

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ВИХРЕЙ В МАГНИТОСВЯЗАННЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНКАХ

*В. А. Козлов, А. В. Самохвалов**

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 19 июня 1997 г.

Теоретически изучена генерация электромагнитного излучения при относительном движении решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках в геометрии трансформатора постоянного тока (DC transformer). Найдены условия, при выполнении которых сила взаимного пиннинга решеток вихрей изменяется по гармоническому закону от относительного смещения вихрей в пленках в заданном диапазоне значений внешнего магнитного поля. В этом случае уравнение, описывающее вязкое движение решеток вихрей в магнитосвязанных пленках, совпадает с уравнением резистивно-шунтированной модели джозефсоновского перехода. Показано, что магнитосвязанные сверхпроводники обладают свойствами джозефсоновского элемента без каких-либо определяемых длиной когерентности ξ ограничений на геометрические размеры такой системы. Частота собственного электромагнитного излучения f , возникающего при относительном движении решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках, зависит от пространственного периода вихревых решеток и скорости относительного движения вихрей, что означает возможность перестройки частоты излучения внешним магнитным полем и током.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из проявлений нестационарного эффекта Джозефсона [1] в сверхпроводящих системах со слабыми связями является возникновение узкополосной генерации электромагнитного излучения. Однако, для того чтобы слабая связь обладала свойствами джозефсоновского элемента, характерные геометрические размеры области слабой связи не должны существенно превышать длину когерентности ξ в сверхпроводнике [2, 3]. Это условие сильно затрудняет создание воспроизводимых джозефсоновских переходов на основе ВТСП материалов, в которых типичные значения ξ составляют 3–10 Å. Поэтому представляет интерес поиск аналогов эффекта Джозефсона в сверхпроводящих системах, где столь сильное ограничение на размеры отсутствует.

Как известно, существует близкая аналогия между нестационарным эффектом Джозефсона в системах со слабыми связями и резистивным состоянием сверхпроводника в режиме течения магнитного потока [4], а движущаяся решетка вихрей Абрикосова [5] может быть представлена двумерным массивом слабых связей [6]. Когерентные колебания решетки вихрей наблюдались в [7, 8] по появлению ступенек на вольт-амперной характеристике сверхпроводящего микромостика под действием высокочастотной компоненты внешнего тока. Для существования подобных квантовых интерференционных эффектов необходимо наличие пиннинга вихрей, который обеспечивает взаимо-

*E-mail: samokh@ipm.sci-nnov.ru

действие переменной составляющей тока от внешнего источника с собственными колебаниями сверхтока, возникающими за счет модуляции средней скорости движения вихрей [9]. Проявления квантовой интерференции становятся особенно заметными, если организовать когерентное движение большого числа вихрей со значительной переменной компонентой скорости [7]. Это достигается использованием образцов с хорошо выраженной периодической структурой центров пиннинга, например, за счет модуляции толщины сверхпроводящей пленки [10] или путем создания в пленке регулярной решетки небольших (субмикронных) отверстий [11].

Аналогия между резистивным состоянием сверхпроводящего микромостика и нестационарным эффектом Джозефсона проявляется и в существовании собственного электромагнитного излучения от мостиковых структур в режиме течения магнитного потока [8, 12, 13]. Условием существования такого излучения является неравномерное движение решетки вихрей, например при пространственно-неоднородном пиннинге. В случае слабого и случайного потенциала пиннинга излучается преимущественно шумовая компонента, причем характер излучения в значительной степени определяется природой и величиной пиннинга [14]. Особенности высокочастотного отклика, возникающие при движении решетки вихрей Абрикосова в периодическом потенциале пиннинга, создаваемом за счет модуляции толщины сверхпроводящей пленки, наблюдались в работе [15]. Однако слабость связи вихревой решетки и малый потенциал пиннинга, а также трудности контроля за величиной этой связи не позволили получить в [15] заметной мощности излучения.

Несомненный интерес для получения генерации электромагнитного излучения представляют системы, в которых можно контролируемым образом изменять как величину связи решетки вихрей с потенциалом пиннинга, так и пространственный период потенциала пиннинга. Очевидно, что в периодическом потенциале пиннинга такая связь имеет резонансный характер и максимальна при согласовании периода решетки вихрей с периодом потенциала пиннинга [15]. Изменение величины связи оказывается возможным при одновременном самосогласовании периодов вихревой решетки и потенциала пиннинга, если использовать магнитное взаимодействие между двумя идентичными решетками вихрей, находящимися в параллельных электрически изолированных сверхпроводящих пленках (как в трансформаторе постоянного тока [16]). Периодическая зависимость энергии взаимодействия решеток вихрей в соседних пленках от относительного смещения этих решеток обеспечивает самосогласованный периодический потенциал пиннинга [17], а необходимая величина связи может быть легко подобрана путем изменения зазора между сверхпроводящими пленками. Переменная составляющая скорости вихрей и, как следствие, переменное электрическое поле и ток возникают здесь при относительном движении (проскальзывании) решеток вихрей в соседних пленках.

Ключевым моментом для построения теории магнитосвязанных сверхпроводников явилось предположение [17] о смещении решетки вихрей как целого в периодическом потенциале пиннинга, создаваемом другой решеткой вихрей. Первые расчеты энергии взаимодействия между решетками вихрей в магнитосвязанных пленках были выполнены в [18, 19] для случая вихрей Абрикосова в тонких пленках [20], когда толщина пленок d существенно меньше глубины проникновения магнитного поля λ . Эти результаты были обобщены для пленок произвольной толщины в работах [21, 22], где также была построена детальная теория, описывающая срыв решетки вихрей в магнитосвязанных пленках, и выполнены модельные расчеты вольт-амперных характеристик трансфор-

матора постоянного тока. Теоретические представления [17, 21, 22] были подтверждены детальными измерениями вольт-амперных характеристик и магнитного взаимодействия между вихрями в магнитосвязанных пленках [23, 24].

В данной работе рассмотрена генерация электромагнитного излучения, возникающая при относительном движении решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках в геометрии трансформатора постоянного тока. В разд. 2 выполнены расчеты структуры магнитного поля квадратной решетки вихрей Абрикосова, формируемой внешним магнитным полем в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках, и изучено взаимодействие между решетками вихрей в соседних пленках. В разд. 3 записаны уравнения движения вихрей в периодическом потенциале пиннинга, возникающего из-за магнитного взаимодействия решеток вихрей. Эти уравнения аналогичны уравнению резистивно-шунтированной (RSJ) модели джозефсоновского перехода [2], в котором роль фазы φ играет относительное смещение решеток вихрей в пленках. В разд. 4 изучен высокочастотный отклик, возникающий в магнитосвязанных сверхпроводниках при относительном движении решеток вихрей в соседних пленках. Частота электромагнитного излучения ω зависит от пространственного периода решеток вихрей, что означает возможность перестройки частоты излучения внешним магнитным полем. В разд. 5 рассмотрены примеры джозефсоновских систем на основе магнитосвязанных сверхпроводящих пленок и выполнено сравнение поведения таких систем с работой обычного джозефсоновского контакта.

2. ВЗАИМНЫЙ ПИННИНГ ВИХРЕЙ В МАГНИТОСВЯЗАННЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Рассмотрим две параллельные пленки из сверхпроводника второго рода толщиной d_1 и d_2 , разделенные изолирующим слоем толщиной d_3 (рис. 1). Предположим, что пленки в общем случае различны и характеризуются глубиной проникновения магнитного поля λ_l и длиной когерентности ξ_l , где индекс l принимает значения $l = 1, 2$ для первой или второй пленок соответственно. Для простоты будем считать, что внешнее перпендикулярное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}_0$ формирует в обеих пленках квадратную решетку вихрей Абрикосова. Период решетки вихрей a определяется величиной индукции B_0 в соответствии с соотношением $B_0 a^2 = \Phi_0$, где $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ — квант магнитного потока. Будем полагать, что толщина изолирующего слоя d_3 достаточно велика, так что можно пренебречь туннельным эффектом ($d_3 \gg \xi_l$). С другой стороны, притяжение между вихрями в соседних пленках обеспечивает заметное магнитное взаимодействие между решетками вихрей. Выберем систему координат (x, y, z) так, что оси x, y направлены параллельно собственным векторам решетки вихрей, плоскость $z = 0$ расположена в середине изолирующего слоя, а сверхпроводящие пленки занимают соответственно области $z_{1A} \leq z \leq z_{1B}$ и $z_{2B} \leq z \leq z_{2C}$, где $z_{1A} = -d_1 - d_3/2$, $z_{2B} = -z_{1B} = d_3/2$, $z_{2C} = d_2 + d_3/2$. Для определенности рассмотрим случай, когда внешние токи в пленках направлены вдоль одного из собственных векторов решетки вихрей: $\mathbf{j}_{1,2} \parallel \mathbf{y}_0$, а обусловленное током течение магнитного потока происходит вдоль оси x .

