переходов с уровня l на m , так и в результате переходов с уровня g на m с одновременным участием двух фотонов — испусканием фотона $\hbar\omega_1$ и поглощением фотона $\hbar\omega_4$.

Классификация квантовых переходов на одно- и многофотонные была введена на основе различия их частотно-корреляционных свойств в рамках теории возмущений. В сильных резонансных электромагнитных полях эти свойства претерпевают значительные изменения, так что изначальная классификация становится физически малосодержательной [2–4, 15, 16]. Соответствующие изменения проявляются в спектрах резонансного испускания и поглощения; например, кардинально изменяются условия получения резонансов, свободных от доплеровского уширения [2–4, 16, 18]. В этих условиях удобнее использовать классификацию на основе структуры решения для недиагональ-

ных элементов матрицы плотности [2–4, 13]. При этом многие экспериментальные результаты исследований могут быть объяснены и предсказаны с помощью представления об интерферирующих компонентах в недиагональных элементах матрицы плотности, индуцированных взаимодействующими полями. Амплитуды этих компонент можно менять за счет изменения интенсивностей соответствующих полей, а фазы — за счет величин и знаков их отстроек от одно- и многофотонных резонансов.

Например, обратимся к рассмотренному в [4, 8], случаю безынервного усиления слабого излучения в присутствии сильного на смежном переходе в V-конфигурации. Согласно уравнению (A.1) для ρ_4 из Приложения, поляризация на этой частоте состоит из двух интерферирующих компонент, одна из которых обусловлена когерентностью ρ_{41} , индуцированной совместно пробным и сильным излучениями, т. е. коррелированными переходами $g-l$ и $l-m$ между уровнями g и m . В результате решение (A.2) для поляризации при $|u_{1,2}| \ll 1$:

$$\frac{r_4}{iG_4} = \frac{\Delta r_4 - \Delta r_1(|G_1|^2/P_1^* P_{41})}{P_4 [1 + (|G_1|^2/P_4 P_{41})]}. \quad (18)$$

позволяет выделить три эффекта дополнительного сильного поля, каждый из которых может наблюдаться как по отдельности, так и совместно с другими:

1) эффект движения населенностей (зависимость от поля величин Δr_4 и Δr_1) проявляется по отдельности при сильной релаксации когерентности ($\Gamma_{41} \gg \Gamma_{4,1}$) или на доплеровски-уширенных переходах для встречных волн в V- и Λ -схемах (для однонаправленных волн в H-схеме);

2) знаменатель формулы имеет два корня относительно Ω_4 (модифицированные полем одно- и двухфотонный резонансы), что отражает эффект расщепления резонанса на этом переходе, который может проявляться отдельно при $n_g = n_l$;

3) второе слагаемое в числителе вместе со знаменателем отражает нелинейный интерференционный эффект, поскольку изменяет лишь форму спектральной линии, но не интегральную интенсивность. Интеграл от второго слагаемого по Ω_4 (вместе со знаменателем) равен нулю. Интеграл от первого слагаемого по Ω_4 (вместе со знаменателем) равен Δr_4 .

Таким образом, изменение интегрального поглощения или усиления определяется изменением разности населенностей, а нелинейные интерференционные эффекты изменяют лишь форму спектральной линии. В слабых полях при разложении по $|G_1|^2/P_4 P_{41}$ такие эффекты выступают самостоятельно и при некоторых условиях (например, на доплеровски-уширенных коротковолновых ($\omega_4 > \omega_i$) переходах) их можно выделить в чистом виде. Именно с этими эффектами связана возможность изменения знака показателя усиления при $\Delta r_1(|G_1|^2/\Gamma_1 \Gamma_{41}) > \Delta r_4$ без изменения знака Δr_4 . Это означает возникновение как усиления без инверсии населенностей, так и электромагнитно-индуцированной прозрачности (обращение поглощения в нуль при ненулевых значениях Δr_4). При этом в резонансных условиях эффект не сводится к усилению за счет инверсии населенностей на двухфотонных переходах. Компонента, пропорциональная разности населенностей на двухфотонном переходе, формируется лишь при больших выходах из однофотонного резонанса, когда интерференция ступенчатых и двухфотонных квантовых переходов исчезает. Следует подчеркнуть, что она формируется из зависящих от поля множителей как в числителе, так и в знаменателе выражения (18). При $|\Omega_1| \approx |\Omega_4| \gg \Gamma_1, \Gamma_4$, $|g_{1,2}| \ll 1$, $P_4 \approx i\Omega_4$, $P_1 \approx i\Omega_1 \approx i\Omega_4$ формула (18) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(\Omega_4)}{\alpha^0(0)} &\approx \frac{\Gamma_4^2 \Delta r_4}{\Omega_4^2 \Delta n_4} - \operatorname{Re} \frac{\Gamma_4(\Delta r_4 g_1 + \Delta r_1 g_2)}{i \Omega_4 \Delta n_4} \approx \\ &\approx \frac{\Gamma_4^2 \Delta r_4}{\Omega_4^2 \Delta n_4} - \frac{\Gamma_4 \Gamma_{14}}{\Gamma_{14}^2 + (\Omega_4 - \Omega_1)^2} \frac{|G_1|^2 (\Delta r_1 - \Delta r_4)}{\Omega_4^2 \Delta n_4} = \\ &= \frac{\Gamma_{lm}^2 (r_l - r_m)}{(n_l - n_m) \Omega_4^2} - \frac{\Gamma_{gm} \Gamma_{lm}}{\Gamma_{gm}^2 + (\Omega_4 - \Omega_1)^2} \frac{|G_1|^2 (r_m - r_g)}{\Omega_4^2 (n_l - n_m)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Два последних сомножителя в этой формуле описывают двухфотонный процесс и возникли из второго слагаемого в числителе и из знаменателя в формуле (18). Таким образом, отсутствие интерференции приводит к необходимости инверсии населенностей начального и конечного состояний ($r_m = n_m > r_g$) для усиления пробного излучения.

Рассмотрим условия безынервного усиления сильных излучений, что имеет прямое отношение к проблеме безынервного лазера. Для V- и Λ-схем, используя формулы (5), для каждого из переходов соответственно получаем

$$\frac{\Delta r_4}{\Delta r_i} < \frac{F_2}{F_1}, \quad \frac{\Delta r_i}{\Delta r_4} < \frac{F_4}{F_3}. \quad (20)$$

В центре линии эти условия приобретают более простой вид:

$$\frac{\Delta r_4}{\Delta r_i} < \frac{g_2}{1 + u_2}, \quad \frac{\Delta r_i}{\Delta r_4} < \frac{u_1}{1 + g_1}. \quad (21)$$

В N-схеме условие усиления без инверсии имеет вид

$$\frac{\Delta r_4}{\Delta r_i} < -\frac{F_2}{F_1}, \quad \frac{\Delta r_i}{\Delta r_4} < -\frac{F_4}{F_3}. \quad (22)$$

Отсюда следует, что в отличие от предыдущих конфигураций переходов необходима либо инверсия населенностей на смежном переходе, либо усиление при определенных условиях возникает в крыльях резонанса.

Населенности уровней также зависят от интенсивностей и частот обоих полей и кроме этого от исходных населенностей уровней. Таким образом, оптимизация должна осуществляться согласованно. Соответствующие зависимости будут проиллюстрированы далее на численных примерах.

Сформулируем некоторые общие критерии оптимальных условий для центра линии. Для определенности рассмотрим схему переходов с общим нижним уровнем, т. е. открытую V-конфигурацию.

С помощью формул (5) и (9) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} &= A \left\{ 1 - \frac{\Delta n_1}{\Delta n_4} \frac{|G_1|^2}{\Gamma_1^2 (1 + \kappa_1 + |G_4|^2 / \Gamma_1 \Gamma_{41})} \left[\left(1 - \frac{\gamma_1}{\Gamma_g} \right) \frac{2\Gamma_1}{\Gamma_l} + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_{41}} \right] \right\}, \\ A &= \frac{1 + \kappa_1 + |G_4|^2 / \Gamma_1 \Gamma_{41}}{(1 + g_1 + u_2)(X_1 X_2 - X_3 X_4)}. \end{aligned} \quad (23)$$

В случае пренебрежимо малых усиливаемых излучений это выражение переходит в исследованное в [4, 8]:

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} = \frac{1}{1 + |G_1|^2 / \Gamma_4 \Gamma_{41}} \left\{ 1 - \frac{\Delta n_1}{\Delta n_4} \frac{|G_1|^2}{\Gamma_1^2 (1 + \kappa_1)} \left[\left(1 - \frac{\gamma_1}{\Gamma_g} \right) \frac{2\Gamma_1}{\Gamma_l} + \frac{\Gamma_1}{\Gamma_{41}} \right] \right\}. \quad (24)$$

Сравнивая выражения (23) и (24), видим, что все основные эффекты сильного поля на смежном переходе сохраняются и, кроме того, появляются дополнительные эффекты, связанные с усиливаемым излучением.

