

МЕХАНИЗМЫ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Г. Г. Зегря*, А. С. Полковников†

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 24 июля 1997 г.

В работе исследованы основные механизмы оже-рекомбинации неравновесных носителей в полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами. Впервые показано, что в квантовых ямах существует три принципиально различных механизма оже-рекомбинации: 1) беспороговый механизм, 2) квазипороговый механизм и 3) пороговый механизм. Скорость беспорогового процесса имеет слабую температурную зависимость. Скорость квазипорогового оже-процесса экспоненциально зависит от температуры. Однако его пороговая энергия существенно зависит от ширины квантовой ямы и близка к нулю для узких квантовых ям. Показано, что в достаточно узких квантовых ямах доминируют беспороговый и квазипороговый процессы, а в широких квантовых ямах — квазипороговый и пороговый оже-процессы. Выполнен предельный переход к трехмерному оже-процессу при ширине квантовой ямы, стремящейся к бесконечности. Найдено значение критической толщины квантовой ямы, при которой квазипороговый и пороговый оже-процессы сливаются в единый трехмерный процесс оже-рекомбинации.

1. ВВЕДЕНИЕ

В полупроводниках при высоких уровнях возбуждения неравновесных носителей преобладают два процесса рекомбинации: 1) излучательный процесс, 2) безызлучательный оже-процесс, связанный с электрон-электронным взаимодействием. В одномерных полупроводниках механизмы оже-рекомбинации исследованы многими авторами [1–4]. В узкозонных полупроводниках наиболее вероятными являются процессы оже-рекомбинации с участием двух электронов и тяжелой дырки (СНСС-оже-процесс), а также с участием электрона и двух тяжелых дырок с переходом одной из них в спин-орбитально отщепленную зону (СННС-оже-процесс) [2, 4, 5]. Оба этих процесса являются пороговыми, а скорость оже-рекомбинации изменяется с температурой по экспоненциальному закону [1, 2]. Исключение составляют полупроводники, в которых константа спин-орбитального расщепления близка к ширине запрещенной зоны (GaSb и InAs). В этих полупроводниках при определенных условиях скорость СННС-процесса слабо зависит от температуры [6]. Принято считать, что в слаболегированных полупроводниках при низких температурах и высоких уровнях возбуждения неравновесных носителей преобладают процессы оже-рекомбинации с участием фононов [3, 5]. Из-за большого переданного импульса фонону порог для тяжелых дырок снимается и скорость такого оже-процесса является степенной функцией температуры. Однако возможность снятия порога за счет взаимодействия с фононами не является единственной. При боль-

*E-mail: zegrya@theory.ioffe.rssi.ru

†E-mail: tol@theory.ioffe.rssi.ru

ших концентрациях носителей более эффективным механизмом снятия порога для оже-процесса может стать дырочно-дырочное или дырочно-электронное рассеяние. Поэтому к настоящему моменту вопрос о механизме оже-рекомбинации в однородных полупроводниках при низких температурах остается открытым. Подробнее эту проблему мы обсудим в отдельной работе [7]. Процессы оже-рекомбинации с участием примесей в данной работе не рассматриваются.

Одиночные полупроводниковые гетероструктуры, квантовые ямы, квантовые проволоки, квантовые точки пространственно-неоднородны из-за существования гетеробарьеров. Наличие гетерограницы влияет не только на энергии и волновые функции носителей, но, что принципиально важно, и на макроскопические свойства гетероструктур [8]. Принято считать, что в квантовых ямах механизм оже-рекомбинации такой же, как и в однородном полупроводнике [5, 9–12]. Тем не менее наличие гетерограницы существенным образом влияет на электрон-электронное взаимодействие в квантовых ямах, и это влияние имеет фундаментальный характер. Гетерограница снимает ограничения, накладываемые на процессы электрон-электронного взаимодействия законами сохранения энергии и импульса. А именно, снимается закон сохранения для компоненты квазиимпульса, перпендикулярной гетерогранице. В свою очередь, это приводит к появлению в гетероструктурах новых, беспороговых каналов оже-рекомбинации [8]. Скорость беспорогового процесса оже-рекомбинации изменяется с температурой по степенному закону. При низких температурах беспороговый процесс в отличие от порогового является достаточно эффективным каналом безызлучательной рекомбинации, и для узких квантовых ям при высоких концентрациях носителей преобладает над процессом оже-рекомбинации с участием фононов [7]. Наличие беспорогового матричного элемента электрон-электронного взаимодействия также существенно влияет на процесс оже-рекомбинации с участием фононов. Последний становится резонансным процессом и значительно усиливается по сравнению с трехмерным оже-процессом с фононами [7]. Однако при высоких концентрациях неравновесных носителей процесс оже-рекомбинации с участием фононов значительно слабее бесфононного беспорогового оже-процесса вплоть до предельно низких температур. Первый прямой эксперимент по наблюдению беспорогового канала оже-рекомбинации при $T = 77$ К был выполнен в работе [13].

В работе [8] проведен подробный анализ порогового и беспорогового механизмов оже-рекомбинации для одиночного гетеробарьера. Проанализированы условия, при которых беспороговый канал преобладает над пороговым. Для квантовых ям такой подробный анализ механизмов оже-рекомбинации отсутствует. В [14] проанализирована возможность снятия порога для процесса оже-рекомбинации для квантовых ям при переходе возбужденных носителей в непрерывную часть спектра. Однако в этой работе отсутствует микроскопическая теория беспорогового процесса и нет теоретического анализа конкуренции между пороговым, квазипороговым и беспороговым механизмами оже-рекомбинации при различных температурах и для различных ширин квантовой ямы. В работах [15, 16] рассмотрен только беспороговый канал оже-рекомбинации, соответствующий малым импульсам, переданным при кулоновском взаимодействии частиц (для СНСС-процесса) в пренебрежении спин-орбитальным взаимодействием.

Цель настоящей работы состоит в теоретическом исследовании основных механизмов оже-рекомбинации неравновесных носителей в полупроводниковых квантовых ямах. Будет показано, что в квантовых ямах существует три принципиально различных механизма оже-рекомбинации: 1) пороговый механизм, аналогичный оже-процессу в

однородном полупроводнике; 2) квазипороговый механизм, пороговая энергия которого существенно зависит от ширины квантовой ямы, и 3) отсутствующий в однородном полупроводнике беспороговый механизм. Для порогового процесса оже-рекомбинации в квантовой яме пороговая энергия близка к пороговой энергии однородного полупроводника. И наоборот, вследствие малости пороговой энергии скорость квазипорогового процесса в узких квантовых ямах слабо зависит от температуры. По этой причине в достаточно узких квантовых ямах между беспороговым и квазипороговым механизмами оже-рекомбинации нет четкого разделения и они сливаются в один беспороговый оже-процесс. С ростом ширины квантовой ямы пороговая энергия квазипорогового процесса возрастает и стремится к объемной величине. Совершенно иначе ведет себя беспороговый механизм оже-рекомбинации. С ростом ширины квантовой ямы его скорость резко убывает и при переходе к однородному полупроводнику данный механизм исчезает. В работе будут получены условия, при которых беспороговый механизм оже-рекомбинации преобладает над пороговым. Также будет найдено критическое значение толщины квантовой ямы, при которой квазипороговый и пороговый механизмы оже-рекомбинации сливаются в один трехмерный оже-процесс.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для анализа механизмов оже-рекомбинации и нахождения скорости оже-процесса необходимо иметь волновые функции носителей заряда. Как уже было установлено для объемных оже-процессов, волновые функции носителей необходимо вычислять в многозонном приближении [2]. Нами будет использована четырехзонная модель Кейна, наиболее точно описывающая волновые функции и спектр носителей в узкозонных полупроводниках $A_{III}B_V$ [17].

Для большинства полупроводников $A_{III}B_V$ волновые функции зоны проводимости в центре зоны Бриллюэна описываются представлением Γ_6^+ , а валентной зоны — представлениями Γ_7^+ и Γ_8^+ . Два первых из них дважды вырождены, а последнее — четырежды вырождено. Соответствующие им уравнения для волновых функций могут быть записаны в дифференциальной форме. Обычно базисные волновые функции зоны проводимости и валентной зоны берутся в виде собственных функций углового момента [17, 18]. Однако для наших целей более подходящим является другое представление базисных функций:

$$|s \uparrow\rangle, |s \downarrow\rangle, |x \uparrow\rangle, |x \downarrow\rangle, |y \uparrow\rangle, |y \downarrow\rangle, |z \uparrow\rangle, |z \downarrow\rangle, \quad (1)$$

где $|s\rangle$ и $|x\rangle, |y\rangle, |z\rangle$ — блоховские функции s - и p -типа с угловым моментом соответственно 0 и 1. Первые описывают состояние зоны проводимости, а последние — валентной зоны в Γ -точке. Стрелками обозначено направление спина. Волновая функция носителей ψ может быть представлена в виде

$$\psi = \Psi_s |s\rangle + \Psi |p\rangle,$$

где Ψ_s и Ψ — спиноры. Вблизи Γ -точки уравнения для огибающих Ψ_s и Ψ в сферическом приближении имеют следующий вид:

$$\begin{cases} (E_c - E)\Psi_s - i\hbar\gamma\nabla\Psi = 0, \\ (E_v - \delta - E)\Psi - i\hbar\gamma\nabla\Psi_s + \frac{\hbar^2}{2m}(\tilde{\gamma}_1 + 4\tilde{\gamma}_2)\nabla(\nabla\Psi) - \\ - \frac{\hbar^2}{2m}(\tilde{\gamma}_1 - 2\tilde{\gamma}_2)[\nabla[\nabla\Psi]] + i\delta[\sigma\Psi] = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь γ — кейновский матричный элемент, имеющий размерность скорости, $\tilde{\gamma}_1$ и $\tilde{\gamma}_2 = \tilde{\gamma}_3$ — обобщенные параметры Латтинжера [18], $\delta = \Delta_{so}/3$, Δ_{so} — константа спин-орбитального расщепления, E_c и E_v — энергии нижнего края зоны проводимости и верхнего края валентной зоны, m — масса свободного электрона, $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули. Если вместо параметров Латтинжера феноменологически ввести массу тяжелых дырок, описывающую взаимодействие с высшими зонами, то уравнения (2) переходят в уравнения, полученные в работе [19]. Можно убедиться, что уравнения (2) не отличаются от обычно используемых в литературе уравнений [18, 20–22]. В первом уравнении системы (2) для электронов мы пренебрегаем слагаемым с тяжелой массой.

Фурье-преобразование уравнений (2) позволяет получить спектры для электронов и дырок:

а) тяжелые дырки

$$E_h = \delta - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h},$$

б) легкие дырки и спин-отщепленные дырки

$$E_{l,so} = -\frac{\delta}{2} - \frac{\hbar^2 k^2}{4}(m_l^{-1} + m_h^{-1}) \pm \sqrt{2\delta^2 + \left(\frac{\delta}{2} - \frac{\hbar^2 k^2}{4}(m_l^{-1} - m_h^{-1})\right)^2}, \quad (3)$$

с) электроны

$$k^2 = \frac{\mathcal{E}}{\hbar^2 \gamma^2} \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 3\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{E_g + \mathcal{E} + 2\delta}.$$

Здесь k — значение квазиимпульса носителей,

$$m_l^{-1} = \frac{2\gamma^2}{E_g + \delta - E} + m^{-1}(\tilde{\gamma}_1 + 4\tilde{\gamma}_2), \quad m_h^{-1} = m^{-1}(\tilde{\gamma}_1 - 2\tilde{\gamma}_2),$$

m_h совпадает с массой тяжелой дырки, а m_l — с массой легкой дырки в случае равенства нулю константы спин-орбитального взаимодействия. Для удобства мы полагаем энергию верхнего края валентной зоны E_v равной δ . Энергию электронов \mathcal{E} мы считываем от нижнего края зоны проводимости.

