ЖЭТФ, 1998, том 113, вып. 4, стр. 1429–1445

СЛАБАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ С СИЛЬНЫМ СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Н. С. Аверкиев, Л. Е. Голуб, Г. Е. Пикус*

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук 194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 1997 г.

Построена теория слабой локализации для полупроводниковых структур p-типа со сложной валентной зоной Γ_8. Получено и решено уравнение для куперона в случае, когда спиновая релаксация не может рассматриваться как возмущение. Вычислено аномальное магнитосопротивление в объемных образцах в зависимости от внешней деформации и в квантовых ямах в зависимости от уровня легирования. Результаты теории представлены в форме, допускающей непосредственное сравнение с экспериментом.

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление слабой локализации заключается в квантовой интерференции волн, распространяющихся по одной и той же траектории в противоположных направлениях. Одно из наиболее ярких следствий этого явления состоит в аномальном изменении сопротивления в классически слабых магнитных полях. Причина заключается в том, что при прохождении волн по пути в двух противоположных направлениях в магнитном поле возникает дополнительная разность фаз, пропорциональная магнитному потоку через площадь, ограниченную этим путем. В результате исходная интерференция нарушается, и аномальный вклад в проводимость уменьшается.

Кроме магнитного поля интерференция разрушается неупругими процессами, а также в результате релаксации спина. При этом эффекты, связанные со спиновой релаксацией, существенно зависят от суммарного момента двух волн. Так, в отсутствие магнитных примесей спиновой релаксации подвержены только состояния с ненулевым суммарным моментом. Теория, учитывающая эти обстоятельства и объясняющая аномальное магнитосопротивление в металлах и металлических пленках, была развита в [1, 2], а для двумерных носителей в полупроводниковых гетероструктурах в [2–5]. В этих работах предполагалось, что времена спиновой релаксации могут быть сравнимыми со временем сбоя фазы волновой функции, но оба этих времени намного длиннее, чем время импульсной релаксации. При этом спин-орбитальное взаимодействие, приводящее к спиновой релаксации, рассматривалось как возмущение.

Однако хорошо известно, что в полупроводниках A_3B_5, Si, Ge и гетероструктурах на их основе валентная зона формируется за счет сильного спин-орбитального взаимодействия, и полный момент оказывается связанным с квазиимульсом частицы. В результате времена спиновой и импульсной релаксаций оказываются одного порядка,

*E-mail: golub@coherent.ioffe.rssi.ru

и, следовательно, методы расчета магнитосопротивления, используемые в [1–5], оказываются неприменимыми для этих систем.

Целью данной работы является создание теории слабой локализации, приводящей к аномальному магнитосопротивлению, в полупроводниковых структурах с сильным спин-орбитальным взаимодействием. Будут рассматриваться недеформированные и деформированные объемные полупроводники p-типа со сложной валентной зоной Γ_8. Для структур с квантовыми ямами рассчитывается зависимость магнитосопротивления от концентрации носителей. Все расчеты будут проводиться в одночастичном приближении, область применимости которого указана в [2]. В настоящей работе нечетные по волновому вектору слагаемые в спектре учитываться не будут, поскольку время спиновой релаксации, обусловленной ими, при не слишком большой деформации или для не слишком узких ям превышает время релаксации импульса.

2. СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ДЫРОК

В объемном кубическом полупроводнике уровень энергии в валентной зоне типа Γ_8 при квазиимпульсе $\mathbf{k} = 0$ четырехкратно вырожден. В используемом нами сферическом приближении эти четыре состояния классифицируются по проекции полного момента $J = 3/2$. При $\mathbf{k} \neq 0$ состояния вырождены двукратно и характеризуются проекцией момента на направление $\mathbf{k}$, причем одинаковую энергию имеют состояния с проекциями, отличающимися знаком: у тяжелых дырок $\mathbf{Jk}/k = \pm 3/2$, а у легких $\mathbf{Jk}/k = \pm 1/2$. Волновые функции дырок с учетом одноосной деформации могут быть записаны в виде [6]

$$\hat{\Psi}_{\alpha\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{kr}} \hat{F}_\alpha(\mathbf{k}), \tag{1}$$

где $\alpha = h1, h2$ и $l1, l2$ нумерует состояния соответственно тяжелых и легких дырок, а $\hat{F}_\alpha$ — четырехкомпонентные столбцы в базисе блоховских функций вершины валентной зоны. При одноосной деформации вдоль оси (100) энергии дырок

$$E_{l,h} = Ak^2 \pm \sqrt{(Bk^2)^2 + b\varepsilon B(3k_\parallel^2 - k^2) + (b\varepsilon)^2}, \tag{2}$$

$$E_{h1} = E_{h2} = E_h, \quad E_{l1} = E_{l2} = E_l,$$

где A и B — зонные параметры, определяющие эффективные массы тяжелых и легких дырок m_h и m_l, $\varepsilon = \varepsilon_{zz} + (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})/2$ — относительная деформация, b — константа деформационного потенциала, а знаки $\parallel$ и $\perp$ здесь и далее обозначают проекции векторов на ось деформации и на перпендикулярную ей плоскость. Формула (2) записана в сферическом приближении, когда зонная константа $D = B\sqrt{3}$. При одноосной деформации вдоль оси (111) b заменяется на $d/\sqrt{3}$. При $b = d/\sqrt{3}$ формула (2) справедлива при произвольном направлении одноосной деформации. Функции $\hat{F}_\alpha$, отвечающие одной энергии, могут быть выбраны так, чтобы они получались друг из друга инверсией времени. Объем образца предполагается равным единице.

Мы будем изучать рассеяние на короткодействующем потенциале

$$V(\mathbf{r}) = V_0 \delta(\mathbf{r}).$$

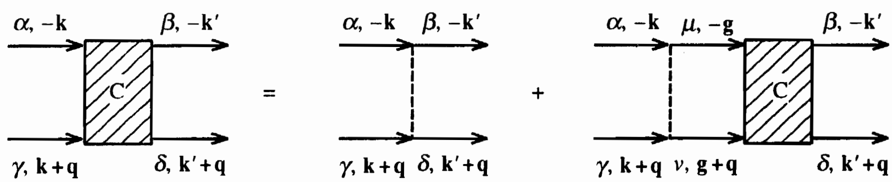
Как видно из (1), матричный элемент рассеяния на нем

$$V_{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \langle\hat{\Psi}_{\alpha\mathbf{k}}|V(\mathbf{r})|\hat{\Psi}_{\beta\mathbf{k}'}\rangle = V_0\hat{F}^{\dagger}_{\alpha}(\mathbf{k})\hat{F}_{\beta}(\mathbf{k}') \tag{3}$$

зависит как от начального, так и от конечного квазиимпульсов дырки. Из (3) следует, что переходы возможны с изменением не только квазиимпульса, но и проекции момента. Последнее означает, что времена спиновой релаксации могут быть того же порядка, что и время релаксации импульса. В этом состоит основное отличие эффектов слабой локализации в сложной зоне от случая, когда спин-орбитальное взаимодействие является малым.

3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КУПЕРОНА

Как показано в [7], основная квантовая поправка к проводимости возникает при учете «веерных» диаграмм. Такие диаграммы описывают интерференцию, возникающую при многократном рассеянии назад. Амплитуда этой интерференции (куперон) определяется суммой лестничных диаграмм при малом суммарном импульсе $\mathbf{q}$:



Соответствующее интегральное уравнение для куперона $C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q})$, усредненное по некоррелированному распределению примесей, имеет вид

$$\begin{aligned} C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) &= \mathcal{N} V_{\alpha\beta}(-\mathbf{k},-\mathbf{k}')V_{\gamma\delta}(\mathbf{k}+\mathbf{q},\mathbf{k}'+\mathbf{q}) + \\ &+ \mathcal{N}\sum_{\mu\nu}\int\frac{d^z g}{(2\pi)^z}V_{\alpha\mu}(-\mathbf{k},-\mathbf{g})V_{\gamma\nu}(\mathbf{k}+\mathbf{q},\mathbf{g}+\mathbf{q})C^{\mu\beta}_{\nu\delta}(\mathbf{g},\mathbf{k}',\mathbf{q})G^R_{\nu}(\mathbf{g}+\mathbf{q})G^A_{\mu}(-\mathbf{g}), \end{aligned} \tag{4}$$