Выражения (20)–(24) позволяют связать основные параметры области безынервного усиления. Разности населенностей между взаимодействующими переходами для V-схемы в резонансе описываются формулами (9) (см. также Приложение А):

$$\begin{aligned} \Delta r_4 &= r_l - r_m = \frac{\Delta n_4 X_2 - \Delta n_1 X_3}{X_1 X_2 - X_3 X_4}, \\ \Delta r_1 &= r_l - r_g = \frac{\Delta n_1 X_1 - \Delta n_4 X_4}{X_1 X_2 - X_3 X_4}, \\ X_1 &= 1 + \frac{\kappa_4 [1 + u_2]}{1 + g_1 + u_2} - a_1 \frac{\kappa_1 u_1}{1 + g_1 + u_2}, \quad X_2 = 1 + \frac{\kappa_1 [1 + g_1]}{1 + g_1 + u_2} - a_4 \frac{\kappa_4 g_2}{1 + g_1 + u_2}, \\ X_3 &= a_1 \frac{\kappa_1 [1 + g_1]}{1 + g_1 + u_2} - \frac{\kappa_4 g_2}{1 + g_1 + u_2}, \quad X_4 = a_4 \frac{\kappa_4 [1 + u_2]}{1 + g_1 + u_2} - \frac{\kappa_1 u_1}{1 + g_1 + u_2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Инверсия насыщенных населенностей не возникает, если выполняются следующие неравенства:

$$\Delta n_1 / \Delta n_4 < X_2 / X_3, \quad \Delta n_4 / \Delta n_1 < X_1 / X_4.$$

Так как константы

$$a_i = a_1 = \frac{\Gamma_g - \gamma_1}{\Gamma_g + \Gamma_l - \gamma_1}, \quad a_4 = \frac{\Gamma_m - \gamma_4}{\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4}$$

всегда меньше единицы, то отношения X_2/X_3 и X_1/X_4 при любых значениях параметров насыщения обоих полей больше единицы. Это означает, что инверсия насыщенных населенностей не возникает ни при каких значениях параметров насыщения и релаксационных констант, если отношение исходных населенностей уровней $\Delta n_1/\Delta n_4$ не превышает единицы.

Инверсия населенностей не возникает также, если указанные константы удовлетворяют следующим неравенствам (см. (25)):

$$a_1 < \frac{\kappa_4 g_2}{\kappa_1 (1 + g_1)}, \quad a_4 < \frac{\kappa_1 u_1}{\kappa_4 (1 + u_2)}.$$

В других конкретных случаях необходим специальный анализ.

Порог и мощность генерации лазера определяются из уравнения

$$\alpha_4 = T, \quad (26)$$

где T — потери излучения из лазерного резонатора за один проход, приходящиеся на единицу длины усиливающей среды. Таким образом, полученные выражения определяют условия и характеристики безынервной генерации.

4. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Проиллюстрируем исследованные закономерности для открытых систем на примере атомов неона, а для замкнутых — на модели с параметрами, близкими к переходам

атомов натрия. Для неона выберем те же переходы, что были использованы при анализе условий безынервного усиления слабого излучения на однородно-уширенных переходах в работах [4, 8]: переход $2s_2-2p_4$ в качестве длинноволнового (gl) и $3s_2-2p_4$ в качестве коротковолнового (ml). Константы релаксации для этих переходов хорошо известны: $\Gamma_m = 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_l = 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_g = 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_{ml} = \gamma_{gl} = 0.5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$. Формулы для усредненных по скоростям показателей поглощения слабого поля на высокочастотном переходе в присутствии сильного с характерным значением частоты Раби, не превышающим доплеровской ширины низкочастотного перехода, получены и проанализированы в [4, 13]. В этих работах показана анизотропия формы линии пробного поля, выявлены различия и условия проявления по отдельности, а также модификация с ростом интенсивности сильного поля эффектов расщепления, движения населенностей и нелинейного интерференционного эффекта. Кроме того, исследованы различия спектральных проявлений этих эффектов и проанализированы особенности генерации лазера с когерентной накачкой. Поэтому в дальнейшем основное внимание уделим эффектам, связанным с увеличением интенсивности усиливаемого излучения.

На рис. 2–8 приведены результаты численного анализа с использованием полученных в п. 2.2 и в Приложении формул. При усреднении по скоростям исходные населенности уровней представлялись в виде

$$n_j = (N_j / \sqrt{\pi \bar{v}}) \exp [-(v_z / \bar{v})^2],$$

где N_j — интегральные по скоростям населенности. На рисунках использованы следующие обозначения: $\alpha_i = \alpha_i(\Omega_i) / \alpha_i^0$ для нормированных показателей поглощения (положительные значения) и усиления (отрицательные); $\delta n_i = [n_i(\Omega_i) - n_i^{nr}] / 2[n_{i_{max}}^0 - n_i^{nr}]$ — для нормированных значений зависящих от рассматриваемого перехода частей показателей преломления. Таким образом, нормировка показателей поглощения выбрана равной единице в резонансе в нулевых полях. Доплеровские ширины соответствуют экспериментальным значениям для рассматриваемых переходов, однородные ширины оценивались как сумма ширин уровней. Интенсивности излучений характеризуются параметрами $S_1 = |G_1|^2 / \Gamma_1 \Gamma_{gm}$, $S_4 = |G_4|^2 / \Gamma_4 \Gamma_{gm}$.

На рис. 2 показано изменение формы спектров поглощения и преломления за счет движения населенностей и когерентных эффектов для атомов неона с нулевой проекцией скорости на направление распространения излучений. Видно, что при нулевой отстройке сильного излучения и выбранных значениях его интенсивности и отношения исходных населенностей $N_l : N_g : N_m = 100 : 50 : 85$ показатель поглощения в центре линии остается близок к нулю за счет проявления эффекта расщепления и при дальнейшем увеличении интенсивности дополнительного излучения. При его отстройке возникает асимметрия спектра и в некотором интервале частот появляется усиление за счет нелинейных интерференционных эффектов. При дальнейших увеличениях интенсивности и отстроек сильного поля максимум усиления сдвигается в область, соответствующую обращенному комбинационному рассеянию, поскольку для невозмущенных населенностей существует инверсия на двухфотонном переходе. В резонансных условиях для выбранных интенсивностей инверсия насыщенных населенностей отсутствует как на однофотонных, так и на двухфотонных переходах. Расчет дает $r_l : r_g : r_m = 95.65 : 93.1 : 85$ для кривой 1; $95.46 : 95.35 : 85$ для кривой 2; $96.3 : 87 : 85$ — для кривой 3; $95.5 : 94.9 : 85$ — для кривой 4: Существенную эволюцию в присутствии дополнительного излучения претерпевает и показатель преломления.

Из-за доплеровских сдвигов в газе для различных атомов реализуются различные

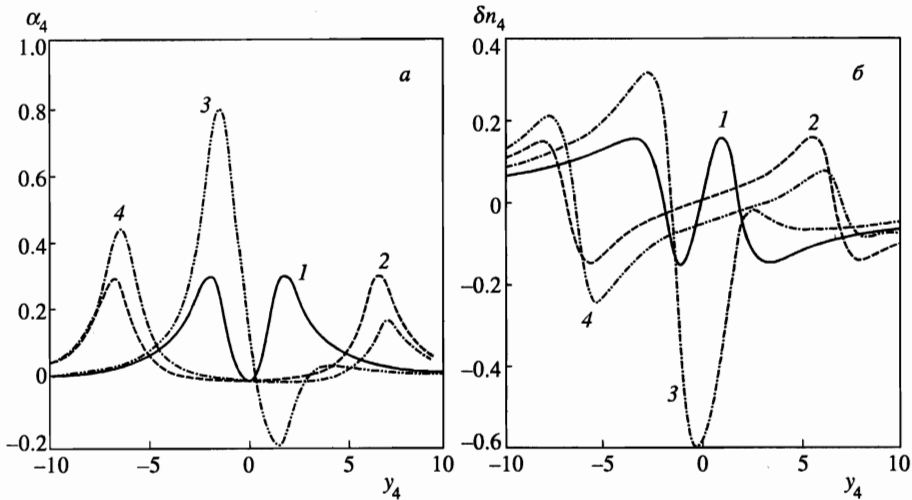


Рис. 2. Зависимости показателей поглощения (а) и преломления (б) на однородно-уширенном переходе $l - m$ (l — возбужденное состояние) в присутствии сильного поля на смежном переходе $l - g$ от нормированной отстройки $y_4 = \Omega_4 / \Gamma_{lm}$ ($S_4 = 0$): 1 — $S_1 = 5$, $\Omega_1 = 0$; 2 — $S_1 = 100$, $\Omega_1 = 0$; 3 — $S_1 = 5$, $\Omega_1 = 2\Gamma_{lg}$; 4 — $S_1 = 100$, $\Omega_1 = 2\Gamma_{lg}$

соотношения расстроек, поэтому форма нелинейных резонансов оказывается близкой к симметричной, а положение определяется отстройкой сильного поля в пределах доплеровского контура и соотношением направлений распространения волн. На рис. 3а показаны возникновение безынверсного усиления на коротковолновом доплеровски-уширенном переходе неона и его изменение с ростом интенсивности усиливаемого излучения при тех же исходных населенностях, что и на рис. 2. Из сравнения с рис. 2 видно, что благодаря движению атомов макроскопическая когерентность и нелинейный интерференционный эффект не исчезают. Относительное изменение показателей оказывается даже большим, чем для однородно-уширенной линии. На рис. 3б показана соответствующая дисперсия показателя преломления. Из рис. 3в видно отсутствие инверсии насыщенных населенностей на всех переходах и выравнивание населенностей на переходе дополнительного излучения, а также на двухфотонном переходе при увеличении интенсивности усиливаемого излучения (когерентное пленение населенностей). В последнем случае появляется небольшая модуляция распределения по скоростям населенности верхнего уровня m , обусловленная нелинейными оптическими эффектами в двух сильных полях.

