

**ЖУРНАЛ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ  
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА  
ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД  
МОСКВА

ТОМ 113, ВЫПУСК 4  
АПРЕЛЬ, 1998  
«НАУКА»

**ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ  
ПРОТОНЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ**

© 1998

*М. В. Сажин\**

*Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга  
119899, Москва, Россия*

*С. Д. Устюгов, В. М. Четкин*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук  
125047, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 31 июля 1977 г.

Рассмотрено гравитационное излучение, возникающее при образовании вращающейся протонейтронной звезды. Внутри звезды развиваются в основном крупномасштабные неоднородности энтропии. В результате образуются пузыри горячего ядерного вещества, и возникают конвективные движения: пузыри горячей нейтронной материи всплывают к поверхности звезды, а холодное вещество опускается к центру звезды. Такие крупномасштабные движения вещества формируют неоднородное распределение масс внутри звезды. Появляется переменная асимметрия в распределении масс, которая вызывает гравитационное излучение.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Взрывы сверхновых звезд, сопровождающиеся коллапсом ядра с образованием нейтронной звезды или черной дыры, являются одним из наиболее реальных источников гравитационного излучения. В связи с тем, что в течение ближайших нескольких лет начнут работать лазерные детекторы гравитационных волн, обладающие чувствительностью, достаточной для обнаружения первых всплесков такого излучения из космоса,

\*E-mail: sazhin@sai.msu.su

© Российская академия наук, Отделение общей физики и астрономии,  
Институт физических проблем им. П. Л. Капицы, 1998 г.

становится особенно актуальным подробный анализ возможных источников, включая детальное численное моделирование физических процессов в самих источниках. Хотя гравитационное излучение уже можно считать обнаруженным по вековому изменению большой полуоси двойного пульсара PSR 1913+16, что дает астрономам уверенность в скором обнаружении всплесков гравитационного излучения из космоса, прямое действие гравитационных импульсов на детекторы до сих пор не наблюдалось. Помимо прямой задачи обнаружения всплесков важной является также задача об информации, которую можно извлечь из гравитационных импульсов.

В настоящее время наиболее перспективным источником для обнаружения гравитационных импульсов считаются слияния двойных нейтронных звезд [1, 2]. Такие события являются значительно более редкими по сравнению со вспышками сверхновых звезд в нашей Галактике и ближайшей к нам части Вселенной. Излучение гравитационных волн при вспышках сверхновых звезд происходит гораздо чаще, и поэтому его обнаружение может быть даже более перспективным, чем импульсы от слияния компактных объектов: нейтронных звезд, пар нейтронная звезда + черная дыра или, быть может, черная дыра + черная дыра. Импульсы от слияния компактных объектов, вероятно, обеспечат нас информацией об эпохе зарождения галактик, а импульсы гравитационного излучения от сверхновых звезд дадут нам возможность изучения начальной стадии образования и эволюции протонейтронных звезд, которые будут, видимо, самым обильным источником всплесков гравитационного излучения.

В течение долгого времени [1–3] основная проблема, связанная с вычислением гравитационного излучения при взрыве сверхновой звезды, заключалась в определении степени асимметрии взрыва. Известны два основных механизма коллапса предсверхновой звезды. Они различаются тем, что в первом энергии распространяющейся ударной волны хватает для ухода на бесконечность. Во втором — распространение ударной волны замедляется (из-за интенсивной убыли энергии) и восстанавливается после подпитки энергии за счет нейтринного излучения. Мы работаем в рамках второго механизма. Стадию сжатия железного ядра при коллапсе предсверхновой и сопутствующее этому процессу гравитационное излучение мы не затрагиваем. Наше рассмотрение начинается со стадии образования протонейтронной звезды. Мы исследуем гравитационное излучение, возникающее на стадии остывания протонейтронной звезды и ее эволюции в обычную нейтронную звезду.

В работе [4] была рассмотрена модель эволюции предсверхновой звезды. Она заключалась в образовании быстровращающейся протонейтронной звезды, которая из-за неустойчивостей распадается на два компонента, образуя тесную двойную пару прото-звезд. Такая пара вращается вокруг общего центра тяжести и дает мощное гравитационное излучение [4, 5]. Эта модель примыкает к работам, в которых рассматривалось излучение гравитационных волн от быстровращающихся ядер звезд и нейтронных звезд [6–8].

Механизм, который мы рассматриваем, связан с конвективными потоками вещества в протонейтронной звезде [9]. Любые неравновесные процессы в центральных областях протонейтронной звезды ведут к росту энтропии, в частности, таким процессом может быть неравновесная нейтронизация вещества, на которую впервые обратили внимание авторы работы [10], в дальнейшем этот процесс рассматривался также в [11]. При этом из-за сильного выделения тепла в центральной области звезды начинает работать механизм конвективного отвода тепла из центра, сопровождающийся развитием крупномасштабных неоднородностей энтропии, которые приводят к достаточно силь-

ной асимметрии и, как следствие, к сильному гравитационному излучению [12].