где z — размерность пространства, $\mathcal{N}$ — концентрация примесей, а $G^{A,R}_{\nu}$ — опережающая и запаздывающая функции Грина для дырок сорта ν:

$$G^{A,R}_{\nu}(\mathbf{k}) = \frac{1}{E_F - E_{\nu}(\mathbf{k}) \pm i\hbar/2\tau_{\nu}(\mathbf{k}) \pm i\hbar/2\tau^{(\nu)}_{\varphi}(\mathbf{k})}. \tag{5}$$

Здесь E_F — энергия Ферми, определяемая полной концентрацией легких и тяжелых дырок, $\tau_{\mu}(\mathbf{k})$ представляет собой полное уходное время из состояний $|\mu,\mathbf{k}\rangle$:

$$\frac{1}{\tau_{\mu}(\mathbf{k})} = \mathcal{N}\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\nu}\int\frac{d^z k'}{(2\pi)^z}|V_{\mu\nu}(\mathbf{k},\mathbf{k}')|^2\delta\left[E_F - E_{\nu}(\mathbf{k}')\right], \tag{6}$$

а $\tau^{(\nu)}_{\varphi}(\mathbf{k})$ — время релаксации фазы волновой функции дырки сорта ν. Величины E_F и $\tau_{\nu}(\mathbf{k})$ зависят от приложенной деформации, но имеют место равенства:

$$\tau_{h1} = \tau_{h2} = \tau_h, \quad \tau_{l1} = \tau_{l2} = \tau_l.$$

В отсутствие деформации τ_ν не зависит от направления $\mathbf{k}$ и $\tau_l = \tau_h$. Отметим, что рассматриваемая теория справедлива при $E_F\tau_\nu/\hbar \gg 1$ [7].

Как известно [7], при $q \to 0$ при интегрировании по $\mathbf{g}$ в правой части (4) возникает расходимость. Это означает, что в (4) $\mathbf{q}$ следует сохранить только в $G_\nu^R(\mathbf{g}+\mathbf{q})$. Разлагая $E_\nu(\mathbf{g}+\mathbf{q})$ до второго порядка по $\mathbf{q}$ и выполняя затем интегрирование по $E_\nu(\mathbf{g})$, можно получить уравнение

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \mathcal{N} V_{\alpha\beta}(-\mathbf{k},-\mathbf{k}')V_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}') + \mathcal{N}\sum_{\mu\nu}\zeta(\mu,\nu)\int d\Omega_\mathbf{g}\frac{2\pi\tau_\nu(\mathbf{g})N_\nu(\mathbf{g})}{\hbar}\times$$
$$\times V_{\alpha\mu}(-\mathbf{k},-\mathbf{g})V_{\gamma\nu}(\mathbf{k},\mathbf{g})C_{\nu\delta}^{\mu\beta}(\mathbf{g},\mathbf{k}',\mathbf{q})\left\{1-i\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})-\left[\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})\right]^2-\frac{\tau_\nu(\mathbf{g})}{\tau_\varphi^{(\nu)}(\mathbf{g})}\right\}, \quad (7)$$
$$\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g}) = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_\nu(\mathbf{g})}{\partial\mathbf{g}}.$$

Величина $N_\nu(\mathbf{g})$ имеет смысл плотности состояний дырок сорта ν на поверхности Ферми в единичном интервале углов $d\Omega_\mathbf{g}$:

$$N_\nu(\mathbf{g}) = \frac{g_\nu^{z-1}}{(2\pi)^z}\left|\frac{\partial E_\nu}{\partial g}\right|_{g=g_\nu}^{-1},$$

где g_ν — абсолютная величина квазиимпульса дырки сорта ν на поверхности Ферми, определяемая из уравнения $E_\nu(\mathbf{g}) = E_F$. При этом уходное время также выражается через $N_\nu(\mathbf{g})$:

$$\frac{1}{\tau_\mu(\mathbf{k})} = \mathcal{N}\frac{2\pi}{\hbar}\sum_\nu\int d\Omega_\mathbf{g}\left|V_{\mu\nu}(\mathbf{k},\mathbf{g})\right|^2 N_\nu(\mathbf{g}). \quad (8)$$

Множитель $\zeta(\mu,\nu)$ учитывает тот факт, что полюсный вклад в куперон возникает только при $E_\mu(\mathbf{k}) = E_\nu(\mathbf{k})$ и равен единице, если оба индекса относятся либо к тяжелым, либо к легким дыркам, и нулю в противоположном случае. Вследствие этого под интегралом в (7) индекс ν у N_ν, τ_ν, $\mathbf{v}^{(\nu)}$ и $\tau_\varphi^{(\nu)}$ одинаков. При $E_\mu(\mathbf{k}) \neq E_\nu(\mathbf{k})$ поправки к выражению (7) $\sim (m_h/m_l-1)^{-1}\hbar/(E_F\tau_\nu) \sim \hbar/(E_F\tau_\nu) \ll 1$.

В общем виде уравнение (7) можно решить следующим способом. Рассмотрим вначале однородное интегральное уравнение с таким же ядром, что и (7), но в котором отброшены малые величины $\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})$, $[\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})]^2$ и $\tau_\nu(\mathbf{g})/\tau_\varphi^{(\nu)}(\mathbf{g})$:

$$\lambda_i\mathcal{A}_{i_\gamma}^\alpha(\mathbf{k}) = \mathcal{N}\sum_{\mu\nu}\zeta(\mu,\nu)\int d\Omega_g\frac{2\pi\tau_\nu(\mathbf{g})N_\nu(\mathbf{g})}{\hbar}V_{\alpha\mu}(-\mathbf{k},-\mathbf{g})V_{\gamma\nu}(\mathbf{k},\mathbf{g})\mathcal{A}_{i_\nu}^\mu(\mathbf{g}). \quad (9)$$

В этом уравнении λ_i представляют собой собственные значения, а $\mathcal{A}_i$ — набор собственных функций, который можно выбрать ортонормированным:

$$\sum_{\alpha\gamma}\zeta(\alpha,\gamma)\int d\Omega_k\frac{2\pi\tau_\alpha(\mathbf{k})N_\alpha(\mathbf{k})}{\hbar}\mathcal{A}_{i_\gamma}^\alpha(\mathbf{k})\mathcal{A}_{j_\gamma}^{*\alpha}(\mathbf{k}) = \delta_{ij}. \quad (10)$$

Затем, зная спектр собственных значений и собственные функции, решение неоднородного уравнения (7) можно записать в виде

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \sum_{ij}a_{ij}(\mathbf{q})\mathcal{A}_{i_\gamma}^\alpha(\mathbf{k})\mathcal{A}_{j_\delta}^{*\beta}(\mathbf{k}'), \quad (11)$$

где неизвестными являются коэффициенты $a_{ij}(\mathbf{q})$. Для их нахождения разложим в ряд по функциям $\mathscr{A}^{\alpha}_{i_\gamma}$ и неоднородное слагаемое в (7):

$$\mathscr{N} V_{\alpha\beta}(-\mathbf{k},-\mathbf{k}')V_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \sum_{ij} W_{ij}\mathscr{A}^{\alpha}_{i_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{*\beta}_{j_\delta}(\mathbf{k}'). \tag{12}$$

Умножая затем обе части уравнения (7) на $\mathscr{A}^{*\alpha}_{m_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{\beta}_{n_\delta}(\mathbf{k}')$, интегрируя по $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ и суммируя по спиновым индексам, как в (10), получим систему алгебраических уравнений для коэффициентов $a_{im}(\mathbf{q})$:

$$\sum_i \left[T_{ni}(\mathbf{q}) + (1-\lambda_n)\delta_{ni}\right] a_{im}(\mathbf{q}) = W_{nm}, \tag{13}$$

где исчезающие при $\mathbf{q}\to 0$ и $\tau^{(\nu)}_{\varphi}\to\infty$ коэффициенты T_{ni} равны:

$$T_{ni}(\mathbf{q}) = \mathscr{N}\sum_{\alpha\beta\gamma\delta}\zeta(\alpha,\gamma)\zeta(\beta,\delta)\int d\Omega_{\mathbf{k}}\frac{2\pi\tau_\alpha(\mathbf{k})N_\alpha(\mathbf{k})}{\hbar}\int d\Omega_{\mathbf{g}}\frac{2\pi\tau_\beta(\mathbf{g})N_\beta(\mathbf{g})}{\hbar}\times$$

$$\times V_{\alpha\beta}(-\mathbf{k},-\mathbf{g})V_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{g})\mathscr{A}^{*\alpha}_{n_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{\beta}_{i_\delta}(\mathbf{g})\left\{i\mathbf{v}^{(\beta)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\beta(\mathbf{g}) + \left[\mathbf{v}^{(\beta)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\beta(\mathbf{g})\right]^2 + \frac{\tau_\beta(\mathbf{g})}{\tau^{(\beta)}_{\varphi}(\mathbf{g})}\right\}. \tag{14}$$