Нелинейные интерференционные эффекты на доплеровски-уширенных квантовых переходах обладают ярко выраженной угловой анизотропией. Для V- и Λ -схем при встречном направлении распространения волн скоростные пакеты атомов, находящихся в однофотонных и двухфотонных резонансах, не пересекаются, интерференционный вклад при усреднении по скоростям обращается в нуль и взаимодействие излучений определяется лишь ступенчатыми переходами. На рис. 4 показано, что резонанс возникает на противоположной стороне доплеровского контура, а усиление исчезает несмотря на близкое соотношение насыщенных населенностей на резонансных скоростях по сравнению с предыдущим рисунком. Изучению особенностей генерации трехуров-

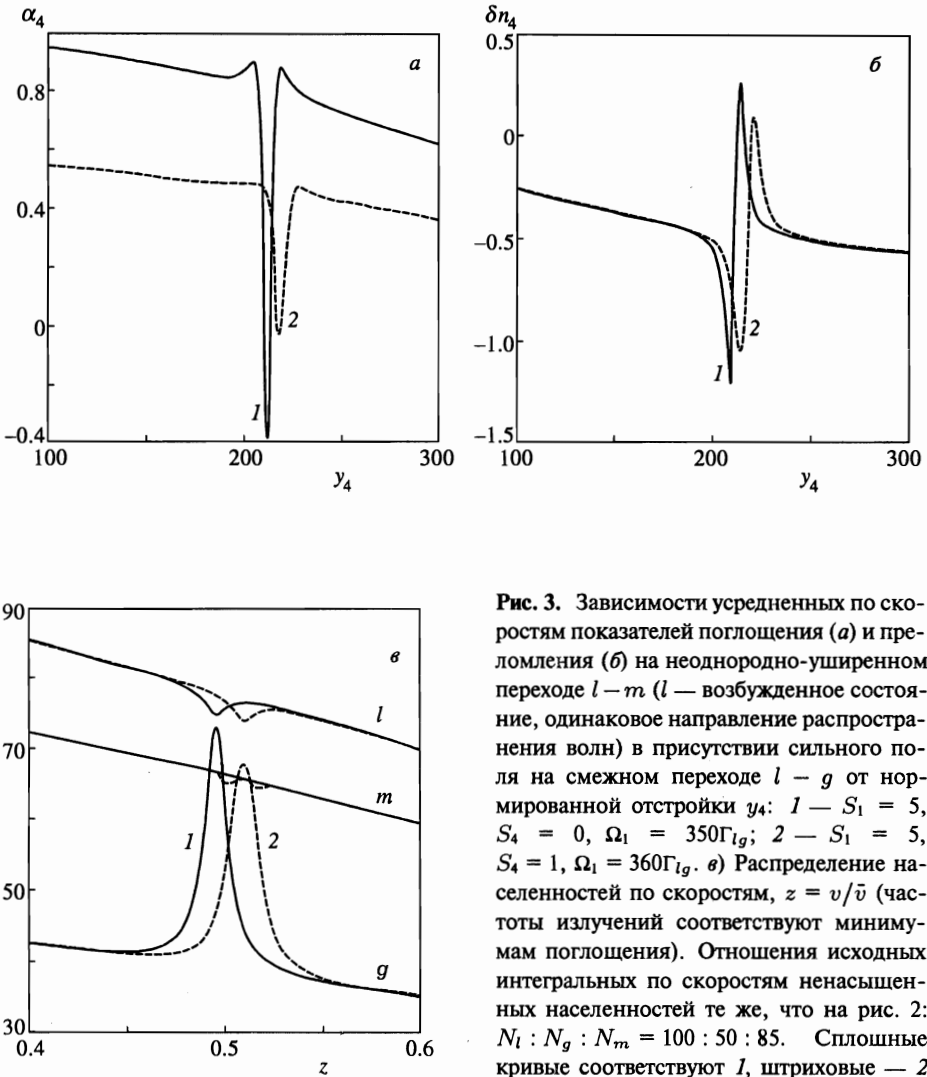


Рис. 3. Зависимости усредненных по скоростям показателей поглощения (а) и преломления (б) на неоднородно-уширенном переходе $l - m$ (l — возбужденное состояние, одинаковое направление распространения волн) в присутствии сильного поля на смежном переходе $l - g$ от нормированной отстройки y_4 : 1 — $S_1 = 5$, $S_4 = 0$, $\Omega_1 = 350\Gamma_{lg}$; 2 — $S_1 = 5$, $S_4 = 1$, $\Omega_1 = 360\Gamma_{lg}$. в) Распределение населенностей по скоростям, $z = v/\bar{v}$ (частоты излучений соответствуют минимумам поглощения). Отношения исходных интегральных по скоростям ненасыщенных населенностей те же, что на рис. 2: $N_l : N_g : N_m = 100 : 50 : 85$. Сплошные кривые соответствуют 1, штриховые — 2

невых газовых лазеров, обусловленных нелинейными интерференционными эффектами, когда порог генерации выполняется лишь для однонаправленных волн, посвящены эксперименты [10, 11]. Теория таких лазеров рассмотрена в [4, 13], в том числе и для однонаправленной генерации с учетом насыщения по коррелированным переходам [4, 19].

Интерференция вкладов атомов, движущихся с разными скоростями, в макроскопическую поляризацию проявляется по-разному для коротковолновых и длинноволновых переходов. Это связано с изменением знака доплеровского сдвига $(k_4 - k_1)v$ для двухфотонного резонанса при изменении соотношения частот. После усреднения по скоростям эффект расщепления атомных резонансов проявляется лишь на длинноволновых переходах [11, 20]. Соответствующее изменение характеристик безынерсно-

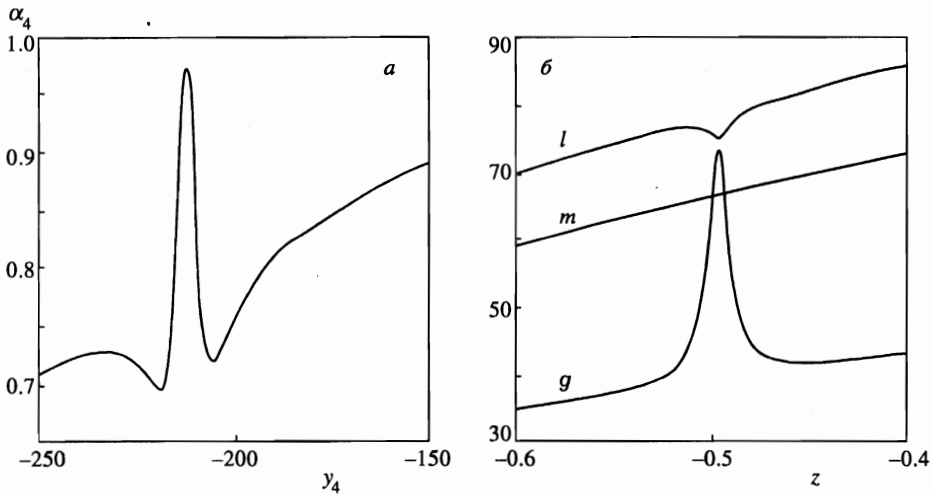


Рис. 4. Те же зависимости, что и на рис. 3а, в (кривые 1), только волны распространяются в противоположных направлениях

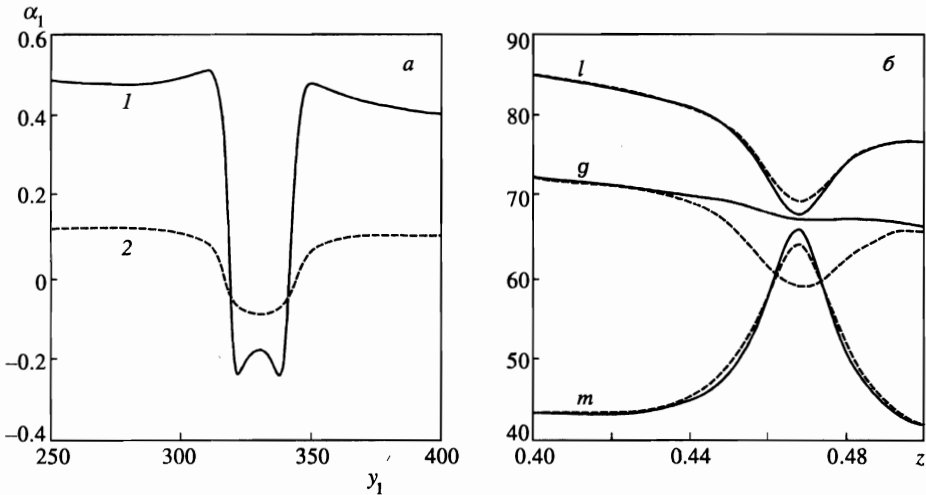


Рис. 5. а) Зависимость усредненных по скоростям показателей поглощения на неоднородно-уширенном длинноволновом переходе $l - g$ и (б) распределение населенностей по скоростям, $z = v/\bar{v}$ (l — возбужденное состояние, одинаковое направление распространения волн) в присутствии сильного поля на смежном переходе $l - m$ от нормированной отстройки $y_1 = \Omega_1/\Gamma_{lg}$ ($N_l : N_g : N_m = 100 : 85 : 50$); $l - S_1 = 0.5$, $S_4 = 10$, $\Omega_4 = 200\Gamma_{lm}$; 2 — $S_1 = 10$, $S_4 = 10$, $\Omega_4 = 200\Gamma_{lm}$. На рис. б частоты излучений соответствуют центру провала (сплошные кривые соответствуют 1, штриховые — 2)