Гравитационное излучение, вызванное асимметричными движениями вещества, связанное с конвективными процессами, рассматривалось также в [13]. Однако авторы этой работы получили развитие конвекции только на мелких масштабах неоднородностей вещества. В нашей работе получается крупномасштабная конвекция вещества, сопровождаемая всплытием больших пузырей горячей материи, которая связана с возможной ролью процесса неравновесной нейтронизации при образовании протонейтронной звезды.

Наше моделирование источника гравитационного излучения при взрыве сверхновой связано с идеей взрывной конвективной неустойчивости в протонейтронной звезде из-за неравновесной нейтронизации вещества при высоких плотностях. Моделирование нестационарного остывания протонейтронной звезды проводилось численными методами с учетом ее вращения и влияния его на развитие неустойчивостей. Для решения второй части поставленной задачи — нахождения формы гравитационного импульса и характерных признаков, позволяющих наблюдателям определить основные параметры протонейтронных звезд, — мы использовали численный код, подобный тому, который был развит и протестирован в работе [14].

Согласно современным представлениям [15] звезды с  $M > 10M_{\odot}$  в конце своей эволюции начинают коллапсировать в результате процессов тепловой диссоциации и электронного захвата в ядрах. Примерно 99% гравитационной энергии при коллапсе железного ядра звезды излучается в виде нейтринного излучения. Часть этой энергии может передаваться внешним слоям звезды и в дальнейшем приводить к сбросу ее оболочки. Однако, поскольку характерное время диффузии нейтрино  $\sim 10$  с, необходим некоторый механизм, который бы ускорил перенос энергии нейтрино к фронту ударной волны. Последнее время в качестве такого механизма принимается конвекция как внутри, так и снаружи нейтриносферы [15–17]. Расчеты для двумерного случая показали увеличение продолжительности поступления вещества в область нагрева (как следствие конвекции) за фронтом ударной волны и, тем самым, увеличение ее радиуса. Однако аккуратный учет нейтринного переноса в области над нейтриносферой показал [18], что конвекция, вначале зародившись, в дальнейшем перестает развиваться и подпитывать энергией ударную волну, что, в конечном счете, приводит к ее затуханию.

Процесс коллапса идет в высшей степени неоднородно. Выделяется коллапсирующее центральное ядро с массой  $\sim 1M_{\odot}$ , окруженное зависшей оболочкой, в которой сосредоточена основная масса звезды [15]. В последующем коллапсирующее ядро останавливается при ядерных плотностях, что приводит к образованию отошедшей ударной волны, и начинается процесс неравновесной нейтронизации остановившегося ядра звезды. Такой процесс нейтронизации ведет к росту энтропии в центре это ядра, т. е. в центре ядра образуется горячее вещество. Эта структура является неустойчивой по отношению к развитию гидродинамических движений.

В работе [9] рассмотрен гидродинамический механизм роста нейтринного излучения, основанный на работе [19]. В ней было рассмотрено развитие конвективной неустойчивости в газовом шаре. При этом наиболее быстро растут крупномасштабные неоднородности. Аналитические оценки показали, что внутренние горячие слои выносятся к поверхности звезды за характерное время  $\tau \sim R/v_{\text{sound}}$ . В [9] проведены расчеты развития гидродинамической неустойчивости в протонейтронной звезде с избытком энтропии в центре для трехмерного случая. Численными методами решались гидродинамические уравнения Эйлера без вязкости. Использовалась разностная схема

TVD с расщеплением по пространству (более подробно см. [9]). Характерное распределение поднимающегося вещества в виде крупномасштабных неоднородностей энтропии представляло из себя фигуры, напоминающие «гриб» ядерного взрыва в земной атмосфере, отходящие от центра звезды. В цитированной работе представлены рисунки, на которых показаны контуры постоянного значения энтропии как функции времени. Поскольку расчет велся в адиабатическом приближении, повышенное значение энтропии соответствует пониженному значению плотности.

В простейшей рассмотренной модели (без вращения и магнитного поля) возникают шесть выбросов, при этом гравитационное излучение мало. Следует подчеркнуть, что наиболее быстро, как и следует из анализа, проведенного в работе [19], растут крупномасштабные неоднородности.

Характерные времена развития неоднородностей составили  $\sim 4$  мс при характерном масштабе всплытия  $\sim 20$  км. Характерное время движения одного образовавшегося пузыря к поверхности протонейтронной звезды составило 1 мс, что соответствует средней скорости  $c/150$ . Гравитационное излучение от такого процесса, рассчитанное в [12], не слишком велико. Однако нарушение симметрии картины, вызванной, скажем, вращением или наличием магнитного поля в протозвезде, приводит к увеличению гравитационного излучения.

При наличии у протонейтронной звезды ненулевой скорости вращения (это предположение является вполне разумным) происходит нарушение симметрии задачи. В данной работе мы рассмотрели гидродинамическую неустойчивость, возникающую в протонейтронной звезде для двух случаев. Первый — развитие неустойчивостей при отсутствии вращения, второй — при наличии слабого вращения. В обоих случаях было вычислено гравитационное излучение от такого источника.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

При расчете распределения плотности и температуры внутри протонейтронной звезды мы брали следующие значения центральной плотности и центральной температуры:  $\rho_c = 2 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>,  $T = 10^{11}$  К. Считалось, что вклад в уравнение состояния вещества внутри звезды вносят релятивистские вырожденные электроны и идеальный нерелятивистский ферми-газ нуклонов. Отметим, что вблизи центра звезды ( $r = 0$ ) задавался избыток энтропии, обусловленный процессом неравновесной нейтронизации.