Если внешний ток в пленках отсутствует, энергия Гиббса G такой системы минимальна, когда оси вихрей в соседних пленках расположены друг напротив друга и относительное смещение решеток вихрей x_d отсутствует: $x_d = 0$. Очевидно, что в силу трансляционной симметрии зависимость $G(x_d)$ является периодической функцией сме-

щения x_d : $G(x_d + na) = G(x_d)$ для любого целого n . Протекающий по пленкам внешний ток с плотностью \mathbf{j} действует на единицу длины каждой вихревой нити с силой Лоренца $\mathbf{f}_L = \Phi_0 [\mathbf{j} \mathbf{z}_0] / c$, а поведение вихревых решеток определяется энергией $G' = G - \Delta W$ [25], где ΔW — работа источника тока по перемещению вихрей. Под действием силы Лоренца решетки вихрей смещаются относительно друг друга вдоль оси x , и минимуму энергии G' соответствует взаимное расположение вихрей, при котором $x_d \neq 0$. Если плотность внешнего тока \mathbf{j} достаточно велика, так что сила Лоренца f_L превышает силу внутреннего (объемного и поверхностного) пиннинга вихрей в пленках f_p и максимальное значение силы магнитного взаимодействия между вихревыми решетками в соседних пленках f_c^{max} , то возникает относительное движение (проскальзывание) решеток вихрей, приводящее к периодической зависимости скорости вихрей от времени. Соответствующая этому случаю зависимость энергии G' от относительного смещения x_d является монотонно убывающей функцией с периодическим изменением наклона кривой $G'(x_d)$. Проведенное качественное рассмотрение зависимости энергии вихревых решеток в магнитосвязанных пленках от относительного смещения x_d показывает, что поведение этой системы соответствует поведению джозефсоновского элемента [26].

2.1. Решетка вихрей Абрикосова в магнитосвязанных сверхпроводниках

Рассчитаем прежде всего структуру магнитного поля квадратной решетки вихрей Абрикосова в магнитосвязанных сверхпроводниках при произвольном относительном смещении решеток x_d (рис. 1). В лондоновском приближении, справедливом для сверхпроводников с большим параметром Гинзбурга — Ландау, $\kappa_l = \lambda_l / \xi_l \gg 1$, распределение магнитного поля \mathbf{H}_l в сверхпроводнике в каждой из пленок описывается уравнением Лондонов:

$$\hat{L}_l(\mathbf{H}_l) \equiv \mathbf{H}_l + \lambda_l^2 \text{rot rot } \mathbf{H}_l = \Phi_0 \mathbf{z}_0 \sum_{n,m=-\infty}^{+\infty} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l(n, m)). \tag{1}$$

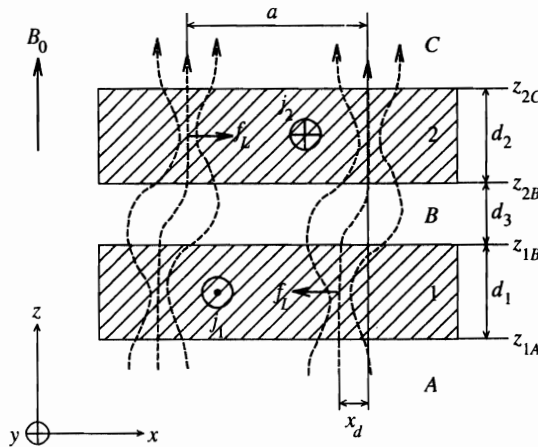


Рис. 1. Магнитосвязанные сверхпроводящие пленки во внешнем магнитном поле B_0 . Схематично показана структура силовых линий магнитного поля при произвольном относительном смещении решеток вихрей в пленках x_d

Здесь вектор $\mathbf{r}_l(n, m) = (x_l + na)\mathbf{x}_0 + may_0$ определяет положение вихревых нитей, а величина x_l задает смещение решетки вихрей относительно нулевого положения, соответствующего соосному расположению вихрей в магнитосвязанных пленках (n, m — любые целые числа). Воспользуемся линейностью лондоновского приближения и представим искомое общее решение дифференциального уравнения (1) в виде суперпозиции двух решений:

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{H}_{lv} + \mathbf{H}_{ld}. \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое \mathbf{H}_{lv} представляет собой частное решение неоднородного уравнения (1)

$$\hat{L}_l(\mathbf{H}_{lv}) = \Phi_0 \mathbf{z}_0 \sum_{n,m} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l(n, m)), \quad (3)$$

а второе слагаемое \mathbf{H}_{ld} является решением соответствующего однородного уравнения Лондонов

$$\hat{L}_l(\mathbf{H}_{ld}) = 0, \quad (4)$$

что позволяет обеспечить непрерывность компонент магнитного поля на поверхностях пленок.

Выберем частное решение $\mathbf{H}_{lv} = H_{lv} \mathbf{z}_0$ неоднородного уравнения (3) в виде, описывающем структуру магнитного поля квадратной решетки вихрей Абрикосова в массивном сверхпроводнике. Это решение может быть записано в виде двумерного ряда Фурье по пространственным гармоникам:

$$H_{lv} = \frac{\Phi_0}{a^2} \sum_{n,m} S_l(n, m) \exp[iq_a(nx + my) - i\chi_l], \quad (5)$$

$$q_a = 2\pi/a, \quad \chi_l = q_a n x_l.$$

Чтобы расширить границы применимости лондоновского приближения, воспользуемся моделью Клемма [27], которая хорошо описывает одиночный вихрь Абрикосова при произвольном значении параметра Гинзбурга — Ландау κ . Представляя решетку вихрей в виде линейной суперпозиции одиночных вихрей, можно получить следующее выражение для пространственного фурье-спектра $S_l(n, m)$:

$$S_l(n, m) = \frac{K_1(q_l \xi_l^v)}{q_l \lambda_l K_1(\xi_l^v / \lambda_l)}, \quad (6)$$

$$q_l \equiv q_l(n, m) = q_a \sqrt{n^2 + m^2 + (a/2\pi\lambda_l)^2}, \quad (7)$$

где параметр ξ_l^v , определяющий эффективный размер ядра вихря в модели Клемма, удовлетворяет уравнению

$$\xi_l^v / \sqrt{2} = \xi_l [1 - K_0^2(\xi_l^v / \lambda_l) / K_1^2(\xi_l^v / \lambda_l)]^{1/2},$$

а $K_{0,1}(\zeta)$ — модифицированные функции Бесселя. Использование принципа линейной суперпозиции при расчете поля решетки вихрей Абрикосова предполагает, что перекрытие нормальных ядер вихрей отсутствует, т.е. $\xi_l^v \ll a$. Для сверхпроводников с большим параметром Гинзбурга — Ландау, $\kappa_l \gg 1$, выражение (6) можно упростить:

$$S_l(n, m) \simeq (1/q_l \lambda_l)^2. \tag{8}$$

Общее решение однородного уравнения Лондонов (4)

$$\mathbf{H}_{ld} = (H_{ld}^x, H_{ld}^y, H_{ld}^z),$$

обеспечивающее выполнение граничных условий на поверхностях пленок, также представим в виде двумерного ряда Фурье по пространственным гармоникам:

$$H_{ld}^\sigma = \frac{\Phi_0}{a^2} \sum_{n,m} [C_l^{\sigma+} e^{q_l z} + C_l^{\sigma-} e^{-q_l z}] \exp [i q_a (nx + my) - i \chi_l], \quad \sigma = x, y, z. \tag{9}$$