го усиления проиллюстрировано на рис. 5а, при этом исходные населенности уровней изменены так, чтобы ненасыщенные разности населенностей для усиливаемого и дополнительного излучений остались такими же, как на предыдущем рисунке. На рис. 5б

показано соответствующее распределение населенностей по скоростям. При этом при ненулевой интенсивности пробного излучения его частота выбрана в центре провала на рис. 5а. Видно, что при увеличении интенсивности усиливаемого излучения населенность верхнего резонансного уровня m изменяется мало, а усиление и форма линии — сильно.

На рис. 6а–в продемонстрировано, что эффект безынерсного усиления сильно зависит от соотношения исходных населенностей. В соответствии с приведенным выше анализом усиление не возникает ни при каких интенсивностях полей, если насыщенные населенности не удовлетворяют сформулированным выше критериям (рис. 6а, б). В свою очередь, соотношение насыщенных разностей населенностей зависит от исходных населенностей, релаксационных характеристик переходов и интенсивностей излучений. При выполнении сформулированных выше критериев безынерсное усиление становится возможным, а его величина зависит от соотношения интенсивностей взаимодействующих излучений рис. 6в. Изменяя с помощью дополнительной некогерентной накачки распределение населенностей, можно поддерживать безынерсное усиление на заданном уровне. Эта зависимость определяет характеристики генерации безынерсного лазера.

Как уже отмечалось, открытые и замкнутые системы переходов имеют особенности. Они связаны как с иным соотношением релаксационных параметров, так и с взаимозависимостью скорости некогерентной накачки и населенности нижнего уровня. На последующих рисунках проиллюстрированы некоторые из таких особенностей на примере модели с релаксационными характеристиками переходов $4P_{1/2} - 3S$ ($\lambda_4 = 330$ нм) и $3P_{1/2} - 3S$ ($\lambda_1 = 590$ нм) атома натрия ($\Gamma_m = 9 \cdot 10^7$ с⁻¹, $\Gamma_g = 63 \cdot 10^7$ с⁻¹). Для слабого пробного излучения особенности безынерсного усиления на D_1 - и D_2 -переходах натрия с учетом доплеровского уширения переходов и сверхтонкого расщепления нижнего уровня анализировались в работе [21]. Мы используем характеристики другого, более коротковолнового, перехода в качестве модели, отличающейся от рассмотренной выше, для иллюстрации зависимости безынерсного усиления на замкнутых доплеровски-уширенных переходах от интенсивности усиливаемого излучения. Как уже отмечалось выше, движение разностей населенностей и расщепление резонансов конкурируют с нелинейными интерференционными эффектами при формировании безынерсного усиления. Поэтому важно показать, что условия, близкие к оптимальным, могут быть реализованы для относительно широкого класса объектов.

Из рис. 7б (кривая 1) видно, что существенной особенностью рассматриваемого случая является зависимость населенности верхнего уровня m от интенсивности дополнительного излучения даже при нулевых интенсивностях пробного излучения. Как уже отмечалось, это обусловлено изменением скорости некогерентной накачки на этот уровень при изменении населенности нижнего уровня. На рис. 7а, б (кривые 1) рассмотрен случай, когда 36% атомов возбуждено с помощью некогерентной накачки из основного состояния на уровень m , что при соответствующей плотности атомов может соответствовать сильному поглощению пробного излучения. Под действием дополнительного излучения, резонансного смежному переходу, возникает усиление (приблизительно 50% от исходного поглощения) слабого коротковолнового излучения, распространяющегося в том же направлении. Усиление происходит в отсутствие инверсии насыщенных населенностей для всех переходов. Кривая 2 рис. 7а показывает, что усиление может сильно меняться с ростом интенсивности усиливаемого излучения, что сопровождается для данной схемы уровней заметным изменением населенностей уровней m и l . На

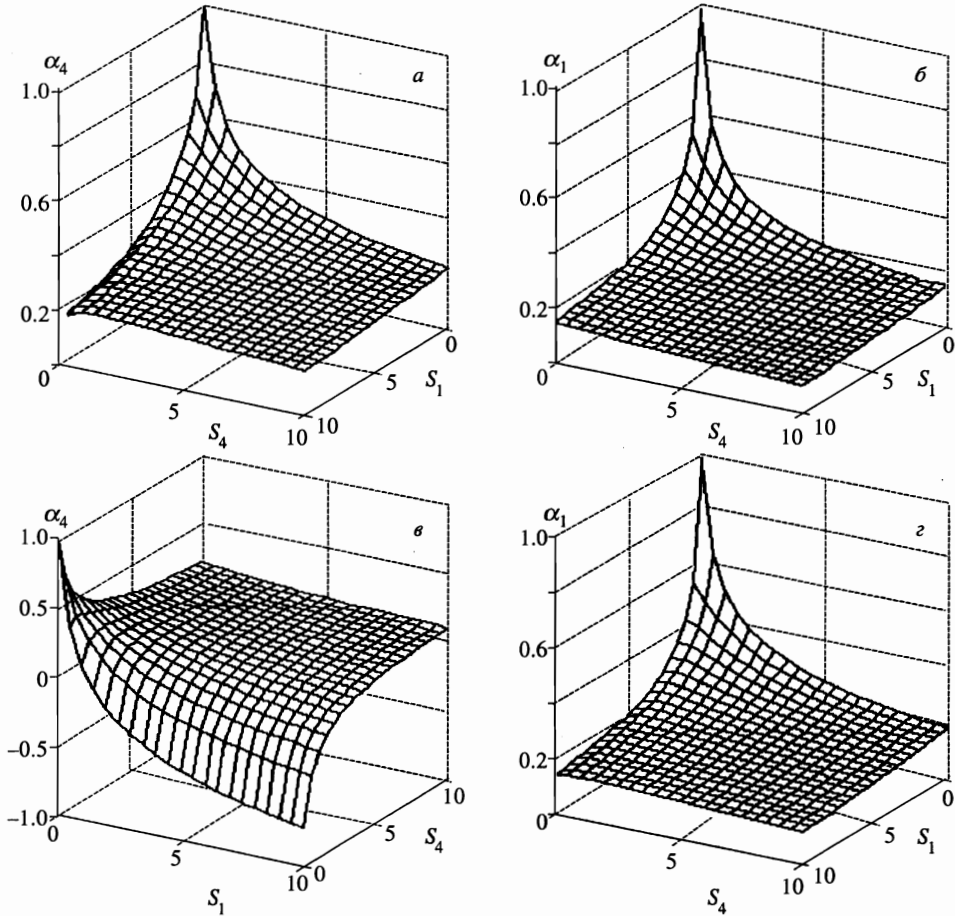


Рис. 6. Зависимости усредненных по скоростям значений показателей поглощения α_1 и α_4 при нулевых отстройках обоих полей (l — возбужденное состояние, одинаковое направление распространения волн) от нормированных интенсивностей излучений S_1 и S_4 : *a, б* — $N_l : N_g : N_m = 100 : 50 : 70$; *в, г* — $N_l : N_g : N_m = 100 : 50 : 85$

рис. 7*в* показано распределение по скоростям и энергетическим уровням атомов, соответствующее исчезновению как поглощения, так и усиления. Интересно отметить, как резко меняется это распределение за счет нелинейных оптических эффектов с увеличением интенсивности более слабого излучения.

На рис. 8 показано, что, изменяя исходные населенности с помощью некогерентной накачки и интенсивность дополнительного излучения, мы можем в определенном интервале значений поддерживать неизменным показатель усиления с ростом интенсивности усиливаемого излучения.