Уравнения гидродинамики, которые использовались для моделирования процессов при коллапсе протонейтронной звезды, в трехмерном случае имеют вид

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad } P - \frac{\rho GM}{r^3} \mathbf{r}, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = T \frac{dS}{dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества,  $\mathbf{v}$  — скорость вещества,  $P$  — давление внутри прото-нейтронной звезды,  $E$  — энергия,  $S$  — энтропия. Все величины являются функциями трех координат и времени.

Для проведения численных расчетов необходимо выбрать безразмерные величины. Физические переменные данной задачи приводились к безразмерному виду делением на соответствующие величины: плотность выражалась в единицах  $\rho_0 = 2 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, длина выражалась в единицах  $L_0 = 2 \cdot 10^7$  см, время выражалось в единицах  $t_0 = 7.74 \cdot 10^{-3}$  с, масса — в массах Солнца  $M_\odot = 2 \cdot 10^{33}$  г, температура в единицах  $T = 10^{11}$  К. Такие единицы были выбраны для удобства вычислений.

При расчетах была использована явная консервативная разностная TVD-схема Годуновского типа. Это значит, что система записана в так называемом дивергентном виде, где символический вектор плотностей ( $\mathbf{U}$ ) стоит в частной производной по времени, а вектор потоков плотностей ( $\mathbf{F}$ ) стоит в производной по пространству [20]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0.$$

Трехмерное пространство разбивалось на кубические ячейки с постоянным шагом сетки. Значения всех переменных вектора плотностей ( $\rho$ ,  $\rho u$ ,  $\rho S$ ) относились к центрам ячеек, а значения потоков этих переменных ( $\rho u$ ,  $\rho u^2$ ,  $\rho S u$ ) вычислялись на гранях между ячейками. Переменные вычислялись в момент времени  $t'$  из решения одномерной задачи для каждого пространственного направления. Для сохранения второго порядка аппроксимации применялась циклическая перестановка этих направлений. После этого в уравнения добавлялась функция — источник, обусловленный действием гравитационного поля звезды, которое принималось постоянным во время расчетов. Расчеты проводились на ЭВМ «Convex» ИПМ РАН. Расчет одной модели проводился на трехмерной сетке  $51 \times 51 \times 51$  с шагом  $h = 0.0025$ , что соответствовало максимальному удалению пузыря от центра  $r_0 = 0.0675$ . Вторая модель рассчитывалась на той же сетке с шагом  $h = 0.004$ , при этом удаление пузыря от центра составляло  $r_0 = 0.1$ . Это было сделано для того, чтобы оценить зависимость полного гравитационного излучения от максимального удаления пузыря от центра. Время расчета первой модели составляло 15 ч. Из-за увеличения шага во второй модели время расчета менялось незначительно.

При расчете гидродинамической задачи в памяти ЭВМ приходилось держать данные о плотности для значений от  $\rho_0$  до  $10^{-3}\rho_0$ . Это позволяло проследить всплывание пузыря до значений  $r_0 = 0.1$  и не далее. Для того чтобы полностью проследить эволюцию пузыря от центра до нейтриносферы, необходимо найти закон движения пузыря вплоть до значений  $r_0 = 0.17$ . Это требует либо изменения методики расчетов, либо уменьшения шага сетки с 0.004 до 0.0001, что делает время расчета недопустимо большим. Мы вычислили полную светимость в виде гравитационного излучения для обеих моделей и путем экстраполяции оценили полную светимость для случая, когда пузырь достигает границы нейтриносферы.

В начальный момент времени с помощью метода самосогласованного поля была получена равновесная конфигурация с учетом вращения [21].

В настоящей работе расчеты проводились для двух случаев. В первом случае — для того чтобы протестировать полученное равновесие звезды, вращение не учитывалось. Во втором случае учитывалось слабое вращение, когда отношение кинетической энергии вращения  $T$  к гравитационной энергии  $|W|$

$$T/|W| = 0.01.$$

Угловая скорость вращения протонейтронной звезды бралась не слишком большой, чтобы не возникали неустойчивости типа неустойчивости Якоби, приводящие к разрыву звезды на два компонента. Вычисление кинетической и потенциальной энергии проводилось по интегральным представлениям с учетом полученного при расчетах профиля плотности. Период вращения звезды, соответствующий отношению кинетической энергии к потенциальной равному 0.01, составлял 14 мс. Система координат была выбрана так, что плоскость вращения звезды совпадала с плоскостью  $xy$ . Это означает, что вектор угловой скорости вращения звезды имеет компоненты

