ЖЭТФ, 1998, том 113, вып. 4, стр. 1299–1312

НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОЙСТВА СЛАБОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ МАЛЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ИЗЛУЧЕНИЯ

А. В. Максимов, К. Н. Овчинников, В. П. Силин, С. А. Урюпин*

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 октября 1997 г.

Для полностью ионизованной плазмы теоретически установлено видоизменение функции распределения греющихся излучением медленных подтепловых электронов. Полученное новое решение кинетического уравнения в условиях, типичных для слабостолкновительной плазмы, позволило предсказать новые нелинейные закономерности, характеризующие зависимости возмущения неоднородной плотности электронов и коэффициента нелокального электронного теплопереноса от интенсивности греющего плазму излучения, поглощаемого благодаря обратному тормозному эффекту. Предсказывается, что новые нелинейные закономерности могут быть реализованы при неожиданно малых интенсивностях излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья посвящена рассмотрению нелинейных эффектов в полностью ионизованной плазме, возникающих при воздействии сравнительно слабого высокочастотного электромагнитного поля. Приняв электрическое поле излучения в виде

$$(1/2)\mathbf{E}\exp(-i\omega_0 t) + \text{c.c.},$$

где $\mathbf{E}$ — медленно изменяющаяся на периоде $2\pi/\omega_0$ амплитуда, будем говорить о высокочастотном поле тогда, когда частота ω_0 значительно превышает эффективную частоту электрон-ионных столкновений

$$\nu_{ei} = 4\sqrt{2\pi}Ze^4 n\Lambda/3m^2 v_T^3\,. \tag{1.1}$$

Здесь e и m — заряд и масса электрона, $v_T = \sqrt{k_B T/m}$ — тепловая скорость электрона (k_B — постоянная Больцмана), Λ — кулоновский логарифм, n — плотность числа электронов, Z — эффективная кратность ионизации ионов, которая определяется соотношением

$$Z = \sum_i \frac{e_i^2 n_i}{e^2 n}\,, \tag{1.2}$$

где суммирование проводится по всем сортам ионов, а e_i и n_i — заряд и плотность числа ионов соответствующего сорта.

*E-mail: silin@sci.lpi.ac.ru

В качестве меры воздействия электромагнитного излучения на электроны обычно [1] используют скорость осцилляций электронов в поле накачки

$$v_E = |e\mathbf{E}|/m\omega_0 . \tag{1.3}$$

Говоря о слабом высокочастотном электромагнитном поле, будем всегда считать скорость осцилляций v_E малой по сравнению с характерной для изучаемых процессов скоростью электронов. Именно в таком приближении получено используемое ниже кинетическое уравнение (2.3) (см. [2]). Поэтому, во всяком случае, считается выполненным неравенство

$$v_E^2 \ll v_T^2 , \tag{1.4}$$

которое часто считается условием слабости поля накачки. Однако и в условиях выполнения неравенства (1.4) при высокой кратности ионизации $Z \gg 1$ (что ниже будет использовано), как известно [3, 4], возникает существенное изменение электронной функции распределения во всем фазовом пространстве скоростей, когда параметр Лангдона

$$\alpha = \frac{Zv_E^2}{v_T^2} \tag{1.5}$$

не мал по сравнению с единицей. Наше рассмотрение будет относиться к условиям, в которых поле настолько слабо, что

$$\alpha \ll 1 . \tag{1.6}$$

Именно это отвечает интересующему нас случаю слабого высокочастотного поля излучения, для которого до сих пор не было выявлено нелинейных эффектов, обусловленных перестройкой электронного распределения.

Параметр Лангдона (1.5) описывает конкуренцию двух процессов и возникает как отношение двух времен: времени электрон-электронных столкновений тепловых электронов

$$t_{eT} = Z/\nu_{ei},$$

определяющего установление максвелловского распределения в области скоростей $v \sim v_T$, и времени нагрева тепловых электронов

$$t_{HT} = (v_T^2/v_E^2)/\nu_{ei}.$$

Нас ниже будет интересовать распределение электронов со скоростями, меньшими тепловой скорости. Для таких холодных подтепловых электронов время электрон-электронной релаксации определяется столкновениями с тепловыми электронами и, согласно (3.21), пропорционально квадрату скорости:

$$t_{eC}(v) \propto t_{eT}(v^2/v_T^2).$$

В отличие от этого характерное время нагрева холодных электронов благодаря обратному тормозному поглощению пропорционально, согласно (3.5), пятой степени скорости:

$$t_{HC} \propto t_{HT}(v^5/v_T^5).$$

Поэтому при скоростях

$$v \le v_T (t_{eT}/t_{HT})^{1/3} \sim v_T \alpha^{1/3} \tag{1.7}$$

электрон-электронные столкновения оказываются сравнительно медленным процессом, когда не происходит полного перехода к максвелловскому виду закона распределения холодных электронов, нагреваемых высокочастотным полем при его обратном тормозном поглощении. Именно это свойство является определяющим для рассматриваемых нами нелинейных процессов в плазме.