Подстановка решения (2), (5), (9) в уравнения (1), (4) определяет алгебраическое соотношение между неизвестными коэффициентами разложения $C_l^{\sigma\pm}$:

$$-q_a n C_l^{x\pm} - q_a m C_l^{y\pm} \pm i q_l C_l^{z\pm} = 0 \tag{10}$$

и позволяет записать оператор $\hat{L}_l(\mathbf{H}_l)$ следующим образом:

$$\hat{L}_l(\mathbf{H}_l) \equiv \frac{\Phi_0 \mathbf{z}_0}{a^2} \sum_{n,m} \lambda_l^2 q_l^2 S_l(n, m) \exp [i q_a (nx + my) - i \chi_l]. \tag{11}$$

Всюду вне сверхпроводника ($z < z_{1A}$, $z_{1B} < z < z_{2B}$, $z > z_{2C}$) магнитное поле \mathbf{H}_β удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H}_\beta = 0, \quad \beta = \begin{cases} C, & \text{если } z > z_{2C} \\ B, & \text{если } z_{1B} < z < z_{2B} \\ A, & \text{если } z < z_{1A} \end{cases} \tag{12}$$

и является потенциальным. Соответствующий этому полю скалярный потенциал U_β

$$\mathbf{H}_\beta = -\nabla U_\beta \tag{13}$$

является решением уравнения Лапласа

$$\Delta U_\beta = 0. \tag{14}$$

Решение уравнения (14) будем искать в виде

$$U_\beta = -B_\beta z + \frac{\Phi_0}{a} \sum_{n^2+m^2 \neq 0} [C_\beta^+ e^{uz} + C_\beta^- e^{-uz}] \exp [i q_a (nx + my) - i \chi_\beta], \tag{15}$$

где $u = q_a \sqrt{n^2 + m^2}$; $C_A^- = 0$, $\chi_A \equiv \chi_1 = q_a n x_1$; $\chi_B = 0$; $C_C^+ = 0$, $\chi_C \equiv \chi_2 = q_a n x_2$.

Граничные условия, получающиеся из непрерывности компонент магнитного поля на поверхностях пленок, удобно записать следующим образом:

$$z = z_{l\beta} \Rightarrow \mathbf{H}_l = \mathbf{H}_\beta; \quad \text{где } l = 1, 2, \quad \beta = (A, B, C). \tag{16}$$

Подставляя разложения Фурье (5), (9), (15) в граничные условия (16) и принимая во внимание соотношение (10), получим систему линейных алгебраических уравнений, которая позволяет выразить неизвестные коэффициенты $C_l^{\sigma\pm}(n, m)$ и $C_\beta^\pm(n, m)$ через спектральные функции $S_l(n, m)$ (6) и параметры задачи. В результате, используя выражения (5), (9), (13), (15), можно найти искомые распределения магнитного поля.

Полученные таким образом решения полностью определяют структуру магнитного поля в магнитосвязанных сверхпроводниках при произвольном относительном смещении $x_d = x_2 - x_1$ решеток вихрей в соседних пленках.

2.2. Энергия Гиббса решетки вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках

Поведение сверхпроводника во внешнем магнитном поле \mathbf{B}_0 определяется, как известно [28], энергией Гиббса:

$$G = F - \frac{1}{4\pi} \int dV (\mathbf{H}\mathbf{B}_0), \tag{17}$$

где F — свободная энергия системы. При расчете энергии Гиббса, которая приходится на один вихрь в магнитосвязанных сверхпроводниках, интегрирование следует проводить в пределах элементарной ячейки решетки вихрей $S_c = (|x|, |y| \leq a/2)$:

$$\int dV = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{S_c} dx dy.$$

В областях, занятых сверхпроводником ($z_{1A} \leq z \leq z_{1B}$, $z_{2B} \leq z \leq z_{2C}$), уравнению Лондонов (1) соответствует следующее выражение для свободной энергии F_l [28]:

$$F_l = \frac{1}{8\pi} \int_{V_l} dV [\mathbf{H}_l^2 + (\lambda_l \text{rot } \mathbf{H}_l)^2], \tag{18}$$

где

$$V_l = \begin{cases} (x, y \in S_c, z_{1A} \leq z \leq z_{1B}), & \text{если } l = 1 \\ (x, y \in S_c, z_{2B} \leq z \leq z_{2C}), & \text{если } l = 2 \end{cases}$$

Энергия магнитного поля \mathbf{H}_β вне сверхпроводника определяется обычным образом:

$$F_\beta = \frac{1}{8\pi} \int_{V_\beta} dV \mathbf{H}_\beta^2, \quad \text{где } V_\beta = \begin{cases} (x, y \in S_c, z > z_{2C}), & \text{если } \beta = C, \\ (x, y \in S_c, z_{1B} < z < z_{2B}), & \text{если } \beta = B. \\ (x, y \in S_c, z < z_{1A}), & \text{если } \beta = A \end{cases} \tag{19}$$

Используя уравнения (1), (13) и граничные условия (16), можно убедиться, что свободная энергия

$$F = \sum_{l=1,2} F_l + \sum_{\beta=A,B,C} F_\beta \tag{20}$$

может быть записана в виде

$$F = \frac{1}{8\pi} \left\{ \sum_{l=1,2} \int_{V_l} dV \mathbf{H}_l \hat{L}_l(\mathbf{H}_l) - \int_{S_c} d\mathbf{S} \left[U_A \hat{L}_1(\mathbf{H}_1) \right]_{z_{1A}} + \right. \\ \left. + \int_{S_c} d\mathbf{S} \left[U_B \hat{L}_1(\mathbf{H}_1) \right]_{z_{1B}} - \int_{S_c} d\mathbf{S} \left[U_B \hat{L}_2(\mathbf{H}_2) \right]_{z_{2B}} + \int_{S_c} d\mathbf{S} \left[U_C \hat{L}_2(\mathbf{H}_2) \right]_{z_{2C}} \right\}, \tag{21}$$

где $d\mathbf{S} = dx dy \mathbf{z}_0$ — элемент площади.

Энергия взаимодействия решеток вихрей Абрикосова в магнитосвязанных сверхпроводниках G_c (или, другими словами, энергия взаимного пиннинга решеток вихрей) — это та часть энергии Гиббса G (17), которая зависит от относительного смещения вихрей в соседних пленках x_d :

$$G = G_0 + G(x_d). \tag{22}$$

Очевидно, что второе слагаемое в (17) не дает никакого вклада в энергию G_c , поскольку в нем отсутствуют квадратичные по коэффициентам разложения $S_l, C_l^{\sigma\pm}, C_l^{\pm}$ члены. Подставляя в (21) фурье-разложения (5), (11), (15) и отбрасывая не зависящие от смещения x_d слагаемые, можно записать энергию взаимодействия $G_c(x_d)$ в расчете на одну элементарную ячейку вихрей S_c через спектральные функции $S_l(n, m)$ и амплитуды фурье-гармоник $C_l^{z\pm}(n, m)$:

$$G_c(x_d) = -\frac{\Phi_0^2}{8\pi a} \sum_{n^2+m^2 \neq 0} [q_1 S_1 (C_1^{z+} e^{-\gamma_1} + C_1^{z-} e^{\mu_1}) (1 - e^{-\delta_1}) + q_2 S_2 (C_2^{z+} e^{\mu_2} + C_2^{z-} e^{-\gamma_2}) (1 - e^{-\delta_2})] / (u^2 a), \tag{23}$$