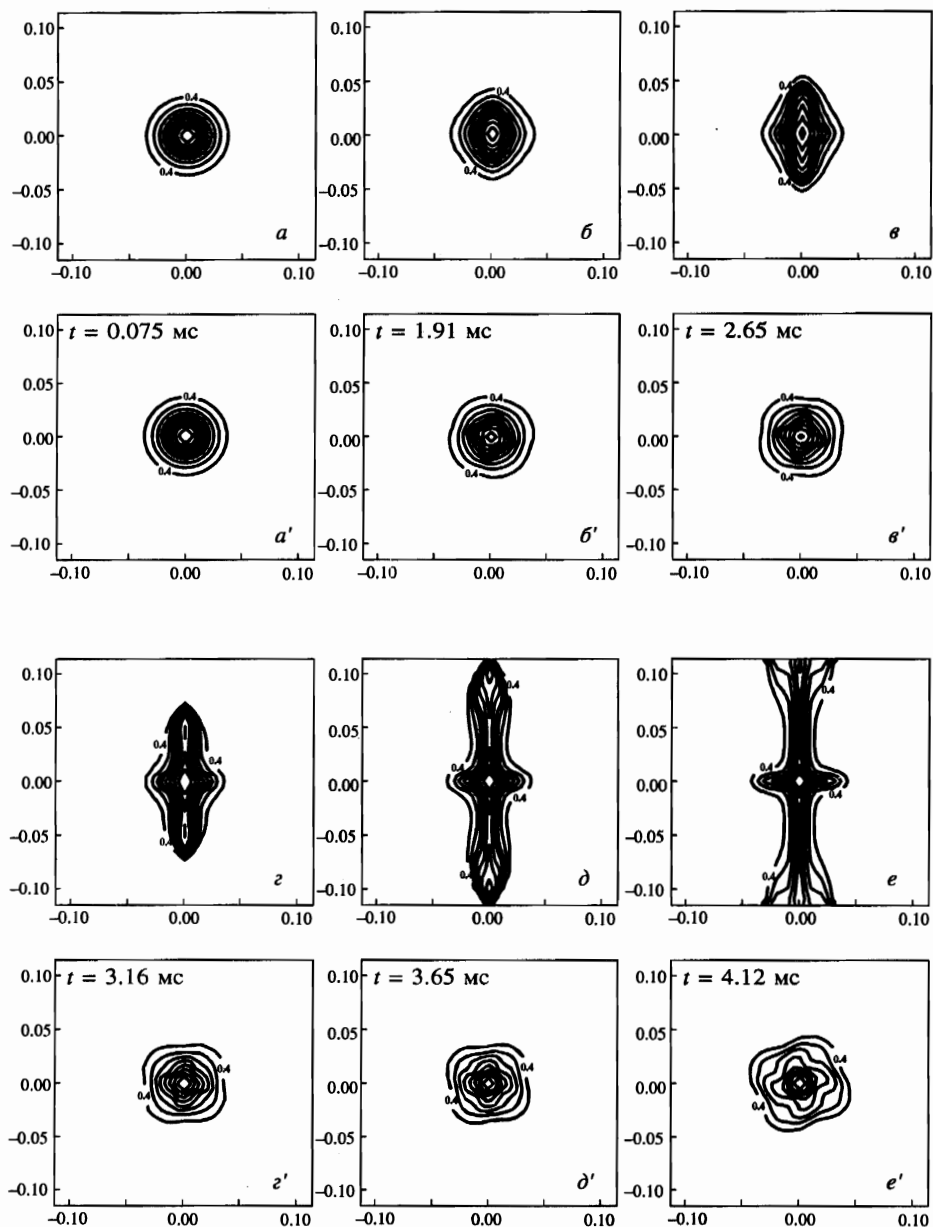
$$\Omega_x = 0, \quad \Omega_y = 0, \quad \Omega_z = \Omega = \text{const},$$

т. е. мы рассматриваем твердотельное вращение.

Распределения энтропии для второго случая представлены на рис. 1. В качестве изображений выбраны два сечения звезды. На первом сечении (рис. 1а-и) вектор угловой скорости вращения лежит в плоскости изображения. Другими словами, горизонтальная ось соответствует оси  $x$ , а вертикальная — оси  $z$  нашей системы координат. Рисунки 1а'-и' соответствуют виду сверху на плоскость вращения, соответствующую плоскости экватора. Начальная конфигурация выбрана в момент  $t = 0.075$  мс, а конечная конфигурация показана для момента времени  $t \approx 6.31$  мс. Полный расчет всей эволюции составлял 20 мс.

В отличие от модели, рассмотренной в [9, 12], в данном случае вначале возникают два пузыря ( $\sim 3$  мс), вытягивающихся вдоль оси вращения в противоположных направлениях. Четыре дополнительных пузыря возникают чуть позже ( $\sim 5$  мс), они расположены в плоскости вращения протонейтронной звезды. Такое распределение энтропии нарушает симметрию картины, рассмотренной в [12], и приводит к возникновению квадрупольного гравитационного излучения. Пузыри, расположенные вдоль оси вращения, отрываются от горячего ядра первыми и всплывают к поверхности. Это происходит из-за того, что плотность меняется быстрее вдоль оси вращения. В промежутке между этими пузырями к центру протонейтронной звезды опускается более холодное вещество. Пузыри, расположенные в плоскости вращения, отрываются от горячего ядра позже и тоже всплывают к поверхности. Наши расчеты показывают, что вслед за первыми пузырями формируются дополнительные пузыри, значительно меньшие по объему, которые тоже начинают всплывать к поверхности.