Холодные подтепловые электроны играют существенную роль в теории переноса слабостолкновительной плазмы [5–7], когда для тепловых электронов выполнено условие бесстолкновительности

$$k\ell_{ei} \gg 1\,, \tag{1.8}$$

где k — волновой вектор пространственно неоднородных плазменных возмущений, а $\ell_{ei} = v_T/\nu_{ei}$ — средняя длина свободного пробега теплового электрона. При этом, поскольку длина свободного пробега электрона со скоростью v пропорциональна четвертой степени скорости:

$$\ell(v) \propto (v/v_T)^4 \ell_{ei},$$

холодные подтепловые электроны со скоростями

$$v < v_T\,(k\ell_{ei})^{-1/4} \equiv v_* \ll v_T \tag{1.9}$$

оказываются сильностолкновительными.

В настоящем сообщении мы изложили теоретические результаты, которые относятся к такой ситуации, когда для всей области скоростей столкновительных электронов выполнено неравенство

$$v < v_* \le v_T \left(\sqrt{\frac{\pi}{8}}Z\frac{v_E^2}{v_T^2}\right)^{1/3} \equiv v_L \sim v_T \alpha^{1/3}. \tag{1.10}$$

Записанное здесь неравенство (1.10) указывает на новую область физических параметров, характеризующих взаимодействие плазмы с излучением, в которой мы предсказываем новые закономерности электронного переноса. При этом, используя терминологию ограничения электронного теплопереноса в плазме, полученные ниже результаты можно кратко охарактеризовать как подавление ограничения электронного теплопереноса, но теперь уже не в случае установленной ранее закономерности для достаточно сильных полей с немалым параметром Лангдона [8, 9], но в новых условиях выполнения неравенства (1.6).

Во втором разделе статьи выписано исходное кинетическое уравнение для медленно изменяющейся функции распределения электронов в высокочастотном электромагнитном поле. В третьем разделе для пространственно однородного электромагнитного поля найдено квазистационарное распределение электронов, которое в области малых скоростей изменяется по закону, существенно отличающемуся от максвелловского. Электронная функция распределения, обусловленная воздействием неоднородного электромагнитного поля, найдена в четвертом разделе. Это распределение позволило получить выражение для нелинейного возмущения плотности электронов. Выявлены условия, в которых такое возмущение является определяющим. В пятом разделе получено выражение для эффективной нелокальной теплопроводности, которая характеризуется нелинейной зависимостью от поля накачки. Шестой раздел посвящен обсуждению результатов статьи.

2. ИСХОДНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

При рассмотрении процессов в полностью ионизованной плазме, находящейся в высокочастотном электромагнитном поле, напряженность которого невелика, используют приближенное описание, основывающееся на разложении по малому параметру

$$\frac{v_E^2}{v_T^2} \ll 1\,. \tag{2.1}$$

При этом электронная функция распределения представляется в виде

$$f = f_0 + \left[(1/2) f_1 \exp\left(-i\omega_0 t\right) + \text{c.c.}\right], \tag{2.2}$$

где функции f_0 и f_1 мало изменяются за период высокочастотного колебания $2\pi/\omega_0$. Соответствующее кинетическое уравнение для медленно изменяющейся во времени функции f_0 с точностью до первого порядка по параметру (2.1) имеет следующий вид [2]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial f_0}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e\mathbf{E}_0}{m}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} - J_{ei}[f_0] - J_{ee}[f_0\,, f_0] = \\
&= \frac{e^2}{4\omega_0^2 m^2}\left\{\frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial \mathbf{r}}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f_0}{\partial v_i \partial v_j}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\left(E_i E_j^* + E_i^* E_j\right) + \right. \\
&+ \left(E_i E_j^* + E_i^* E_j\right)\left(\frac{\partial^2 f_0}{\partial r_i \partial v_j} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\frac{\partial^2 f_0}{\partial v_i \partial v_j} - \right. \\
&\left.\left. - \frac{\partial}{\partial v_i} J_{ei}\left[\frac{\partial f_0}{\partial v_j}\right] - J_{ee}\left[\frac{\partial f_0}{\partial v_i}, \frac{\partial f_0}{\partial v_j}\right]\right)\right\},
\end{aligned} \tag{2.3}$$

где $\mathbf{E}_0$ — напряженность квазистационарного электрического поля. Для электрон-ионного интеграла столкновений мы используем приближенное выражение

$$J_{ei}[f_0] = \nu(v)\frac{\partial}{\partial v_r}\left\{[v^2\delta_{rs} - v_r v_s]\frac{\partial f_0}{\partial v_s}\right\}, \tag{2.4}$$

где

$$\nu(v) = 3\sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{\nu_{ei} v_T^3}{v^3} \equiv \frac{A}{v^3}. \tag{2.5}$$

Выражение (2.4) не учитывает обмена энергии электронов и ионов, описываемого пренебрегаемыми нами членами порядка отношения масс электронов и ионов. Наконец, электрон-электронный интеграл столкновений используем в форме Ландау–Фоккера–Планка

$$J_{ee}[f_0, f_0] = \frac{\partial}{\partial v_r}\left(D_{rs}\frac{\partial f_0}{\partial v_s}\right) - \frac{\partial}{\partial v_r}(A_r f_0), \tag{2.6}$$