Выражение для плотности потока вероятности может быть выведено из уравнения (2) путем подстановки $E \rightarrow -i\hbar\partial/\partial t$ и использования затем процедуры, аналогичной применяемой в квантовой механике [23]. Оно может быть также выведено с помощью кр-метода во втором порядке теории возмущений. В результате для дырок получается выражение

$$\mathbf{j}_h = \frac{E_g + \delta - E}{2m_l\gamma} [\Psi_s \Psi^* + \Psi_s^* \Psi] - \frac{i\hbar}{2m_h} [\Psi \text{rot } \Psi^*] - [\Psi^* \text{rot } \Psi]. \quad (4)$$

Для электронов в зоне проводимости выражение для плотности потока вероятности приобретает более простой вид:

$$\mathbf{j}_e = \gamma[\Psi_s \Psi^* + \Psi_s^* \Psi]. \quad (5)$$

Точная процедура вывода граничных условий для волновых функций на интерфейсе еще не вполне ясна. Однако в последние годы были развиты некоторые приближенные методы решения этой задачи. Следуя методу, развитому Бертом [20], из системы уравнений (2) мы получим кейновские уравнения, которые могут быть проинтегрированы через интерфейс:

$$\begin{cases} (E_g + \delta - E)\Psi_s - i\hbar\gamma\nabla\Psi = 0, \\ -E\Psi - i\hbar\gamma\nabla\Psi_s + \frac{\hbar^2}{2m}\nabla[6\tilde{\gamma}_2\nabla\Psi] + \\ + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x_k}(\tilde{\gamma}_1 - 2\tilde{\gamma}_2)\frac{\partial}{\partial x_k}\Psi + i\delta[\sigma\Psi] = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Используя эти уравнения и закон сохранения плотности потока вероятности, можно получить граничные условия для огибающих волновых функций (см. формулы (24), (25)).

Состояния носителей в квантовой яме

Волновые функции носителей в квантовой яме могут быть найдены при использовании свойств симметрии гамильтониана в квантовой яме. Бесспиновый гамильтониан \mathcal{H}_0 инвариантен относительно замены $x \rightarrow -x$. Рассмотрим оператор \mathcal{R} , такой что

$$\mathcal{R} : (x, y, z) \rightarrow (-x, y, z), \quad \mathcal{R} = \mathcal{I}\mathcal{C}_{\pi x}, \quad (7)$$

$$\mathcal{H}_0\mathcal{R} = \mathcal{R}\mathcal{H}_0,$$

где \mathcal{I} — оператор инверсии, а $\mathcal{C}_{\pi x}$ — оператор вращения на угол π вокруг оси x , ось x перпендикулярна плоскости квантовой ямы.

С учетом спин-орбитального взаимодействия гамильтониан можно записать в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \frac{\hbar}{4m^2c^2}[\nabla V, \mathbf{p}]\sigma, \quad (8)$$

где \mathbf{p} — оператор импульса, V — потенциальная энергия электрона в кристалле. Последнее слагаемое не коммутирует с \mathcal{R} . Поэтому оператор симметрии \mathcal{D} можно искать в виде произведения оператора \mathcal{R} на некоторую спиновую матрицу S , которую следует найти: $\mathcal{D} = \mathcal{R} \otimes S$. Так как инверсия не изменяет знака векторного произведения, то матрица S должна удовлетворять соотношениям:

$$\begin{cases} S\sigma_x = \sigma_x S \\ S\sigma_y = -\sigma_y S \\ S\sigma_z = -\sigma_z S \end{cases}, \quad \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Очевидно, что в качестве матрицы S можно взять матрицу Паули σ_x : $S = \sigma_x$. В базе (1) матрица \mathcal{D} принимает вид

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D} = \mathcal{D}^{-1}. \tag{10}$$

Матрица гамильтониана \mathcal{H} должна удовлетворять коммутационным соотношениям [22]:

$$\mathcal{D}\mathcal{H}(-x, y, z)\mathcal{D}^{-1} = \mathcal{H}(x, y, z) \leftrightarrow \mathcal{H}(-x, y, z) = \mathcal{D}^{-1}\mathcal{H}(x, y, z)\mathcal{D}. \tag{11}$$

Следовательно, функции $\Psi(x, y, z)$ и $\mathcal{D}\Psi(-x, y, z)$ удовлетворяют одному и тому же уравнению. Поэтому собственные функции гамильтониана можно искать в виде собственных функций оператора \mathcal{D} :

$$\Psi(x, y, z) = \nu \mathcal{D}\Psi(-x, y, z), \quad \text{где } \nu = \pm 1. \tag{12}$$

Значения $\nu = \pm 1$ соответствуют состояниям носителей с различной симметрией. При таком выборе волновых функций граничным условиям можно удовлетворить только на одной гетерогранице, поскольку на второй они будут выполняться автоматически. Раскрывая уравнение (12), мы найдем необходимые условия для различных компонент симметризированной волновой функции:

$$\begin{aligned} \Psi_{s\uparrow}(x, y, z) &= \pm\Psi_{s\downarrow}(-x, y, z), \quad \Psi_{x\uparrow}(x, y, z) = \mp\Psi_{x\downarrow}(-x, y, z), \\ \Psi_{y\uparrow}(x, y, z) &= \pm\Psi_{y\downarrow}(-x, y, z), \quad \Psi_{z\uparrow}(x, y, z) = \pm\Psi_{z\downarrow}(-x, y, z), \end{aligned} \tag{13}$$

где для s -, y -, z -компонент знак «+» соответствует значению $\nu = 1$, а знак «-» — значению $\nu = -1$, а для x -компоненты наоборот.

А. Дырки в прямоугольной квантовой яме

Выбирая систему координат так, чтобы продольная компонента волнового вектора совпадала с осью y , и проводя фурье-преобразование в этой плоскости, можно получить следующие выражения для волновых функций носителей.

Тяжелые дырки:

$$\begin{aligned} \Psi_h(q, x) &= H_1 \begin{pmatrix} q \cos k_h x \xi \\ -ik_h \sin k_h x \xi \\ -k_h \sin k_h x \xi + q \cos k_h x \eta \end{pmatrix} + \\ &+ H_2 \begin{pmatrix} q \sin k_h x \eta \\ ik_h \cos k_h x \eta \\ -q \sin k_h x \xi - k_h \cos k_h x \eta \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь q, k_h — компоненты y и x квазимпульса тяжелых дырок,

$$\xi = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \eta = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

H_1 и H_2 — нормировочные константы.

Легкие дырки:

$$\Psi_l(q, x) = L_1 \begin{pmatrix} k_l \sin k_l x \eta - \lambda_l q \cos k_l x \xi \\ -iq \cos k_l x \eta + i\lambda_l k_l \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l k_l \sin k_l x \xi + \lambda_l q \cos k_l x \eta \end{pmatrix} + \\ + L_2 \begin{pmatrix} -k_l \cos k_l x \xi - \lambda_l q \sin k_l x \eta \\ -i\lambda_l k_l \cos k_l x \eta - iq \sin k_l x \xi \\ -\lambda_l q \sin k_l x \xi - \lambda_l k_l \cos k_l x \eta \end{pmatrix}. \quad (15)$$

$$\Psi_{sl} = \frac{i\hbar\gamma(k_l^2 + q^2)}{E_g + \delta - E} [L_1 \cos k_l x \eta + L_2 \sin k_l x \xi], \quad (16)$$

где $\lambda_l = \delta / (E + 2\delta - \hbar^2 k_l^2 / 2m_h)$, q , k_l — y - и x -компоненты квазиимпульса легких дырок. Волновые функции спин-отщепленных дырок аналогичны волновым функциям легких дырок.

Переход к функциям другой симметрии в приведенных выше выражениях может быть осуществлен путем формальной замены $\xi \leftrightarrow \eta$ для s -, x -, y -компонент и $\xi \leftrightarrow -\eta$ для z -компонент. В области барьера ($x > a/2$) волновые функции связанных носителей экспоненциально затухают при удалении от интерфейса:

$$\Psi_h = \tilde{H}_1 \begin{pmatrix} q \xi \\ -i\kappa_h \xi \\ -\kappa_h \xi + q \eta \end{pmatrix} \exp(-\kappa_h(x - a)) + \\ + \tilde{H}_2 \begin{pmatrix} q \eta \\ -i\kappa_h \eta \\ -q \xi + \kappa_h \eta \end{pmatrix} \exp(-\kappa_h(x - a)), \quad (17)$$

$$\Psi_l = \tilde{L}_1 \begin{pmatrix} \kappa_l \eta - \tilde{\lambda}_l q \xi \\ -iq \eta + i\tilde{\lambda}_l \kappa_l \xi \\ -\tilde{\lambda}_l \kappa_l \xi + \tilde{\lambda}_l q \eta \end{pmatrix} \exp(-\kappa_l(x - a)) + \\ + \tilde{L}_2 \begin{pmatrix} \kappa_l \xi - \tilde{\lambda}_l q \eta \\ i\tilde{\lambda}_l \kappa_l \eta - iq \xi \\ -\tilde{\lambda}_l q \xi + \tilde{\lambda}_l \kappa_l \eta \end{pmatrix} \exp(-\kappa_l(x - a)), \quad (18)$$

$$\Psi_{sl} = \frac{i\hbar\gamma(-\kappa_l^2 + q^2)}{E_g + \tilde{\delta} + U_c - E} [\tilde{L}_1 \eta + \tilde{L}_2 \xi] \exp(-\kappa_l(x - a)). \quad (19)$$

$$\tilde{\lambda}_l = \frac{\tilde{\delta}}{U_v + E + 2\tilde{\delta} - \hbar^2 k_l^2 / 2m_h}, \quad \tilde{\delta} = \frac{\tilde{\Delta}_{so}}{3}.$$

Здесь U_c и U_v — высоты барьеров для электронов и дырок, $\tilde{\Delta}_{so}$ — константа спин-орбитального взаимодействия в широкозонной области, κ_l и κ_h — значения модуля

x -компонент квазиимпульса легких и тяжелых дырок под барьером, которые связаны с соответствующими значениями энергий согласно уравнениям (3). Для $x < -a/2$ волновые функции могут быть получены из (17)–(19) при использовании соотношения (13). Если рассматривать одновременно волновые функции двух и более частиц, то выбором системы координат в общем виде невозможно одновременное обращение в нуль их z -компонент квазиимпульса. Переход к функции с произвольным направлением квазиимпульса осуществляется при помощи матрицы вращения:

$$D_\varphi = R_\varphi \otimes S_\varphi, \tag{20}$$

где R_φ действует на координатные компоненты волновой функции, а S_φ — на спинорные компоненты. Углы Эйлера при вращении в плоскости yz на угол φ равны

$$\Phi = -\pi/2, \quad \Theta = \varphi, \quad \Psi = \pi/2.$$

Таким образом:

$$R_\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad S_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi/2 & -i \sin \varphi/2 \\ i \sin \varphi/2 & \cos \varphi/2 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Если вектор \mathbf{q} имеет компоненты $q(0, \cos \varphi, \sin \varphi)$ в системе координат x, y, z , то волновая функция может быть записана в виде

$$\Psi_{\mathbf{q}} \equiv \Psi_\varphi = D_{-\varphi} \Psi_0. \tag{22}$$

Найденная ранее волновая функция помечена нулевым индексом. Мы здесь приведем волновую функцию тяжелых дырок, полученную с помощью (22), поскольку она нам понадобится в дальнейшем:

$$\Psi_h(q, x, \phi) = H_1 \begin{bmatrix} q \cos k_h x e^{-i\phi} \xi \\ -ik_h \sin k_h x \xi - q \cos k_h x \sin \phi \eta \\ -k_h \sin k_h x \xi + q \cos k_h x \cos \phi \eta \end{bmatrix} + H_2 \begin{bmatrix} q \sin k_h x e^{i\phi} \eta \\ ik_h \cos k_h x \eta + q \sin k_h x \sin \phi \xi \\ -k_h \cos k_h x \eta - q \sin k_h x \cos \phi \xi \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Граничные условия для дырочных волновых функций могут быть выведены с помощью интегрирования уравнений Кейна (6) через интерфейс. Мы будем использовать приближение $\gamma = \text{const}$, что является хорошим приближением для полупроводниковых гетероструктур на основе соединений $A_{III}B_V$. Тогда мы получим условия непрерывности следующих величин на гетерогранице:

- 1) Ψ_x ,
- 2) $\frac{E_g + \delta - E}{2m_l \gamma} \Psi_s + \frac{\hbar^2}{2m_h} \mathbf{q} \Psi_\perp \Leftrightarrow (m_h^{-1} - m_l^{-1}) \mathbf{q} \Psi_\perp + im_l^{-1} \frac{\partial \Psi_x}{\partial x}$,
- 3) $m_h^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \Psi_\perp$,
- 4) $m_h^{-1} \frac{\partial}{\partial x} |\Psi_\perp|^2$,
- 5) $m_h^{-1} |\Psi|^2$.