Первая стадия развития возмущений представляет собой рост асимметрии вдоль оси вращения звезды (рис. 1а-е), который продолжается в течение 3 мс. В плоскости вращения (рис. 1а'-е') асимметрия еще очень слабо выражена, эволюция протекает спокойно. В течение этой стадии асимметрия распределения вещества пренебрежимо мала, пузыри горячей материи еще не сформировались. Гравитационное излучение звезды на этой стадии, как будет показано ниже, тоже пренебрежимо мало. Для стадий, изображенных на рис. 1з-е, пузыри,двигающиеся вдоль оси вращения, уже сформировались, на этой стадии начинают выделяться пузыри, расположенные в плоскости вращения (рис. 1з'-е'). Этот момент соответствует наиболее интенсивному гравитационному излучению. Как легко видеть, основное гравитационное излучение происходит от пузырей, всплывающих вдоль оси вращения протонейтронной звезды. Стадии, изображенные на рис. 1ж'-и', соответствуют окончательному образованию пузырей в плоскости экватора и началу их всплытия к поверхности. Пузыри вдоль оси вращения (рис. 1ж-и) уже ушли из расчетной области, т. е. удалились на расстояние от центра большее чем 20 км.



**Рис. 1.** Распределение уровней постоянной энтропии в плоскости  $xz$  ( $a-u$ ) и в экваториальной плоскости ( $a'-u'$ ). Масштаб длины по осям показывает долю характерной длины: 0.1 соответствует 20 км в линейной мере. Энтропия выражена в безразмерных единицах (нормированных на постоянную Больцмана и плотность нуклонов)

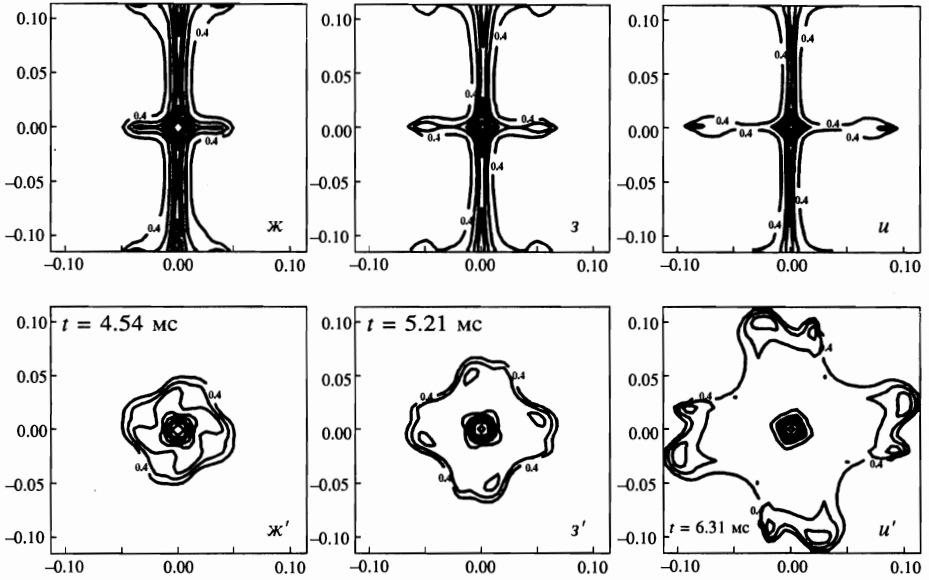


Рис. 1. Продолжение

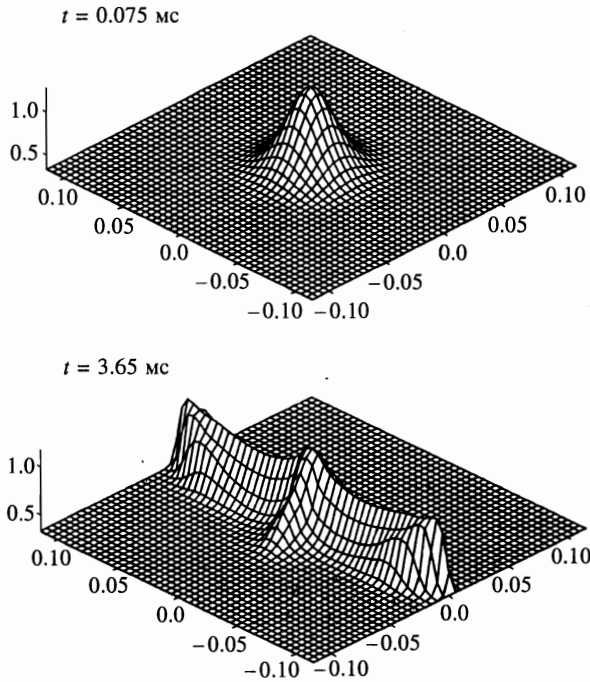


Рис. 2. Трехмерный профиль энтропии для двух характерных моментов времени



На рис. 2 показан трехмерный профиль распределения энтропии для начального момента времени ( $t = 0.075$  мс) и для момента ( $t = 3.65$  мс), когда пузыри уже сформировались.

На рисунках с распределением поля скоростей (эти рисунки мы не приводим) хорошо видны конвективные ячейки, которые показывают как подъем горячего вещества к поверхности, так и опускание холодного вещества к центру протонейтронной звезды.