где для коэффициента диффузии и силы трения в фазовом пространстве скоростей имеют место следующие выражения:

$$D_{rs} = \frac{2\pi e^4 \Lambda}{m^2}\int d\mathbf{v}' \frac{(\mathbf{v}-\mathbf{v}')^2\delta_{rs} - (\mathbf{v}-\mathbf{v}')_r(\mathbf{v}-\mathbf{v}')_s}{|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|^3} f_0(\mathbf{v}'), \tag{2.7}$$

$$A_r = \frac{2\pi e^4 \Lambda}{m^2}\int d\mathbf{v}' \frac{(\mathbf{v}-\mathbf{v}')^2\delta_{rs} - (\mathbf{v}-\mathbf{v}')_r(\mathbf{v}-\mathbf{v}')_s}{|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|^3} \frac{\partial f_0(\mathbf{v}')}{\partial v'_s}. \tag{2.8}$$

Следует подчеркнуть, что возникшее в правой части уравнения (2.3) слагаемое, содержащее электрон-ионный интеграл столкновений, описывает, в частности, обратное тормозное поглощение электромагнитного излучения электронами при их столкновениях с ионами. Уравнение (2.3) используется далее при анализе кинетических свойств электронов в поле излучения.

3. ЭЛЕКТРОННАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ

В этом разделе получена функция распределения электронов плазмы, нагреваемой благодаря обратному тормозному поглощению, в тех условиях, когда неоднородность греющего излучения несущественна. Именно, будем считать, что

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} E_i E_j^* = 0. \tag{3.1}$$

Используя далее уравнение (2.3), будем считать, что кратность ионизации велика

$$Z \gg 1. \tag{3.2}$$

Тогда из уравнения (2.3) получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - J_{ei}[f_0] - J_{ee}[f_0, f_0] = -\frac{e^2}{4\omega_0^2 m^2}\left(E_i E_j^* + E_i^* E_j\right)\frac{\partial}{\partial v_i} J_{ei}\left[\frac{\partial f_0}{\partial v_j}\right]. \tag{3.3}$$

При изучении решения этого уравнения представим электронную функцию распределения в виде двух слагаемых:

$$f_0 = f_s + f_a, \tag{3.4}$$

где f_s — симметричная часть, получаемая при усреднении функции f_0 по углам вектора скорости $f_s = \langle f_0 \rangle$, $f_a = f_0 - f_s$ — асимметричная часть электронной функции распределения.

В предположении, что характерное время изменения электронной функции распределения велико по сравнению со временем изотропизации электронов со скоростями v ($t_i(v) = \nu^{-1}(v)$), нетрудно увидеть, что в результате усреднения уравнения (3.3) получаем

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} - J_{ee}[f_s, f_s] = \frac{1}{3}v_E^2 \frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left(v^2 \nu(v)\frac{\partial f_s}{\partial v}\right). \tag{3.5}$$

При этом для функции распределения f_s, зависящей от абсолютной величины скорости, имеем

$$J_{ee}[f_s, f_s] = \frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left\{v^3\left[\frac{d(v)}{v}\frac{\partial f_s}{\partial v} - a(v)f_s\right]\right\}, \qquad (3.6)$$

где

$$d(v) = \frac{8\pi}{3}B\left[\int_v^\infty dv' v' f_s(v') + \frac{1}{v^3}\int_0^v dv'(v')^4 f_s(v')\right], \qquad (3.7)$$

$$a(v) = \frac{8\pi}{3}B\left[\int_v^\infty dv' \frac{\partial f_s(v')}{\partial v'} + \frac{1}{v^3}\int_0^v dv'(v')^3\frac{\partial f_s(v')}{\partial v'}\right] = -\frac{8\pi B}{v^3}\int_0^v dv'(v')^2 f_s(v'), \qquad (3.8)$$

$$B = \frac{2\pi e^4\Lambda}{m^2} = \frac{A}{Zn}. \qquad (3.9)$$

В условиях малости параметра Лангдона (1.5) обычно считается, что решением уравнения (3.5) является распределение Максвелла [3]:

$$f_m(v,t) = \frac{n}{(2\pi)^{3/2}v_T^3(t)}\exp\left(-\frac{v^2}{2v_T^2(t)}\right), \qquad (3.10)$$

где зависимость от времени тепловой скорости описывается уравнением

$$v_T\frac{dv_T}{dt} = \frac{1}{6}\nu_{ei}v_E^2, \qquad (3.11)$$

что отвечает характерному времени нагрева тепловых электронов

$$t_{HT} = (v_T^2/v_E^2)/\nu_{ei}. \qquad (3.12)$$

Это обычное положение обусловлено тем фактом, что при $v \sim v_T$ в условиях малости параметра Лангдона время нагрева тепловых электронов (3.12) оказывается много больше времени их максвеллизации $t_{eT} = Z/\nu_{ei}$. Уже отсюда следует, что распределение (3.10) может неправильно описывать холодные подтепловые электроны, для которых время нагрева определяется выражением

$$t_{HC}(v) = (v^2/v_E^2)/\nu(v), \qquad (3.13)$$

а время перехода закона распределения к максвелловскому виду, определяющееся столкновениями холодных электронов с тепловыми, следующее:

$$t_{eC}(v) = Z(v^2/v_T^2)/\nu_{ei}. \qquad (3.14)$$

Поэтому для скоростей, удовлетворяющих неравенству (1.7), это время оказывается больше времени нагрева.