где $\delta_l = q_l d_l, \gamma_l = q_l d_3 / 2, \mu_l = \delta_l + \gamma_l$. Коэффициенты $C_l^{z\pm}$ в (23) могут быть получены из системы линейных алгебраических уравнений (см. пп. 2.1) и выражены через спектральные функции $S_l(n, m)$ (6) и параметры задачи. Заменяя в (23) коэффициенты $C_l^{z\pm}$ соответствующими решениями и группируя коэффициенты при одинаковых пространственных гармониках, получим выражение для энергии $G_c(x_d)$ в виде ряда Фурье:

$$G_c(x_d) = -\frac{\Phi_0^2}{a} \sum_{n \geq 1} G_n \cos(q_n x_d). \tag{24}$$

Здесь параметр $x_d = x_2 - x_1$ определяет относительное смещение решеток вихрей в пленках, а амплитуды пространственных гармоник G_n следующим образом выражаются через спектральные функции $S_l(n, m)$:

$$G_n = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{P_1 Q_2 + P_2 Q_1}{auD}, \tag{25}$$

$$\begin{aligned} P_l &\equiv P_l(n, m) = q_l S_l (1 - e^{-\delta_l}) (1 + q_l^- e^{-\delta_l} / q_l^+) e^{-\gamma_l}, \\ Q_l &\equiv Q_l(n, m) = S_l \left\{ 2q_l^- (1 + q_l^- e^{-\delta_l} / q_l^+) \operatorname{sh} \delta_l + \right. \\ &\quad \left. + q_l^+ [e^{\delta_l} - (q_l^- / q_l^+)^2 e^{-\delta_l}] (1 - e^{-\delta_l}) \right\} e^{-\mu_l}, \\ D &\equiv D(n, m) = \left\{ q_1^+ q_2^+ e^{\delta_3} [e^{\delta_1} - (q_1^- / q_1^+)^2 e^{-\delta_1}] [e^{\delta_2} - (q_2^- / q_2^+)^2 e^{-\delta_2}] - \right. \\ &\quad \left. - 4q_1^- q_2^- e^{-\delta_3} \operatorname{sh} \delta_1 \operatorname{sh} \delta_2 \right\} e^{-\mu_1 - \mu_2}, \end{aligned} \tag{26}$$

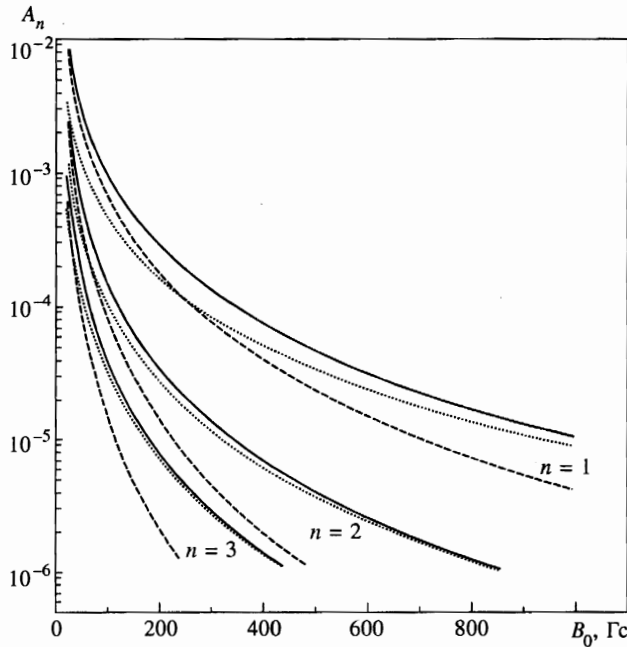


Рис. 2. Зависимость амплитуд пространственных гармоник A_n , ($n = 1 \div 3$) (26), (29) от индукции внешнего магнитного поля B_0 для нескольких значений толщины сверхпроводящих пленок $d_{1,2}$ и толщины изолирующего слоя d_3 ($\lambda_{1,2} = 2000 \text{ \AA}$, $\xi_{1,2} = 20 \text{ \AA}$): сплошные линии соответствуют $d_{1,2} = 1000 \text{ \AA}$, $d_3 = 100 \text{ \AA}$; штриховые — $d_{1,2} = 1000 \text{ \AA}$, $d_3 = 300 \text{ \AA}$; пунктир — $d_{1,2} = 500 \text{ \AA}$, $d_3 = 100 \text{ \AA}$

где $q_l^\pm = q_l \pm u$, $\delta_3 = ud_3$. Сила взаимодействия решеток вихрей в магнитосвязанных пленках в расчете на один вихрь определяется из условия

$$f_l = -dG_c/dx_l \quad (27)$$

и может быть также записана в виде ряда Фурье по пространственным гармоникам относительного смещения x_d :

$$f_1 = -f_2 = \frac{\Phi_0^2}{a^2} \sum_{n \geq 1} A_n \sin(q_n n x_d), \quad (28)$$

$$A_n = \frac{n}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{P_1 Q_2 + P_2 Q_1}{auD}, \quad (29)$$

где функции $P_{1,2}$, $Q_{1,2}$, D определяются формулами (26). Выражения (24)–(29) позволяют рассчитать энергию взаимного пиннинга $G_c(x_d)$ и силу магнитного взаимодействия $f_{1,2}(x_d)$ решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках. На рис. 2 приведены зависимости амплитуд пространственных гармоник A_n , вычисленных по формулам (26), (29), от индукции внешнего магнитного поля B_0 для нескольких значений толщины сверхпроводящих пленок $d_{1,2}$ и толщины изолирующего слоя d_3 . Амплитуды гармоник A_n быстро убывают с увеличением индукции B_0 и номера гармоники n , так

что гармоники с номерами $n \geq 2$ в разложении (28) оказываются существенными лишь в слабых полях $B_0 \sim H_{c1}$, где $H_{c1} = \Phi_0 \ln \kappa / 4\pi \lambda^2$ — нижнее критическое поле в модели Лондонов.

Если решетка вихрей является достаточно плотной, так что расстояние a между вихрями порядка или меньше глубины проникновения магнитного поля $\lambda_{1,2}$, выражения (26), (29) могут быть существенно упрощены. Пренебрегая в (29) при $\lambda_{1,2} \gg a/2\pi$ экспоненциально малыми членами и подставляя в (26) в качестве спектральной функции $S_1(n, m)$ выражение (8), справедливое для сверхпроводников с большим параметром Гинзбурга — Ландау $\kappa_{1,2} \gg 1$, можно получить следующее простое представление для амплитуд A_n силы пиннинга $f_{1,2}$:

$$A_n \simeq \frac{n}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ud_3}}{ua} \frac{1 - e^{-ud_1}}{q_1^2 \lambda_1^2} \frac{1 - e^{-ud_2}}{q_2^2 \lambda_2^2}, \tag{30}$$

где $u = 2\pi\sqrt{n^2 + m^2}/a$, $q_{1,2} = 2\pi\sqrt{n^2 + m^2 + (a/2\pi\lambda_{1,2})^2}/a$. Как легко видеть из (30), спектр Фурье гармоник A_n экспоненциально затухает, если n больше некоторого значения $n_m = a/2\pi d_3$. Таким образом, выбором толщины зазора d_3 можно обеспечить гармонический закон изменения силы взаимного пиннинга решеток вихрей $f_{1,2}$ в широком интервале параметров пленок

$$f_{1,2} \simeq \pm f_{c1} \sin(q_a x_d), \tag{31}$$

причем амплитуда $f_{c1} = \Phi_0^2 A_1 / a^2$ монотонно убывает с ростом индукции B_0 .

3. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВИХРЕЙ В МАГНИТОСВЯЗАННЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Запишем для каждой из пленок уравнение движения вихрей в периодическом потенциале пиннинга, возникающем из-за взаимодействия решеток вихрей в соседних пленках. Предположим, что динамика движения магнитного потока определяется действием силы Лоренца $\mathbf{f}_L = (j\Phi_0/c)\mathbf{x}_0$ на единицу длины вихревой нити, вызываемой взаимодействием между током \mathbf{j} и вихрем. Будем полагать также, что сила внутреннего (объемного и поверхностного) пиннинга f_p вихрей в обеих пленках пренебрежимо мала и не оказывает заметного влияния на движение вихрей. При этом на вихрь, движущийся со скоростью \mathbf{v} , действует сила вязкого трения $\mathbf{f}_\eta = -\eta\mathbf{v}$, пропорциональная скорости. Уравнения движения решеток вихрей вдоль оси x в магнитосвязанных пленках при указанных предположениях можно записать в виде [17, 21]

$$\begin{aligned} -\eta_1 \dot{x}_1 + \frac{\Phi_0}{c} j_1 + \frac{f_1}{d_1} &= 0, \\ -\eta_2 \dot{x}_2 + \frac{\Phi_0}{c} j_2 + \frac{f_2}{d_2} &= 0. \end{aligned} \tag{32}$$