### 3. ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Вычислять гравитационное излучение, испускаемое протонейтронной протозвездой, мы будем по квадрупольной формуле [22]. Поперечно-бесследовая часть малых возмущений метрики определяется согласно формуле

$$h_{ab}^{TT} = \frac{2G}{Rc^4} \ddot{I}_{ab}^{TT},$$

где  $R$  — расстояние от звезды до наблюдателя,  $I_{ab}^{TT}$  — проекция тензора квадрупольного момента распределения масс внутри звезды на оператор

$$P_{ab} = \delta_{ab} - n_a n_b$$

( $n_a$  — единичный вектор, направленный от звезды к наблюдателю). Тензор квадрупольного момента распределения масс определяется следующим образом [22]:

$$I_{ab}(t) = \int \rho(\mathbf{r}, t) \left( r_a r_b - \frac{1}{3} \delta_{ab} r^2 \right) dV.$$

В этих уравнениях индексы  $a, b$  принимают значения 1, 2, 3, а точка означает производную по времени.

Гравитационная волна характеризуется двумя степенями свободы и, соответственно, двумя независимыми амплитудами, обозначаемыми обычно  $h_+$  и  $h_\times$ . Здесь мы не будем подробно вычислять каждую из этих двух величин, а ограничимся только вычислением светимости источника гравитационного излучения и полным количеством энергии, выделившемся при коллапсе звезды.

Светимость звезды в виде гравитационного излучения определяется уравнением [22]

$$\dot{E} = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{I}_{ab} \ddot{I}^{ab} \rangle,$$

а полное количество энергии, выделившееся в виде гравитационного излучения, рассчитывается по интегральной формуле

$$\Delta E = \int \dot{E} dt.$$

Приведенные уравнения, за исключением последнего, содержат вторую или третью производную по времени от квадрупольного тензора  $I_{ab}$ . При аналитических расчетах взятие соответствующей производной по времени никак не влияет на точность вычислений. Иная ситуация складывается при компьютерном моделировании. Если в численных расчетах взятие интеграла (например, по методу Симпсона) является простой задачей, не заставляющей заботиться о нарастании численных ошибок, то дифференцирование представляет собой одну из нетривиальных задач. Связано это с тем, что

при вычислении первой разности и делении ее затем на шаг малые ошибки (например, округления) растут по величине. Для третьей производной соответствующие ошибки уже могут быть сравнимы или даже превосходить саму величину, внося тем самым в расчеты недопустимые погрешности. Задача численного дифференцирования является некорректно поставленной. Существует несколько методов преодоления этой некорректности.

Мы воспользуемся методом, подробно рассмотренным в статье [14]. Суть этого метода заключается в преобразовании первой производной по времени от  $I_{ab}$ . В подынтегральном выражении первая производная по времени появляется только как частная производная от плотности вещества. Пользуясь уравнением Эйлера

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0,$$

преобразуем временную производную в производные по пространственным координатам от плотности вещества и его скорости. Далее интеграл берется по частям. Считая, что на бесконечности потоки вещества отсутствуют, можно привести первую производную по времени от тензора квадрупольного момента к виду

$$\dot{I}_{ab} = 2 \int \rho \left\{ \frac{1}{2} v_a r_b + \frac{1}{2} v_b r_a - \frac{1}{3} \delta_{ab} (\mathbf{v}\mathbf{r}) \right\} dV.$$

Скорости вещества, стоящие под знаком интеграла, уже вычислялись при построении самосогласованной картины движения вещества внутри звезды. Точность их вычисления была проверена при моделировании физического процесса развития крупномасштабных неоднородностей. Такой прием позволяет избавиться от одной производной по времени и провести расчет гравитационного излучения с удовлетворительной точностью.

Светимость звезды с учетом факторов, приводящих задачу к безразмерному виду, есть

$$\dot{E} = \frac{G \rho_0^2 L_0^{10}}{c^5 t_0^6} \dot{\epsilon}.$$

Здесь  $\dot{\epsilon}$  — безразмерная светимость звезды в виде гравитационного излучения.

Следующее препятствие возникает при вычислении средних значений по времени, обозначаемых в аналитических формулах угловыми скобками  $\langle \rangle$ . Оно заключается в том, что период, по которому проводится усреднение в теоретических формулах, — это период вращения звезды, сопоставимый по величине с длительностью самого процесса, точнее, даже несколько превосходящий его. Протозвезда делает один оборот вокруг оси за 14 мс, в то время как всплытие пузырей происходит на характерных временах  $\sim 5$  мс. Вообще в этом процессе есть два характерных интервала времени: первый равен характерному времени всплытия пузырей, второй — периоду вращения протонейтронной звезды. Для того чтобы получить достаточно гладкую кривую, описывающую гравитационное излучение, мы выбрали искусственный интервал времени усреднения. При расчетах временной шаг был непостоянным, он задавался автоматически внутри программы, короткий интервал на начальной стадии расчетов сменялся достаточно длинным на конечной стадии. Так, к моменту максимума первого пика  $\sim 3$  мс шаг по времени составлял  $\sim 200$  мкс, в то время как вначале он был  $\sim 100$  мкс. Мы методом перебора выбрали время усреднения 0.5 мс, которое давало достаточно гладкую