Из (13) видно, что вклад в куперон, расходящийся при $\mathbf{q}\to 0$, будет только от решений уравнения (9) с $\lambda_n = 1$. При этом возможны два случая. Если $\lambda_0 = 1$ — невырожденное собственное значение, которому соответствует одна функция $\mathscr{A}^{\alpha}_{0_\gamma}(\mathbf{k})$, то

$$C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \sum_m a_{0m}(\mathbf{q})\mathscr{A}^{\alpha}_{0_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{*\beta}_{m_\delta}(\mathbf{k}'), \tag{15}$$

$$a_{0m}(\mathbf{q}) = \frac{W_{0m}}{T_{00}(\mathbf{q}) - \sum\limits_{i\neq 0}\dfrac{T_{0i}(\mathbf{q})T_{i0}(\mathbf{q})}{1-\lambda_i}}.$$

Проводя суммирование по m, получим окончательно:

$$C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \\ = \frac{\mathscr{A}^{\alpha}_{0_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{N}\sum\limits_{\mu\nu}\zeta(\mu,\nu)\displaystyle\int d\Omega_{\mathbf{g}}\frac{2\pi\tau_\nu(\mathbf{g})N_\nu(\mathbf{g})}{\hbar}V_{\mu\beta}(-\mathbf{g},-\mathbf{k}')V_{\nu\delta}(\mathbf{g},\mathbf{k}')\mathscr{A}^{*\mu}_{0_\nu}(\mathbf{g})}{T_{00}(\mathbf{q}) - \sum\limits_{i\neq 0}\dfrac{T_{0i}(\mathbf{q})T_{i0}(\mathbf{q})}{1-\lambda_i}}. \tag{16}$$

Если же собственное значение $\lambda = 1$ r-кратно вырождено, то $a_{im}(\mathbf{q})$ находятся из решения системы уравнений размерности $r\times r$:

$$\sum_{i=1}^{r} T_{ni}(\mathbf{q})a_{im}(\mathbf{q}) = W_{nm}, \quad n,m = 1,\ldots,r. \tag{17}$$

При этом

$$C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \sum_{i,j=1}^{r} a_{ij}(\mathbf{q})\mathscr{A}^{\alpha}_{i_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{*\beta}_{j_\delta}(\mathbf{k}'). \tag{18}$$

Применим теперь этот общий метод к конкретной задаче о слабой локализации дырок со спектром, рассмотренным в разд. 2.

A. Объемные кристаллы

В этом случае, из шестнадцати различных спиновых компонент из-за наличия в уравнении (9) множителя $\zeta(\mu,\nu)$ ненулевыми остаются только восемь $\mathscr{A}^{\alpha}_{i_\gamma}(\mathbf{k})$ с α и γ такими, что $E_\alpha(\mathbf{k}) = E_\gamma(\mathbf{k})$. Кроме того, поскольку функции $\hat{F}_\alpha$ получаются друг из друга инверсией времени, система оставшихся восьми уравнений распадается на две системы соответственно из двух и шести уравнений.

Анализ показывает, что, начиная с нулевой деформации и до $|b\varepsilon| \sim E_F$, собственное значение $\lambda = 1$ невырождено и содержится в системе из двух уравнений:

$$\lambda_i \mathscr{A}^{h1}_{i_{h2}}(\mathbf{k}) = \mathscr{N} \int d\Omega_{\mathbf{g}} \left\{ \frac{2\pi\tau_h(\mathbf{g})N_h(\mathbf{g})}{\hbar} \left[|V_{h1,h1}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 + |V_{h1,h2}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 \right] \mathscr{A}^{h1}_{i_{h2}}(\mathbf{g}) + \right. \\ \left. + \frac{2\pi\tau_l(\mathbf{g})N_l(\mathbf{g})}{\hbar} \left[|V_{h1,l1}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 + |V_{h1,l2}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 \right] \mathscr{A}^{l1}_{i_{l2}}(\mathbf{g}) \right\}, \tag{19}$$

$$\lambda_i \mathscr{A}^{l1}_{i_{l2}}(\mathbf{k}) = \mathscr{N} \int d\Omega_{\mathbf{g}} \left\{ \frac{2\pi\tau_h(\mathbf{g})N_h(\mathbf{g})}{\hbar} \left[|V_{l1,h1}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 + |V_{l1,h2}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 \right] \mathscr{A}^{h1}_{i_{h2}}(\mathbf{g}) + \right. \\ \left. + \frac{2\pi\tau_l(\mathbf{g})N_l(\mathbf{g})}{\hbar} \left[|V_{l1,l1}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 + |V_{l1,l2}(\mathbf{k},\mathbf{g})|^2 \right] \mathscr{A}^{l1}_{i_{l2}}(\mathbf{g}) \right\}, \tag{20}$$

$$\mathscr{A}^{h2}_{i_{h1}} = -\mathscr{A}^{h1}_{i_{h2}}, \quad \mathscr{A}^{l2}_{i_{l1}} = -\mathscr{A}^{l1}_{i_{l2}},$$

а компоненты $\mathscr{A}^{\alpha}_{i_\alpha} = 0$. Собственному значению $\lambda_0 = 1$ отвечает решение

$$\mathscr{A}^{h1}_{0_{h2}}(\mathbf{k}) = \xi\tau_h^{-1}(\mathbf{k}), \quad \mathscr{A}^{l1}_{0_{l2}}(\mathbf{k}) = \xi\tau_l^{-1}(\mathbf{k}), \tag{21}$$

где ξ — нормировочная константа. Отметим, что в отсутствие деформации решение $\mathscr{A}^{\alpha}_{0_\gamma}(\mathbf{k})$ соответствует нулевому полному моменту, составленному из состояний α и γ. Выражение для $C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}$ получается подстановкой (21) в (16).

Для конкретного случая рассеяния на короткодействующем потенциале выражение (16) упрощается, поскольку в этом случае $T_{0i}(\mathbf{q})T_{i0}(\mathbf{q}) = 0$, что связано с отсутствием приходного слагаемого в классическом кинетическом уравнении для определения коэффициента диффузии. Окончательно выражение для куперона принимает вид

$$C^{\alpha\beta}_{\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \frac{\hbar}{4\pi\left(\overline{N}_h + \overline{N}_l\right)} \frac{\mathscr{A}^{\alpha}_{0_\gamma}(\mathbf{k})\mathscr{A}^{\beta}_{0_\delta}(\mathbf{k}')\xi^{-2}}{D_\parallel q_\parallel^2 + D_\perp q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1}}. \tag{22}$$

Здесь

$$\overline{N}_\alpha = \int d\Omega_{\mathbf{k}} N_\alpha(\mathbf{k}) \tag{23}$$

— полное число дырок сорта α на поверхности Ферми. Выражения (22) имеют стандартный вид диффузионного полюса, в который входят средние коэффициент диффузии и время сбоя фазы волновой функции:

$$D_{\parallel,\perp} = \frac{\overline{N}_h D^{(h)}_{\parallel,\perp} + \overline{N}_l D^{(l)}_{\parallel,\perp}}{\overline{N}_h + \overline{N}_l}, \tag{24}$$

где $D^{(\alpha)}_{\|,\perp}$ — компоненты тензора диффузии дырок сорта α:

$$D^{(\alpha)}_{\|,\perp} = \frac{1}{\overline{N}_\alpha} \int d\Omega_{\mathbf{g}} N_\alpha(\mathbf{g}) \left[v^{(\alpha)}_{\|,\perp}(\mathbf{g}) \right]^2 \tau_\alpha(\mathbf{g}), \tag{25}$$

$$\tau_\varphi^{-1} = \frac{\int d\Omega_{\mathbf{g}} \left[N_h(\mathbf{g})/\tau_\varphi^{(h)}(\mathbf{g}) + N_l(\mathbf{g})/\tau_\varphi^{(l)}(\mathbf{g}) \right]}{\overline{N}_h + \overline{N}_l}. \tag{26}$$

В предельном случае больших деформаций, когда $|b\varepsilon| \gg E_F$, заполнена только одна подзона, и число уравнений уменьшается до четырех, каждое из которых содержит собственное значение $\lambda = 1$. Поэтому куперон находится из уравнений (17), (18) с $r = 4$.