Граничные условия еще более упростятся, если по обе стороны гетерограницы считать одинаковыми значения модифицированных параметров Латтинжера $\tilde{\gamma}_1$ и $\tilde{\gamma}_2$, характеризующих взаимодействие с высшими зонами. В этом случае $m_h = \text{const}$. Учитывая $m_l^{-1} \approx 2\gamma^2 / (E_g + \delta - E) \gg m_h^{-1}$, вместо (24) мы получим условие непрерывности для следующих величин:

$$\begin{aligned} & 1) \Psi, \\ & 2) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{\perp}, \\ & 3) \frac{1}{E_g + \delta - E} \text{div} \Psi. \end{aligned} \quad (25)$$

Вообще говоря, волновые функции дырок в квантовой яме являются суперпозицией трех ветвей валентной зоны: тяжелых, легких и спин-отщепленных дырок. Однако последняя из ветвей сильно, экспоненциально, затухает при удалении от интерфейса с показателем экспоненты $\kappa_{so} \approx \sqrt{4m_h \Delta_{so} / 3\hbar^2}$. Как следствие, эта ветвь главным образом влияет на значение производной волновой функции вблизи гетерограницы, а ее влияние на значение самой волновой функции пренебрежимо мало. Подчеркнем, что такое приближение не эквивалентно использованию гамильтониана 4×4 с самого начала. Мы будем искать волновую функцию как суперпозицию ветвей для тяжелых и легких дырок. Вблизи верхнего края валентной зоны параметр $|\lambda_{so}| \approx m_h / m_l \gg 1$. Это означает, что могут быть применены только первое и третье граничные условия (25). В этом приближении легкие и тяжелые дырки не смешиваются и имеют различные спектры, которые получаются при подстановке волновых функций в граничные условия (25).

Спектр тяжелых дырок совпадает с квантово-механическим спектром частицы в прямоугольной квантовой яме. Для состояний с четной и нечетной x -компонентой волновой функции тяжелых дырок дисперсионное уравнение принимает вид:

$$\begin{aligned} \text{tg} \frac{k_h a}{2} &= \frac{\kappa_h}{k_h} \quad \text{— для четных состояний,} \\ \text{ctg} \frac{k_h a}{2} &= -\frac{k_h}{\kappa_h} \quad \text{— для нечетных состояний.} \end{aligned} \quad (26)$$

Для легких дырок состояния с различной четностью уже не разделяются, и дисперсионное уравнение становится несколько более громоздким:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{E_g + \delta + V_c - E}{E_g + \delta - E} \frac{k_l^2 + q^2}{\kappa_l^2 - q^2} \kappa_l \text{ctg} \frac{k_l a}{2} + k_l \frac{2\lambda_l - 1}{2\tilde{\lambda}_l - 1} \right] \times \\ & \times \left[\frac{E_g + \tilde{\delta} + V_c - E}{E_g + \delta - E} \frac{k_l^2 + q^2}{\kappa_l^2 - q^2} \kappa_l \text{tg} \frac{k_l a}{2} - k_l \frac{2\lambda_l - 1}{2\tilde{\lambda}_l - 1} \right] = \\ & = q^2 \left[\frac{2\lambda_l - 1}{2\tilde{\lambda}_l - 1} + \frac{E_g + \tilde{\delta} + V_c - E}{E_g + \delta - E} \frac{k_l^2 + q^2}{\kappa_l^2 - q^2} \right]^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь a — ширина квантовой ямы. Заметим, что при $q = 0$ состояния легких дырок также расщепляются на состояния с различной четностью.

Для спин-отщепленных дырок имеет место противоположная ситуация. Компоненты волновых функций легких и тяжелых дырок быстро осциллируют, и вклад от них в интегралы перекрытия ничтожно мал. Точно так же можно убедиться в том, что для отщепленной спин-орбитальной компоненты Ψ_x и $\text{div}\Psi/(E_g + \delta - E)$ должны считаться непрерывными. Вид волновых функций спин-отщепленных дырок аналогичен виду волновых функций легких дырок (15), (16). Строго говоря, при выполнении условия $E_g - \Delta > U_v$ спектр спин-отщепленных дырок непрерывен. Однако при пренебрежении быстроосциллирующими вкладами подзон легких и тяжелых дырок он может быть как непрерывным, так и дискретным. В общем случае вблизи такого квазидискретного уровня имеется пик плотности состояний с малыми значениями компонент импульса дырок перпендикулярных гетерогранице. Спектр таких дырок имеет вид аналогичный спектру легких дырок [7].

Б. Электроны в прямоугольной квантовой яме

Электроны подчиняются тем же правилам симметрии, что и дырки. Их волновые функции имеют вид аналогичный виду волновых функций легких дырок и могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} & \text{при } |x| < a/2, \\ \Psi_{sc} &= A_1 \cos k_c x \eta + A_2 \sin k_c x \xi, \\ \Psi_c &= \frac{i\hbar\gamma}{Z} A_1 \begin{pmatrix} k_c \sin k_c x \eta - \lambda_c q \cos k_c x \xi \\ -iq \cos k_c x \eta + i\lambda_c k_c \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c k_c \sin k_c x \xi + \lambda_c q \cos k_c x \eta \end{pmatrix} + \\ & + \frac{i\hbar\gamma}{Z} A_2 \begin{pmatrix} -k_c \cos k_c x \xi - \lambda_c q \sin k_c x \eta \\ -i\lambda_c k_c \cos k_c x \eta - iq \sin k_c x \xi \\ -\lambda_c q \sin k_c x \xi - \lambda_c k_c \cos k_c x \eta \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \text{при } x > a/2, \\ \Psi_{sc}^{(1)} &= [\tilde{A}_1 \eta + \tilde{A}_2 \xi] \exp\left(-\kappa_c \left(x - \frac{a}{2}\right)\right), \\ \Psi_c^{(1)} &= \frac{i\hbar\gamma}{\tilde{Z}} \tilde{A}_1 \begin{pmatrix} \kappa_c \eta - \tilde{\lambda}_c q \xi \\ -iq \eta + i\tilde{\lambda}_c \kappa_c \xi \\ -\tilde{\lambda}_c \kappa_c \xi + \tilde{\lambda}_c q \eta \end{pmatrix} \exp\left(-\kappa_c \left(x - \frac{a}{2}\right)\right) + \\ & + \frac{i\hbar\gamma}{\tilde{Z}} \tilde{A}_2 \begin{pmatrix} \kappa_c \xi - \tilde{\lambda}_c q \eta \\ i\tilde{\lambda}_c \kappa_c \eta - iq \xi \\ -\tilde{\lambda}_c q \xi + \tilde{\lambda}_c \kappa_c \eta \end{pmatrix} \exp\left(-\kappa_c \left(x - \frac{a}{2}\right)\right), \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 2\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{\mathcal{E} + E_g + 2\delta}, \\ \tilde{Z} &= \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 2U_v + 2\tilde{\delta}) + (E_g + U_v + 3\tilde{\delta})(E_g + U_v)}{\mathcal{E} + E_g + U_v + 2\tilde{\delta}}, \\ \tilde{\lambda}_c &= \frac{\tilde{\delta}}{\mathcal{E} + E_g + U_v + 2\tilde{\delta}}. \end{aligned}$$

Здесь k_c — x -компонента квазиимпульса электронов в квантовой яме, q — продольный импульс электронов, κ_c — модуль x -компоненты квазиимпульса электронов под барьером. Функции с другой симметрией могут быть выведены путем использования такой же процедуры, как и в случае дырок. Из-за граничных условий следует непрерывность Ψ_s и Ψ_x . Это приводит к дисперсионному уравнению

$$\left(k_c \operatorname{tg} \frac{k_c a}{2} - \frac{Z}{Z} \kappa_c\right) \left(k_c \operatorname{ctg} \frac{k_c a}{2} + \frac{Z}{Z} \kappa_c\right) = -q^2 \left(\lambda_c - \tilde{\lambda}_c \frac{Z}{Z}\right)^2. \quad (30)$$

Спектр расщепляется на четные и нечетные состояния, если продольный волновой вектор q мал или если выражение в скобках в правой части уравнения близко к нулю. Последнее условие обычно выполняется, поскольку, как правило, $U_v \ll E_g$, что соответствует полупроводникам с близкой зонной структурой.

3. ВЕРОЯТНОСТЬ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ

Вероятность оже-рекомбинации в единицу времени вычисляется в рамках первого порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию:

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i), \quad (31)$$

где

$$M_{fi} = \langle \Psi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu_1, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_0 |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \Psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu_1, \nu_2) \rangle \quad (32)$$

— матричный элемент электрон-электронного взаимодействия, \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — координаты носителей, ν_1 и ν_2 — спиновые переменные (см. (12)), e — заряд электрона, κ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость полупроводника.

С учетом антисимметризации волновых функций матричный элемент оже-перехода можно представить в виде

$$M_{fi} = M_I - M_{II}, \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} M_I &= \langle \Psi_3(\mathbf{r}_1, \nu_1) \Psi_4(\mathbf{r}_2, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_0 |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \Psi_1(\mathbf{r}_1, \nu_1) \Psi_2(\mathbf{r}_2, \nu_2) \rangle, \\ M_{II} &= \langle \Psi_3(\mathbf{r}_1, \nu_1) \Psi_4(\mathbf{r}_2, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_0 |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \Psi_1(\mathbf{r}_2, \nu_2) \Psi_2(\mathbf{r}_1, \nu_1) \rangle. \end{aligned} \quad (34)$$

В квантовых ямах, как и в однородных полупроводниках, основной вклад в скорость оже-рекомбинации дают два процесса СНСС и СННС. Строго говоря, такая терминология не применима по отношению к носителям в квантовой яме, поскольку имеется смешивание состояний легких, тяжелых и спин-отщепленных дырок. Однако, как указано выше, в случае $m_c \ll m_h$ смешивание тяжелых и легких дырок мало, а подмешиванием спин-отщепленных дырок к тяжелым и легким можно пренебречь при выполнении условия $\Delta_{so} \gg T$. Последнее условие практически всегда выполнено для полупроводников $A_{III}B_V$. Поэтому можно пользоваться указанной выше терминологией.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением СНСС-процесса оже-рекомбинации. Все зависимости для коэффициентов оже-рекомбинации для СННС-процесса при $\Delta_{so} < E_g$ качественно имеют такой же вид, как и для СНСС-процесса. Подробные выражения для коэффициентов оже-рекомбинации для СННС-процесса приведены в работе [7]. Для СНСС-процесса существуют два электрона и одна тяжелая дырка, находящиеся в начальном состоянии, которые мы будем предполагать локализованными. Волновые функции одного из связанных электронов и дырки будем обозначать соответственно через φ_c и φ_h . Для волновых функций двух оставшихся носителей будут сохранены обозначения Ψ_1 и Ψ_4 , причем под Ψ_4 мы будем понимать конечное высокоэнергетическое состояние электрона.

Матричный элемент оже-перехода

Матричный элемент электрон-электронного кулоновского взаимодействия удобнее всего вычислять, используя фурье-представление:

$$M_1 = \frac{4\pi e^2}{\kappa_0} \int \frac{I_{23}(p)I_{14}(-p)}{p^2 + q^2} \frac{dp}{2\pi} \delta_{\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_4},$$

где

$$I_{ij}(p) = \int \Psi_i^*(x)\Psi_j(x)e^{ipx} dx, \tag{35}$$

$$\delta_q = \begin{cases} 1, & q = 0, \\ 0, & q \neq 0, \end{cases}$$

$q = |\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_4| = |\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2|$ — переданный импульс в плоскости квантовой ямы при кулоновском взаимодействии. Для узкозонных полупроводников $A_{III}B_V$ масса электрона в зоне проводимости, как правило, намного меньше, чем масса тяжелой дырки в валентной зоне. Исходя из этих соображений мы будем пренебрегать импульсами электрона по сравнению с импульсами дырки везде, куда они входят в виде простых алгебраических выражений. Такое приближение недопустимо при определении пороговой энергии (см., например, (60)).