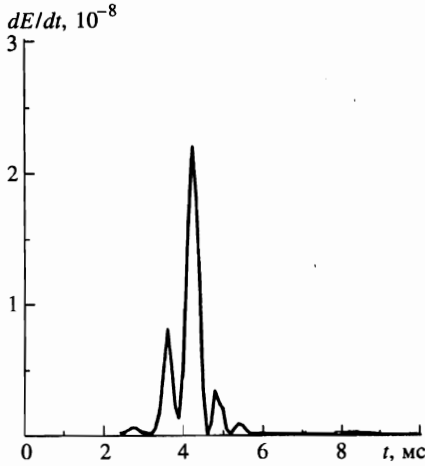


Рис. 3. Кривая светимости (в единицах  $M_{\odot}c^2/1$  с) протонейтронной звезды в виде гравитационного излучения

кривую светимости, в то же время не усредняя основные детали процесса. Эта кривая представлена на рис. 3. На рисунке показана временная зависимость светимости  $L \equiv dE/dt$  в единицах  $M_{\odot}c^2/1$  с для случая с вращением ( $T/|W| = 0.01$ ) для второй модели. Светимость в максимуме блеска имеет значение  $2.2 \cdot 10^{-8} M_{\odot}c^2/1$  с. В первой модели это значение составляло  $3.4 \cdot 10^{-9} M_{\odot}c^2/1$  с. Изменение величины светимости легко объяснить тем, что во второй модели пузыри удаляются от центра на расстояние в два раза большее, увеличивая эффективное плечо, что приводит к росту квадрупольного момента и к росту гравитационного излучения. Пузыри начинают двигаться почти равномерно, когда достигают границ нейтриносферы, и тогда гравитационное излучение от них практически прекращается. Для того чтобы оценить полное гравитационное излучение в рассматриваемом процессе, мы экстраполировали найденные величины полной светимости к  $r_0^{(max)} = 0.17$ , т.е. до границы нейтриносферы. Полученное значение светимости составляет  $4.5 \cdot 10^{-7} M_{\odot}c^2/1$  с.

Полная энергия, излучаемая в виде гравитационных волн в течение всего процесса, может достигать значения

$$\Delta E \approx 2.5 \cdot 10^{-10} M_{\odot}c^2$$

при учете вращения, когда отношение кинетической энергии и гравитационной энергии связи составляет 0.01.

На рис. 4 и 5 показаны, соответственно, профиль импульса  $h^{TT}$  и спектральное распределение мощностей в импульсе гравитационного излучения.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введем дополнительные определения амплитуды гравитационного излучения и оценим наблюдаемую на Земле амплитуду от вспышек сверхновых в центре нашей галактики и в одной из ближайших к нам галактик.

Введем обозначение

$$h^2(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} (h_+^2(\theta, \varphi) + h_{\times}^2(\theta, \varphi)),$$

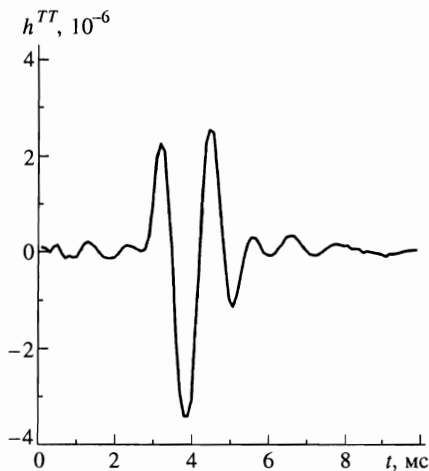


Рис. 4

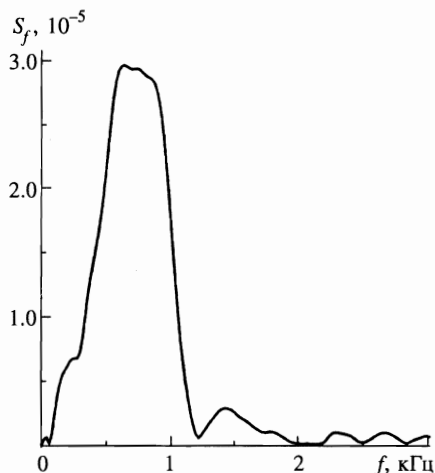


Рис. 5

**Рис. 4.** Профиль импульса. По вертикальной оси отложена безразмерная амплитуда гравитационной волны в единицах  $5.94 \cdot 10^{-17}$  при расстоянии до протонейтронной звезды 10 кпк

**Рис. 5.** Спектральная мощность импульса. По вертикальной оси отложена величина  $S_f$  — квадрат фурье-компонент  $h^{TT}$ . Максимум спектральной мощности приходится на частоту 700 Гц

а величину  $h(\theta, \varphi)$  будем называть средней амплитудой гравитационной волны. Поток гравитационного излучения через введенную среднюю амплитуду волны выражается в виде

$$I = \frac{\pi c^3}{2G} \nu^2 h^2.$$

Светимость через поток определяется согласно уравнению

$$\dot{E} = R_0^2 \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi I(\theta, \varphi).$$

Диаграмма направленности рассматриваемого излучателя гравитационных волн имеет сложную структуру. Мы, однако, для оценок ограничимся приближением квадрупольной зависимости потока излучения от углов. Тогда связь определенной амплитуды волны  $h$  и светимости звезды будет иметь вид

$$h = 3.7 \cdot 10^{-19} \sqrt{\frac{\dot{E} \cdot 1 \text{ с}}{M_\odot c^2} \frac{10 \text{ кпк}}{R_0} \frac{1 \text{ кГц}}{\nu}}.$$

Оценим амплитуду гравитационного излучения при взрыве сверхновой в центре нашей Галактики. Естественно, что мы будем считать вращение малым, т. е.  $\sim 1\%$ .