В этом предельном случае состояния $\hat{\Psi}_{\alpha\mathbf{k}}$ удобно классифицировать по проекции полного момента на ось деформации. В случае одноосного сжатия верхней валентной подзоне отвечают состояния с $J_z = \pm 1/2$, а при растяжении — с $J_z = \pm 3/2$. Такую пару состояний, отличающуюся знаком J_z, мы будем нумеровать индексом $\alpha = 1, 2$.

При бесконечно большой деформации у функций $\hat{F}_\alpha$ отлична от нуля только одна компонента. Следовательно, переходы между двумя вырожденными состояниями отсутствуют и $V_{\alpha\beta} \sim \delta_{\alpha\beta}$, а $\tau \equiv \tau_0$ не зависит от направления квазиимпульса. Поэтому четыре собственных функции $\mathscr{A}^\alpha_{i_\gamma}$, отвечающие собственному значению $\lambda = 1$, также не зависят от $\mathbf{k}$ и могут быть выбраны следующим образом:

$$\mathscr{A}^1_{1_1} = \mathscr{A}^2_{2_2} = \mathscr{A}^1_{3_2} = \mathscr{A}^2_{4_1} = \left(2\pi\tau_0 \overline{N}/\hbar \right)^{-1/2}, \tag{27}$$

а остальные их компоненты равны нулю.

В базисе (27) коэффициенты T_{ni} и W_{mn}, входящие в (17), равны:

$$W_{mn} = \delta_{mn} \frac{\hbar}{2\pi \overline{N} \tau_0}, \tag{28}$$

$$T_{ni}(\mathbf{q}) = T_0(\mathbf{q})\delta_{ni}, \quad T_0(\mathbf{q}) = \left(D^{(0)}_\| q_\|^2 + D^{(0)}_\perp q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1} \right) \tau_0. \tag{29}$$

Здесь индекс (0) указывает на то, что соответствующие величины должны вычисляться при бесконечной деформации. Выражение для куперона имеет стандартный вид:

$$C^{11}_{11}(\mathbf{q}) = C^{22}_{22}(\mathbf{q}) = C^{11}_{22}(\mathbf{q}) = C^{22}_{11}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar}{2\pi \overline{N} \tau_0} \frac{1}{T_0(\mathbf{q})}, \tag{30}$$

а остальные компоненты равны нулю.

Чтобы получить выражение для куперона при конечной деформации, следует опять воспользоваться уравнениями (17), (18), в которых $\mathscr{A}^\alpha_{i_\gamma}$ определяются в (27), а T_{ni} заменены на $\tilde{T}_{ni}$:

$$\tilde{T}_{ni}(\mathbf{q}) = T_{ni}(\mathbf{q}) + \mathscr{N} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \int d\Omega_{\mathbf{k}} \frac{2\pi\tau_0 N_0(\mathbf{k})}{\hbar} \int d\Omega_{\mathbf{g}} \frac{2\pi}{\hbar} \mathscr{A}^{*\alpha}_{n_\gamma} \mathscr{A}^\beta_{i_\delta} \times$$
$$\times \left[\tau_0 N_0(\mathbf{g}) V^{(0)}_{\alpha\beta} V^{(0)}_{\gamma\delta} - \tau(\mathbf{g}) N(\mathbf{g}) V_{\alpha\beta}(-\mathbf{k}, -\mathbf{g}) V_{\gamma\delta}(\mathbf{k}, \mathbf{g}) \right], \tag{31}$$

где $T_{ni}(\mathbf{q})$ вычисляются по формуле (14) при бесконечно большой деформации и равны (29). Разница между $\tilde{T}_{ni}(\mathbf{q})$ и $T_{ni}(\mathbf{q})$ обусловлена как переходами между состояниями с противоположными спинами, так и изменением темпа переходов внутри одной ветви и исчезает при $|b\varepsilon| \to \infty$. Возникновение $\tilde{T}_{ni}(\mathbf{q}) - T_{ni}(\mathbf{q})$ связано с тем, что при рассмотрении процессов спиновой релаксации по теории возмущений кроме малых параметров $\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})$, $[\mathbf{v}^{(\nu)}(\mathbf{g})\mathbf{q}\tau_\nu(\mathbf{g})]^2$ и $\tau_\nu(\mathbf{g})/\tau_\varphi^{(\nu)}(\mathbf{g})$, учтенных в T_{ni}, могут также возникать величины того же порядка, обусловленные изменением в (4) $V_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{g})$ под действием деформации.

Вычисление показывает, что в первом неисчезающем порядке по $E_F/|b\varepsilon|$ выражения для $\tilde{T}_{ni}$ представляются в виде

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{11} &= \tilde{T}_{22} = T_0 + \tau_0/\tau_{\parallel}, \\ \tilde{T}_{33} &= \tilde{T}_{44} = T_0 + \tau_0/(2\tau_{\perp}), \\ \tilde{T}_{34} &= \tilde{T}_{43} = \tau_0/(2\tau_{\perp}), \end{aligned} \tag{32}$$

а остальные компоненты $\tilde{T}_{ni}$ равны нулю. Здесь

$$\frac{\tau_0}{\tau_{\parallel}} = \left(\frac{4}{45}\right)^2 \left(\frac{E_F}{b\varepsilon}\right)^4 \frac{(m_{\parallel} - m_{\perp})^4}{m_{\parallel}^2 m_{\perp}^2} \left(\frac{m_{\parallel}^2 + m_{\perp}^2}{2m_{\parallel} m_{\perp}}\right)^2, \tag{33}$$

$$\frac{\tau_0}{\tau_{\perp}} = \left(\frac{4}{45}\right)^2 \left(\frac{E_F}{b\varepsilon}\right)^4 \frac{(m_{\parallel} - m_{\perp})^4}{m_{\parallel}^2 m_{\perp}^2}, \tag{34}$$

$m_{\parallel,\perp}$ — эффективные массы дырок для движения вдоль и поперек оси деформации. Эти выражения для времен спиновой релаксации, записанные через $m_{\parallel}$ и $m_{\perp}$, не зависят от знака деформации, но сами значения масс при растяжении и сжатии различны [6]:

$$m_{\parallel} = \frac{\hbar^2}{2(A \pm B)}, \quad m_{\perp} = \frac{\hbar^2}{2(A \mp B/2)}. \tag{35}$$

Здесь верхний знак берется при растяжении, а нижний — при сжатии. Решая систему уравнений (17) с $\tilde{T}_{ni}$ (32), получим выражение для куперона:

$$\begin{aligned} C_{11}^{11}(\mathbf{q}) &= C_{22}^{22}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar}{4\pi \overline{N} \tau_0} \frac{2}{T_0(\mathbf{q}) + \tau_0/\tau_{\parallel}}, \\ C_{21}^{12}(\mathbf{q}) &= C_{12}^{21}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar}{4\pi \overline{N} \tau_0} \left[\frac{1}{T_0(\mathbf{q}) + \tau_0/\tau_{\perp}} - \frac{1}{T_0(\mathbf{q})}\right], \\ C_{22}^{11}(\mathbf{q}) &= C_{11}^{22}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar}{4\pi \overline{N} \tau_0} \left[\frac{1}{T_0(\mathbf{q}) + \tau_0/\tau_{\perp}} - \frac{1}{T_0(\mathbf{q})}\right], \end{aligned} \tag{36}$$

а остальные его компоненты равны нулю.

Из сравнения формул (36) и (22) можно проследить переход от случая бесконечно большой деформации к нулевой. Формулы (36) справедливы, пока $\tau_{\parallel,\perp} \gg \tau_0$. Когда $\tau_{\parallel,\perp} \sim \tau_0$, начинают работать формулы (22). Согласно (36) можно сказать, что с уменьшением $\tau_{\parallel,\perp}$ из C_{11}^{11}, C_{22}^{22} и из первого слагаемого у остальных четырех куперонов исчезает диффузионный полюс, оно становится в $(D_{\parallel}^{(0)} q_{\parallel}^2 + D_{\perp}^{(0)} q_{\perp}^2 + \tau_\varphi^{-1})\tau_0$ раз меньше второго слагаемого в C_{21}^{12}, и формула (36) переходит в (22). Из формул (33), (34) следует, что даже при $|b\varepsilon| \sim E_F$ неравенство $\tau_{\|,\perp} \gg \tau_0$ может сохраняться. Это означает, что явление слабой локализации практически при любой деформации описывается формулой (36), а все изменения происходят с $D_{\|,\perp}$, τ_φ, $\tau_{\|,\perp}$ и τ.