Матричный элемент электрон-электронного взаимодействия удобно представить в виде

$$M_1 = \frac{8\pi e^2}{\kappa_0} \int_0^\infty \Psi_1^*(x)\Psi_4(x)[\mathcal{F}(x) - \tilde{\mathcal{F}}(x)]dx, \tag{36}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp}{2\pi} \frac{1}{p^2 + q^2} \exp(-ipx) \int_{-a/2}^{a/2} \varphi_c(y)\varphi_h(y) \exp(ipy) dy \approx \\ &\approx \frac{1}{2q(q^2 + k_h^2)} \begin{cases} 2q\varphi_c(x)\varphi_h(x) - \\ - \exp\left\{q\left(x - \frac{a}{2}\right)\right\} \left[q\varphi_c^<\left(\frac{a}{2}\right)\varphi_h^<\left(\frac{a}{2}\right) + (\varphi_c^<\varphi_h^<)'_{a/2} \right], & 0 < x < \frac{a}{2}, \\ \exp\left\{q\left(\frac{a}{2} - x\right)\right\} \left[q\varphi_c^<\left(\frac{a}{2}\right)\varphi_h^<\left(\frac{a}{2}\right) - (\varphi_c^<\varphi_h^<)'_{a/2} \right], & x > \frac{a}{2}, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathcal{F}}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp}{2\pi} \frac{1}{p^2 + q^2} \exp(-ipx) \int_{|x| > a/2} \varphi_c(y) \varphi_h(y) \exp(ipy) dy \approx$$

$$\approx -\frac{1}{2q(\kappa_h^2 - q^2)} \begin{cases} -\exp\left\{q\left(x - \frac{a}{2}\right)\right\} \left[q\varphi_c^>\left(\frac{a}{2}\right) \varphi_h^>\left(\frac{a}{2}\right) + (\varphi_c^>\varphi_h^>)'_{a/2} \right], & 0 < x < a/2, \\ -2q\varphi_c(x)\varphi_h(x) + \\ +\exp\left\{q\left(\frac{a}{2} - x\right)\right\} \left[q\varphi_c^>\left(\frac{a}{2}\right) \varphi_h^>\left(\frac{a}{2}\right) - (\varphi_c^>\varphi_h^>)'_{a/2} \right], & x > a/2. \end{cases} \quad (37)$$

Значки $<$ и $>$ при волновых функциях и их производных означают, что величины последних должны браться соответственно внутри квантовой ямы и в барьере. При выводе формул (37) были использованы приближения

$$e^{-qa} \ll 1, \quad e^{-\kappa_h a/2} \ll 1, \\ k_c^2 \ll q^2 + k_h^2. \quad (38)$$

Хотя последнее равенство и не выполняется для достаточно узких квантовых ям, тем не менее полученные ниже выражения дают значение оже-коэффициента с достаточно высокой точностью во всем диапазоне ширин квантовых ям.

В зависимости от четности произведения $\varphi_c^*(x)\varphi_h(x)$ интегралы $\mathcal{F}(x)$, $\tilde{\mathcal{F}}(x)$ удовлетворяют следующим соотношениям¹⁾:

$$\mathcal{F}(-x), \tilde{\mathcal{F}}(-x) = \pm \mathcal{F}(x), \tilde{\mathcal{F}}(x).$$

где знаки $+$ и $-$ соответствуют четному и нечетному произведениям $\varphi_c^*(x)\varphi_h(x)$. При малых значениях переданного импульса q выражения (37) для интегралов \mathcal{F} и $\tilde{\mathcal{F}}$ перестают быть справедливыми. Это связано с тем, что соотношения (38) не выполняются при малых значениях q , поскольку становятся существенными процессы интерференции при рассеянии носителей на двух гетерограницах. В случае достаточно высоких температур (больших энергии размерного квантования тяжелой дырки) неправильная зависимость матричного элемента от переданного импульса при малых значениях q не играет существенной роли, поскольку основной вклад в скорость оже-рекомбинации вносят импульсы большие или равные тепловому. В случае низких температур (меньших энергии размерного квантования тяжелой дырки) связанные носители находятся на основном уровне размерного квантования и выражения (37) легко модифицируются. Для этого достаточно записать $2\text{sh}(qx)e^{-qa}$ вместо множителя $e^{q(x-a)}$ и $2\text{sh}(qa)e^{-qa}$ вместо $e^{q(a-x)}$.

Следует заметить, что матричный элемент M_I отличен от нуля только в том случае, когда произведение $\Psi_1^*(x)\Psi_4(x)\varphi_c^*(x)\varphi_h(x)$ — четная функция (см. (36), (37)). Выражение для M_{II} получается из (36) заменой индекса 1 в волновой функции $\Psi_1^*(x)$ на индекс 2. До конца раздела индексы I и II в матричных элементах будут опускаться. В приближении бесконечно глубокой квантовой ямы для локализованных тяжелых дырок слагаемое, содержащее $\tilde{\mathcal{F}}$, обращается в нуль, и поэтому им можно пренебречь.

¹⁾ Хотя функции $\varphi_c(x)$ и $\varphi_h(x)$ не обладают определенной четностью, однако их скалярное произведение имеет фиксированную четность.

Состояние возбужденного электрона может лежать как в непрерывном, так и в дискретном спектре²⁾, причем последняя ситуация возникает, когда продольный импульс электрона (в плоскости квантовой ямы) значительно превышает поперечный.

При нахождении скорости оже-рекомбинации в качестве конечных состояний в интеграле (36) необходимо учитывать как локализованные, так и делокализованные состояния. Возможность перехода возбужденного электрона в связанное или свободное состояния приводит к существованию различных механизмов оже-рекомбинации в квантовых ямах.

а) *Вычисление матричного элемента оже-рекомбинации для перехода в непрерывный спектр.*

Волновая функция возбужденных носителей $\Psi_4(x)$ удовлетворяет соотношениям

$$\Psi_4'' = \begin{cases} -k_4^2 \Psi_4, & \text{при } |x| < a/2, \\ -\tilde{k}_4^2 \Psi_4, & \text{при } |x| > a/2. \end{cases} \quad (39)$$

С учетом соотношений (39) можно записать, что внутри квантовой ямы

$$F_4^n = (-1)^n \frac{\Psi_4^{(n)}}{k_4^{2n}},$$

где F_4^n — n -ная первообразная функции Ψ_4 . Аналогично,

$$\Phi_4^n = (-1)^n \frac{(e^{qx} \Psi_4(x))^{(n)}}{(k_4^2 + q^2)^n} e^{-2qx}$$

— n -ная первообразная функции $\Psi_4(x)e^{-qx}$. Выражения для первообразных F_4^n и Φ_4^n понадобятся в дальнейшем при вычислении матричного элемента M согласно (36).

Из выражений (37) видно, что матричный элемент представляет собой сумму двух частей. Первая из них связана с наличием гетерограниц и содержит экспоненциально затухающий в обе стороны от интерфейса множитель. Вторая часть происходит от интегрирования волновых функций носителей в пределах квантовой ямы. Поэтому естественно разбить матричный элемент на две части:

$$M = \frac{4\pi e^2}{\kappa_0} 2(M_1 + M_2),$$

где

$$\begin{aligned} M_1 = & \frac{1}{2q(q^2+k_h^2)} \left\{ (\varphi_c \varphi_h)'_{a-0} \sum_{n \geq 1} \frac{1}{(q^2+k_4^2)^n} \left[\left(\Psi_4^* \exp \left\{ q \left(\frac{a}{2} - x \right) \right\} \right)_{a/2-0}^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} - \right. \\ & \left. - \left(\Psi_4^* \exp \left\{ q \left(x - \frac{a}{2} \right) \right\} \right)_{a/2+0}^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2+0} \frac{(q^2+k_4^2)^n}{(q^2+\tilde{k}_4^2)^n} + 2qn \Psi_4^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} \right] + \\ & + q(\varphi_c \varphi_h)_{a/2-0} \sum_{n \geq 1} \frac{1}{(q^2+k_4^2)^n} \left[\left(\Psi_4 \exp \left\{ q \left(\frac{a}{2} - x \right) \right\} \right)_{a/2-0}^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} + \right. \end{aligned}$$

²⁾ Мы предполагаем, как это часто бывает, что $(V_c, V_v) < E_g$.

$$\begin{aligned}
& + \frac{(q^2 + k_4^2)^n}{(q^2 + k_4^2)^n} (\Psi_4 e^{q(x-a/2)})_{a/2+0}^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2+0} - 2\Psi_4^{(n)} \Big|_{a/2-0} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} \Big] + \quad (40) \\
& + 2q \left[\sum_{n \geq 1} C_{n+1}^2 \frac{1}{(q^2 + k_4^2)^{n+1}} \Psi_4^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} (\varphi_c \varphi_h)''_{a/2-0} - \right. \\
& \left. - \sum_{n \geq 1} C_{n+2}^3 \frac{1}{(q^2 + k_4^2)^{n+1}} \Psi_4^{(n-1)} \Psi_1^{(n-1)} \Big|_{a/2-0} (\varphi_c \varphi_h)'''_{a/2-0} \right] \Big\}, \\
M_2 = & \frac{1}{q^2 + k_h^2} \left\{ \int_0^{a/2} (\Psi_4 \Psi_1) (\varphi_c \varphi_h) dx - \sum_{n \geq 1} \frac{1}{(q^2 + k_4^2)^n} \left(-\Psi_4^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} \varphi_c \varphi_h \Big|_{a/2-0} + \right. \right. \\
& + C_n^1 \Psi_4^{(n-1)} \Psi_1^{(n-1)} (\varphi_c \varphi_h)' \Big|_{a/2-0} + C_{n+1}^2 \Psi_4^{(n)} \Psi_1^{(n-1)} (\varphi_c \varphi_h)'' \Big|_{a/2-0} \frac{1}{q^2 + k_4^2} - \\
& \left. - C_{n+2}^3 \Psi_4^{(n-1)} \Psi_1^{(n-1)} (\varphi_c \varphi_h)''' \Big|_{a/2-0} \frac{1}{q^2 + k_4^2} \right) \Big\}.
\end{aligned}$$

При разложении матричных элементов M_1 и M_2 в ряд мы предполагаем, что выполнено условие $q^2 + k_4^2 > (k_c^2, k_h^2)$. Иными словами, полный импульс возбужденной частицы превышает импульс локализованной частицы.

Величина M_1 определяется значениями волновых функций и их производных на гетерогранице, и $M_1 \rightarrow 0$ при $a \rightarrow \infty$. В M_2 при $a \rightarrow \infty$, напротив, появляется δ -функциональный вклад и он переходит в обычный матричный элемент оже-рекомбинации для однородного полупроводника (см. (62), (64)). Заметим, что и M_1 и M_2 , а следовательно, и M , по сути дела, являются беспороговыми матричными элементами. Действительно, на них не распространяются никакие ограничения, накладываемые на начальные импульсы носителей k_1, k_c, k_h . Однако механизмы, приводящие к несохранению импульса $k_1 + k_2 \neq k_3 + k_4$, в этих слагаемых различны. В M_1 несохранение связано с рассеянием носителей на гетерограницах. Этот же механизм приводит к появлению беспорогового оже-процесса при рассеянии на одиночном гетеробарьере [8]. В M_2 причиной нарушения закона сохранения является ограничение объема интегрирования по x областью квантовой ямы, что приводит к появлению функции вида $k^{-1} \sin(ka/2)$ вместо $\delta(k)$. Указанные выше различия между M_1 и M_2 физически означают, что матричный элемент M_1 соответствует истинному беспороговому процессу, природа возникновения которого связана с рассеянием импульса на гетеробарьерах. Матричный элемент M_2 соответствует квазипороговому процессу, и при ширине квантовой ямы a стремящейся к бесконечности, он переходит в обычный пороговый матричный элемент. Дополнительная сумма, появляющаяся в выражении для M_2 в фигурных скобках, и соответствующие слагаемые в M_1 введены с той целью, чтобы при малых q разложение по малому параметру k/k_4 начиналось для M_2 с более высокой, чем для M_1 , степени. Здесь k — характерный импульс локализованных носителей.