При установлении вида распределения электронов со скоростями много меньшими тепловой

$$v \ll v_T \tag{3.15}$$

мы интересуемся малой частью электронов в фазовом пространстве скоростей, когда в остальной части такого пространства распределение электронов является максвелловским (3.10). Последнее позволяет использовать следующее приближенное соотношение:

$$d(v) \approx -v_T^2 a(v)\,, \tag{3.16}$$

которое с очевидностью следует из (3.7) и первой записи формулы (3.8) после подстановки в последнюю (3.10). Вторая запись формулы (3.8) при учете приближения

$$f_s(v) = f_s(0) \tag{3.17}$$

позволяет получить

$$a = -\frac{8\pi}{3} B f_s(0)\,. \tag{3.18}$$

В нашем рассмотрении с достаточной точностью можно считать

$$f_s(0) = f_m(v = 0)\,. \tag{3.19}$$

Поэтому для холодных подтепловых электронов

$$a = -\frac{\nu_{ei}}{Z} \equiv -\nu_{ee}. \tag{3.20}$$

Формулы (3.6)–(3.9) и (3.16)–(3.20) позволяют для холодных подтепловых электронов со скоростями, удовлетворяющими неравенству (3.15), представить уравнение (3.5) в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} - \frac{\nu_{ee}}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ v^3 \left[\frac{v_T^2}{v} \frac{\partial f_s}{\partial v} + f_s \right] \right\} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} v_E^2 \nu_{ei} \frac{v_T^3}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f_s}{\partial v} \right)\,. \tag{3.21}$$

При рассмотрении следствий этого уравнения будем учитывать тот факт, что время электрон-электронной релаксации холодных электронов (3.14), характеризующее второе слагаемое левой части уравнения (3.21), много меньше характерного времени нагрева тепловых электронов (3.12), характеризующего изменение во времени тепловой скорости $v_T(t)$. Это позволяет пренебречь в уравнении (3.21) производной по времени и записать для квазистационарного случая, когда тепловая скорость медленно изменяется со временем, следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left\{ v^3 \left[\frac{1}{v} \frac{df_s}{dv} + \frac{f_s}{v_T^2} \right] + \frac{v_L^3}{v} \frac{df_s}{dv} \right\} = 0\,, \tag{3.22}$$

где скорость Лангдона имеет вид

$$v_L = \left(\sqrt{\frac{\pi}{8}}\, Z v_E^2 v_T \right)^{1/3}\,. \tag{3.23}$$

Решение уравнения (3.22) следует искать при выполнении граничного условия при $v = 0$:

$$\frac{1}{v}\frac{df_s}{dv} = 0\,, \tag{3.24}$$

которое обусловлено последним слагаемым левой части уравнения (3.22) и отвечает отсутствию источника электронов при $v = 0$. Соответствующее решение уравнения (3.22) имеет вид

$$f_s(v) = f_s(0)\exp\left[-\frac{1}{v_T^2}\int\limits_0^v \frac{u^4 du}{u^3 + v_L^3}\right]. \tag{3.25}$$

Отсюда при выполнении условия (3.15) имеем

$$f_s(v) = \frac{n}{(2\pi)^{3/2}v_T^3}\left\{1 - \frac{1}{v_T^2}\int\limits_0^v \frac{u^4 du}{u^3 + v_L^3}\right\}. \tag{3.26}$$

При этом использовано приближение (3.19). Точность последнего приближения можно оценить, если увидеть, что при $v_T \gg v \gg v_L$ из (3.26) следует

$$f_s(v) = \frac{n}{(2\pi)^{3/2}v_T^3}\left\{1 - \frac{v^2}{2v_T^2} + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\frac{v_L^2}{v_T^2}\left[1 + O\left(\frac{v_L}{v}\right)\right]\right\}. \tag{3.27}$$

Имея в виду малость параметра Лангдона (1.6) и пренебрегая поправками порядка $\alpha^{2/3}$, можно считать оправданным приближение (3.19). Формула (3.26) является новым результатом теории, описывающей распределение подтепловых электронов плазмы, греющейся благодаря обратному тормозному поглощению. Эта формула определяет возможность получения дальнейших новых результатов, изложенных ниже в нашей статье.

4. ВОЗМУЩЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

В теории параметрических неустойчивостей нелинейное взаимодействие мод определяется возмущением плотности электронов пространственно-неоднородным электромагнитным полем. В этой связи в отличие от предыдущего раздела примем

$$E_i E_j^* \to E_i E_j^* + \delta(E_i E_j^*)\exp(i\mathbf{kr}). \tag{4.1}$$

Первое слагаемое в правой части этой формулы определяется пространственно-однородным полем накачки. Второе слагаемое определяется суперпозицией взаимодействующих при параметрическом резонансе электромагнитных полей накачки и возбуждаемых мод. Тогда, принимая

$$f_0 = f_s + \delta f\exp(i\mathbf{kr}), \tag{4.2}$$

где δf — малое возмущение электронной функции распределения, определяющееся пространственно-неоднородным возмущением (4.1), можно записать вытекающее из (2.3) следующее линеаризованное уравнение:

$$
\begin{aligned}
& i(\mathbf{kv})\delta f - J_{ei}[\delta f] - J_{ee}[\delta f] = \\
& = \frac{e^2}{4\omega_0^2 m^2}\left(i\mathbf{k}\frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}}\delta|\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2}i(\mathbf{kv})\delta(E_iE_j^* + E_i^*E_j)\frac{\partial^2 f_s}{\partial v_i \partial v_j} - \right. \\
& \left. - \delta(E_iE_j^* + E_i^*E_j)\frac{\partial}{\partial v_i}J_{ei}\left[\frac{\partial f_s}{\partial v_j}\right] - (E_iE_j^* + E_i^*E_j)\frac{\partial}{\partial v_i}J_{ei}\left[\frac{\partial \delta f}{\partial v_j}\right]\right).
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

При написании этого уравнения использовано предположение о высокой кратности ионизации (3.2), что позволило пренебречь вкладом электрон-электронного интеграла столкновений в правую часть уравнения (4.3). Помимо этого всюду использовано условие (1.4). Наконец, всюду мы пренебрегли производной по времени функции δf в силу обычной малости такого влияния на возмущение плотности электронов, обусловленное неоднородной интенсивностью поля накачки. Для простоты ниже будем считать $\delta|\mathbf{E}|^2$ чисто действительным.

Переходя к анализу следствий уравнения (4.3), прежде всего заметим, что в силу выполнения в интересующем нас случае неравенства (1.8) в большей части фазового пространства скоростей, когда

$$
v \gg v_T(k\ell_{ei})^{-1/4} \ll v_T, \tag{4.4}
$$

электроны являются бесстолкновительными. Это означает, что в такой области скоростей при отыскании δf можно пренебречь слагаемыми, содержащими интегралы столкновений, имеющие в качестве аргумента δf. Тогда для тепловых электронов (4.4) из уравнения (4.3) следует

$$
\begin{aligned}
\delta f_T = \frac{e^2}{4\omega_0^2 m^2}&\left(\frac{1}{v}\frac{df_s}{dv}\delta|\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2}\delta(E_iE_j^* + E_i^*E_j)\frac{\partial^2 f_s}{\partial v_i \partial v_j} - \right. \\
&\left. - \frac{1}{i(\mathbf{kv})}\delta(E_iE_j^* + E_i^*E_j)\frac{\partial}{\partial v_i}J_{ei}\left[\frac{\partial f_s}{\partial v_j}\right]\right).
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

Это решение позволяет записать следующее выражение для вклада тепловых бесстолкновительных электронов в возмущение электронной плотности:

$$
\delta n_T = \frac{e^2\delta|\mathbf{E}|^2}{4\omega_0^2 m^2}\int d\mathbf{v}\frac{1}{v}\frac{df_s}{dv} \approx -\frac{e^2\delta|\mathbf{E}|^2}{4\omega_0^2 m^2 v_T^2}n \equiv -\frac{\delta v_E^2}{4v_T^2}n. \tag{4.6}
$$

При вычислении интеграла в формуле (4.6) учтено, что согласно полученному выше выражению (3.26) и при пренебрежении малыми порядка $\alpha^{2/3}$ электронная функция распределения $f_s(v)$ совпадает с максвелловской во всем фазовом пространстве скоростей, кроме малой области $v \leq v_L$.

Для холодных подтепловых электронов со скоростями, удовлетворяющими неравенству (1.9), столкновения частиц являются определяющими. При этом самым большим в кинетическом уравнении является электрон-ионный интеграл столкновений. Однако соответствующий оператор действует только на зависящую от углов скорости асимметричную часть функции распределения. Поэтому асимметричная часть функции распределения оказывается относительно небольшой. Следовательно, представляя возмущение функции распределения холодных электронов в виде

$$
\delta f_c = \delta f_0 + \delta f_a, \tag{4.7}
$$

где $\delta f_0 = \langle \delta f_c \rangle$ — усредненная по углам скорости функция распределения, можно в духе обычного подхода Б. И. Давыдова считать δf_a относительно малой и из уравнения (4.3) записать следующие два уравнения:

$$\langle i\mathbf{kv}\delta f_a \rangle - v_T^2 \nu_{ee} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(v^3 \left[\frac{1}{v} \frac{d\delta f_0}{dv} + \frac{\delta f_0}{v_T^2} \right] + \frac{v_L^3}{v} \frac{d\delta f_0}{dv} \right) =$$
$$= \sqrt{2\pi} v_T^3 \nu_{ei} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{1}{v} \frac{df_s}{dv} \right) \frac{e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{4m^2 \omega_0^2}, \tag{4.8}$$

$$i\mathbf{kv}\delta f_0 - J_{ei}[\delta f_a] = \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2} \left(i\mathbf{kv} \frac{1}{v} \frac{df_s}{dv} \delta |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} i\mathbf{kv} \frac{\partial^2 f_s}{\partial v_i \partial v_j} \delta (E_i E_j^* + E_i^* E_j) + \right.$$
$$\left. + \delta (E_i E_j^* + E_i^* E_j) \left(v_i v_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} v^2 \right) \frac{1}{v} \frac{d}{dv} \frac{2\nu(v)}{v} \frac{df_s}{dv} \right). \tag{4.9}$$