Отметим, что при нулевой деформации формула (22) не совпадает с соответствующим выражением в работе [2]. Отличие связано с тем, что в [2] не принимался во внимание следующий факт: в уравнении для куперона должны быть учтены только переходы между состояниями с одинаковыми энергиями при данном $\mathbf{k}$. Соображения симметрии, использованные в [2], верны лишь при $m_h = m_l$, т. е. при $B = 0$.

B. Квантовые ямы

Обратимся теперь к явлению слабой локализации в квантовых ямах p-типа на основе соединений с валентной зоной Γ_8. Мы будем рассматривать прямоугольную симметричную квантовую яму, используя, как и ранее, сферическое приближение при описании состояний в валентной зоне. Для простоты барьеры будем предполагать бесконечно высокими. Спектр и волновые функции носителей в рамках этих предположений исследовались во многих работах. Мы будем использовать вид волновых функций, предложенный в [8]:

$$\hat{\Psi}^{(n)}_{\alpha\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}} \hat{F}^{(n)}_{\alpha}(\mathbf{k}, z), \tag{37}$$

$$\hat{F}_1 = \begin{bmatrix} -v_0 C(z) \\ i v_1 S(z) e^{i\varphi_\mathbf{k}} \\ -v_2 C(z) e^{2i\varphi_\mathbf{k}} \\ i v_3 S(z) e^{3i\varphi_\mathbf{k}} \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_2 = \begin{bmatrix} i v_3 S(z) e^{-3i\varphi_\mathbf{k}} \\ v_2 C(z) e^{-2i\varphi_\mathbf{k}} \\ i v_1 S(z) e^{-i\varphi_\mathbf{k}} \\ v_0 C(z) \end{bmatrix}.$$

Здесь $\mathbf{k}$ — двумерный волновой вектор, $\varphi_\mathbf{k}$ — его азимутальный угол, $\boldsymbol{\rho}$ и z — координаты, характеризующие движение соответственно в плоскости квантовой ямы и вдоль оси роста, n — номер уровня размерного квантования, α нумерует два вырожденных в симметричной квантовой яме состояния, $C(z)$ и $S(z)$ — соответственно симметричная и антисимметричная функции координаты z. Дисперсионное уравнение для нахождения энергии таких состояний $E_n(k)$, а также выражения для $C(z)$, $S(z)$ и не зависящих от $\varphi_\mathbf{k}$ вещественных коэффициентов v_i $(i = 0 \div 3)$ приведены в [8].

Уравнение для куперона в случае, когда заполнена одна подзона размерного квантования, может быть получено из (7), в котором $\mathbf{k}$ и $\mathbf{g}$ — двумерные векторы, а $\zeta(\mu, \nu) \equiv 1$. При этом при усреднении по положению примесей в симметричной квантовой яме необходимо учесть, что

$$\int dz\, C^3(z) S(z) = \int dz\, S^3(z) C(z) = 0.$$

Система уравнений (9) принимает вид:

$$\lambda_i^{(00)} \mathscr{A}_i^{(00)}{}^1{}_2(\varphi_\mathbf{k}) = \mathscr{N} \frac{2\pi\tau N}{\hbar} \int d\varphi_\mathbf{g} \left[|V_{11}(\varphi_\mathbf{k} - \varphi_\mathbf{g})|^2 + |V_{12}(\varphi_\mathbf{k} - \varphi_\mathbf{g})|^2 \right] \mathscr{A}_i^{(00)}{}^1{}_2(\varphi_\mathbf{g}), \tag{38}$$

$$\mathscr{A}_i^{(00)}{}^2{}_1 = -\mathscr{A}_i^{(00)}{}^1{}_2, \quad \mathscr{A}_i^{(00)}{}^1{}_1 = \mathscr{A}_i^{(00)}{}^2{}_2 = 0,$$

$$\lambda_i^{(10)} \mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(10)1}(\varphi_{\mathbf{k}}) = \mathscr{N}\frac{2\pi\tau N}{\hbar}\int d\varphi_{\mathbf{g}}\left[|V_{11}(\varphi_{\mathbf{k}}-\varphi_{\mathbf{g}})|^2 + |V_{12}(\varphi_{\mathbf{k}}-\varphi_{\mathbf{g}})|^2\right]\mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(10)1}(\varphi_{\mathbf{g}}), \tag{39}$$

$$\mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(10)2} = \mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(10)1}, \quad \mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(10)1} = \mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(10)2} = 0,$$

$$\lambda_i^{(11)} \mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(11)1}(\varphi_{\mathbf{k}}) = \mathscr{N}\frac{2\pi\tau N}{\hbar}\int d\varphi_{\mathbf{g}}\left[V_{11}^2(\varphi_{\mathbf{k}}-\varphi_{\mathbf{g}})\mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(11)1}(\varphi_{\mathbf{g}}) + V_{12}^2(\varphi_{\mathbf{k}},\varphi_{\mathbf{g}})\mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(11)2}(\varphi_{\mathbf{g}})\right], \tag{40}$$

$$\lambda_i^{(11)} \mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(11)2}(\varphi_{\mathbf{k}}) = \mathscr{N}\frac{2\pi\tau N}{\hbar}\int d\varphi_{\mathbf{g}}\left[V_{11}^{*2}(\varphi_{\mathbf{k}},\varphi_{\mathbf{g}})\mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(11)1}(\varphi_{\mathbf{g}}) + V_{11}^{*2}(\varphi_{\mathbf{k}}-\varphi_{\mathbf{g}})\mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(11)2}(\varphi_{\mathbf{g}})\right],$$

$$\mathscr{A}_{i\ \ 2}^{(11)1} = \mathscr{A}_{i\ \ 1}^{(11)2} = 0.$$

Здесь уходное время

$$\tau^{-1} = \mathscr{N}\frac{2\pi N}{\hbar}\int d\varphi\left[|V_{11}(\varphi)|^2 + |V_{12}(\varphi)|^2\right], \tag{41}$$

а плотность состояний на уровне Ферми выражается через скорость частиц v_F и квазиимпульс k_F:

$$N = \frac{k_F}{(2\pi)^2\hbar v_F}. \tag{42}$$

Отметим, что поскольку ядро интегрального уравнения (38) зависит от разности углов, уравнения для разных фурье-гармоник расцепляются.

Если $E_F \sim \Delta$, где Δ — минимальное энергетическое расстояние между двумя нижними подзонами, то собственное значение $\lambda = 1$ содержится только в первом уравнении. Соответствующее нормированное решение

$$\mathscr{A}_{0\ \ 2}^{(00)1} = \left(4\pi\tau\overline{N}/\hbar\right)^{-1/2}, \tag{43}$$

где $\overline{N} = 2\pi N$.

В отличие от трехмерного случая при рассеянии на короткодействующем потенциале в классическом кинетическом уравнении приходное слагаемое отлично от нуля. Следовательно, произведения $T_{0i}(\mathbf{q})T_{i0}(\mathbf{q}) \neq 0$. Однако вследствие ортогональности $\mathscr{A}_{i\ \ \gamma}^{(00)\alpha}$ решениям $\mathscr{A}_{i\ \ \gamma}^{(10)\alpha}$ и $\mathscr{A}_{i\ \ \gamma}^{(00)\alpha}$ в (16) в сумму в знаменателе вносят вклад только $\mathscr{A}_{i\ \ \gamma}^{(11)\alpha} \sim e^{\pm i\varphi_k}$. Проводя вычисления по формуле (16), получим

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = \frac{\mathscr{A}_{0\ \ \gamma}^{(00)\alpha}\mathscr{A}_{0\ \ \delta}^{(00)\beta}}{Dq^2\tau + \tau/\tau_\varphi}, \tag{44}$$

где коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{2}v_F^2\tau_{tr},$$

а τ_{tr} — так называемое транспортное время, возникающее при решении кинетического уравнения в случае, когда вероятность рассеяния зависит от разности углов между начальным и конечным значениями квазиимпульса:

$$\tau_{tr}^{-1} = \mathscr{N}\frac{2\pi N}{\hbar}\int d\varphi\left[|V_{11}(\varphi)|^2 + |V_{12}(\varphi)|^2\right](1-\cos\varphi). \tag{45}$$