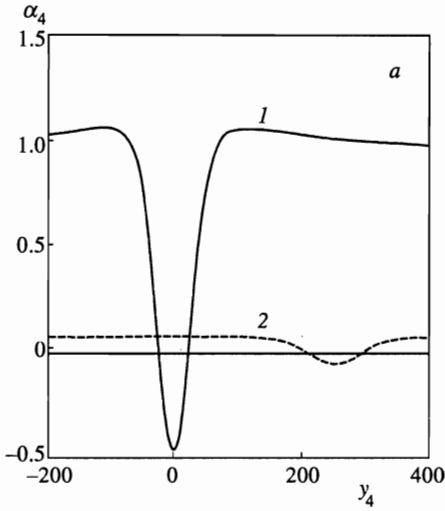
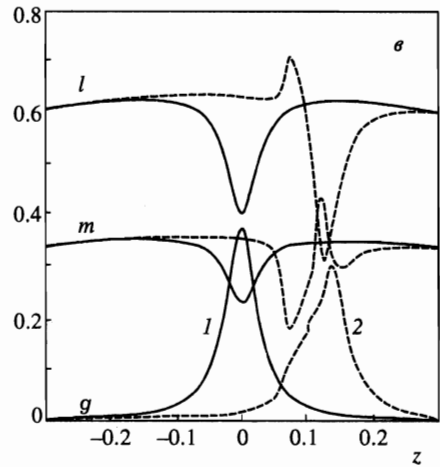
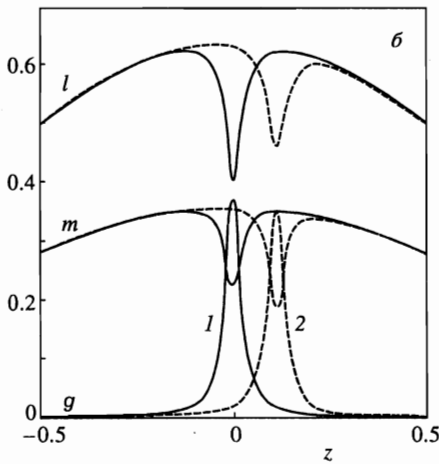


Рис. 7. а) Зависимости усредненных по скоростям показателей поглощения на неоднородно-уширенном переходе $l - m$ (l — основное состояние, одинаковое направление распространения волн) в присутствии сильного поля на смежном переходе $l - g$ от нормированной отстройки y_4 : 1 — $S_1 = 10, S_4 = 0, y_1 = 0$; 2 — $S_1 = 10, S_4 = 20, y_1 = 20$. б, в) Распределение по скоростям ($z = v/\bar{v}$) насыщенных населенностей уровней: б — частоты излучений соответствуют минимумам поглощения; в — частоты излучений соответствуют правой (1) и левой (2) точкам нулевого поглощения соответствующих кривых. $N_l : N_g : N_m = 64 : 0 : 36$



5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в работе результаты развивают теорию резонансных нелинейных интерференционных процессов на квантовых доплеровски-уширенных переходах в сильных электромагнитных полях для открытых и замкнутых трехуровневых конфигураций с учетом некогерентной накачки уровней и процессов, сопутствующих когерентному взаимодействию излучений.

Полученные выражения позволяют единообразно анализировать и сравнивать проявления квантовых интерференционных процессов в различных V-, Λ - и ступенчатых конфигурациях взаимодействующих переходов с учетом процессов, оказывающих существенное влияние на выбор и оптимизацию условий для экспериментов по созданию

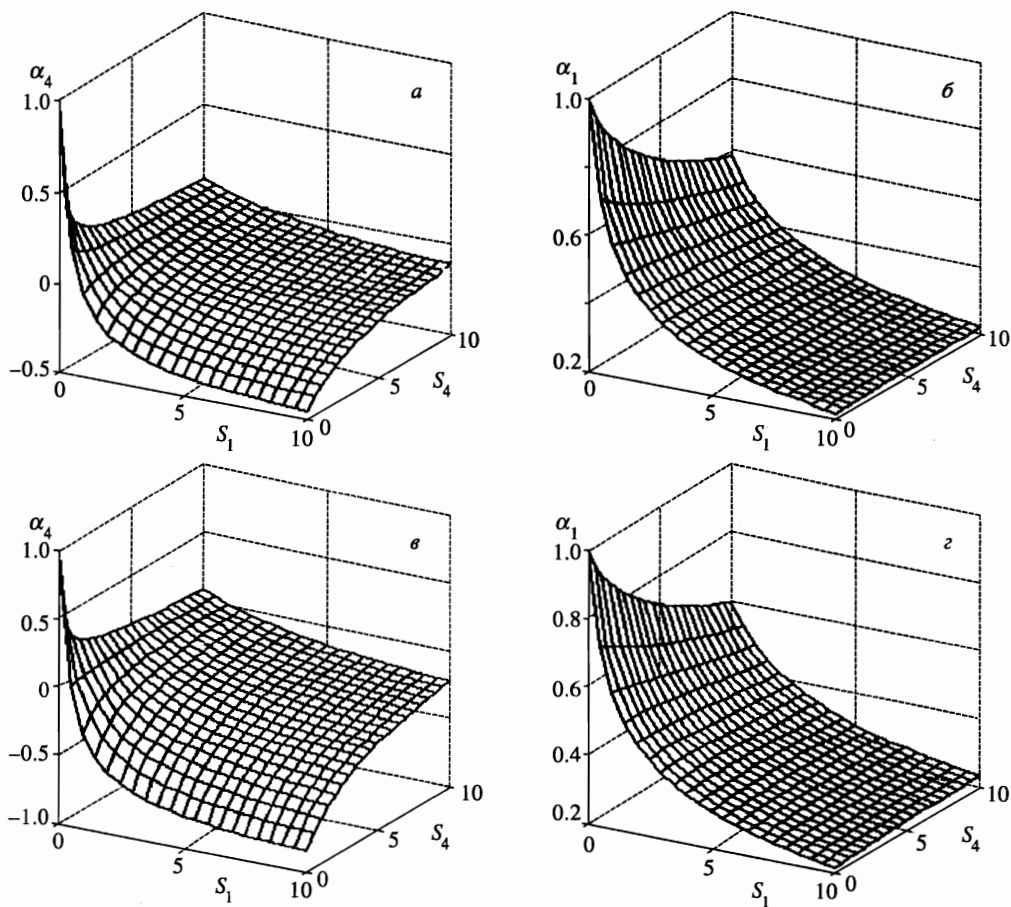


Рис. 8. Зависимости усредненных по скоростям значений показателей поглощения α_1 и α_4 от нормированных интенсивностей излучений S_1 и S_4 при нулевых отстройках обоих полей (l — основное состояние, одинаковое направление распространения волн): а, б — $N_l : N_g : N_m = 64 : 0 : 36$; в, г — $N_l : N_g : N_m = 60 : 0 : 40$

лазеров, не требующих инверсии населенностей. Эти возможности продемонстрированы на численных моделях, характерных для открытых и закрытых конфигураций оптических переходов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 96-02-00010С, 96-02-00016Г и 97-02-16092). Авторы признательны профессору Й. Хермансу (L. J. F. Hermans), Лейденский университет, и Нидерландскому научному обществу (NWO) за поддержку данной работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем схему и результаты непосредственных расчетов показателей поглощения, преломления и населенностей уровней для различных открытых и замкнутых конфигураций энергетических уровней.

А. V-КОНФИГУРАЦИЯ (поля E_1, E_4)

Открытая конфигурация. Уравнения для матрицы плотности приобретают вид

$$\begin{aligned}
 L_{gm}\rho_{gm} &= i(\rho_{gl}V_{lm} - V_{gl}\rho_{lm}) = L_{41}\rho_{41} = i(\rho_1^*V_4 - V_1^*\rho_4), \\
 L_{1\rho_1} &= -i\{V_1(\rho_g - \rho_l) + \rho_4^*V_4\}, \quad L_{4\rho_4} = -i\{V_4(\rho_m - \rho_l) + \rho_{41}V_1\}, \\
 L_{g\rho_g} &= -2\operatorname{Re}(iV_1^*\rho_1) + q_g, \quad L_{m\rho_m} = -2\operatorname{Re}(iV_4^*\rho_4) + q_m, \\
 L_{l\rho_l} &= q_l - 2\operatorname{Re}(iV_1\rho_1^* + iV_4\rho_4^*) + \gamma_4\rho_m + \gamma_1\rho_g.
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$

Переходя к амплитудам недиагональных элементов матрицы плотности (r_1, r_{41}, r_4), в стационарном случае получаем алгебраическую систему уравнений, решение которой имеет вид

$$\begin{aligned}
 r_1 &= i\frac{G_1}{P_1F^*} [\Delta r_1(1 + g_{1v}^*) - u_{1v}^*\Delta r_4], \\
 r_{41} &= \frac{G_1^*G_4}{P_{41}P_4P_1^*F} [\Delta r_1P_4 + \Delta r_4P_1^*], \\
 r_4 &= i\frac{G_4}{P_4F} [\Delta r_4(1 + u_{2v}) - \Delta r_1g_{2v}], \\
 u_{1v} &= \frac{|G_4|^2}{P_4P_{41}}, \quad u_{2v} = \frac{|G_4|^2}{P_1^*P_{41}}, \quad g_{1v} = \frac{|G_1|^2}{P_4P_{41}}, \quad g_{2v} = \frac{|G_1|^2}{P_1^*P_{41}}, \\
 P_1 &= P_{lg} = \Gamma_1 + i\Omega_1, \quad P_{41} = P_{lg} = \Gamma_{41} + i(\Omega_4 - \Omega_1), \\
 F &= 1 + g_{1v} + u_{2v}, \quad \Delta r_1 = r_l - r_g, \quad \Omega_1 = \omega_1 - \omega_{gl}.
 \end{aligned}
 \tag{A.2}$$