Принимая во внимание неравенство (1.9), запишем решение уравнения (4.9) в виде

$$\delta f_a = -\frac{i\mathbf{kv}}{2\nu(v)} \left(\delta f_0 - \frac{1}{3v^5} \frac{d}{dv} \left(v^5 \frac{df_s}{dv} \right) \frac{e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{4m^2 \omega_0^2} \right) +$$
$$+ \left(v_i v_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} v^2 \right) \frac{e^2}{12 m^2 \omega_0^2 \nu(v)} \delta (E_i E_j^* + E_i^* E_j) \frac{1}{v} \frac{d}{dv} \left(\frac{\nu(v)}{v} \frac{df_s}{dv} \right). \tag{4.10}$$

Второе слагаемое этой формулы несущественно для получения уравнения, определяющего симметричную часть возмущения распределения холодных столкновительных электронов. Подстановка (4.10) в (4.8) дает:

$$\frac{k^2 v^2}{6\nu(v)} \delta f_0 - v_T^2 \nu_{ee} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(v^3 \left[\frac{1}{v} \frac{d\delta f_0}{dv} + \frac{\delta f_0}{v_T^2} \right] + \frac{v_L^3}{v} \frac{d\delta f_0}{dv} \right) =$$
$$= \sqrt{2\pi} v_T^3 \nu_{ei} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{1}{v} \frac{df_s}{dv} \right) \frac{e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{4m^2 \omega_0^2} + \frac{k^2 v^2}{6\nu(v)} \frac{1}{3v^5} \frac{d}{dv} \left(v^5 \frac{df_s}{dv} \right) \frac{e^2 \delta |E|^2}{4m^2 \omega_0^2}. \tag{4.11}$$

Интересуясь условиями, в которых распределение (3.26) отличается от максвелловского, будем считать, что характерные скорости холодных электронов, которые определяют возмущение электронной плотности, малы по сравнению с v_L. Более того, будем полагать, что вся область холодных столкновительных электронов отвечает скоростям меньшим v_L. Это означает, что выполняется условие (1.10), из которого имеем

$$\alpha = \frac{Z v_E^2}{v_T^2} > \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{1}{(k\ell_{ei})^{3/4}}. \tag{4.12}$$

Последнее условие определяет величину интенсивности поля накачки, при которой становятся ярко выраженными новые установленные в настоящей работе нелинейные эффекты греющего плазму излучения. Для холодных столкновительных электронов согласно (3.26) имеем

$$f_s(v) = \frac{n}{(2\pi)^{3/2} v_T^3} \left(1 - \frac{v^5}{5 v_T^2 v_L^3} \right). \tag{4.13}$$

Это выражение позволяет понять, что последнее слагаемое ($\propto k^2$) уравнения (4.11) приводит к вкладу в δn порядка той малой неточности, с которой вычислен интеграл (4.6).

Поэтому ниже такое слагаемое опустим. Далее, для скоростей меньших v_L электрон-электронные столкновения менее существенны, чем влияние тормозного поглощения на перераспределение электронов. Поэтому после пренебрежения электрон-электронным интегралом столкновений получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{4}{9\pi}\,\frac{k^2v^5}{v_E^2v_T^6\nu_{ei}^2}\delta f_0 - \frac{1}{v^2}\,\frac{d}{dv}\left(\frac{1}{v}\,\frac{d}{dv}\left[\delta f_0 + \frac{\delta v_E^2}{v_E^2}f_s\right]\right) = 0. \tag{4.14}$$

Это уравнение весьма простое и допускает аналитическое решение. Действительно, делая замену переменных $x = (v/v_k)^5$, где

$$v_k = v_T\left[(15\sqrt{\pi}/2)(v_E/v_T)/k\ell_{ei}\right]^{1/5}, \tag{4.15}$$

и представляя δf_0 в виде

$$\delta f_0 = x^{1/5}\Psi(x)\frac{9n}{10\pi^{3/2}v_T^3}\,\frac{\nu_{ee}}{kv_E}\,\frac{\delta v_E^2}{v_E^2}, \tag{4.16}$$

получаем для функции $\Psi(x)$ следующее уравнение:

$$x^2\frac{d^2\Psi}{dx^2} + x\frac{d\Psi}{dx} - \left(\frac{1}{25} + x^2\right)\Psi = x^{4/5}. \tag{4.17}$$

Подчеркнем, что формула (4.15) определяет характерную скорость электронов, которая является важным параметром нашей теории.