Здесь $\eta_{1,2}$ — феноменологический коэффициент вязкости для каждой из пленок, а сила взаимодействия $f_{1,2}$ определяется выражением (28). Вводя разность фаз $\varphi = q_a x_d$, которая определяется относительным смещением решеток вихрей x_d , легко получить из (32) следующее уравнение, описывающее движение вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках:

$$\alpha\dot{\varphi} + j_s(\varphi) = j. \quad (33)$$

Параметр $\alpha = ca\eta/2\pi\Phi_0$ описывает диссипацию, возникающую при относительном движении решеток вихрей, а функция

$$j_s(\varphi) = \frac{cB_0}{d} \sum_{n \geq 1} A_n \sin n\varphi \quad (34)$$

определяет зависимость протекающего по пленкам без потерь тока j_s от взаимного расположения вихрей в соседних пленках. Здесь величины η , d и j обозначают соответственно приведенные вязкость, толщину пленки и плотность внешнего тока и выражаются через параметры задачи следующим образом:

$$\eta = \frac{\eta_1\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}, \quad d = \frac{d_1d_2(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1d_1 + \eta_2d_2}, \quad j = \frac{j_2\eta_1 - j_1\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}. \quad (35)$$

Положим в дальнейшем, что сверхпроводящие пленки одинаковы ($\lambda = \lambda_{1,2}$, $\xi = \xi_{1,2}$, $d_1 = d_2$, $\eta_1 = \eta_2$), а токи в пленках равны по величине и противоположны по направлению ($j_2 = -j_1$). В этом случае приведенные параметры из (35) соответственно равны: $d = d_{1,2}$, $\eta = \eta_{1,2}/2$, а j совпадает с плотностью внешнего тока в сверхпроводящих пленках: $j = j_2 = -j_1$.

Максимальная плотность тока

$$j_c = \max[j_s(\varphi)] = j_s(\varphi^c), \quad (36)$$

которая может без диссипации протекать в магнитосвязанных пленках в рассматриваемой здесь геометрии, соответствует такому взаимному смещению решеток вихрей в соседних пленках x_d^c , при котором фаза $\varphi^c = q_a x_d^c$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{dj_s}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi^c} = \sum_{n \geq 0} n A_n \cos n\varphi^c = 0. \quad (37)$$

При этом ток j_c можно рассматривать как критический ток, при превышении которого происходит срыв решеток вихрей. Если протекающий в пленках ток j меньше j_c , то взаимное притяжение вихрей в соседних пленках фиксирует относительное пространственное расположение решеток вихрей и обеспечивает бездиссипативное протекание тока. При j больше j_c возникает относительное движение вихревых решеток в соседних пленках, что приводит к диссипации при протекании по ним тока. Отметим, что притяжение решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках можно рассматривать как дополнительный пиннинг вихрей, приводящий к увеличению критического тока по сравнению с критическим током j_p , обусловленным собственным (внутренним и поверхностным) пиннингом вихрей в пленках. Такой дополнительный пиннинг может быть обнаружен экспериментально, и, кроме того, он представляет самостоятельный интерес.

На рис. 3 показана зависимость максимальной плотности тока j_c (34), (36), (37) от индукции B_0 для нескольких значений толщины пленок d и толщины изолирующего слоя d_3 . С увеличением индукции B_0 период a решетки вихрей уменьшается, вихри перекрываются сильнее, а распределение магнитного поля в пленке становится более однородным. При этом уменьшается сила взаимного пиннинга решеток вихрей, а следовательно, и величина критической плотности тока j_c . На рис. 4 показана зависимость максимальной плотности тока j_c от толщины пленок d для нескольких значений

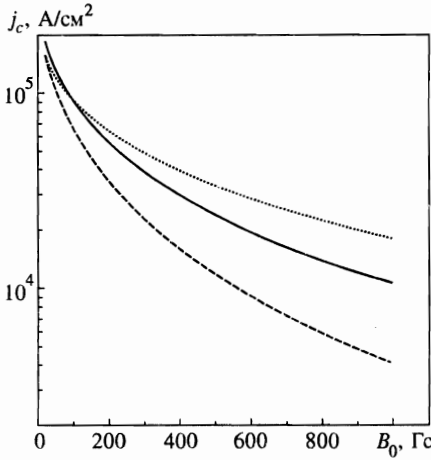


Рис. 3

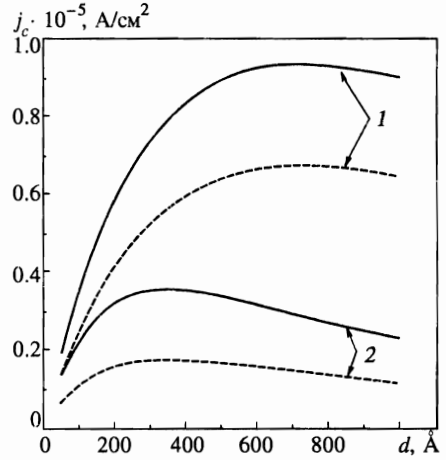


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость критической плотности тока j_c (34), (36), (37) от индукции B_0 для нескольких значений толщины изолирующего слоя d_3 ($\lambda = 2000 \text{ \AA}$, $\xi = 20 \text{ \AA}$): сплошные линии соответствуют $d_{1,2} = 1000 \text{ \AA}$, $d_3 = 100 \text{ \AA}$; штриховые — $d_{1,2} = 1000 \text{ \AA}$, $d_3 = 300 \text{ \AA}$; пунктир — $d_{1,2} = 500 \text{ \AA}$, $d_3 = 100 \text{ \AA}$

Рис. 4. Зависимость критической плотности тока j_c (34), (36), (37) от толщины сверхпроводящих пленок d для нескольких значений индукции B_0 и толщины изолирующего слоя d_3 : 1 — $B_0 = 100 \text{ Гс}$, 2 — $B_0 = 500 \text{ Гс}$ ($\lambda = 2000 \text{ \AA}$, $\xi = 20 \text{ \AA}$); сплошная кривая соответствует $d_3 = 100 \text{ \AA}$; штриховая — $d_3 = 300 \text{ \AA}$

магнитного поля B_0 и толщины изолирующего слоя d_3 . Рост критического тока j_c с увеличением толщины d в случае тонких сверхпроводящих пленок ($d \ll \lambda$) объясняется уменьшением эффективной глубины проникновения $\lambda^d = \lambda^2/d$, которая определяет характерный пространственный масштаб изменения магнитного поля в вихре [20]. С увеличением толщины пленки d квазидвумерный вихрь трансформируется в вихрь Абрикосова, магнитное поле которого заметно изменяется на глубине проникновения λ . При этом относительное влияние конечной толщины пленки d на свободную энергию вихря $F_{1,2}$ (18) уменьшается, а для случая $d > \lambda$ вносимые поверхностями пленки возмущения незначительны. В последнем случае, однако, внешний ток распределен неравномерно по толщине пленки, и при написании уравнений движения вихрей (32) необходимо учитывать, что средняя плотность тока $j_{1,2}$ зависит от толщины пленки $d_{1,2}$, и, кроме того, возможен наклон осевых линий вихрей.

Для значений внешнего магнитного поля B_0 , при которых период создаваемой полем решетки вихрей не слишком велик ($a \leq \lambda$), вклад гармоник с $n \geq 2$ в разложении (34) незначителен (см. рис. 2). Поэтому, оставляя в (34) слагаемое с $n = 1$, соответствующее основной гармонике пространственной частоты q_a , имеем простую синусоидальную зависимость сверхтока j_s от фазы φ , соответствующую гармоническому закону изменения силы пиннинга (31):

$$j_{s1}(\varphi) \simeq j_{c1} \sin \varphi, \tag{38}$$

где критическая плотность тока j_{c1} определяется выражением

$$j_{c1} = cB_0A_1/d. \quad (39)$$

Если изолирующий слой не очень тонкий ($d_3 \geq a/2\pi$), можно ограничиться только слагаемым с $m = 0$ в разложении (30). Пренебрегая к тому же при $d > a$ влиянием конечной толщины сверхпроводящих пленок, легко получить из (30), (39) следующую простую оценку величины критической плотности тока j_{c1} :

$$j_{c1} \simeq \frac{c\Phi_0 a^2 e^{-2\pi d_3/a}}{64\pi^5 \lambda^4 d}, \quad (40)$$

которая справедлива для сверхпроводящих пленок с большим параметром Гинзбурга–Ландау $\kappa = \lambda/\xi \gg 1$. Уравнение движения решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках (33), соответствующее синусоидальной зависимости (38) сверхтока j_s от фазы φ , совпадает с уравнением RSJ-модели джозефсоновского перехода [29, 30]:

$$\alpha\dot{\varphi} + j_{c1} \sin \varphi = j, \quad (41)$$

где j_{c1} — критическая плотность тока, определяемая выражением (39), j — приведенная плотность внешнего тока в пленках (35), а параметр α описывает диссипацию, возникающую при движении вихрей. Если ток в пленках j меньше критического j_{c1} , то существует стационарное решение уравнения (41) $\varphi^s = q_a x_d^s$, определяющее смещение решеток вихрей в соседних пленках относительно равновесного положения. В этом случае имеет место бездиссипативное протекание тока по магнитосвязанным пленкам, находящимся в смешанном состоянии, даже в том случае, когда собственный пиннинг вихрей в пленках отсутствует.

4. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ОТКЛИК МАГНИТОСВЯЗАННЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

При превышении протекающим по пленке током j критического значения j_c возникает срыв и проскальзывание решеток вихрей друг относительно друга. Такое движение вихрей в виду периодичности потенциала взаимодействия имеет переменную компоненту скорости и должно приводить к генерации электромагнитного излучения. Качественно это движение можно рассматривать как неравномерное движение решеток, составленных из магнитных диполей. Отметим, что при движении вихрей в пленках возникает электрическое поле $E = \dot{x}_d B_0/c$, имеющее переменную компоненту. Ограничимся в дальнейшем случае одинаковых пленок с плотной решеткой вихрей ($a < \lambda$), когда для описания движения вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках справедливо уравнение (41). Записывая коэффициент вязкости $\eta = \Phi_0 B_0 / \rho_f c^2$ через удельное сопротивление пленок в режиме течения магнитного потока $\rho_f = \rho_n B_0 / H_{c2}$, где ρ_n — удельное сопротивление пленок в нормальном состоянии, а $H_{c2} = \Phi_0 / 2\pi\xi^2$ — верхнее критическое поле, можно получить следующее выражение для частоты генерации ω [2]:

$$\omega = \sqrt{j^2 - j_{c1}^2} / \alpha = \omega_0 \sqrt{(j/j_{c1})^2 - 1}, \quad (42)$$

$$\omega_0 = \frac{4\pi c j_{c1} \rho_f a}{\Phi_0} = \frac{4\pi c j_{c1} \rho_n}{a H_{c2}}. \quad (43)$$

Зависимость частоты ω электромагнитного излучения магнитосвязанных сверхпроводников от пространственного периода решеток a означает возможность перестройки частоты излучения внешним магнитным полем B_0 . Если внешний ток j заметно превышает критическое значение j_{c1} , то

$$\omega \simeq \frac{4\pi c \rho_n}{H_{c2} \Phi_0^{1/2}} j \sqrt{B_0}. \quad (44)$$

По аналогии с хорошо известными свойствами джозефсоновских переходов система магнитосвязанных сверхпроводников должна быть чувствительной к воздействию на нее внешним переменным полем [21]: из-за синхронизации движения магнитного потока микроволновым излучением на вольт-амперной характеристике будут наблюдаться ступеньки Шапиро [29].

Обсудим соотношение между частотой генерации ω и постоянным напряжением V_0 , которое возникает при относительном движении решеток вихрей. Рассмотрим сверхпроводящий мостик длиной L и шириной W , находящийся во внешнем магнитном поле B_0 , так что на площади $L \times W$ формируется квадратная решетка из $N \times M$ вихрей: $N = L/a$, $M = W/a$, где a — пространственный период решетки. В режиме течения магнитного потока в сверхпроводящих пленках возникает электрическое поле E , постоянная составляющая которого $E_0 \equiv \langle E \rangle_t$ обеспечивает появление диссипации и определяется в соответствии с уравнением Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

средней скоростью v_0 движения решетки вихрей в пленках:

$$E_0 = v_0 B_0 / c. \quad (45)$$

Электрическое поле E_0 создает на мостике постоянное напряжение

$$V_0 = E_0 L = E_0 a N. \quad (46)$$

Через период колебаний $T = 2\pi/\omega$ картина взаимного расположения решеток вихрей повторяется, при этом вихревая решетка в каждой из магнитосвязанных пленок смещается относительно своего предыдущего положения на половину пространственного периода решетки, т.е. $a/2 = v_0 T$. Отсюда легко получить следующее соотношение между приложенным напряжением V_0 и частотой ω :

$$V_0 = \frac{\hbar}{2e} \frac{N}{2} \omega, \quad (47)$$

которое отличается от хорошо известного соотношения Джозефсона [1] дополнительным множителем $N/2$, где целое число N равно количеству вихрей, укладываемых на длине мостика L . Отметим, что когда движется только одна из решеток вихрей, а вторая неподвижна, например из-за сильного собственного пиннинга, множитель $N/2$ в (47) следует заменить на N . Фактор N определяет количество квантов потока, выходящих из контура за период колебаний.

Возникающее из-за движения магнитного потока электрическое сопротивление мостика по постоянному току равно в рабочей точке $R_0 = V_0/I_0$, где $I_0 = jS$ — полный

ток через поперечное сечение пленки $S = dW$. При существенном превышении тока I_0 над критическим током $I_c = j_c S$ сопротивление R_0 стремится к характерному сопротивлению

$$R = \rho_f L / S, \quad (48)$$

которое соответствует не зависящему от тока шунтирующему сопротивлению для RSJ-модели джозефсоновского перехода. Удобным параметром, описывающим работу такого мостика, является характерное напряжение V_c , определяемое как [31]

$$V_c = I_c R. \quad (49)$$

Отметим, что на элементарную цепочку вихрей, движущуюся поперек мостика, приходится напряжение $V_{c1} = V_c / N$, связанное с характерной частотой ω_0 соотношением Джозефсона (см. (47)). При больших токах ($I_0 \gg I_c$) и оптимальных условиях согласования импедансов мостика R_c и нагрузки R_L ($R_L \simeq R_c$) можно ожидать выделения на нагрузке высокочастотной мощности [32]

$$P_{\sim} \simeq R I_c^2 / 8. \quad (50)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравним поведение магнитосвязанных сверхпроводников при относительном проскальзывании решеток вихрей с работой обычного джозефсоновского перехода. Рассмотрим для примера S - N - S -контакт с сопротивлением R_N и толщиной нормального слоя d_N . Слабая связь в S - N - S -переходе возникает из-за эффекта близости [28], а критический ток такого контакта при температуре T определяется выражением [3]

$$I_c^{SNS} = \frac{\pi \Delta^2}{4ek_B T R_N} \sum_{n \geq 0} \frac{8}{\pi^2 (2n+1)^2} \frac{l_n}{\text{sh } l_n}, \quad (51)$$

где $l_n = (2n+1)^{1/2} d_N / \xi_N$. Здесь Δ — величина энергетической щели в сверхпроводниках, а ξ_N — длина когерентности в материале нормального слоя. Из выражения (51) легко видеть, что высокое значение I_c^{SNS} возможно в том случае, когда нормальный барьер достаточно тонкий ($d_N \sim \xi_N$), а его сопротивление R_N мало. При $d_N \gg \xi_N$ величина критического тока I_c^{SNS} экспоненциально убывает с увеличением толщины нормального слоя. Малое сопротивление R_N , которое затрудняет согласование S - N - S -контакта с другими устройствами, можно увеличить, уменьшая площадь контакта. При этом, однако, пропорционально площади снижается и мощность излучения.

В случае магнитосвязанных сверхпроводников слабая связь обеспечивается магнитным взаимодействием решеток вихрей в сверхпроводящих пленках. Сравним выражение для критической плотности тока j_{c1} в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках (40) и выражение (51), определяющее критический ток S - N - S -контакта. Нетрудно заметить, что величина $a/2\pi$ в (40) играет ту же роль, что и параметр ξ_N для S - N - S -перехода: экспоненциальное уменьшение величины слабой связи между магнитосвязанными сверхпроводниками происходит в магнитных полях B_0 , при которых период решеток

вихрей a становится порядка толщины зазора d_3 между сверхпроводящими пленками. Поскольку в полях $B_0 \ll H_{c2}$ величина $a \gg \xi$, требования, предъявляемые к изолирующему слою в магнитосвязанных сверхпроводниках, оказываются не столь высокими, как для джозефсоновских контактов. Характерное сопротивление R_0 (48) мостика из магнитосвязанных сверхпроводников не зависит явно от толщины зазора d_3 . Это позволяет согласовать R_0 с импедансом нагрузки R_L , изменяя длину L и ширину W сверхпроводящего мостика без заметного снижения критического тока $I_c = j_{c1}S$ и, следовательно, излучаемой мощности P_{\sim} (50).

