ЖЭТФ, 1998, том 113, вып. 2, стр. 688–692

ПОПЕРЕЧНОЕ УБЕГАНИЕ ГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

З. С. Качлишвили, Ф. Г. Чумбуридзе

Тбилисский государственный университет им. Ив. Джавахишвили
380028, Тбилиси, Грузия

Поступила в редакцию 30 июня 1997 г.

В работе исследуется эффект поперечного убегания в приближении электронной температуры. Определены комбинации механизмов рассеяния и значения соответствующих пороговых электрический полей, при которых развивается поперечное убегание. Показано, что эффект поперечного убегания не связан с каким-либо приближением.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим полупроводник в скрещенных сильном электрическом и магнитном полях **E** и **H**. Изотропную часть неравновесной функции распределения горячих электронов при квазиупругом рассеянии энергии на фононах различного типа, а импульса — на фононах или дефектах, можно представить в виде (см., например, [1]):

$$f_0(x) \propto \exp\left[-\frac{dx}{1+E^2Q(x)}\right], \tag{1}$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{E_0^2}\,\frac{x^{(t+s)/2}}{1+\eta x^t} \tag{2}$$

— функция разогрева,

$$E_0 \equiv \frac{\sqrt{3}\,k_0T}{e(l_0\tilde{l}_0)^{1/2}}, \quad \eta = \left(\frac{H}{H_0}\right)^2, \quad H_0 \equiv \frac{(2mc^2k_0T)^{1/2}}{el_0},$$

$x = \varepsilon/k_0T$, k_0T — тепловая энергия, e и m — заряд и эффективная масса электрона. Предполагается, что энергетическую зависимость длин свободного пробега по импульсу l и по энергии $\tilde{l}$ можно представить в виде

$$l(x) = l_0x^{(1+t)/2}, \quad \tilde{l} = \tilde{l}_0x^{(1+s)/2}. \tag{1a}$$

Значения t и s для всех известных механизмов рассеяния приведены в [1].

Как видно из (1) и (2), неравновесная функция распределения зависит от механизмов рассеяния через функции разогрева и внутреннего (приложенное плюс холловское) поля. Исследуя асимптотическое поведение функции разогрева, автор [2] дал классификацию типов убегания. Однако в [3, 4] было показано, что существует новый тип убегания горячих электронов, связанный с зависимостью внутреннего (греющего) поля от механизмов рассеяния. Убегание такого типа было названо поперечным убеганием [3]. Оно имеет пороговый характер. Были найдены комбинации механизмов рассеяния энергии и импульса, для которых реализуются поперечное убегание с пороговыми значениями как по приложенному электрическому, так и по магнитному полям.

Естественно возникает вопрос, имеет ли эффект поперечного убегания универсальный характер или же он связан с приближением квазиупругого рассеяния горячих электронов? Для нахождения ответа на этот вопрос нами были проведены исследования убегания в приближении электронной температуры. В настоящем сообщении приводятся результаты этих исследований.

Следуя методу электронной температуры, предположим, что неравновесная функция распределения является максвеловской

$$f(x) = A \exp\left(-\frac{x}{\Theta}\right), \tag{3}$$

где $\Theta = T_e/T$, T_e — электронная температура, A — нормировочный множитель. Электронную температуру будем определять из уравнения баланса энергии [5]

$$(\mathbf{jE}) = nk_0T\frac{\Theta - 1}{\langle\tau_e\rangle}, \tag{4}$$

где n — концентрация электронов, $\langle\tau_e\rangle$ — среднее время релаксации энергии, $\mathbf{j}$ — плотность тока:

$$\mathbf{j} = -en\left\{\mu_1\mathbf{E} + \mu_2\frac{[\mathbf{EH}]}{H}\right\}. \tag{5}$$

Коэффициенты подвижности μ_1, μ_2 определяются через $f(x)$:

$$\frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma\left((t+5)/2\right)}\frac{J_1}{J_0}, \quad \frac{\mu_2}{\mu_0} = \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma\left((t+5)/2\right)}\sqrt{\eta}\,\frac{J_2}{J_0}, \tag{6}$$

где

$$J_1 = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f}{\partial x}\right)\frac{x^{(t+3)/2}}{1+\eta x^t}\,dx, \tag{7}$$

$$J_2 = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f}{\partial x}\right)\frac{x^{(2t+3)/2}}{1+\eta x^t}\,dx, \tag{8}$$

$$J_0 = \int_0^\infty x^{1/2} f\,dx, \tag{9}$$

μ_0 — подвижность в «нулевом» электрическом поле, $\Gamma(t)$ — гамма-функция.