Подставляя (A.2) в уравнения для диагональных элементов матрицы плотности из (A.1), получаем

$$\begin{aligned}
 r_m &= n_m + (1 - a_{44v})\kappa_4[\Delta r_4F_{1v} - \Delta r_1F_{2v}], \\
 r_l &= n_l - \Delta r_4(a_{44v}\kappa_4F_{1v} - a_{31v}\kappa_1F_{4v}) + \Delta r_1(a_{44v}\kappa_4F_{2v} - a_{31v}\kappa_1F_{3v}), \\
 r_g &= n_g - (1 - a_{31v})\kappa_1[\Delta r_4F_{4v} - \Delta r_1F_{3v}], \\
 a_{31v} &= \frac{\Gamma_g - \gamma_1}{\Gamma_g + \Gamma_l - \gamma_1}, \quad a_{44v} = \frac{\Gamma_m - \gamma_4}{\Gamma_m + \Gamma_l - \gamma_4};
 \end{aligned}
 \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
 F_{1v} + if_{1v} &= \Gamma_4(1 + u_{2v})/P_4F, \quad F_{2v} + if_{2v} = \Gamma_4g_{2v}/P_4F, \\
 F_{3v} + if_{3v} &= \Gamma_1(1 + g_{1v})/P_1^*F, \quad F_{4v} + if_{4v} = \Gamma_1u_{1v}/P_1^*F.
 \end{aligned}
 \tag{A.4}$$

Параметры насыщения на первом и четвертом переходах определяются выражениями

$$\kappa_1 = \kappa_{lg} = \frac{2|G_1|^2(\Gamma_l + \Gamma_g - \gamma_1)}{\Gamma_l\Gamma_g\Gamma_1}, \quad \kappa_4 = \frac{2|G_4|^2(\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4)}{\Gamma_l\Gamma_m\Gamma_4}.
 \tag{A.5}$$

Вычисление разностей населенностей на соответствующих переходах дает

$$\Delta r_4 = \frac{\Delta n_4 X_{2v} - \Delta n_1 X_{3v}}{X_{1v} X_{2v} - X_{3v} X_{4v}}, \quad \Delta r_1 = \frac{\Delta n_1 X_{1v} - \Delta n_4 X_{4v}}{X_{1v} X_{2v} - X_{3v} X_{4v}},$$

$$X_{1v} = 1 - a_{31v} \kappa_1 F_{4v} + \kappa_4 F_{1v}, \quad X_{2v} = 1 - a_{44v} \kappa_4 F_{2v} + \kappa_1 F_{3v},$$

$$X_{3v} = a_{31v} \kappa_1 F_{3v} - \kappa_4 F_{2v}, \quad X_{4v} = a_{44v} \kappa_4 F_{1v} - \kappa_1 F_{4v}. \quad (\text{A.6})$$

С помощью этих решений получаем

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} = F_{1v} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} - F_{2v} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_4}, \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_{01}} = F_{3v} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_1} - F_{4v} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_1}, \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{n_4(\Omega_4) - n_4^{nr}}{2(n_{4max}^0 - n_4^{nr})} = f_{1v} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} - f_{2v} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_4}, \quad -\frac{n_1(\Omega_1) - n_1^{nr}}{2(n_{1max}^0 - n_1^{nr})} = f_{3v} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_1} - f_{4v} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_1}. \quad (\text{A.8})$$

Замкнутая конфигурация. Как уже отмечалось, в этом случае скорости некогерентного возбуждения зависят от вынужденных переходов в системе, что находит отражение в уравнениях для населенностей:

$$L_g \rho_g = w_g \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_1^* \rho_1), \quad L_m \rho_m = w_m \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_4^* \rho_4), \quad \rho_l = 1 - \rho_m - \rho_g \quad (\text{A.9})$$

Здесь w_g, w_m — вероятности прихода на данный уровень.

Поскольку уравнения для недиагональных элементов в замкнутой системе имеют прежний вид, соответствующие стационарные решения для разностей населенностей, показателей поглощения–усиления и преломления получаются из (A.6), (A.7) простой заменой

$$X_{1v} = 1 + 0.5(1 + \Delta n_4) \kappa_4 F_{1v} - 0.5 \Delta n_4 \kappa_1 F_{4v}, \quad X_{2v} = 1 + 0.5(1 + \Delta n_1) \kappa_1 F_{3v} - 0.5 \Delta n_1 \kappa_4 F_{2v},$$

$$X_{3v} = 0.5 \Delta n_4 \kappa_1 F_{3v} - 0.5(1 + \Delta n_4) \kappa_4 F_{2v}, \quad X_{4v} = 0.5 \Delta n_1 \kappa_4 F_{1v} - 0.5(1 + \Delta n_1) \kappa_1 F_{4v},$$

$$\kappa_1 = 4|G_1|^2 / \Gamma_g \Gamma_1, \quad \kappa_4 = 4|G_4|^2 / \Gamma_m \Gamma_4.$$

Исходные и насыщенные населенности уровней определяются формулами

$$n_l = \frac{1}{1 + w_g / \Gamma_g + w_m / \Gamma_m}, \quad n_g = \frac{w_g / \Gamma_g}{1 + w_g / \Gamma_g + w_m / \Gamma_m}, \quad n_m = \frac{w_m / \Gamma_m}{1 + w_g / \Gamma_g + w_m / \Gamma_m},$$

$$r_m = \frac{1}{3}[1 + \Delta r_1 - 2\Delta r_4], \quad r_g = \frac{1}{3}[1 + \Delta r_4 - 2\Delta r_1], \quad r_l = \frac{1}{3}[1 + \Delta r_1 + \Delta r_4],$$

Λ-КОНФИГУРАЦИЯ (поля E_3, E_4)

Открытая конфигурация.

В этом случае исходная система уравнений приобретает вид

$$L_{ln} \rho_{ln} = i(\rho_{lm} V_{mn} - V_{lm} \rho_{mn}) = L_{43} \rho_{43} = i(\rho_4 V_3^* - V_4 \rho_3^*),$$

$$L_4 \rho_4 = -i[V_4(\rho_m - \rho_l) - \rho_4 V_3], \quad L_3 \rho_3 = -i[V_3(\rho_m - \rho_n) - \rho_3^* V_4],$$

$$L_n \rho_n = -2 \operatorname{Re}(iV_3 \rho_3^*) + \gamma_3 \rho_m + q_n, \quad L_m \rho_m = -2 \operatorname{Re}(iV_3^* \rho_3 + iV_4^* \rho_4) + q_m,$$

$$L_l \rho_l = q_l - 2 \operatorname{Re}(iV_4 \rho_4^*) + \gamma_4 \rho_m.$$
(B.1)

Аналогично предыдущему разделу, сводя эту систему к алгебраической для стационарного случая, получаем

$$\begin{aligned} r_3 &= i \frac{G_3}{P_3 F^*} [\Delta r_3(1 + g_{1l}^*) - u_{1l}^* \Delta r_4], \\ r_{43} &= -\frac{G_3^* G_4}{P_{43} P_4 P_3^* F} [\Delta r_3 P_4 + \Delta r_4 P_3^*], \\ r_4 &= i \frac{G_4}{P_4 F} [\Delta r_4(1 + u_{2l}) - \Delta r_3 g_{2l}], \end{aligned} \tag{B.2}$$

$$u_{1l} = \frac{|G_4|^2}{P_4 P_{43}}, \quad u_{2l} = \frac{|G_4|^2}{P_3^* P_{43}}, \quad g_{1l} = \frac{|G_3|^2}{P_4 P_{43}}, \quad g_{2l} = \frac{|G_3|^2}{P_3^* P_{43}},$$

$$P_{nm} = P_3 = \Gamma_3 + i\Omega_3, \quad P_{ln} = P_{43} = \Gamma_{43} + i(\Omega_4 - \Omega_3),$$

$$F = 1 + g_{1l} + u_{2l}, \quad \Delta r_3 = r_n - r_m, \quad \Omega_3 = \omega_3 - \omega_{mn};$$

$$\begin{aligned} r_l &= n_l + \Delta r_3 [c_2 \kappa_4 F_{2l} + b_1 \kappa_3 F_{3l}] - \Delta r_4 [c_2 \kappa_4 F_{1l} + b_1 \kappa_3 F_{4l}], \\ r_n &= n_n - \Delta r_3 (c_1 \kappa_4 F_{2l} + b_2 \kappa_3 F_{3l}) + \Delta r_4 (c_1 \kappa_4 F_{1l} + b_2 \kappa_3 F_{4l}), \\ r_m &= n_m - \Delta r_3 [\kappa_4 F_{2l}(1 - c_2) - \kappa_3 F_{3l}(1 - b_2)] + \Delta r_4 [\kappa_4 F_{1l}(1 - c_2) - (1 - b_2) \kappa_3 F_{4l}], \end{aligned} \tag{B.3}$$

$$b_1 = \frac{\Gamma_n}{\Gamma_l} \frac{\gamma_4}{\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3}, \quad b_2 = \frac{\Gamma_m - \gamma_3}{\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3},$$