Тогда

$$h = 10^{-22} \sqrt{\frac{\dot{E} \cdot 1 \text{ с}}{10^{-7} M_{\odot} c^2} \frac{10 \text{ кпк}}{R} \frac{1 \text{ кГц}}{\nu}},$$

где  $R$  — расстояние от центра Галактики. Однако такие импульсы приходят редко, примерно, один раз за 30 лет. Амплитуда приходящих, скажем, раз в месяц импульсов от обладающих медленным вращением протозвезд, составляет

$$h = 5 \cdot 10^{-26} \sqrt{\frac{\dot{E} \cdot 1 \text{ с}}{10^{-7} M_{\odot} c^2} \frac{20 \text{ кпк}}{R} \frac{1 \text{ кГц}}{\nu}}.$$

Отметим, что в данной статье мы ограничились демонстрацией того факта, что вращение (даже медленное) нарушает симметрию конвективных процессов и приводит к росту гравитационного излучения по сравнению с гравитационным излучением невращающейся звезды. В статье [12] мы сделали оценки гравитационного излучения при нарушении симметрии вследствие вращения. Точный расчет энерговыделения приведен выше. Однако следует упомянуть, что в наших расчетах не получалась слишком длительная «гребенка» импульсов, которая предполагалась в предыдущей статье.

Для оценок реальных импульсов гравитационного излучения при вспышках сверхновых звезд необходимо вычислить количество гравитационной энергии, излучающееся при более быстрых вращениях протозвезд, а также оценить долю сверхновых звезд, обладающих таким вращением.

Авторы благодарны за плодотворные обсуждения А. А. Старобинскому и М. Е. Прохорову. Работа была поддержана НУЦ «Космион» и Федеральной программой «Астрономия», раздел «Вычислительная астрофизика», а также грантом № 97-02-16486 Российского фонда фундаментальных исследований.

## Литература

1. B. F. Schutz, TAUP-89, ed. by Frontiers, Gif-Sur-Yvette, France (1989), p. 167.
2. K. S. Thorne, in: *300 Year of Gravitation*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1987).
3. Л. М. Озерной, Письма в ЖЭТФ **2**, 83 (1965).
4. В. С. Имшенник, Письма в Астрон. ж. **18**, 489 (1992).
5. А. Ф. Захаров, Астрон. ж. **73**, 605 (1996).
6. B. Schutz, *Classical and Quantum Gravity*, **6**, 1761 (1989).
7. S. C. Smith, J. L. Houser, and J. M. Centrella, *Astrophys. J.* **458**, 236 (1996).
8. D. Lai and S. L. Shapiro, *Astrophys. J.* **442**, 259 (1995).
9. В. М. Чечеткин, С. Д. Устюгов, А. А. Горбунов, В. И. Полежаев, Письма в Астрон. ж. **23**, 34 (1997).
10. Г. С. Бисноватый-Коган, З. Ф. Сейдов, Астрон. ж. **47**, 139 (1970).
11. В. С. Имшенник, В. М. Чечеткин, Астрон. ж. **47**, (1970).
12. М. В. Сажин, С. Д. Устюгов, В. М. Чечеткин, Письма в ЖЭТФ **64**, 817 (1996).
13. E. Muller and H.-T. Janka, *Astronomy and Astrophysics* **317**, 140 (1997).
14. S. C. Smith, J. M. Centrella, and S. P. Clancy, *Astrophys. J. Supp.* **94**, 789 (1994).
15. H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 801 (1990).

16. M. Herant, W. Benz, and S. A. Colgate, *Astrophys. J.* **395**, 642 (1992).
17. A. Burrows, J. Hayes, and B. A. Fryxell, *Astrophys. J.* **450**, 830 (1995).
18. A. Mezzacappa, A. C. Calder, S. W. Bruenn, J. M. Blondin, M. W. Guidry, M. R. Strayer, and A. S. Umar, E-prints archive astro-ph 9612107.
19. Н. М. Зуева, М. С. Михайлова, Л. С. Соловьев, Препринт ИПМ АН СССР, № 65 (1976).
20. А. А. Самарский, Ю. П. Попов, *Разностные методы решения задач газовой динамики*, Наука, Москва (1980).
21. K. Hachisu, *Astrophys. J. Supl.* **62**, 461 (1986).
22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).
23. L. Blanchet, T. Damour, and B. Iyer, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3515 (1995).
24. K. S. Thorne, in: *Particle Astrophysics*, Gif-Sur-Yvette, France (1993), p. 375.