Если $E_F \ll \Delta$, то $|V_{12}| \ll |V_{11}|$ и решения, отвечающие собственному значению $\lambda = 1$, содержатся во всех четырех уравнениях (38)–(40). Следовательно, для вычисления куперона нужно пользоваться формулами (17), (18) с $r = 4$, в которых T_{ni} заменены на $\tilde{T}_{ni}$:

$$\tilde{T}_{ni}(q) = D_0 q^2 \tau_0 + \frac{\tau_0}{\tau_\varphi} + \mathcal{N} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \int d\varphi_{\mathbf{k}} \frac{2\pi\tau_0 N_0}{\hbar} \int d\varphi_{\mathbf{g}} \frac{2\pi}{\hbar} \mathcal{A}^{*\alpha}_{n_\gamma} \mathcal{A}^{\beta}_{i_\delta} \times$$
$$\times \left[\tau_0 N_0 V^{(0)}_{\alpha\beta} V^{(0)}_{\gamma\delta} - \tau N V_{\alpha\beta}(\varphi_{\mathbf{k}} - \varphi_{\mathbf{g}}) V_{\gamma\delta}(\varphi_{\mathbf{k}} - \varphi_{\mathbf{g}}) \right], \tag{46}$$

где индекс «0» обозначает величины, вычисленные без учета смешивания легких и тяжелых дырок, возникающего при $k \neq 0$, а

$$\mathcal{A}^1_{1_1} = \mathcal{A}^2_{2_2} = \mathcal{A}^1_{3_2} = \mathcal{A}^2_{4_1} = \left(2\pi\tau_0 \overline{N}/\hbar\right)^{-1/2}, \tag{47}$$

с остальными равными нулю компонентами найдены при $k = 0$. Решая систему уравнений (17) с $\tilde{T}_{ni}(q)$ из (46), получим выражение для куперона:

$$\begin{aligned} C^{11}_{11}(\mathbf{q}) = C^{22}_{22}(\mathbf{q}) &= \frac{\hbar}{4\pi\overline{N}\tau_0} \frac{2}{D_0 q^2 \tau_0 + \tau_0/\tau_\varphi + \tau_0/\tau^{QW}_{\parallel}}, \\ C^{12}_{21}(\mathbf{q}) = C^{21}_{12}(\mathbf{q}) &= \frac{\hbar}{4\pi\overline{N}\tau_0} \left[\frac{1}{D_0 q^2 \tau_0 + \tau_0/\tau_\varphi + \tau_0/\tau^{QW}_{\perp}} - \frac{1}{D_0 q^2 \tau_0 + \tau_0/\tau_\varphi} \right], \\ C^{11}_{22}(\mathbf{q}) = C^{22}_{11}(\mathbf{q}) &= \frac{\hbar}{4\pi\overline{N}\tau_0} \left[\frac{1}{D_0 q^2 \tau_0 + \tau_0/\tau_\varphi + \tau_0/\tau^{QW}_{\perp}} + \frac{1}{D_0 q^2 \tau_0 + \tau_0/\tau_\varphi} \right], \end{aligned} \tag{48}$$

а остальные его компоненты равны нулю. Здесь $\tau^{QW}_{\parallel,\perp}$ имеют смысл времен продольной и поперечной спиновой релаксации, где роль выделенной оси играет нормаль к плоскости квантовой ямы:

$$\frac{\tau_0}{\tau^{QW}_{\parallel}} = \left(\frac{k_F a}{\pi}\right)^4 I_{\parallel}, \tag{49}$$

$$\frac{\tau_0}{\tau^{QW}_{\perp}} = \left(\frac{k_F a}{\pi}\right)^6 \left(1 + \frac{m_h^2}{m_l^2}\right) I_{\perp}, \tag{50}$$

где a — ширина квантовой ямы, а $I_{\parallel,\perp}$ для бесконечно высоких барьеров зависят только от отношения масс m_l/m_h:

$$I_{\parallel} = \frac{3}{2} \int_0^1 dx \left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{\sin\kappa x}{\sin\kappa} \right)^4,$$

$$I_{\perp} = \frac{3}{2} \int_0^1 dx \cos^2\frac{\pi x}{2} \left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{\sin\kappa x}{\sin\kappa} \right)^2,$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{m_l}{m_h}}\,\frac{\pi}{2}.$$

Зависимости $I_{\parallel,\perp}$ от m_l/m_h построены на рис. 1. Формулы (49), (50) справедливы при

$$\frac{m_h}{m_l}\left(\frac{k_F a}{\pi}\right)^2 \ll 1.$$

Отметим, что появление отличного от нуля $\tau_0/\tau_\parallel^{QW}$ связано с изменением темпа переходов с ростом k с сохранением значения проекции момента, а неравенство нулю $\tau_0/\tau_\perp^{QW}$ вызвано переходами с ее изменением. При этом зависимость от E_F/Δ времен $\tau_{\parallel,\perp}^{QW}$ различна:

$$\tau_0/\tau_\parallel^{QW} \sim (E_F/\Delta)^2, \quad \tau_0/\tau_\perp^{QW} \sim (E_F/\Delta)^3.$$

Формулы (48) применимы при $\tau_0/\tau_{\parallel,\perp}^{QW} \ll 1$, т. е. при $E_F \ll \Delta$. С ростом E_F/Δ скорость спиновой релаксации увеличивается, $\tau_{\parallel,\perp}^{QW}$ становятся $\sim \tau_0$, и в формулах (48) диффузионный полюс сохраняется только у последних слагаемых в C_{21}^{12}, C_{12}^{21}, C_{22}^{11} и C_{11}^{22}, вид которых совпадает с (44). Следовательно, эффекты слабой локализации в квантовых ямах при произвольных E_F/Δ (но если заполнена только одна подзона) описываются формулой (48), в которой от E_F/Δ зависят D, τ_φ, $\tau_{\parallel,\perp}^{QW}$ и τ.

После того как получены выражения для куперонов, можно изучать влияние слабой локализации на различные кинетические явления в полупроводниковых структурах. Ниже мы рассчитаем магнитосопротивление в классически слабых полях, таких что $\omega_c\tau \ll 1$, где ω_c — классическая циклотронная частота. Магнитное поле влияет на слабую локализацию начиная с величины

$$\omega_c \tau E_F \tau_\varphi/\hbar \sim 1.$$

При этом $E_F\tau_\varphi/\hbar \gg 1$.

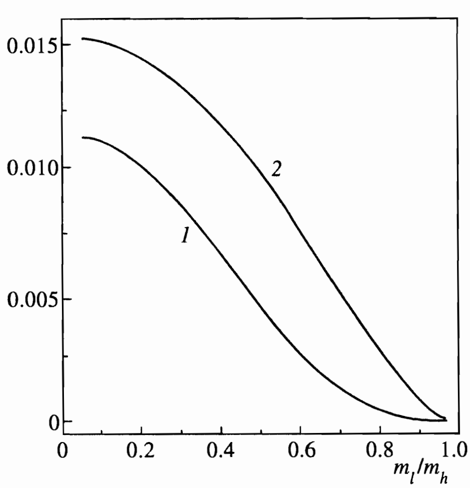
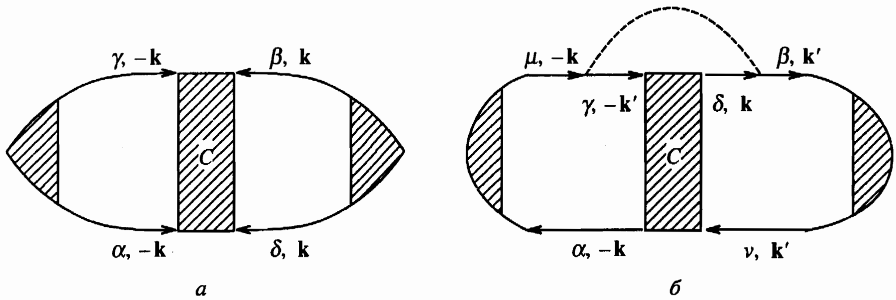


Рис. 1. Зависимость продольного и поперечного времен спиновой релаксации в квантовой яме от отношения масс легкой и тяжелой дырок: *1* — $I_\parallel$, *2* — $10I_\perp$