$$c_1 = \frac{\Gamma_l}{\Gamma_n} \frac{\gamma_3}{\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4}, \quad c_2 = \frac{\Gamma_m - \gamma_4}{\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4};$$

$$\kappa_3 = \frac{2|G_3|^2(\Gamma_m + \Gamma_n - \gamma_3)}{\Gamma_m \Gamma_n \Gamma_3}, \quad \kappa_4 = \frac{2|G_4|^2(\Gamma_m + \Gamma_l - \gamma_4)}{\Gamma_m \Gamma_l \Gamma_4}; \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned} F_{1l} + i f_{1l} &= \Gamma_4(1 + u_{2l})/P_4 F, & F_{2l} + i f_{2l} &= \Gamma_4 g_{2l}/P_4 F, \\ F_{3l} + i f_{3l} &= \Gamma_3(1 + g_{1l})/P_3^* F, & F_{4l} + i f_{4l} &= \Gamma_3 u_{1l}/P_3^* F; \end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\Delta r_4 = \frac{\Delta n_4 X_{2l} - \Delta n_3 X_{3l}}{X_{1l} X_{2l} - X_{3l} X_{4l}}, \quad \Delta r_3 = \frac{\Delta n_3 X_{1l} - \Delta n_4 X_{4l}}{X_{1l} X_{2l} - X_{3l} X_{4l}}, \tag{B.6}$$

$$X_{1l} = 1 + \kappa_4 F_{1l} - (1 - b_1 - b_2) \kappa_3 F_{4l}, \quad X_{2l} = 1 + \kappa_3 F_{3l} - (1 - c_1 - c_2) \kappa_4 F_{2l},$$

$$X_{3l} = (1 - b_1 - b_2) \kappa_3 F_{3l} - \kappa_4 F_{2l}, \quad X_{4l} = (1 - c_1 - c_2) \kappa_4 F_{1l} - \kappa_3 F_{4l}.$$

Выражения для коэффициентов усиления-поглощения и преломления на переходах $m - l$, $m - n$ приобретают вид

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} = F_{1l} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} - F_{2l} \frac{\Delta r_3}{\Delta n_4}, \quad \frac{\alpha_3}{\alpha_{03}} = F_{3l} \frac{\Delta r_3}{\Delta n_3} - F_{4l} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_3}, \tag{B.7}$$

$$\frac{n_4(\Omega_4) - n_4^{nr}}{2(n_{4max}^0 - n_4^{nr})} = f_{1l} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} - f_{2l} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_4}, \quad -\frac{n_3(\Omega_3) - n_3^{nr}}{2(n_{3max}^0 - n_3^{nr})} = f_{3l} \frac{\Delta r_1}{\Delta n_1} - f_{4l} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_1}. \quad (\text{B.8})$$

Замкнутая конфигурация. Исходная система уравнений имеет вид

$$L_n \rho_n = w_n \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_3 \rho_3^*) + \gamma_3 \rho_m, \quad L_m \rho_m = w_m \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_3^* \rho_3 + iV_4^* \rho_4), \quad (\text{B.9})$$

$$\rho_l = 1 - \rho_n - \rho_m.$$

Аналогично предыдущему, стационарное решение алгебраической системы уравнений можно представить в виде (B.6), где

$$X_{1l} = 1 + 0.5 \left[1 + \Delta n_4 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right] \kappa_4 F_{1l} - [1 - b_2 + \Delta n_4(1 - 2b_2)] \kappa_3 F_{4l},$$

$$X_{2l} = 1 + [1 + \Delta n_3(1 - 2b_2)] \kappa_3 F_{3l} - 0.5 \left[1 - \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} + \Delta n_3 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right] \kappa_4 F_{2l},$$

$$X_{3l} = [1 - b_2 + \Delta n_4(1 - 2b_2)] \kappa_3 F_{3l} - 0.5 \left[1 + \Delta n_4 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right] \kappa_4 F_{2l},$$

$$X_{4l} = 0.5 \left[1 - \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} + \Delta n_3 \left(1 + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} \right) \right] \kappa_4 F_{1l} - [1 + \Delta n_3(1 - 2b_2)] \kappa_3 F_{4l},$$

$$\kappa_4 = 4|G_4|^2 / \Gamma_m \Gamma_4,$$

$$n_l = \frac{1}{1 + w'_n / \Gamma_n + w_m / \Gamma_m}, \quad n_n = \frac{w'_n / \Gamma_n}{1 + w'_n / \Gamma_n + w_m / \Gamma_m},$$

$$n_m = \frac{w_m / \Gamma_m}{1 + w'_n / \Gamma_n + w_m / \Gamma_m}, \quad w'_n = w_n + \frac{\gamma_3}{\Gamma_n} w_m.$$

Насыщенные населенности уровней выражаются через решения для разностей населенностей ($\Delta r_3 = r_n - r_m$, $\Delta r_4 = r_l - r_m$) (B.6):

$$r_m = \frac{1}{3} [1 - \Delta r_3 - \Delta r_4], \quad r_n = \frac{1}{3} [1 + 2\Delta r_3 - \Delta r_4], \quad r_l = \frac{1}{3} [1 + 2\Delta r_4 - \Delta r_3],$$

С. Н-конфигурация (поля E_4, E_2)

Открытая конфигурация. Исходные уравнения для матрицы плотности имеют вид

$$L_{lf} \rho_{lf} = i(\rho_{lm} V_{mf} - V_{lm} \rho_{mf}) = L_{42} \rho_{42} = i(\rho_4 V_2 - V_4 \rho_2),$$

$$L_2 \rho_2 = -i [V_2(\rho_f - \rho_m) + \rho_4 V_4^*], \quad L_4 \rho_4 = -i [V_4(\rho_m - \rho_l) - \rho_4 V_2^*], \quad (\text{C.1})$$

$$L_m \rho_m = q_m - 2 \operatorname{Re}(iV_4^* \rho_4 + iV_2 \rho_2^*) + \gamma_2 \rho_f, \quad L_f \rho_f = -2 \operatorname{Re}(iV_2^* \rho_2) + q_f,$$

$$L_l \rho_l = -2 \operatorname{Re}(iV_4 \rho_4^*) + \gamma_4 \rho_m + q_l.$$

Стационарные решения алгебраической системы для амплитуд недиагональных элементов имеют аналогичную форму:

$$\begin{aligned} r_4 &= i \frac{G_4}{P_4 F} [\Delta r_4 (1 + u_{2h}) + g_{2h} \Delta r_2], \\ r_{42} &= \frac{G_4 G_2}{P_{42} P_4 P_2 F} [\Delta r_2 P_4 - \Delta r_4 P_2], \\ r_2 &= i \frac{G_2}{P_2 F} [\Delta r_2 (1 + g_{1h}) + \Delta r_4 u_{1h}], \end{aligned} \quad (C.2)$$

$$g_{1h} = \frac{|G_2|^2}{P_4 P_{42}}, \quad g_{2h} = \frac{|G_2|^2}{P_2 P_{42}}, \quad u_{1h} = \frac{|G_4|^2}{P_4 P_{42}}, \quad u_{2h} = \frac{|G_4|^2}{P_2 P_{42}},$$

$$P_{mf} = P_2 = \Gamma_2 + i\Omega_2, \quad P_{lf} = P_{42} = \Gamma_{42} + i(\Omega_4 + \Omega_2), \quad \Omega_2 = \omega_2 - \omega_{fm},$$

$$F = 1 + g_{1h} + u_{2h}, \quad \Delta r_2 = r_m - r_f.$$

Формулы для населенностей и разностей населенностей могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} r_f &= n_f + (1 - d_2) \kappa_2 [\Delta r_4 F_{4h} + \Delta r_2 F_{3h}], \\ r_l &= n_l - \Delta r_4 (\kappa_2 d_1 F_{4h} + \kappa_4 b_2 F_{1h}) - \Delta r_2 (\kappa_2 d_1 F_{3h} + \kappa_4 b_2 F_{2h}), \\ r_m &= n_m + \Delta r_4 [\kappa_4 F_{1h} (1 - b_2) - \kappa_2 F_{4h} d_2] + \Delta r_2 [\kappa_4 F_{2h} (1 - b_2) - \kappa_2 F_{3h} d_2], \end{aligned} \quad (C.3)$$

$$b_2 = \frac{\Gamma_m - \gamma_4}{\Gamma_m + \Gamma_l - \gamma_4}, \quad d_1 = d_2 \frac{\gamma_4}{\Gamma_l}, \quad d_2 = \frac{\Gamma_f - \gamma_2}{\Gamma_m + \Gamma_f - \gamma_2};$$

$$\begin{aligned} F_{1h} + i f_{1h} &= \Gamma_4 (1 + u_{2h}) / P_4 F, & F_{2h} + i f_{2h} &= \Gamma_4 g_{2h} / P_4 F, \\ F_{3h} + i f_{3h} &= \Gamma_2 (1 + g_{1h}) / P_2 F, & F_{4h} + i f_{4h} &= \Gamma_2 u_{1h} / P_2 F; \end{aligned} \quad (C.4)$$

$$\kappa_4 = \frac{2|G_4|^2 (\Gamma_l + \Gamma_m - \gamma_4)}{\Gamma_l \Gamma_m \Gamma_4}, \quad \kappa_2 = \frac{2|G_2|^2 (\Gamma_f + \Gamma_m - \gamma_2)}{\Gamma_f \Gamma_m \Gamma_2}, \quad (C.5)$$

$$\Delta r_4 = \frac{\Delta n_4 X_{2h} + \Delta n_2 X_{3h}}{X_{1h} X_{2h} - X_{3h} X_{4h}}, \quad \Delta r_2 = \frac{\Delta n_2 X_{1h} + \Delta n_4 X_{4h}}{X_{1h} X_{2h} - X_{3h} X_{4h}}. \quad (C.6)$$