Регулярное на бесконечности решение уравнения (4.17) имеет вид

$$\Psi(x) = C_1K_{1/5}(x) - I_{1/5}(x)\int\limits_x^\infty \frac{dz}{z^{1/5}}K_{1/5}(z) - K_{1/5}(x)\int\limits_0^x \frac{dz}{z^{1/5}}I_{1/5}(z), \tag{4.18}$$

где $K_{1/5}$ и $I_{1/5}$ — функции Бесселя мнимого аргумента. Для определения постоянной интегрирования C_1 воспользуемся граничным условием $v^{-1}d\delta f_0/dv = 0$ при $v = 0$, что, подобно (3.24), отвечает отсутствию источника частиц с нулевой скоростью. Подчеркнем, что в этом, в частности, проявляется качественное отличие предлагаемого рассмотрения от предшествующей теории, в которой главным процессом установления симметричной части функции распределения были электрон-электронные столкновения [5]. В результате получаем

$$C_1 = -2^{-1/5}\pi^{-1/2}\Gamma\left(\frac{3}{10}\right)\sin\frac{\pi}{5}. \tag{4.19}$$

Формулы (4.16)–(4.19) позволяют найти следующее выражение для вклада холодных подтепловых электронов в возмущение плотности:

$$\frac{\delta n_c}{n} = -\frac{\delta v_E^2}{4v_T^2}\,\frac{1}{k\ell_{ee}(k\ell_{ei})^{3/5}}\left(\frac{v_T}{v_E}\right)^{12/5}C_0, \tag{4.20}$$

где $\ell_{ee} = Z\ell_{ei}$,

$$C_0 = -\left(\frac{2^{12}3^{13}}{\pi 5^7}\right)^{1/5} \int_0^\infty \frac{dx}{x^{1/5}}\Psi(x) = 44. \tag{4.21}$$

Формулы (4.6) и (4.20) дают следующий окончательный ответ для нелинейного возмущения плотности электронов неоднородным электромагнитным полем:

$$\frac{\delta n}{n} = -\frac{\delta v_E^2}{4v_T^2}\left[1 + \frac{44}{k\ell_{ee}(k\ell_{ei})^{3/5}}\left(\frac{v_T}{v_E}\right)^{12/5}\right]. \tag{4.22}$$

Слабостолкновительный вклад (4.20) в это выражение превышает пондеромоторный (4.6) при условии

$$\frac{Zv_E^2}{v_T^2} \equiv \alpha < \frac{23Z^{1/6}}{(k\ell_{ei})^{4/3}}. \tag{4.23}$$

Последнее неравенство совместно с неравенством (4.12) реализуется, когда

$$k\ell_{ei} < 100Z^{2/7}. \tag{4.24}$$

При обычном условии бесстолкновительности плазмы (1.8) неравенство (4.24) оставляет весьма значительную область проявления слабостолкновительной нелинейности. Новая нелинейность, устанавливаемая формулой (4.22), отвечает уменьшению слабостолкновительного вклада с ростом поля накачки.

5. КОЭФФИЦИЕНТ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ

Результаты предыдущего раздела позволяют выявить нелинейное влияние слабого греющего плазму поля на коэффициент эффективной электронной теплопроводности. Прежде всего рассмотрим возмущение плотности кинетической энергии электронов неоднородным полем излучения

$$\frac{3}{2}\delta(nk_BT) \equiv \int d\mathbf{v}\frac{mv^2}{2}\delta f. \tag{5.1}$$

Из-за малости скоростей холодных подтепловых электронов их плотность кинетической энергии мала по сравнению с $(3/2)k_BT\delta n_c$. Поэтому для возмущения температуры холодных электронов δT_c имеем

$$\frac{\delta T_c}{T} = -\frac{\delta n_c}{n} = \frac{\delta v_E^2}{4v_T^2}\frac{1}{k\ell_{ee}(k\ell_{ei})^{3/5}}\left(\frac{v_T}{v_E}\right)^{12/5} C_0. \tag{5.2}$$

Сравнивая это выражение с соответствующим следствием линейной теории [5], отметим, что помимо новой зависимости от волнового вектора имеется новая нелинейная зависимость от пространственно-однородного греющего поля накачки; с ростом интенсивности накачки возмущение температуры уменьшается.

Для возмущения кинетической энергии тепловых электронов согласно (4.5) имеем

$$\frac{3}{2}\delta(nk_BT)_T = \frac{3}{2}k_B(n\delta T_T + T\delta n_T) = -\frac{\delta v_E^2}{4}\,\frac{3}{2}mn. \tag{5.3}$$

Имея в виду формулу (4.6), нетрудно видеть, что в приближении (4.5) $\delta T_T = 0$. Отличное от нуля значение возмущения эффективной температуры тепловых электронов возникает при учете их столкновений и оказывается порядка

$$\delta T_T \sim T(\delta v_E^2/v_T^2)(k\ell_{ei})^{-1}.$$

Последнее выражение мало по сравнению с (5.2) в силу выполнения неравенства

$$\frac{Zv_E^2}{v_T^2} \equiv \alpha < \frac{23Z^{1/6}}{(k\ell_{ei})^{1/2}}, \tag{5.4}$$

которое с учетом неравенства (1.8) всегда выполнено при условии (4.23). Поэтому в интересующих нас условиях основной вклад в нагрев электронов неоднородным электромагнитным полем связан с холодными электронами и определяется формулой (5.2).