Учитывая (1а), для $\langle\tau_e\rangle$ получаем

$$\langle\tau_e\rangle = \tau_e^0\frac{\Gamma\left((3+s)/2\right)}{\Gamma(3/2)}\,\Theta^{s/2}, \tag{10}$$

где $\tau_e^0 = \tilde{l}_0(2mk_0T)^{1/2}$.

Пусть имеется прямоугольный полупроводниковый образец и вдоль оси x приложено электрическое поле E_x и течет ток j_x. Магнитное поле же направлено вдоль оси z. Рассмотрим режим заданного направления тока (разомкнутые холловские контакты). Тогда холловское поле E_y определяется из условия $j_y = 0$, а уравнение баланса энергии принимает вид

$$E_x^2 \frac{\Gamma\left((3+s)/2\right)}{\Gamma(3/2)} \frac{e\mu_0\tau_e^0}{k_0 T} \frac{J_1}{J_0} \left[1 + \eta \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^2\right] \Theta^{s/2} - \Theta + 1 = 0. \quad (11)$$

Отсюда видно, что электронная температура Θ является функцией приложенного электрического и магнитного полей и параметров t, s. Представляет интерес выяснить вопрос: существует ли комбинация механизмов рассеяния t, s, для которых решение уравнения (11) обращается в бесконечность как функция одного из параметров E_x, H. При $\Theta \to \infty$ функция распределения не нормируется, т. е. происходит убегание горячих электронов.

Аналитическое решение (11) возможно только в приближении сильного ($h\overline{x}^t \gg 1$) и слабого ($h\overline{x}^t \ll 1$) магнитных полей.

Случай сильного магнитного поля. Отбрасывая единицу в знаменателе (7), (8) и вычисляя интегралы J_1, J_2, уравнение баланса энергии можно переписать в виде

$$a_1 E_x^2 \Theta^{(t+s)/2} + \frac{a_2}{\eta} E_x^2 \Theta^{(s-t)/2} - \Theta + 1 = 0, \quad (12)$$

где

$$a_1 \equiv \frac{e\mu_0\tau_e^0}{k_0 T} \frac{\Gamma^2(5/2)}{\Gamma(3/2)\Gamma\left((s-t)/2\right)}, \quad a_2 \equiv \frac{e\mu_0\tau_e^0}{k_0 T} \frac{\Gamma\left((s-t)/2\right)}{\Gamma(3/2)}.$$

Условие возникновения убегания по приложенному электрическому полю, $\partial\Theta/\partial E_x \to \infty$ (при $H = \mathrm{const}$) выполняется при

$$a_1 \frac{t+s}{2} E_x^2 \Theta^{(t+s-2)/2} + \frac{a_2}{\eta} \frac{s-t}{2} E_x^2 \Theta^{(s-t-2)/2} = 1. \quad (13)$$

Следовательно, уравнение (13) есть уравнение для асимптотических значений Θ: при его выполнении для определенного значения E_x имеем $\Theta \to \infty$. Найдем сперва комбинации механизмов рассеяния, для которых при конечном E_x имеем $\Theta \to \infty$. Для этого раздельно рассмотрим положительные и отрицательные значения t при любых значениях s.

1) Пусть $t > 0$. Тогда всегда выполняется неравенство $t+s-2 > -t+s-2$. В таком случае в (13) главным членом является первое слагаемое. Отбрасывая второй член и определяя E_x^2, легко убедиться, что при $\Theta \to \infty$ конечность E_x обеспечена только для механизмов рассеяния, которые удовлетворяют условию $t + s = 2$.

Подставляя в (12) $t > 0$ и $t+s = 2$, для асимптотического решения этого уравнения находим

$$\Theta = \frac{1}{1 - (E_x/E_{01})^2}. \quad (14)$$

При $E_x \to E_{01}$ имеет место убегание; $E_{01} \ldots E_{04} \sim (k_0 T/e\mu_0\tau_e^0)^{1/2}$ — характерное электрическое поле.

2) Пусть теперь $t < 0$. Очевидно, что $s - |t| - 2 < s + |t| - 2$ и в этом случае главным членом является второе слагаемое, а конечность E_x при $\Theta \to \infty$ обеспечивается механизмами рассеяния $s + |t| = 2$.

Учитывая в (12) $t < 0$ и $s + |t| = 2$ для асимптотического решения Θ получаем

$$\Theta = \left[1 - \frac{1}{\eta}\left(\frac{E_x}{E_{02}}\right)^2\right]^{-1}. \tag{15}$$

При $E_x \to \sqrt{\eta}\, E_{02}$ происходит убегание.

Таким образом, в сильном магнитном поле убегание развивается для механизмов рассеяния:

$$t > 0, \quad t + s = 2; \quad t < 0, \quad s + |t| = 2.$$

При этом в первом случае пороговое значение E_x не зависит, а во втором случае зависит от магнитного поля.