Здесь $\Delta n_4 = n_l - n_m$, $\Delta n_2 = n_m - n_f$,

$$X_{1h} = 1 - d_2 (1 - \gamma_4 / \Gamma_l) \kappa_2 F_{4h} + \kappa_4 F_{1h}, \quad X_{2h} = 1 + \kappa_2 F_{3h} - (1 - b_2) \kappa_4 F_{2h},$$

$$X_{3h} = d_2 (1 - \gamma_4 / \Gamma_l) \kappa_2 F_{3h} - \kappa_4 F_{2h}, \quad X_{4h} = (1 - b_2) \kappa_4 F_{1h} - \kappa_2 F_{4h}.$$

Показатели усиления–поглощения и преломления на переходах $m-l$ и $f-m$ могут быть представлены аналогично предыдущим случаям в виде

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_{04}} = F_{1h} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} + F_{2h} \frac{\Delta r_2}{\Delta n_4}, \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_{02}} = F_{3h} \frac{\Delta r_2}{\Delta n_2} + F_{4h} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_2}, \quad (C.7)$$

$$\frac{n_4(\Omega_4) - n_4^{nr}}{2(n_{4max}^0 - n_4^{nr})} = f_{1h} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_4} + f_{2h} \frac{\Delta r_2}{\Delta n_4}, \quad \frac{n_2(\Omega_2) - n_2^{nr}}{2(n_{2max}^0 - n_2^{nr})} = f_{3h} \frac{\Delta r_2}{\Delta n_2} + f_{4h} \frac{\Delta r_4}{\Delta n_2}. \quad (C.8)$$

Замкнутая конфигурация. Уравнения для населенностей имеют вид

$$\begin{aligned} L_m \rho_m &= w_m \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_4^* \rho_4 + iV_2 \rho_2^*) + \gamma_2 \rho_f, & L_f \rho_f &= w_f \rho_l - 2 \operatorname{Re}(iV_2^* \rho_2), \\ \rho_l &= 1 - \rho_m - \rho_f. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Используя стационарные решения (С.2) для недиагональных элементов, получаем, что переход от формул (С.6) для открытой конфигурации осуществляется заменой

$$X_{1h} = 1 + 0.5[1 + \Delta n_4] \kappa_4 F_{1h} - [d_2 - \Delta n_4(1 - 2d_2)] \kappa_2 F_{4h},$$

$$X_{2h} = 1 + [1 + \Delta n_2(1 - 2d_2)] \kappa_2 F_{3h} - 0.5[1 - \Delta n_2] \kappa_4 F_{2h},$$

$$X_{3h} = [d_2 - \Delta n_4(1 - 2d_2)] \kappa_2 F_{3h} - 0.5[1 + \Delta n_4] \kappa_4 F_{2h},$$

$$X_{4h} = 0.5[1 - \Delta n_2] \kappa_4 F_{1h} - [1 + \Delta n_2(1 - 2d_2)] \kappa_2 F_{4h},$$

$$\kappa_4 = 4|G_4|^2 / \Gamma_m \Gamma_4.$$

При этом формулы для исходных населенностей уровней имеют вид

$$\begin{aligned} n_l &= \frac{1}{1 + w_f / \Gamma_f + w'_m / \Gamma_m}, & n_f &= \frac{w_f / \Gamma_f}{1 + w_f / \Gamma_f + w'_m / \Gamma_m}, \\ n_m &= \frac{w'_m / \Gamma_m}{1 + w_f / \Gamma_f + w'_m / \Gamma_m}, & w'_m &= w_m + \frac{\gamma_2}{\Gamma_m} w_f. \end{aligned}$$

Насыщенные населенности уровней выражаются через разности населенностей ($\Delta r_2 = r_m - r_f$, $\Delta r_4 = r_l - r_m$) с использованием уравнения $r_l = 1 - r_f - r_m$:

$$r_m = \frac{1}{3}[1 + \Delta r_2 - \Delta r_4], \quad r_f = \frac{1}{3}[1 - \Delta r_4 - 2\Delta r_2], \quad r_l = \frac{1}{3}[1 + \Delta r_2 + 2\Delta r_4].$$

Литература

1. М. П. Чайка, *Интерференция вырожденных атомных состояний*, Изд-во Ленинградского университета, Ленинград (1975); Е. Б. Александров, Г. И. Хвостенко, М. П. Чайка, *Интерференция атомных состояний*, Наука, Москва (1991).
2. П. А. Апанасевич, *Основы теории взаимодействия света с веществом*, Наука и техника, Минск (1977).
3. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979); S. G. Rautian and A. M. Shalagin, *Kinetic Problems of Nonlinear Spectroscopy*, North Holland, Amsterdam (1991).
4. А. К. Попов, *Введение в нелинейную спектроскопию*, Наука, Новосибирск (1983).

5. A. Javan, Phys. Rev. **107**, 1579 (1957); В. М. Конторович, А. М. Прохоров, ЖЭТФ **33**, 1428 (1957); T. Yajima and K. Shimoda, J. Phys. Soc. Jap. **15**, 1668 (1960); Adv. Quant. Electr. **3**, 548 (1961); В. М. Файн, Я. И. Ханин, *Квантовая радиофизика*, Т. 1.: В. М. Файн, *Фотоны и нелинейные среды*, Советское радио, Москва (1972), с. 389.
6. Д. Н. Клышко, Ю. С. Константинов, В. С. Туманов, Изв. вузов, Радиофизика **8**, 513 (1965); А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, Н. А. Чигирь, УФН **93**, 71 (1967); А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, Н. А. Чигирь, ЖЭТФ **67**, 2069 (1974); А. М. Бонч-Бруевич, С. Г. Пржибельский, Н. А. Чигирь, Вестник МГУ, Физика **33(4)**, 35 (1978).
7. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, ЖЭТФ **41**, 456 (1961).
8. Т. Я. Попова, А. К. Попов, Журн. прикл. спектроскоп. **12**, 989 (1970); Т. Я. Попова, А. К. Попов, Изв. вузов, Физика № 11, 38 (1970).
9. E. Y. Wu, S. Ezekiel, M. Ducloy et al., Phys. Rev. Lett. **38**, 1077 (1977).
10. И. М. Бетеров, В. П. Чеботаев, Письма в ЖЭТФ **9**, 216 (1969).
11. Th. Hansch and P. Toschek, Z. Phys. **236**, 213 (1970).
12. И. С. Зеликович, С. А. Пулькин, Л. С. Гайда, В. Н. Комар, ЖЭТФ **94**, 76 (1988); Л. С. Гайда, С. А. Пулькин, Опт. и спектр. **67**, 761 (1989).
13. Т. Я. Попова, А. К. Попов, С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский, ЖЭТФ **57**, 850 (1969).
14. Papers from «Atomic Coherence and Interference» (Crested Butte Workshop, 1993), Quantum Optics **6**, № 4 (1994); ICONO'95: «Coherent Phenomena and Amplification without Inversion», ed. by A. V. Andreev, O. Kocharovskaya, and P. Mandel, Proc. SPIE **2798** (1996); G. G. Padmabandu, G. R. Welch, I. N. Shubin et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 2053 (1996); G. Vemuri and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **53**, 1060 (1996).
15. Г. Е. Ноткин, С. Г. Раутиан, А. А. Феоктистов, ЖЭТФ **52**, 1673 (1967).
16. Т. Я. Попова, А. К. Попов, С. Г. Раутиан, А. А. Феоктистов, ЖЭТФ **57**, 444 (1969).
17. M. S. Feld and A. Javan, Phys. Rev. **177**, 540 (1969); M. S. Feld, in *Fundamental and Applied Laser Physics: Proc. of the Esfahan Symposium, August 29–September 5, 1971*. Ed. by M. S. Feld, A. Javan, and N. Kurnit, Wiley, New York (1973), p. 369.
18. А. К. Попов and V. M. Shalaev, Opt. Commun. **35**, 189 (1980); Опт. и спектр. **49**, 617 (1980).
19. А. К. Попов, in *Proceedings of Internat. Conf. Lasers '79, USA, Orlando, Florida (1979)*, STS Press, McLean, Va (1980), p. 295; А. К. Попов and V. M. Shalaev, Appl. Phys. **27**, 63 (1981).
20. А. К. Попов, ЖЭТФ **58**, 1623 (1970).
21. De-Zhong Wang and Jin-Yue Gao, Phys. Rev. A **52**, 3201 (1995).