При вычислении M_1 можно считать, что $q \ll k_4$. Действительно, при больших

значениях q имеется экспоненциально малое число носителей³⁾. При вычислении матричных элементов M_1 и M_2 удобно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\sum_{k \geq 0} x^k = \frac{1}{1-x}, \quad \sum_{k \geq 0} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2},$$

$$\sum_{k \geq 0} k^2 x^k = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}, \quad \sum_{k \geq 0} k^3 x^k = \frac{x(1+4x+x^2)}{(1-x)^4},$$

Тогда

$$M_1 \approx \frac{(\varphi_c \varphi_h)'_{a/2-0}}{2(q^2 + k_h^2)} \left[\Psi_4 \Psi_1|_{a/2-0} \frac{1}{k_4^2} \frac{1 + k_1^2/k_4^2}{(1 - k_1^2/k_4^2)^2} - \Psi_4 \Psi_1|_{a/2+0} \frac{1}{\tilde{k}_4^2} \frac{1 - \kappa_1^2/\tilde{k}_4^2}{(1 + \kappa_1^2/\tilde{k}_4^2)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{k_4^4} \frac{1}{(1 - k_1^2/k_4^2)^2} \Psi_4' \Psi_1'|_{a/2-0} - \frac{2}{\tilde{k}_4^4 (1 + \kappa_1^2/\tilde{k}_4^2)^2} \Psi_4' \Psi_1'|_{a/2+0} \right] + \\ + \frac{(\varphi_c \varphi_h)_{a/2-0}}{2(q^2 + k_h^2)} \left[\frac{1}{k_4^2 (1 - k_1^2/k_4^2)} \Psi_4' \Psi_1|_{a/2-0} - \frac{1}{\tilde{k}_4^2 (1 + \kappa_1^2/\tilde{k}_4^2)} \Psi_4' \Psi_1|_{a/2+0} - \right. \\ \left. - \frac{1}{k_4^2 (1 - k_1^2/k_4^2)} \Psi_4 \Psi_1'|_{a/2-0} + \frac{1}{\tilde{k}_4^2 (1 + \kappa_1^2/\tilde{k}_4^2)} \Psi_4 \Psi_1'|_{a/2+0} \right] - \frac{(\varphi_c \varphi_h)''_{a/2-0}}{q^2 + k_h^2} \times \\ \times \left[\frac{1}{k_4^4} \frac{3 + k_1^2/k_4^2}{(1 - k_1^2/k_4^2)^3} \Psi_4 \Psi_1'|_{a/2-0} - \frac{1}{k_4^4} \frac{1 + 3k_1^2/k_4^2}{(1 - k_1^2/k_4^2)^3} \Psi_4' \Psi_1|_{a/2-0} \right] - \frac{(\varphi_c \varphi_h)^{(3)}_{a/2-0}}{q^2 + k_h^2} \times \\ \times \left[\frac{4}{3k_4^6} \frac{3 + k_1^2/k_4^2}{(1 - k_1^2/k_4^2)^4} \Psi_4' \Psi_1'|_{a/2-0} + \frac{1}{3k_4^4} \frac{(3 + k_1^2/k_4^2)(1 + 3k_1^2/k_4^2)}{(1 - k_1^2/k_4^2)^4} \Psi_4 \Psi_1|_{a/2-0} \right]. \quad (41)$$

Это выражение заметно упростится, если в нем оставить одни только слагаемые $O(k_1^2/k_4^2)$. Выражение во второй скобке тождественно равно нулю из условия ортогональности функций Ψ_1 и Ψ_4 . В результате

$$M_1 \approx \frac{(\varphi_c \varphi_h)'_{a/2-0}}{2(q^2 + k_h^2)} \left[\Psi_4 \Psi_1|_{a/2-0} \frac{1}{k_4^2} \left(1 + \frac{3k_1^2}{k_4^2} \right) - \Psi_4 \Psi_1|_{a/2+0} \frac{1}{\tilde{k}_4^2} \left(1 - \frac{3\kappa_1^2}{\tilde{k}_4^2} \right) \right] - \\ - \frac{(\varphi_c \varphi_h)''_{a/2-0}}{(q^2 + k_h^2)} \left[- \frac{1}{k_4^4} \Psi_4' \Psi_1|_{a/2-0} + \frac{3}{k_4^4} \Psi_4 \Psi_1'|_{a/2-0} \right] - \frac{(\varphi_c \varphi_h)^{(3)}_{a/2-0}}{(q^2 + k_h^2)} \frac{1}{k_4^4} \Psi_4 \Psi_1|_{a/2-0}. \quad (42)$$

Окончательные выражения для матричного элемента M_1 можно получить после подстановки в (42) полученных в предыдущем разделе значений волновых функций носителей на гетерогранице (см. (14), (29)). При этом, как уже отмечалось выше, было использовано приближение бесконечно глубокой квантовой ямы для тяжелых дырок, находящихся в связанном состоянии. Такое приближение оправдано относительно

³⁾ Мы предполагаем, что функция распределения носителей является бoльцмановской. Аналогичные рассуждения верны и для статистики Ферми-Дирака в случае $q_F \ll q_{th}$, где q_F — двумерный импульс Ферми тяжелых дырок.

большой массой тяжелых дырок. Условие $E_g > U_v$ при этом сохраняется. В результате имеем:

$$\begin{aligned}
 & 1) \quad \nu_c = \pm \nu_h, \\
 M_1 & \approx \frac{1}{2(q_h^2 + k_h^2)} \frac{\hbar^3 \gamma^3}{E_g^3} \left(\frac{1 + \alpha/3}{1 + \alpha/2} \right)^2 \frac{1 + 2\alpha/3}{1 + \alpha} \frac{q_h k_c \kappa_c k_h}{\sqrt{k_c^2 + \kappa_c^2}} \times \\
 & \times \left(\frac{3V_c + V_v}{4E_g} + \frac{9}{2} \frac{E_{0c}}{E_g} \right) A_c A_h \Psi_c \Psi_f |_{a/2-0} - \frac{1}{2(q_h^2 + \kappa_h^2)} \frac{\hbar^3 \gamma^3}{E_g^3} \times \\
 & \times \left(\frac{1 + \alpha/3}{1 + \alpha/2} \right)^2 \frac{1 + 2\alpha/3}{1 + \alpha} \frac{q_h k_c k_h}{\sqrt{k_c^2 + \kappa_c^2}} \frac{E_{0c}}{E_g} A_c A_h \Psi_c \Psi_f' |_{a/2-0}, \tag{43}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2) \quad \nu_c = \mp \nu_h, \\
 M_1 & \approx \frac{i}{2(q_h^2 + k_h^2)} \frac{\hbar^3 \gamma^3}{E_g^3} \frac{(1 + \alpha/3)^2}{(1 + \alpha/2)^2} \frac{1 + 2\alpha/3}{1 + \alpha} \frac{q_c q_h k_c k_h}{\sqrt{k_c^2 + \kappa_c^2}} \sin \varphi \times \\
 & \times \left(\frac{3V_c + V_v}{4E_g} + \frac{9E_g - 6V_c}{2E_g} \right) A_c A_h \Psi_c \Psi_f |_{a/2-0} + \frac{i}{2(q_h^2 + k_h^2)} \frac{\hbar^3 \gamma^3}{E_g^3} \times \\
 & \times \frac{(1 + \alpha/3)^2}{(1 + \alpha/2)^2} \frac{1 + 2\alpha/3}{1 + \alpha} \sin \varphi \frac{q_c q_h \kappa_c k_h}{k_c \sqrt{k_c^2 + \kappa_c^2}} \frac{E_{0c}}{E_g} A_c A_h \Psi_c \Psi_f' |_{a/2-0}. \tag{44}
 \end{aligned}$$

Здесь $\alpha = \Delta_{so}/E_g$, ϕ — угол между направлениями продольных импульсов электрона и тяжелой дырки q_c и q_h .

Перейдем к анализу M_2 . Интеграл, входящий в M_2 , пропорционален сумме

$$\int_0^a (\Psi_4 \Psi_1) \varphi_c \varphi_h dx \propto \sum \pm \frac{\sin(k_4 - k)a/2}{k_4 - k}, \tag{45}$$

где k пробегает 8 различных значений $k = \pm k_1 \pm k_c \pm k_h$. Остальные слагаемые в (40) получаются вычитанием из этого интеграла его разложения по малому параметру k/k_4 до четвертого порядка включительно. При этом вместо k_4 необходимо использовать $\sqrt{k_4^2 + q_4^2}$. Это приведет к тому, что слагаемые вида $\sin \frac{(k_4 - k)a}{k_4 - k}$ необходимо заменить на следующие:

$$\frac{\sin(k_4 - k)a}{k_4 - k} \chi(k, q),$$

где

$$\chi(k, q) = \frac{q^8 + q^6(3k_4^2 + k k_4) + q^4(3k_4^4 + 2k k_4^3 + k^2 k_4^2) + q^2(k_4^6 + k k_4^5 + k^3 k_4^3) + k^4 k_4^4}{(q^2 + k_4^2)^4}. \tag{46}$$

При $k \ll k_4$ имеем $M_2 \propto k_4^{-5}$ и, таким образом, $M_2 \sim M_1(k/k_4) \ll M_1$. При $k = k_4$ множитель при M_2 обращается в единицу, что означает фактическое отсутствие разложения по малому параметру. При $k_4 \ll q$ функция χ также приблизительно равна единице. Кроме того, при $a \rightarrow \infty$

$$\sin \frac{(k_4 - k)a/2}{k_4 - k} \rightarrow \frac{\pi}{2} \delta(k - k_4),$$

откуда следует, что M_2 переходит в объемный оже-коэффициент в пределе бесконечно широкой квантовой ямы.

Из всех слагаемых, входящих в сумму (45), наибольшим является то, для которого $k = k_1 + k_c + k_h$, поскольку это слагаемое обладает наименьшей пороговой энергией. (Под пороговой энергией мы понимаем среднюю энергию тяжелой дырки, принимающей участие в оже-переходе.) Вклад остальных членов в сумму существенно меньше, и для простоты мы ими пренебрегаем. Тогда выражение для матричного элемента квазипорогового оже-процесса запишется в следующем виде:

$$M_2 \approx \frac{1}{8(q_h^2 + k_h^2)} e^{i\delta} \frac{\hbar\gamma}{E_g} \frac{1 + 2/3\alpha}{1 + \alpha} A_c A_f A_c A_h \frac{\sin(k_f - k_{c1} - k_{c2} - k_h)a/2}{k_f - k_{c1} - k_{c2} - k_h} \times \\ \times \chi(k_{c1} + k_{c2} + k_h, q_h) \begin{cases} q_h k_c e^{i\varphi} + q_c k_h, & \nu_c = \pm\nu_h, \\ q_c q_h \sin \phi, & \nu_c = \mp\nu_h. \end{cases} \quad (47)$$

Здесь δ — несущественный фазовый множитель.

б) *Вычисление матричного элемента оже-рекомбинации для перехода в дискретный спектр.*

Перейдем теперь к анализу матричного элемента оже-перехода, при котором частица с большой энергией остается в связанном состоянии. Этот случай соответствует приближению $q_f \gg k_f$, где под q_f и k_f понимаются значения импульса высоковозбужденной частицы в плоскости квантовой ямы q_f и перпендикулярные ей k_f . Соответственно, в матричном элементе не нужно делать каких-либо разложений и можно записать, что

$$M_3 \approx \frac{1}{q^2 + k_h^2} \int_0^{a/2} (\Psi_4 \Psi_1)(\varphi_c \varphi_h) dx. \quad (48)$$

Этот интеграл может быть легко вычислен, однако общая формула получается довольно громоздкой, и мы ее здесь приводить не будем. Мы приведем здесь лишь оценку значения M_3 , справедливую в случае, когда связанные носители находятся в основном квантовом состоянии:

$$M_3 \approx \frac{1}{q_h^2 + k_h^2} e^{i\delta} \frac{\hbar\gamma a}{2Z} A_c A_f A_c A_h \alpha q_c q_h \sin \phi \quad (\nu_c = -\nu_h). \quad (49)$$

Здесь α — множитель порядка единицы, возникающий от интегрирования произведения огибающих волновых функций носителей по области квантовой ямы:

$$\int_0^{a/2} f_1 f_2 f_3 f_4 dx \approx \frac{a}{2\alpha}, \quad \text{где } f_i = \cos k_i x, \quad (50)$$

i нумерует начальные и конечные состояния частиц, участвующих в процессе оже-рекомбинации. Отметим, что α отлично от нуля только в том случае, когда четности парных произведений $\Psi_1 \Psi_4$, и $\Psi_c \Psi_h$ совпадают, поэтому в (49) в отличие от (47) имеется только одно слагаемое. Для широких квантовых ям, когда частицы могут находиться в различных квантовых связанных состояниях, α перейдет в выражение (ср. с (45))

$$\alpha = \frac{1}{16} \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4=0,1} (-1)^{\nu_i \sigma_i} \frac{\sin((-1)^{\nu_i} k_i a/2)}{(-1)^{\nu_i} k_i a/2}. \quad (51)$$

Здесь по индексу i подразумевается суммирование от 1 до 4, σ_i характеризует четность функции f_i ($\sigma_i = 1$ для нечетной функции и $\sigma_i = 0$ — для четной).

4. КОЭФФИЦИЕНТ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ

Для вычисления скорости оже-рекомбинации необходимо просуммировать вероятность оже-перехода в единицу времени (31) по всем начальным и конечным состояниям носителей с соответствующими весами — числами заполнения. Представим выражения для M_I и M_{II} (33) в виде суммы:

$$\begin{aligned} M_I &= M_I^{(1)} \delta_{\nu_3, \nu_1} \delta_{\nu_4, \nu_2} + M_I^{(2)} \delta_{\nu_3, -\nu_1} \delta_{\nu_4, \nu_2} + M_I^{(3)} \delta_{\nu_3, \nu_1} \delta_{\nu_4, -\nu_2} + M_I^{(4)} \delta_{\nu_3, -\nu_1} \delta_{\nu_4, -\nu_2}, \\ M_{II} &= M_{II}^{(1)} \delta_{\nu_3, \nu_2} \delta_{\nu_4, \nu_1} + M_{II}^{(2)} \delta_{\nu_3, -\nu_2} \delta_{\nu_4, \nu_1} + M_{II}^{(3)} \delta_{\nu_3, \nu_2} \delta_{\nu_4, -\nu_1} + M_{II}^{(4)} \delta_{\nu_3, -\nu_2} \delta_{\nu_4, -\nu_1}, \end{aligned} \quad (52)$$

где $M_I^{(i)}$ и $M_{II}^{(i)}$ — матричные элементы перехода с фиксированными спиновыми состояниями носителей.