Соотношение (47) между частотой $f = \omega/2\pi$ и напряжением на мостике V_0 удобно для наглядности переписать в виде

$$f = 2(2e/h)V_1. \quad (52)$$

Здесь величина $V_1 = V_0/N$ обозначает напряжение, возникающее на элементарной цепочке вихрей, движущейся поперек мостика, а дополнительный множитель 2 перед коэффициентом $2e/h \simeq 483.6$ МГц/ μV отражает очевидный факт, что при заданном напряжении V_1 частота генерации f повышается в два раза из-за движения вихрей навстречу друг другу.

Отметим еще одно интересное следствие соотношения (52). При заданных геометрических размерах мостика $L \times W$ зависимость частоты излучения f от внешнего магнитного поля B_0 проявляется в (52) через зависимость $N(B_0) = L(B_0/\Phi_0)^{1/2}$. Поскольку N принимает только целые значения, частота f при заданном напряжении на мостике V_0 может принимать дискретные значения. То есть, если напряжение V_0 на мостике фиксировано, изменение частоты излучения f при изменении магнитного поля B_0 происходит скачками: переход на соседнюю ступеньку соответствует изменению числа цепочек вихрей N на ± 1 .

Выражая I_c и R_0 через геометрические размеры мостика, изготовленного из магнитосвязанных сверхпроводников, можно записать выражение (50) для ВЧ мощности в виде

$$P_{\sim} \simeq P_0(N \times M), \quad (53)$$

где величина $P_0 = \rho_f j_c^2 a^2 d/8$ определяет мощность излучения от элементарной ячейки ($a \times a$), в которой находится один вихрь решетки. Отметим, что такой элементарный мостик, сделанный из магнитосвязанных сверхпроводников, в котором помещается только один вихрь ($N = 1, M = 1$), ведет себя во многом аналогично одиночному джозефсоновскому контакту. При этом геометрические размеры такого мостика определяются уже не длиной когерентности ξ , а величиной $a = (\Phi_0/B_0)^{1/2}$, что весьма упрощает изготовление таких объектов из ВТСП материалов по сравнению с обычными джозефсоновскими контактами.

Нестационарный эффект Джозефсона в системах со слабой связью удобно обсуждать в представлении квантов потока, проникающих в переход [26]. В обычном джозефсоновском переходе за период колебаний T через область, занимаемую контактом, проходит один квант потока Φ_0 . Это означает, что такая система работает на низком уровне мощности, а для повышения выходной мощности необходимо синхронизовать достаточное число контактов [32]. Однако проблема синхронизации достаточно сложна, поскольку контакты связаны между собой только через внешнюю цепь, а непосредственное магнитное взаимодействие джозефсоновских вихрей в разных контактах

отсутствует. В сверхпроводящем мостике с размерами $L \times W$ на основе магнитосвязанных сверхпроводящих пленок внешнее магнитное поле B_0 формирует решетку связанных между собой вихрей, состоящую из $N \times M$ элементарных ячеек. Соотношение (53) означает, что за период колебаний T происходит одновременное пере замыкание $N \times M$ вихрей, что эквивалентно синхронизации матрицы $N \times M$ переходов. В результате мощность ВЧ излучения также увеличивается в $N \times M$ раз. При этом частота излучения f уменьшается по сравнению с джозефсоновской частотой $f_J = V_0(2e/h)$ лишь в N раз при фиксированном напряжении смещения V_0 на мостике. Для такой синхронной работы необходимо, однако, чтобы решетки вихрей двигались как целое относительно друг друга. Это можно обеспечить, если энергия взаимодействия вихрей в каждой из пленок, определяющая упругие свойства вихревой решетки [25], заметно превышает энергию G_c (23), которая характеризует взаимодействие соседних решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках.

Чтобы проиллюстрировать полученные выше результаты, рассмотрим примеры джозефсоновских устройств, основой которых служат магнитосвязанные сверхпроводящие пленки, предполагая, что решетки вихрей движутся навстречу другу. Используя приведенные в [23, 24] параметры трансформатора постоянного тока, изготовленного из гранулированных пленок алюминия (Al/SiO₂/Al): $H_{c2} = 50$ Гс, $\lambda = 6000$ Å, $\rho_n = 10$ мкОм·см, $d = 750$ Å, $d_3 = 120$ Å, можно получить, что для внешнего магнитного поля $B_0 = 10$ Гс ($a = 1.4$ мкм) величина потенциала взаимного пиннинга решеток вихрей составляет $\Delta U_c \sim 10$ мэВ, что обеспечивает плотность критического тока $j_c \simeq 10^3$ А/см². Величина критического тока для мостика с геометрическими размерами $L = 0.7$ мм ($N = 500$), $W = 20$ мкм оказывается равной $I_c = j_c W d = 15$ мкА. Подставляя эти данные в выражения (43), (48), (49), легко определить характерную частоту $f_0 = \omega_0/2\pi$, сопротивление R_c и напряжение V_c мостика на основе таких магнитосвязанных сверхпроводящих пленок: $f_0 \simeq 0.3$ ГГц, $R_c \simeq 10$ Ом и $V_c \simeq 0.15$ мВ ($V_{c1} \simeq 0.3$ мкВ). Частота ВЧ отклика в такой системе $f = \omega/2\pi$ зависит в силу (42) от величины превышения тока I_0 над критическим значением I_c , т. е. от выбора рабочей точки. Полагая напряжение на мостике V_0 равным характерному значению $V_0 = V_c$, получаем, что частота генерации $f = f_0$, что соответствует току в пленках $I_0 = \sqrt{2} I_c \simeq 21$ мкА и движению решеток вихрей навстречу друг другу со скоростью $v_0 = af/2 \simeq 2 \cdot 10^4$ см/с. Проведенная по формуле (50) оценка ВЧ мощности P_{\sim} , выделяемой на согласованной нагрузке $R_L \simeq R_c$, показывает, что можно ожидать $P_{\sim} \sim 10^{-9}$ Вт.

В качестве другого примера рассмотрим магнитосвязанные сверхпроводящие пленки из YBCO с типичными параметрами [33]: $\lambda = 2000$ Å, $\rho_f = 10$ мкОм·см и геометрическими размерами: $d = 500$ Å, $d_3 = 100$ Å, $L = 0.7$ мм, $W = 20$ мкм. Величина потенциала взаимного пиннинга решеток вихрей ΔU_c в таких магнитосвязанных пленках во внешнем магнитном поле $B_0 = 1000$ Гс ($a = 1400$ Å, $N = 5000$) достигает $\Delta U_c \sim 0.1$ эВ. Плотность критического тока и критический ток, определяемые взаимодействием решеток вихрей в соседних пленках, составляют соответственно $j_c \simeq 2 \cdot 10^4$ А/см² и $I_c = 0.2$ мА. Характерные параметры мостика на основе таких магнитосвязанных сверхпроводящих пленок равны: $f_0 \simeq 2.7$ ГГц, $R_c \simeq 70$ Ом и $V_c \simeq 14$ мВ ($V_{c1} \simeq 2.8$ мкВ). Полагая, как и в первом случае, что напряжение на мостике V_0 равно характерному значению $V_0 = V_c$, получаем частоту генерации $f = f_0$ и величину тока в пленках $I_0 = \sqrt{2} I_c \simeq 0.28$ мА. Средняя скорость движения вихрей в пленках составляет в этом случае $v_0 = af/2 \simeq 2 \cdot 10^4$ см/с. Оценка ВЧ мощности P_{\sim} (50) на частоте генерации f дает $P_{\sim} \sim 0.35$ мкВт. Отметим, что столь высокие значения плотности

критического тока $j_c \sim 10^4 \div 10^5$ А/см² для S - N - S -перехода с площадью 0.8 мкм², изготовленного из ВТСП материалов, наблюдаются лишь при очень низком сопротивлении $R_N \sim 0.1$ Ом такого контакта [34]. Исследование магнитосвязанных пленок на основе высокотемпературных сверхпроводников затруднено, однако, высокими значениями критического тока j_p (т. е. сильным внутренним пиннингом вихрей Абрикосова в пленках), характерными для ВТСП материалов. Перспективными высокотемпературными материалами для изучения движения вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках могут оказаться гранулированные ВТСП пленки, обладающие низкой энергией внутреннего пиннинга для межгранульных вихрей [35].