Случай слабого магнитного поля. Ввиду малости ηx^t по сравнению с единицей в знаменателе (7) и (8) отбросим его, после чего уравнение баланса энергии примет вид

$$b_1 \eta E_x^2 \Theta^{(3t+s)/2} + b_2 E_x^2 \Theta^{(s+t)/2} - \Theta + 1 = 0, \tag{16}$$

где

$$b_1 \equiv \frac{e\mu_0 \tau_e^0}{k_0 T} \frac{\Gamma\left((3+s)/2\right)}{\Gamma(3/2)} \frac{\Gamma^2\left((2t+5)/2\right)}{\Gamma^2\left((t+5)/2\right)}, \quad b_2 = b_1 \frac{\Gamma^2\left((t+s)/2\right)}{\Gamma^2\left(2t+s/2\right)}.$$

Условие убегания $\partial\Theta/\partial E_x \to \infty$ дается уравнением

$$b_1 \eta \frac{3t+s}{2}\, \Theta^{(3t+s-2)/2} + b_2 E_x^2 \frac{s+t}{2}\, \Theta^{(s+t-2)/2} = 1. \tag{17}$$

Проведя рассуждение, аналогичное случаю сильного магнитного поля, получаем:

1) Для $t > 0$ конечность приложенного электрического поля обеспечивается условием $3t + s = 2$, и из (16) для асимптотического решения получаем

$$\Theta = \frac{1}{1 - \eta (E_x/E_{03})^2}. \tag{18}$$

При $E_x \to E_{03}/\sqrt{\eta}$ имеет место убегание.

2) В случае $t < 0$ убегание реализуется для $s - |t| = 2$, а асимптотическое значение Θ имеет вид

$$\Theta = \frac{1}{1 - (E_x/E_{04})^2}. \tag{19}$$

При $E_x \to E_{04}$ происходит убегание.

Таким образом, убегание развивается в условиях сильного магнитного поля при

$$t > 0, \quad t + s = 2; \quad t < 0, \quad s + |t| = 2;$$

а в условиях слабого магнитного поля

$$t > 0, \quad 3t + s = 2; \quad t < 0, \quad s - |t| = 2.$$

Выясним теперь характер этих убеганий. Как уже было сказано, поперечным убеганием называется убегание, при котором греющее поле неограниченно растет за счет холловского поля. Греющее поле можно записать следующим образом:

$$E^2 = E_x^2 \left[1 + (\mu_2/\mu_1)^2\right].$$

Вычисляя μ_1 и μ_2, в приближениях сильного и слабого магнитного полей соответственно получаем

$$E^2 = E_x^2 \left[1 + \frac{\Gamma^2(5/2)}{\Gamma^2\left((5-t)/2\right)}\,\eta\Theta^t\right]$$

и

$$E^2 = E_x^2 \left[1 + \frac{\Gamma^2\left((5+t)/2\right)}{\Gamma^2\left((5+2t)/2\right)}\,\eta\Theta^t\right].$$

Из этих выражений видно, что поперечное убегание имеет место лишь для $t > 0$ и $t + s = 2$, $3t + s = 2$ при соответствующих (14), (18) пороговых значениях приложенного электрического поля, что точно совпадает с пороговыми значениями E_x, полученными в приближении квазиупругого рассеяния [3, 4]. Что же касается отрицательного t, для них поперечное убегание не развивается, ибо при убегании ($\Theta \to \infty$ (15) и (19)) $E \to E_x$, т. е. в этом случае холловское поле не формируется. Исследуя асимптотику функций разогрева (2), легко убедиться, что для отрицательных t имеет место убегание, связанное с так называемым ограниченно удерживающим механизмом рассеяния [2].

Отсюда мы заключаем, что поперечное убегание существенно отличается от других типов убегания. Оно связано с неограниченным ростом греющего (холловского) поля. Физически это связано с тем, что при $t > 0$ с ростом средней энергии частота рассеяния стремится к нулю и сила Лоренца действует эффективнее.

Из полученных результатов, по-видимому, можно заключить, что поперечное убегание является универсальным эффектом. Оно не связано с каким-либо приближением и реализуется для одних и тех же комбинаций механизмов рассеяния и для одних и тех же пороговых значений приложенных полей.

Мы выражаем глубокую благодарность И. П. Звягину и А. Г. Миронову за обсуждение результатов и ряд полезных замечаний.

Литература

1. Z. S. Kachlishvili, Phys. Stat. Sol. (a) **33**, 15 (1976).
2. И. Б. Левинсон, ФТТ **6**, 2113 (1996).
3. З. С. Качлишвили, ЖЭТФ **78**, 1955 (1980).
4. З. С. Качлишвили, Ф. Г. Чумбуридзе, ЖЭТФ **87**, 1834 (1984).
5. В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников, *Физика полупроводников*, Москва, Наука (1990).