После усреднения по начальным и суммирования по конечным спиновым состояниям получаем

$$\left\langle \sum_{\nu_3, \nu_4} |M_{fi}|^2 \right\rangle = \sum_i \left(|M_I^{(i)}|^2 + |M_{II}^{(i)}|^2 - \text{Re} \left[M_I^{(i)*} M_{II}^{(i)} \right] \right). \quad (53)$$

При выводе (53) мы учли, что $M_I^{(3)} \approx M_{II}^{(3)} \approx M_I^{(4)} \approx M_{II}^{(4)} \approx 0$. Просуммированный по спиновым переменным матричный элемент удобно обозначать через $\langle M^2 \rangle$:

$$\langle M^2 \rangle = \sum_{\nu_3, \nu_4, \nu_1, \nu_2} |M_{fi}|^2. \quad (54)$$

Тогда скорость оже-рекомбинации принимает вид

$$G = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4} \langle M^2 \rangle f_1 f_2 (1 - f_3) (1 - f_4) \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2). \quad (55)$$

Здесь f_1 и f_2 — фермиевские функции распределения носителей в начальном состоянии, а f_3 и f_4 — в конечном состоянии. Для высоковозбужденных состояний функцию распределения f_4 можно положить равной нулю. Следует отметить, что вместо $1 - f_3$ можно писать f_3 , где \tilde{f}_3 — функция распределения дырок.

Вклады в скорость оже-рекомбинации от матричных элементов M_1 , M_2 и M_3 разделяются, поскольку возбужденная частица для таких процессов лежит в различных квантовых состояниях. В случае M_1 и M_2 возбужденная частица лежит в состоянии непрерывного спектра, а в случае M_3 — в состоянии дискретного спектра. Сложнее с разделением вкладов между M_1 и M_2 . Хотя физическое различие между ними и сохраняется, однако имеется интерференционный член между ними. При малых значениях ширины квантовой ямы интерференция является существенной, поскольку оба процесса фактически являются беспороговыми, однако пренебрежение ею все равно приводит к правильному по порядку величины результату, отражающему все основные

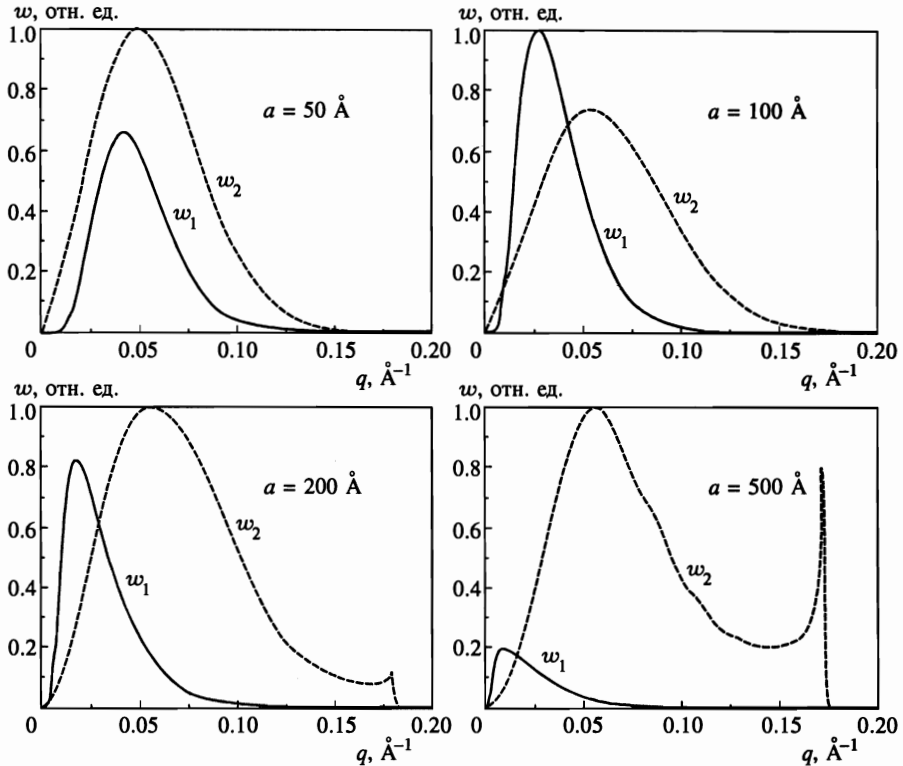


Рис. 1. Зависимость вероятностей оже-перехода w_1 и w_2 , отвечающих беспороговому и квазипороговому матричным элементам M_1 и M_2 , от продольного импульса тяжелой дырки при $T = 300$ К для различных ширин квантовой ямы a . При расчете использовались параметры, характерные для квантовых ям InGaAsP/InP с $E_g \approx 1$ эВ

особенности коэффициента оже-рекомбинации как функции температуры и параметров структуры с квантовой ямой. Для достаточно широкой квантовой ямы интерференцией между M_1 и M_2 можно пренебречь. Действительно, если M_1 как функция квазиимпульсов не имеет никаких особенностей, то M_2 имеет максимум по модулю в точке $k_4(q) + k_3 = k_1 + k_2$. При ширине квантовой ямы, стремящейся к бесконечности, максимум в этой точке носит характер δ -функции. Следовательно, для широких квантовых ям отвечающая матричному элементу M_2 вероятность оже-рекомбинации как функция продольного импульса тяжелой дырки q_h имеет максимум при больших значениях q_h , чем вероятность, отвечающая M_1 . При уменьшении ширины квантовой ямы максимумы этих вероятностей приближаются друг к другу и возрастает область перекрытия между этими матричными элементами.

Вероятности оже-перехода, отвечающие матричным элементам M_1 и M_2 , в зависимости от продольного импульса тяжелой дырки при различных ширинах квантовой ямы представлены на рис. 1. Из рисунка видно, что интерференция между беспороговым процессом, отвечающим M_1 , и квазипороговым процессом, отвечающим M_2 , в соответствии со сказанным выше имеет место только для узких квантовых ям. Следует отметить, что вероятности оже-рекомбинации являются достаточно плавными функциями продольного импульса тяжелой дырки, поскольку при их вычислении было прове-

дено суммирование по дискретным квантовым состояниям носителей. При q_h близком к максимальному значению, определяющемуся законом сохранения продольного импульса и энергии, вероятность оже-рекомбинации имеет корневую расходимость, устраняемую при интегрировании по q_h , т. е. при вычислении скорости оже-рекомбинации.

Таким образом, представим скорость оже-рекомбинации в виде

$$G = G_1 + G_2 + G_3, \quad (56)$$

где скорость G_1 соответствует беспороговому оже-процессу с матричным элементом M_1 , скорость G_2 — квазипороговому оже-процессу с матричным элементом M_2 и скорость G_3 — пороговому оже-процессу с матричным элементом M_3 .

Выражения для скоростей G_1 и G_2 можно получить с помощью формулы (55), заменив в ней суммирование по k_a интегрированием и перейдя от δ -функции по энергии к δ -функции по импульсу. В дальнейшем мы будем исследовать коэффициент оже-рекомбинации C , который связан со скоростью G соотношением

$$G = Cn^2p.$$

Здесь n и p обозначают двумерные концентрации соответственно электронов и дырок. Для коэффициента оже-рекомбинации C_1 имеем:

$$C_1 \approx \frac{256\pi^2}{3} \frac{E_B}{\hbar} \lambda_g^4 \frac{1}{a(a+2/\kappa_c)^2} F\left(\frac{\Delta_{so}}{E_g}\right) \frac{k_c^2 \kappa_c^2}{(k_c^2 + \kappa_c^2)^2} \left\langle \frac{q_h^2 k_h^2}{(q_h^2 + k_h^2)^3} \frac{1}{k_f(q_h)} \right\rangle \left\{ \frac{V_c}{E_g} \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{3V_c + V_v}{4E_g} + \frac{9}{2} \frac{E_{0c}}{E_g} \right)^2 + \frac{k_f^2 E_{0c}^2}{\kappa_c^2 E_g^2} \right] + \frac{T}{2E_g} \frac{k_c^2 + \kappa_c^2}{\kappa_c^2} \left[\left(\frac{V_v - 9V_c}{4E_g} + \frac{9}{2} \frac{E_{0c}}{E_g} \right)^2 + \frac{k_f^2 \kappa_c^2 E_{0c}^2}{k_c^4 E_g^2} \right] \right\}, \quad (57)$$

где

$$F(x) = \frac{1+x/2}{1+4x/9} \frac{1+7x/9+2x^2/9}{(1+x/2)^2}, \quad E_B = \frac{m_c e^4}{2\hbar^2 \kappa_0^2}, \quad \lambda_g = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c E_g}}.$$

Здесь для простоты мы заменили продольный импульс электронов его тепловым значением. Для вырожденных носителей вместо температуры необходимо использовать энергию Ферми электронов E_F . Угловые скобки означают усреднение по функции распределения тяжелых дырок. В случае распределения Больцмана, которое обычно имеет место для дырок, это усреднение имеет вид

$$\langle f(q) \rangle = \frac{2}{q_T^2} \int_0^\infty q f(q) \exp\left(-\frac{q^2}{q_T^2}\right) dq,$$

q_T — тепловой импульс тяжелых дырок:

$$q_T = \sqrt{\frac{2m_h T}{\hbar^2}}.$$

Аналогично для C_2 получаем

$$C_2 \approx \frac{32\pi^2}{3} \frac{E_B}{\hbar} \lambda_g^2 \left\langle \frac{\chi^2(q_h, k_h + 2k_c)}{a(a+2/\kappa_c)^2} \frac{q_c^2 k_h^2 + q_h^2 (k_c^2 + q_c^2/2)}{(q_h^2 + k_h^2)^3 k_f} \frac{1 - \cos(k_f - k_h - 2k_c)a}{2(k_f - k_h - 2k_c)^2} \right\rangle, \quad (58)$$

где $\chi(q, k)$ — функция, определенная выше (см. (46)). И, наконец, для C_3 имеем

$$C_3 \approx \frac{2048\pi^2}{3} \frac{E_B}{\hbar} \lambda_g^2 \frac{a}{(a + 2/\kappa_c)^3} \left\langle \frac{q_{th}^2}{q_T^2} \frac{q_c^2}{(q_{th}^2 + k_h^2)^3} \exp\left(-\frac{q_{th}^2}{q_T^2}\right) \alpha^2 \right\rangle_n. \quad (59)$$

В последнем случае усреднение проводится только по дискретным квантовым состояниям тяжелых дырок и импульсам электронов. Пороговое значение импульса q_{th} находится из закона сохранения энергии и продольной компоненты импульса:

$$E_f \left(\sqrt{k_f^2 + q_{th}^2} \right) = E_g + \frac{\hbar^2(q_{th}^2 + k_h^2)}{2m_h} + \frac{\hbar^2(k_{c1}^2 + k_{c2}^2)}{2m_c}.$$

Для простоты мы пренебрегли продольными импульсами электронов при определении пороговой энергии, поскольку они малы, однако учли энергию размерного квантования электронов, изменяющую эффективное значение ширины запрещенной зоны в квантовой яме. Если разложить энергию возбужденного электрона E_f в ряд по импульсам вблизи $q_{th} = Q$, где Q — значение импульса электрона, соответствующего энергии равной E_g ($Q \approx \sqrt{4m_c E_g / \hbar^2}$), то можно получить следующую оценку для величины порогового импульса:

$$q_{th} \approx \sqrt{\frac{4m_c E_g}{\hbar^2} + \frac{3}{2} k_c^2}. \quad (60)$$

Если ширина квантовой ямы стремится к бесконечности, то пороговый импульс стремится к своему объемному значению [2]. Кроме того, необходимо учитывать, что для широких квантовых ям с большим числом уровней введенный множитель α (см. (49)) стремится к δ -функции, выражающей закон сохранения поперечной компоненты квазиимпульса:

$$\alpha^2 \rightarrow \frac{\pi}{128} a \sum \delta(k_h \pm k_{c1} \pm k_{c2} \pm k_{c4}).$$

Для больших ширин квантовой ямы при выполнении условия $V_c \ll E_g$ выполняется неравенство $C_3 \ll C_2$, так как их отношение $C_3/C_2 \approx \sqrt{V_c/E_g}$. Поэтому для широких ям величиной C_3 можно пренебречь по сравнению с C_2 . Если $V_c \lesssim E_g$, то для широких квантовых ям имеет место соотношение $C_3/C_2 \approx \sqrt{V_c/(E_g - V_c)} \geq 1$. Для узких квантовых ям пороговая энергия для C_3 возрастает (см. (60)) и коэффициент оже-рекомбинации (59) уменьшается по сравнению с объемным значением на фактор:

$$\exp\left(\frac{k_c^2}{q_T^2}\right) \approx \exp\left(\frac{m_c}{m_h} \frac{E_{0c}}{T}\right).$$

Легко оценить характерную ширину квантовой ямы, для которой этот эффект становится существенным, из условия равенства единице показателя экспоненты:

$$E_{0c} \approx T \cdot \frac{2}{3} \frac{m_h}{m_c} \Leftrightarrow a \approx \frac{\pi}{q_T}. \quad (61)$$

Таким образом, при ширинах квантовой ямы a меньших нескольких обратных тепловых импульсов, $a \lesssim \pi/q_T$, пороговая энергия $E_{th}(a)$ становится существенно больше

объемного значения E_{th}^{3D} (см. рис. 2). Для полупроводниковых соединений $A_{III}B_V$ при комнатной температуре равенство (61) достигается при ширине квантовой ямы порядка ста ангстрем.