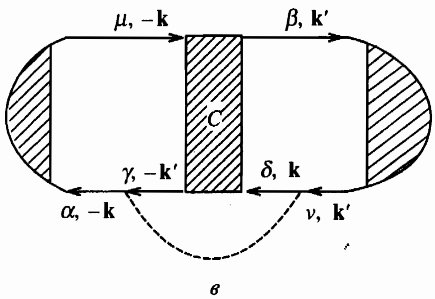


Рис. 2. Диаграммное представление вкладов в проводимость: *а* — $\Delta\sigma^{(\mathrm{I})}$, *б* — $\Delta\sigma^{(\mathrm{II})}$, *в* — $\Delta\sigma^{(\mathrm{III})}$

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИФФУЗИОННОГО ВКЛАДА В ПРОВОДИМОСТЬ

Как известно [9], для вычисления вклада в проводимость, связанного со слабой локализацией, нужно просуммировать три диаграммы, изображенные на рис. 2. В исследуемых нами структурах этот вклад в статическую проводимость может быть представлен в виде

$$\Delta\sigma_{ij} = \Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{I})} + \Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{II})} + \Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{III})}, \tag{51}$$

$$\Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{I})} = \frac{e^2\hbar}{2\pi} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \int \frac{d^z k}{(2\pi)^z} \int \frac{d^z q}{(2\pi)^z} \tilde{v}_i^{(\alpha\gamma)}(-\mathbf{k}) \tilde{v}_j^{(\beta\delta)}(\mathbf{k}) \times$$
$$\times G_\gamma^A(-\mathbf{k}) G_\alpha^R(-\mathbf{k}) G_\beta^A(\mathbf{k}) G_\delta^R(\mathbf{k}) C_{\delta\alpha}^{\gamma\beta}(\mathbf{k}, -\mathbf{k}, \mathbf{q}), \tag{52}$$

$$\Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{II})} = \frac{e^2\hbar}{2\pi} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta\mu\nu} \int \frac{d^z k}{(2\pi)^z} \int \frac{d^z k'}{(2\pi)^z} \int \frac{d^z q}{(2\pi)^z} \tilde{v}_i^{(\alpha\mu)}(-\mathbf{k}) \tilde{v}_j^{(\beta\nu)}(\mathbf{k}') G_\mu^A(-\mathbf{k}) G_\alpha^R(-\mathbf{k}) \times$$
$$\times G_\beta^A(\mathbf{k}') G_\nu^R(\mathbf{k}') V_{\mu\gamma}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') V_{\delta\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') G_\gamma^A(-\mathbf{k}') G_\delta^A(\mathbf{k}) C_{\nu\alpha}^{\gamma\delta}(\mathbf{k}', -\mathbf{k}, \mathbf{q}), \tag{53}$$

$$\Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{III})} = \frac{e^2\hbar}{2\pi} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta\mu\nu} \int \frac{d^z k}{(2\pi)^z} \int \frac{d^z k'}{(2\pi)^z} \int \frac{d^z q}{(2\pi)^z} \tilde{v}_i^{(\alpha\mu)}(-\mathbf{k}) \tilde{v}_j^{(\beta\nu)}(\mathbf{k}') G_\mu^A(-\mathbf{k}) G_\alpha^R(-\mathbf{k}) \times$$
$$\times G_\beta^A(\mathbf{k}') G_\nu^R(\mathbf{k}') V_{\gamma\alpha}(-\mathbf{k}', -\mathbf{k}) V_{\nu\delta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) G_\delta^R(\mathbf{k}) G_\gamma^R(-\mathbf{k}') C_{\nu\alpha}^{\gamma\delta}(\mathbf{k}, -\mathbf{k}', \mathbf{q}), \tag{54}$$

где матричный элемент, сопоставляемый с заштрихованной вершиной, удовлетворяет уравнению

$$\tilde{\mathbf{v}}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{k}) = \mathbf{v}^{(\alpha)}(\mathbf{k})\delta_{\alpha\beta} + \mathcal{N}\sum_{\mu\nu}\int \frac{d^z g}{(2\pi)^z} V_{\alpha\mu}(\mathbf{k},\mathbf{g})V_{\nu\beta}(\mathbf{g},\mathbf{k})\tilde{\mathbf{v}}^{(\mu\nu)}(\mathbf{g})G_\nu^R(\mathbf{g})G_\mu^A(\mathbf{g}). \qquad (55)$$

Уравнение (55) подобно уравнению для куперона (4) и может быть решено изложенным выше методом.

Рассмотрим сначала поправки к проводимости в объемном образце. Для рассеяния на короткодействующем потенциале при любой деформации $V_{\alpha\mu}(\mathbf{k},\mathbf{g})V_{\nu\beta}(\mathbf{g},\mathbf{k})$ — четная функция $\mathbf{g}$. Поэтому интеграл в уравнении (55) равен нулю, и

$$\tilde{\mathbf{v}}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{k}) = \mathbf{v}^{(\alpha)}(\mathbf{k})\delta_{\alpha\beta}. \qquad (56)$$

По той же причине

$$\Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{II})} = \Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{III})} = 0.$$

Из (56) следует, что вклад в $\Delta\sigma_{ij}^{(\mathrm{I})}$ вносят только квпероны $C_{\beta\alpha}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},-\mathbf{k},\mathbf{q})$. При $|b\varepsilon| < E_F$ согласно (22)

$$C_{\beta\alpha}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}) = -\frac{\hbar}{4\pi\left(\overline{N}_h + \overline{N}_l\right)}\,\frac{\tau_\alpha^{-1}(\mathbf{k})\tau_\beta^{-1}(\mathbf{k}')}{D_\parallel q_\parallel^2 + D_\perp q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1}}, \qquad (57)$$

и выражение для проводимости после суммирования по α и β и интегрирования по $\mathbf{k}$ принимает вид

$$\Delta\sigma_{ij} = \frac{e^2}{\pi\hbar}D_{ij}\int\frac{d^z q}{(2\pi)^z}\,\frac{1}{D_\parallel q_\parallel^2 + D_\perp q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1}}. \qquad (58)$$

В пределе сильной деформации квпероны определяются выражением (36) и

$$\Delta\sigma_{ij} = -\frac{e^2}{\pi\hbar}D_{ij}^{(0)}\int\frac{d^z q}{(2\pi)^z}\left[\frac{2}{D_\parallel^{(0)}q_\parallel^2 + D_\perp^{(0)}q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1} + 1/\tau_\parallel} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{D_\parallel^{(0)}q_\parallel^2 + D_\perp^{(0)}q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1} + 1/\tau_\perp} - \frac{1}{D_\parallel^{(0)}q_\parallel^2 + D_\perp^{(0)}q_\perp^2 + \tau_\varphi^{-1}}\right]. \qquad (59)$$

Переход от формулы (59) к формуле (58) по мере уменьшения деформации происходит в тот момент, когда $\tau_{\parallel,\perp}$ становятся $\sim \tau_0$ и первые два слагаемых в формуле (59) исчезают. Отметим, что если при $|b\varepsilon| \geq E_F$ еще выполняется неравенство $\tau_{\parallel,\perp\gg\tau_0}$, то первые два слагаемых имеют вид диффузионного полюса, в то время как множители при $q_{\parallel,\perp}^2$ могут не совпадать с соответствующими коэффициентами диффузии.

Для двумерных носителей в симметричной квантовой яме вероятность рассеяния зависит от разности углов между начальным и конечным направлениями квазиимпульса. Поэтому компоненты $\tilde{\mathbf{v}}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{k})$ могут быть выражены через уходное и транспортное времена:

$$\tilde{\mathbf{v}}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{k}) = \mathbf{v}^{(\alpha)}(\mathbf{k})\frac{\tau_{tr}}{\tau}\,\delta_{\alpha\beta}. \qquad (60)$$

Подставляя это выражение в (52)–(54), получим

$$\Delta\sigma^{(\mathrm{I})} = -\frac{e^2}{\pi\hbar} D \frac{2\pi\overline{N}\tau\tau_{tr}}{\hbar} \int \frac{d^z q}{(2\pi)^z} \sum_{\alpha\beta} C^{\alpha\beta}_{\beta\alpha}(\mathbf{q}), \quad \Delta\sigma^{(\mathrm{II})} = \Delta\sigma^{(\mathrm{III})} = \frac{1}{2}\,\frac{\tau-\tau_{tr}}{\tau_{tr}}\,\Delta\sigma^{(\mathrm{I})}. \tag{61}$$

Используя выражения для куперона (44), (48), можно получить формулу для вклада в проводимость. При $E_F \ll \Delta$

$$\Delta\sigma = -\frac{e^2}{\pi\hbar} D_0 \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \left[\frac{2}{D_0 q^2 + \tau_\varphi^{-1} + 1/\tau_\parallel^{QW}} + \frac{1}{D_0 q^2 + \tau_\varphi^{-1} + 1/\tau_\perp^{QW}} - \frac{1}{D_0 q^2 + \tau_\varphi^{-1}} \right], \tag{62}$$

а при $E_F \sim \Delta$

$$\Delta\sigma = \frac{e^2}{\pi\hbar} D \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \frac{1}{Dq^2 + \tau_\varphi^{-1}}. \tag{63}$$

Переход от формулы (62) к (63) с ростом E_F/Δ полностью аналогичен переходу от (59) к (58) при изменении деформации.