Дивергенция плотности электронного потока тепла $\mathbf{q}$, обусловленная греющим плазму пространственно-неоднородным излучением, как это следует из уравнения (4.3), определяется следующим образом:

$$\operatorname{div}\mathbf{q} = Q_0 + \delta Q, \tag{5.5}$$

где

$$Q_0 = \frac{e^2}{4\omega_0^2m^2}\int d\mathbf{v}v_iJ_{ei}\left[\frac{\partial f_s}{\partial v_j}\right]\delta(E_iE_j^* + E_i^*E_j), \tag{5.6}$$

$$\delta Q = \frac{e^2}{4\omega_0^2m^2}\int d\mathbf{v}v_iJ_{ei}\left[\frac{\partial \delta f_s}{\partial v_j}\right](E_iE_j^* + E_i^*E_j). \tag{5.7}$$

Поскольку в большей части фазового пространства скоростей функция f_s не отличается от максвелловской, то тепло Q_0, выделяющееся в единицу времени в результате воздействия неоднородного поля излучения на невозмущенное распределение электронов, можно представить в виде

$$Q_0 = \frac{1}{2}mn\delta v_E^2\nu_{ei}. \tag{5.8}$$

Это выражение определяется вкладом тепловых электронов и совпадает с получаемым при непосредственном вычислении $\operatorname{div}\mathbf{q}$ с помощью распределения бесстолкновительных тепловых электронов (4.5). Вклад тепловых электронов в (5.7) оказывается меньше (5.8) в меру малости v_E^2/v_T^2 . Вклад подтепловых электронов в (5.7) определяется следующей формулой:

$$\delta Q = -\frac{1}{2}mn\delta v_E^2\nu_{ei}\frac{\nu_{ee}}{kv_E}C_2, \tag{5.9}$$

где

$$C_2 = \frac{9}{5\sqrt{2\pi}}\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)\Gamma\left(\frac{3}{10}\right)\sin\frac{\pi}{5} \approx 5.8. \tag{5.10}$$

Формула (5.9) указывает на то, что в результате перераспределения холодных электронов под действием неоднородного электромагнитного поля возникает выделение тепла плазмой, которое отвечает тормозному излучению неравновесных подтепловых электронов. В силу условия (4.12) выражение (5.9) мало по сравнению с (5.8) в меру малости $[Z^{1/2}(k\ell_{ei})^{5/8}]^{-1}$. Поэтому в балансе тепла вкладом (5.9) можно пренебречь. Тогда имеем

$$i\mathbf{kq} = \frac{1}{2}mn\delta v_E^2\nu_{ei} = k^2 nk_B\delta T v_T\ell_{ei}\frac{Z}{(k\ell_{ei})^{2/5}}\left(\frac{v_E}{v_T}\right)^{12/5}\frac{2}{C_0}. \tag{5.11}$$

Здесь использована определяющаяся формулой (5.2) связь δv_E^2 с приращением температуры $\delta T = \delta T_c$. Формула (5.11) записана в таком виде, что для потенциальной части теплового потока $\mathbf{q} = -\chi\,\mathrm{grad}\,(\delta T)$ она позволяет определить коэффициент эффективной нелокальной теплопроводности

$$\chi_{eff}(k) = \frac{\chi_{SH}}{1 + 300(Zv_E^2/v_T^2)^{-6/5}(Zk^2\ell_{ei}^2)^{1/5}}. \tag{5.12}$$

Единица в знаменателе формулы (5.12) добавлена для придания этой формуле интерполяционного вида с переходом при $k \to 0$ в известную формулу для теплопроводности Спитцера–Харма $\chi_{SH} = 13.6nv_Tk_B\ell_{ei}$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По сравнению с результатом линейной теории нелокальной теплопроводности [5] формула (5.12) указывает новую дробно-степенную зависимость от волнового вектора k и нелинейную зависимость от интенсивности греющего поля.

Однако главным результатом нашей статьи является формула (4.22), которая описывает новый нелинейный закон изменения возмущения плотности плазмы под действием греющего ее излучения. Формула (4.22) требует пересмотра теории ряда параметрических неустойчивостей плазмы в условиях, которые являются типичными для экспериментов с лазерной плазмой, проводящихся по программе управляемого лазерного термоядерного синтеза.

Таким образом, наша теория выявляет новый эффект нелинейного влияния греющего плазму поля на теплоперенос при обратном тормозном поглощении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-17002) и (грант № 2.46) Государственной программы «Оптика и лазерная физика».

Литература

1. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука, Москва (1973).
2. А. В. Максимов, В. П. Силин, М. В. Чеготов, Физика плазмы **16**, 575 (1990).
3. A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. **44**, 575 (1980).
4. R. Balescu, J. Plasma Phys. **23**, 553 (1982).
5. А. В. Максимов, В. П. Силин, ЖЭТФ **103**, 73 (1993).
6. А. В. Максимов, В. П. Силин, ЖЭТФ **105**, 1242 (1994).
7. В. П. Силин, ЖЭТФ **106**, 1398 (1994).
8. E. M. Epperlein and R. W. Short, Phys. Rev. E **50**, 1697 (1994).
9. В. П. Силин, ЖЭТФ **108**, 193 (1995).