Рассмотрим подробнее коэффициент оже-рекомбинации C_2 для квазипорогового процесса. При $a \rightarrow \infty$ в усредняемой функции в (58) можно произвести замену:

$$\frac{1 - \cos(k_f - k_h - 2k_c)a}{2(k_f - k_h - 2k_c)^2} \rightarrow \frac{\pi a}{2} \delta(k_f - k_h - 2k_c). \tag{62}$$

Из этой формулы отчетливо видно наличие порога в этом пределе, и коэффициент C_2 после домножения на a^2 переходит в трехмерное выражение. Для сравнения мы приведем результат работы [2] для C_{3D} и наше предельное выражение:

$$C_{3D} = 6\sqrt{2\pi^5} \frac{e^4 m_c \hbar^3}{\kappa_0^2} \frac{1}{E_g^{5/2} T^{1/2} m_c^{1/2} m_h^{3/2}} \exp\left(-\frac{2m_c}{m_h} \frac{E_g}{T}\right), \tag{63}$$

$$C_2 a^2 = 6 \frac{16\sqrt{2\pi^5}}{27} \frac{e^4 m_c \hbar^3}{\kappa_0^2} \frac{1}{E_g^{5/2} T^{1/2} m_c^{1/2} m_h^{3/2}} \exp\left(-\frac{2m_c}{m_h} \frac{E_g}{T}\right). \tag{64}$$

Множитель 4 в (64) возникает из-за того, что при вычислении M_2 согласно (47) необходимо учитывать не только слагаемое с $k = k_{c1} + k_{c2} + k_h$, но также и слагаемые с k

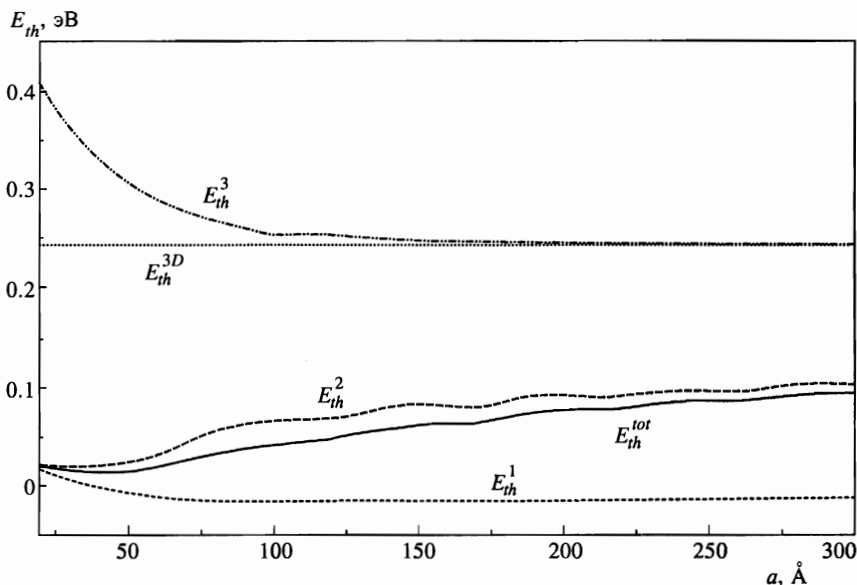


Рис. 2. Зависимость пороговой энергии для СНСС-процесса от ширины квантовой ямы для трех механизмов оже-рекомбинации: беспорогового E_{th}^1 , квазипорогового E_{th}^2 и порогового E_{th}^3 при $T = 300$ К. Сплошная кривая соответствует пороговой энергии E_{th}^{tot} для суммарного коэффициента оже-рекомбинации ($C = C_1 + C_2 + C_3$). Горизонтальная пунктирная линия соответствует пороговой энергии E_{th}^{3D} для трехмерного оже-процесса

равным: $k = k_{c1} - k_{c2} + k_h$, $k = -k_{c1} + k_{c2} + k_h$ и $k = -k_{c1} - k_{c2} + k_h$. При ширине квантовой ямы, стремящейся к бесконечности, все четыре слагаемых дают одинаковый вклад в C_2 . Как видно, различие между выражениями (63) и (64) имеется только в численном множителе. Небольшое имеющееся расхождение в $2/3$ раза связано с тем, что при наличии большого числа электронных уровней необходимо различать импульсы размерного квантования электронов между собой: $k_{c1} \neq k_{c2}$. Кроме того, выражение (63) было получено в упрощенной модели, когда величина спин-орбитального расщепления предполагается бесконечно большой. При выводе же (64) фактически использовалось условие $\Delta < E_g$, которое выполняется для большинства узкозонных полупроводников $A_{III}B_V$. При вычислении (64) мы пренебрегли величиной V_c по сравнению с E_g . В общем случае вместо $C_2 a^2$ необходимо писать $(C_2 + C_3) a^2$, и выражение (64) останется справедливым. Однако предельный переход от квазипорогового к пороговому процессу (см. (62)) можно осуществить только для очень широких квантовых ям. Качественный критерий этого перехода можно получить из анализа вероятности оже-перехода как функции импульса тяжелой дырки. Как уже отмечалось выше, для широких квантовых ям доминирует квазипороговый процесс с коэффициентом C_2 . Вероятность этого процесса имеет две характерные особенности (см. (58)). Первая из них соответствует максимуму квадрата матричного элемента перехода вблизи порогового значения импульса тяжелой дырки. Ширина этого максимума порядка обратной ширины квантовой ямы. Вторая особенность имеется вблизи значения теплового импульса дырки. Коэффициент оже-рекомбинации C_2 можно оценить, умножив значения вероятности оже-перехода вблизи этих максимумов на соответствующие ширины. Тогда

$$C_2 \approx C_2^{th}(Q_h \approx q_{th}) + C_2^T(Q_h \approx q_T), \quad (65)$$

где Q_h — значение импульса тяжелой дырки $Q_h^2 = k_h^2 + q_h^2$.

$$C_2^T \approx C_2^{th} \frac{\lambda_{E_g}}{a} \left(\frac{T}{E_{th}} \right)^{3/2} \exp \frac{E_{th}}{T}.$$

Здесь $\lambda_{E_g} \approx 2\pi/q_{th}$ — длина волны высоковозбужденного электрона. Из сравнения двух вкладов C_2^{th} и C_2^T возникает естественный критерий перехода квазипорогового процесса в трехмерный пороговый оже-процесс. А именно:

$$a \gg a_c,$$

где

$$a_c = \lambda_{E_g} \left(\frac{T}{E_{th}} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_{th}}{T} \right). \quad (66)$$

Для полупроводников с шириной запрещенной зоны порядка 1 эВ при комнатной температуре критическая толщина a_c может достигать значения нескольких тысяч ангстрем. Однако критерий $a \gg a_c$ для перехода от двумерного к трехмерному оже-процессу получен без учета процессов релаксации импульса частиц за счет взаимодействия с фононами и электрон-электронного рассеяния. В действительности, длина свободного пробега частиц, как правило, составляет величину меньшую a_c и переход к трехмерному оже-процессу реально происходит, когда ширина квантовой ямы становится порядка длины

свободного пробега носителей. Из сказанного непосредственно следует, что корректный расчет оже-коэффициента в трехмерном случае возможен лишь при учете процессов рассеяния импульсов электронов и дырок [7].

Для квантовых ям с шириной $a < a_c$ наблюдается сдвиг максимума вероятности w_2 для квазипорогового процесса как функции импульса тяжелой дырки в длинноволновую сторону (см. рис. 1) при уменьшении a . Это приводит к уменьшению пороговой энергии этого процесса и, как следствие, к ослаблению температурной зависимости коэффициента оже-рекомбинации.

На рис. 2 представлены зависимости пороговой энергии от ширины квантовой ямы для всех трех механизмов оже-рекомбинации C_1 , C_2 и C_3 в отдельности и для суммарного процесса оже-рекомбинации $C = C_1 + C_2 + C_3$, определенных по формуле:

$$E_{th}^{(i)}(T) = T^2 \frac{d \ln C_i}{dT}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (67)$$

Пороговая энергия для квазипорогового процесса меньше трехмерного значения, поскольку значение критической толщины $a_c \approx 1000 \text{ \AA}$ больше максимальной ширины квантовой ямы, представленной на рисунке. Для беспорогового оже-процесса пороговая энергия убывает с ростом ширины квантовой ямы и при определенной толщине становится отрицательной. Такое поведение пороговой энергии связано с тем, что коэффициент оже-рекомбинации C_1 становится убывающей функцией температуры для достаточно широких квантовых ям. С ростом ширины квантовой ямы пороговая энергия для суммарного оже-процесса стремится к своему предельному значению E_{th}^{3D} , отмеченному на рисунке.

Перейдем к рассмотрению беспорогового оже-процесса. Как уже отмечалось выше, вероятность беспорогового оже-перехода не имеет никаких особенностей как функция импульса тяжелой дырки. Поэтому коэффициент C_1 имеет слабую неэкспоненциальную температурную зависимость. Впервые это было подробно исследовано в работе [8]. Кроме того, функция $C_1(T)$ немонотонна и имеет максимум. Наличие такого максимума легко объяснить. При малых температурах и, соответственно, малых продольных импульсах носителей их волновые функции почти ортогональны и значение C_1 мало. С ростом температуры возрастает характерный переданный импульс при кулоновском взаимодействии (он приблизительно равен тепловому импульсу тяжелой дырки). Поэтому при низких температурах оже-коэффициент является возрастающей функцией температуры. При дальнейшем росте температуры коэффициент оже-рекомбинации $C_1(T)$ достигает максимума и начинает убывать, так как кулоновское дальнедействующее взаимодействие, ответственное за оже-процесс, мало для больших переданных импульсов. Температуру, при которой имеется максимум, легко оценить из соображений равенства энергии размерного квантования дырок температуре: $T \approx \hbar^2 \pi^2 / 2m_h a^2$. Отметим, что этого максимума не было бы, если бы мы приняли интеграл перекрытия I_{ch} пропорциональным переданному импульсу. Такое, на наш взгляд, ничем не оправданное допущение для большинства исследуемых структур, часто используется в литературе (см., например, [24]) и приводит к неправильным выражениям для скорости оже-рекомбинации и к неправильным ее зависимостям от температуры и параметров квантовой ямы.