Как уже упоминалось, в магнитном поле происходит дополнительный сбой фазы волновой функции, разрушающий слабую локализацию и уменьшающий $|\Delta\sigma_{ij}|$. Для расчета магнитосопротивления согласно [1, 2] в формулах (58), (59) интегралы по q заменяются по следующему правилу:

$$\int \frac{d^z q}{(2\pi)^z} \to \frac{\omega_c}{4\pi D_a} \sum_n \int \frac{d^{z-2} q}{(2\pi)^{z-2}}, \tag{64}$$

$$D_\parallel q_\parallel^2 + D_\perp q_\perp^2 \to (D_a q^2)^{z-2} + \omega_c(n + 1/2),$$

где

$$D_a = (D_\parallel^{z-2} D_\perp^2)^{1/z},$$

а ω_c — циклотронная частота частицы с зарядом $2e$ и тензором обратной эффективной массы $m_{ij}^{-1} = 2D_{ij}/\hbar$,

$$\omega_c = \frac{4eH}{\hbar c} D_c, \quad D_c = \sqrt{D_\perp \left(D_\perp \cos^2\theta + D_\parallel \sin^2\theta \right)}. \tag{65}$$

Здесь H — величина магнитного поля, а θ — угол между его направлением и осью деформации.

В формулах (64) $z = 3$, если размеры образца превышают $\sqrt{D_a \tau_\varphi}$. Если длина образца в направлении магнитного поля меньше этой величины, то с точки зрения диффузионного движения образец двумерен, и $z = 2$.

Для случая квантовой ямы

$$\int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \to \frac{\omega_c}{4\pi D_a} \sum_n, \tag{66}$$

$$Dq^2 \to \omega_c(n + 1/2);$$

ω_c в этом случае также определяется формулой (65), где под θ следует понимать угол между магнитным полем и нормалью к квантовой яме, $D_\parallel = 0$, а $D_\perp = D$.

Окончательные выражения для проводимости удобно представлять в виде разности

$$\delta\sigma_{ij}(H) = \Delta\sigma_{ij}(H) - \Delta\sigma_{ij}(0).$$

Для объемного образца при деформации $|b\varepsilon| < E_F$

$$\delta\sigma_{ij}(H) = -\frac{D_{ij}}{D_a}\frac{e^2}{4\pi^2\hbar}\sqrt{\frac{eH}{\hbar c}\frac{D_c}{D_a}}\, f_3\left(\frac{4D_c eH}{\hbar c}\tau_\varphi\right), \tag{67}$$

а при $|b\varepsilon| \gg E_F$

$$\delta\sigma_{ij}(H) = \frac{D_{ij}^{(0)}}{D_a^{(0)}}\frac{e^2}{4\pi^2\hbar}\sqrt{\frac{eH}{\hbar c}\frac{D_c^{(0)}}{D_a^{(0)}}}\left[2f_3\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\frac{\tau_\varphi\tau_\parallel}{\tau_\varphi+\tau_\parallel}\right) + \right.$$
$$\left. + f_3\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\frac{\tau_\varphi\tau_\perp}{\tau_\varphi+\tau_\perp}\right) - f_3\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\tau_\varphi\right)\right]. \tag{68}$$

Здесь f_3 — функция, введенная в [10]:

$$f_3(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{2\left[\sqrt{n+1+x} - \sqrt{n+x}\right] - \frac{1}{\sqrt{n+1/2+x}}\right\}. \tag{69}$$

В случае двумерной диффузии в объемном образце при $|b\varepsilon| < E_F$

$$\delta\sigma_{ij}(H) = -\frac{D_{ij}}{D_a}\frac{e^2}{4\pi^2\hbar}\, f_2\left(\frac{4D_c eH}{\hbar c}\tau_\varphi\right), \tag{70}$$

а при $|b\varepsilon| \gg E_F$

$$\delta\sigma_{ij}(H) = \frac{D_{ij}^{(0)}}{D_a^{(0)}}\frac{e^2}{4\pi^2\hbar}\left[2f_2\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\frac{\tau_\varphi\tau_\parallel}{\tau_\varphi+\tau_\parallel}\right) + \right.$$
$$\left. + f_2\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\frac{\tau_\varphi\tau_\perp}{\tau_\varphi+\tau_\perp}\right) - f_2\left(\frac{4D_c^{(0)}eH}{\hbar c}\tau_\varphi\right)\right]. \tag{71}$$

Здесь

$$f_2(x) = \ln x + \psi(1/2 + 1/x), \tag{72}$$

где $\psi(y)$ — дигамма-функция.

Изменение проводимости в магнитном поле в квантовой яме в рамках рассматриваемой модели изотропно и описывается при $E_F \sim \Delta$ формулой (70), а при $E_F \ll \Delta$ формулой (71), в которой $\tau_{\parallel,\perp}$ заменены на $\tau_{\parallel,\perp}^{QW}$.

Формулы (68), (71) при уменьшении деформации переходят в (67), (70), поскольку при этом $\tau_{\parallel,\perp}$ уменьшаются и первые два слагаемых в (68), (71) исчезают, так как $f_3(0) = f_2(0) = 0$. То же самое происходит в квантовой яме при увеличении E_F/Δ. Из формул (67), (68), (70), (71) видно, что магнитосопротивление меняет знак при изменении $|b\varepsilon|/E_F$ или E_F/Δ в квантовой яме.

Формулы (67), (70) отличаются от результата, приведенного в [2], в два раза. Это отличие связано с упоминавшейся выше неточностью при вычислении куперона.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построена теория слабой локализации для случая сильного спин-орбитального взаимодействия. Для полупроводников со сложной валентной зоной получены уравнения для куперонов с учетом интенсивных переходов между подзонами. Изучена зависимость магнитосопротивления от внешних параметров: от деформации в объемных образцах и от уровня легирования в квантовых ямах. Получены выражения для изменения аномального вклада в проводимость в магнитном поле. Показано, что магнитосопротивление в недеформированном объемном образце положительно и с ростом деформации меняет знак. Подобное изменение происходит и в квантовой яме при уменьшении легирования.

Отметим, что поскольку межчастичное взаимодействие при построении данной теории не принималось во внимание, она применима для описания экспериментальных данных при температурах $T \ll \hbar/\tau_\varphi$ [2].

Данная работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 96-02-17849, 96-02-16959а, 96-15-96955), программой «Физика твердотельных наноструктур» и Фондом Фольксвагена (Volkswagen Foundation).

Литература

1. S. Hikami, A. Larkin, and Y. Nagaoka. Progr. Theor. Phys. **63**, 707 (1980).
2. Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **81**, 788 (1981).
3. С. В. Иорданский, Ю. Б. Лянда-Геллер, Г. Е. Пикус, Письма в ЖЭТФ **60**, 199 (1994).
4. F. G. Pikus and G. E. Pikus, Phys. Rev. B **51**, 16928 (1995).
5. W. Knap, C. Skierbiszewski, A. Zduniak, E. Litvin-Staszevska, D. Bertho, F. Kobbi, J. L. Robert, G. E. Pikus, F. G. Pikus, S. V. Iordanskii, V. Moser, K. Zekenes, and Yu. B. Lyanda-Geller, Phys. Rev. B **53**, 3912 (1996).
6. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).
7. Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ **30**, 248 (1979).
8. И. А. Меркулов, В. И. Перель, М. Е. Портной, ЖЭТФ **99**, 1202 (1991).
9. D. Rainer and G. Bergmann, Phys. Rev. B **32**, 3522 (1985).
10. A. Kawabata, Sol. State Commun. **34**, 431 (1980).