Невысокие значения частоты f , на которой происходит генерация электромагнитного излучения в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках, очевидно, вызваны относительно малыми скоростями движения вихрей Абрикосова в сверхпроводниках. Очевидно, однако, что рассматриваемый здесь способ создания неравномерного движения вихревых структур весьма универсален и может быть реализован в распределенных магнитосвязанных джозефсоновских контактах [36]. Характерные скорости джозефсоновских вихрей в генераторах, основанных на движении магнитного потока (Flux-Flow Oscillator — FFO), достигают $10^7 \div 10^8$ см/с при частоте генерации $f \sim 200 \div 450$ ГГц [37]. Использование пары длинных джозефсоновских контактов в качестве FFO, между которыми существует дополнительная магнитная связь [38], обеспечивало синхронизацию осцилляторов при движении вихрей в одном направлении. Преимущество предлагаемого здесь режима, когда вихри в соседних контактах движутся навстречу друг другу, состоит в том, что магнитная связь между джозефсоновскими вихрями позволяет увеличить как частоту генерации, так и излучаемую мощность.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что при относительном движении решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках в геометрии трансформатора постоянного тока возникает эффективная генерация электромагнитного излучения. Использование магнитной связи между идентичными решетками вихрей обеспечивает самосогласование периодов решеток вихрей и потенциала пиннинга и оптимальное взаимодействие между ними. Уравнение, описывающее вязкое движение решеток вихрей в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках, совпадает с уравнением резистивно-шунтированной модели джозефсоновского перехода, роль разности фаз φ в котором играет относительное смещение x_d решеток вихрей в пленках. Сравнительно большое число легко контролируемых параметров: толщина сверхпроводящих пленок, толщина изолирующего слоя, зависящая от температуры глубина проникновения магнитного поля позволяют реализовать режим, при котором сила взаимного пиннинга решеток вихрей изменяется по гармоническому закону в заданном диапазоне значений внешнего магнитного поля. Это обеспечивает синусоидальную зависимость сверхтока j_s от фазы φ в эквивалентной RSJ-модели. Показано, что магнитосвязанные сверхпроводники обладают свойствами джозефсоновского элемента без каких-либо определяемых длиной когерентности ξ ограничений на геометрические размеры магнитосвязанной системы. Аналогия между движением вихрей в магнитосвязанных сверхпроводниках и джозефсоновским переходом означает, что рассматриваемая здесь система оказывается чувствительной к воздействию на нее внешнего электромагнитного излучения: из-за синхронизации дви-

жения магнитного потока микроволновым излучением на вольт-амперной характеристике должны наблюдаться ступеньки Шапиро. Частота собственного электромагнитного излучения из магнитосвязанных сверхпроводников зависит от пространственного периода вихревых решеток и скорости относительного движения вихрей, что означает возможность перестройки частоты излучения внешним магнитным полем и током. При относительном движении решеток вихрей, состоящих из $N \times M$ элементарных ячеек, в магнитосвязанных сверхпроводящих пленках происходит одновременное пере замыкание $N \times M$ вихревых нитей за период колебаний, что эквивалентно синхронной работе матрицы $N \times M$ джозефсоновских переходов. Магнитная связь решеток вихрей в соседних пленках представляет собой дополнительный механизм пиннинга с известным и сравнительно простым потенциалом, который поддается аналитическому расчету и допускает непосредственное сравнение с экспериментом. Это открывает новые возможности для выяснения природы пиннинга, поскольку появляется возможность эффективного управления величиной и пространственным масштабом дополнительного потенциала пиннинга.

Авторы признательны А. А. Андронову и С. В. Гапонову за полезные обсуждения и выражают благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (проект 96-02-19272). Один из авторов (А. В. С.) благодарен Международной Соросовской программе «Образование в области точных наук» за финансовую поддержку.

Литература

1. B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
2. А. Бароне, Дж. Патерно, *Эффект Джозефсона: физика и применение*, Мир, Москва (1984).
3. К. К. Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
4. В. В. Schwartz, Phys. Lett. **20**, 350 (1966).
5. А. А. Абрикосов, ЖЭТФ **32**, 1442 (1957).
6. И. О. Кулик, ЖЭТФ **50**, 1617 (1966).
7. А. Т. Fiory, Phys. Rev. Lett. **27**, 501 (1971).
8. K. Lee, I. Iguchi, S. Lee, et al., Physica C **221**, 254 (1994).
9. A. Schmid and W. Hanger, J. Low Temp. Phys. **11**, 667 (1973).
10. P. Martinoli, O. Daldini, C. Leemann et al., Sol. State Commun. **17**, 205 (1975).
11. E. Rosseel, M. Van Bael, M. Baert et al., Phys. Rev. B **53**, R2983 (1996).
12. Л. Э. Аматыни, А. А. Ахумян, К. И. Константиныан и др., Письма в ЖЭТФ **50**, 355 (1989).
13. J. Kopopka and G. Jung, Europhys. Lett. **8**, 549 (1989).
14. J. R. Clem, Phys. Rev. B **1**, 2140 (1970); Phys. Reports **75**, 1 (1981).
15. P. Martinoli, O. Daldini, C. Leemann et al., Phys. Rev. Lett. **36**, 382 (1976).
16. I. Giaever, Phys. Rev. Lett. **15**, 825 (1965); **16**, 460 (1966).
17. P. E. Cladis, R. D. Parks, and J. M. Daniels, Phys. Rev. Lett. **21**, 1521 (1968).
18. M. D. Sherrill, Phys. Rev. B **7**, 1908 (1973).
19. J. R. Manson and M. D. Sherrill, Phys. Rev. B **11**, 1066 (1975).
20. J. Pearl, Appl. Phys. Lett. **5**, 65 (1964); J. Appl. Phys. **37**, 4139 (1966).
21. J. R. Clem, Phys. Rev. B **9**, 898 (1974).
22. J. R. Clem, Phys. Rev. B **12**, 1742 (1975).
23. J. W. Ekin, B. Serin, and J. R. Clem, Phys. Rev. B **9**, 912 (1974).
24. J. W. Ekin and J. R. Clem, Phys. Rev. B **12**, 1753 (1975).

25. А. Кемпбел, Дж. Иветс, *Критические токи в сверхпроводниках*, Мир, Москва (1975), с. 70.
26. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985), с. 47.
27. J. R. Clem, *J. Low Temp. Phys.* **18**, 427 (1975).
28. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
29. A. Gilabert, I. K. Schuller, V. V. Moshchalkov, and Y. Bruynseraede, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 2885 (1994).
30. V. A. Kozlov and A. V. Samokhvalov, *Physica C* **235–240**, 2011 (1994).
31. К. К. Лихарев, Б. Т. Ульрих, *Системы с джозефсоновскими контактами. Основы теории*, Моск. ун-т, Москва (1978), с. 22.
32. S. Han, B. Bi, W. Zhang, and J. E. Lukens, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 1424 (1994).
33. J. M. Roberts, B. Brown, B. A. Hermann et al., *Phys. Rev. B* **49**, 6890 (1994).
34. L. Antognazza, B. H. Moeckly, T. H. Geballe et al., *Phys. Rev. B* **52**, 4559 (1995).
35. J. R. Clem, B. Bumble, S. I. Raider et al., *Phys. Rev. B* **35**, 6637 (1987).
36. N. Gronbech-Jensen and M. R. Samuelsen, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 170 (1995).
37. V. P. Koshelets, A. Shchukin, and I. L. Lapytskaya, *Phys. Rev. B* **51**, 6536 (1995).
38. N. Thyssen, H. Kohlstedt, and A. V. Ustinov, in *Applied Superconductivity Conference*, Pittsburg (1996), p. 132.