Коэффициент Оже C_1 как функция ширины квантовой ямы a имеет резко убывающий вид. В зависимости от того, какое слагаемое преобладает в (57), коэффициент C_1 убывает с ростом a либо как $1/a^3$, либо как $1/a^5$, либо как $1/a^7$. В любом случае,

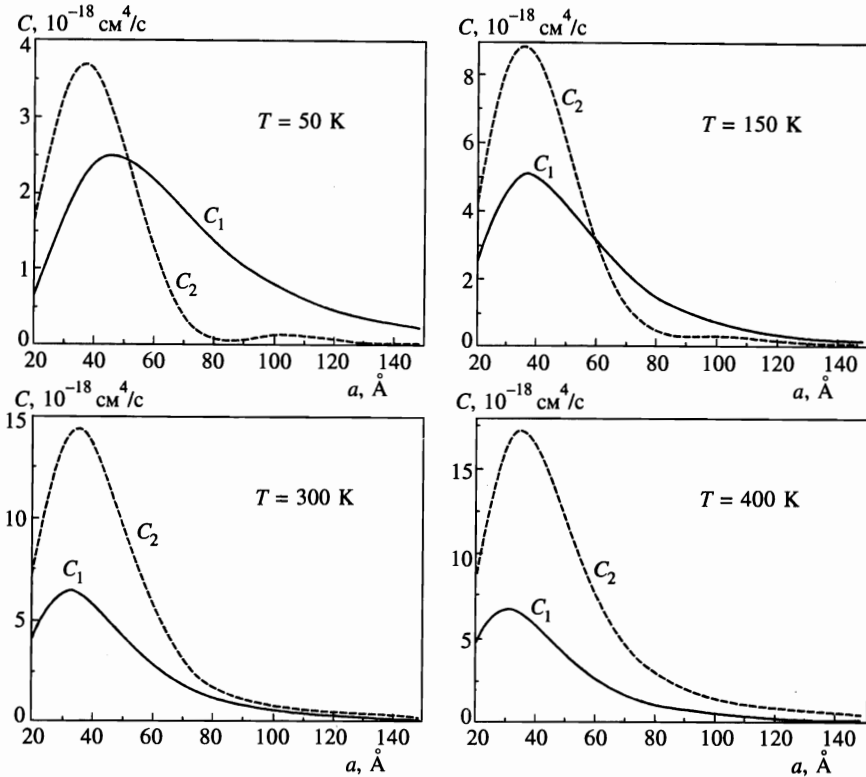


Рис. 3. Зависимость коэффициентов оже-рекомбинации C_1 и C_2 для беспорогового и квазипорогового процессов от ширины квантовой ямы a при различных температурах

даже после умножения на a^2 , C_1 остается убывающей функцией ширины квантовой ямы. Поэтому такой процесс может быть преобладающим только для достаточно узких квантовых ям. При $a \approx 1/\kappa_c$ коэффициент C_1 имеет максимум, связанный со слабым перекрытием волновых функций носителей. При дальнейшем уменьшении ширины квантовой ямы скорость беспорогового оже-процесса плавно убывает. Упрощенное выражение для C_1 для СНСС-процесса, полученное в [15, 16], дает зависимость от ширины квантовой ямы как $1/a^7$.

На рисунке 3 приведены зависимости коэффициентов оже-рекомбинации C_1 и C_2 от ширины квантовой ямы при различных температурах для модельной структуры на основе соединения InGaAsP. Во-первых, зависимости C_1 и C_2 от ширины квантовой ямы имеют резко выраженный максимум. Интересно отметить, что положения максимумов практически не зависят от температуры. Во-вторых, как видно из рисунка, с ростом температуры возрастает относительная роль квазипорогового процесса оже-рекомбинации. На этом рисунке не указан пороговый процесс, поскольку величина коэффициента C_3 при рассмотренных ширинах квантовой ямы значительно (на несколько порядков) меньше величин C_1 и C_2 . Поэтому зависимость C_3 от ширины квантовой ямы приведена отдельно на рис. 4. Заметим, что для этого процесса максимум достигается при гораздо большей ширине квантовой ямы, чем для квазипорогового и беспорого-

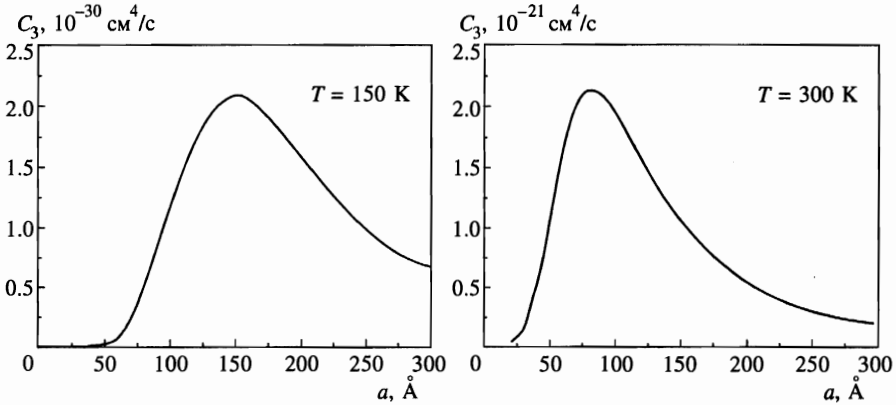


Рис. 4. Зависимость коэффициента C_3 для порогового процесса оже-рекомбинации от ширины квантовой ямы при различных температурах

вого процессов. Это, в первую очередь, связано с уменьшением величины пороговой энергии для порогового процесса с увеличением ширины квантовой ямы (см. рис. 2), а не с фактором перекрытия волновых функций.

На рисунке 5 представлена температурная зависимость суммарного коэффициента оже-рекомбинации и парциальные вклады беспорогового и квазипорогового механизмов при различных ширинах квантовой ямы. Из этого рисунка видно, что для достаточно широких квантовых ям при низких температурах преобладает беспороговый оже-процесс ($C_1 > C_2$), а при высоких температурах, наоборот, доминирует квазипороговый процесс ($C_2 > C_1$). Поэтому зависимость суммарного коэффициента оже-рекомбинации от температуры имеет характерный вид с максимумом и минимумом. С увеличением ширины квантовой ямы и максимум, и минимум коэффициента оже-рекомбинации смещаются в сторону низких температур и в пределе бесконечно широкой квантовой ямы исчезают. Таким образом, в случае однородного полупроводника коэффициент оже-рекомбинации есть монотонная функция температуры. Заметим, что при вычислении зависимости коэффициентов оже-рекомбинации от температуры использовалось больцмановское распределение носителей. При низких температурах электроны и дырки, как правило, подчиняются статистике Ферми-Дирака. Следовательно, средние импульсы электронов и дырок, участвующих в оже-процессе, слабо зависят от температуры. В результате коэффициент оже-рекомбинации имеет более плавную зависимость от температуры и не обращается в нуль при $T \rightarrow 0$. На рисунке 6 представлена зависимость беспорогового коэффициента оже-рекомбинации C_1 от температуры при различных значениях энергии Ферми дырок для квантовых ям с различными толщинами. Существенные различия между коэффициентами оже-рекомбинации для распределений Ферми-Дирака и Больцмана имеется в случае $T \ll E_F$, где E_F — энергия Ферми дырок. Это условие обычно реализуется только в случае очень низких температур, при которых процесс оже-рекомбинации не актуален.

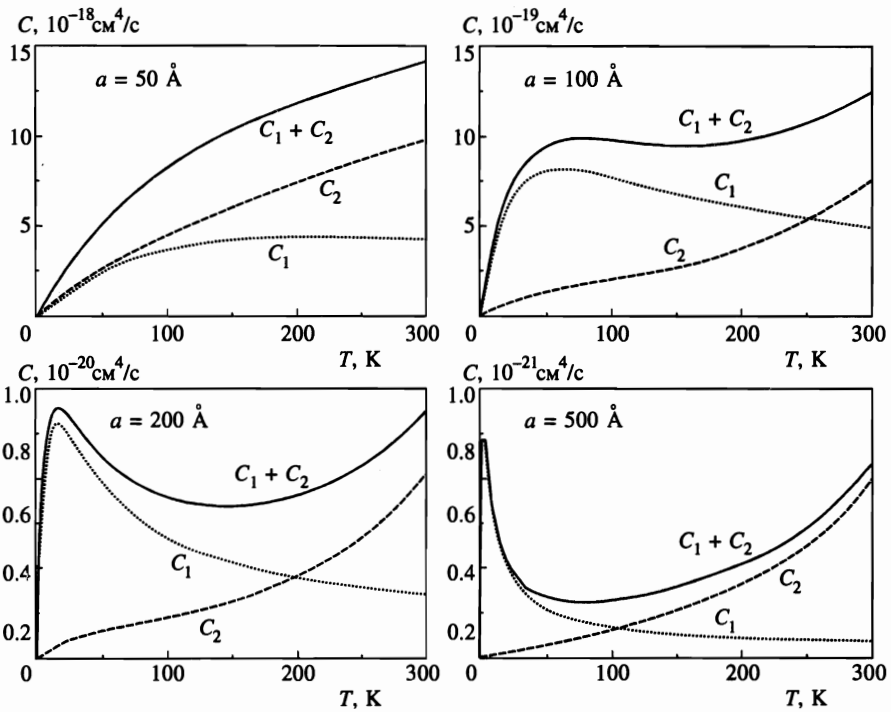


Рис. 5. Температурная зависимость суммарного коэффициента оже-рекомбинации и парциальные вклады беспорогового и квазипорогового механизмов при различных ширинах квантовой ямы

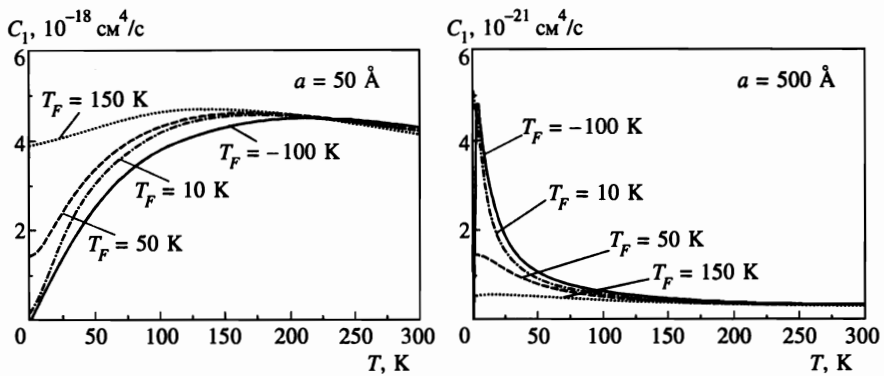


Рис. 6. Сравнение зависимостей беспорогового коэффициента оже-рекомбинации C_1 от температуры при различных значениях энергии Ферми дырок для двух различных толщин квантовой ямы. На рисунке T_F обозначает энергию Ферми, выраженную в градусах. Кривая с $T_F = -100 \text{ K}$ приблизительно соответствует статистике Больцмана

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенный нами анализ показал, что в полупроводниковых структурах с квантовыми ямами имеются три различных механизма оже-рекомбинации: пороговый, квазипороговый и беспороговый. Коэффициенты оже-рекомбинации указанных процессов C_1 , C_2 , C_3 по-разному зависят как от температуры, так и от параметров квантовой ямы: высот гетеробарьеров для электронов и дырок (V_c и V_v) и ее ширины (см. рис. 3–5). В пределе $a \rightarrow \infty$ сумма квазипорогового и порогового коэффициентов оже-рекомбинации, умноженных на квадрат ширины квантовой ямы, $C_2 a^2 + C_3 a^2$, стремится к объемному значению коэффициента оже-рекомбинации C_{3D} , а произведение $C_1 a^2$ при этом стремится к нулю. Для достаточно узких квантовых ям значение двумерного коэффициента оже-рекомбинации, умноженного на a^2 , больше трехмерного значения из-за преобладания беспорогового и квазипорогового процессов оже-рекомбинации. Таким образом, процесс оже-рекомбинации в квантовых ямах оказывается усиленным по сравнению с однородным полупроводником. Это усиление оказывается тем более существенным при низких температурах. При этих условиях трехмерный коэффициент оже-рекомбинации C_{3D} мал из-за наличия малого экспоненциального множителя (см. (63)). Отметим, что весь анализ зависимостей коэффициентов оже-рекомбинации (C_1, C_2, C_3) от температуры и параметров квантовой ямы качественно применим в равной мере и для СНСС-, и для СННС-оже-процессов. Однако, поскольку мы не конкретизировали модельные структуры с квантовыми ямами, мы проиллюстрировали эти зависимости на примере СНСС-процесса. Подробный анализ коэффициентов оже-рекомбинации C_1, C_2, C_3 для СННС-оже-процесса рекомбинации выполнен в [7].

Заметим, что существенное подавление процессов оже-рекомбинации в квантовых ямах возможно при выполнении условий $(V_c, V_v) > E_g$ и $E_2 - E_1 > E_g$ (E_1 и E_2 — энергии первого и второго уровней размерного квантования носителей) [25], т.е. в том случае, когда энергии возбужденной частицы недостаточно для перехода в непрерывный спектр или на следующий уровень размерного квантования. Для выполнения этих условий необходимо создание структур с глубокими и узкими квантовыми ямами как для электронов, так и для дырок. Существующие в настоящее время технологии позволяют создавать подобные структуры на основе материалов InAs/AlSb [26] и InAs/GaSb/AlSb [27]. В таких глубоких квантовых ямах существует только пороговый процесс оже-рекомбинации, соответствующий коэффициенту C_3 . Этот коэффициент может быть на несколько порядков меньше, чем оже-коэффициенты для беспорогового и квазипорогового процессов (C_1, C_2) в мелких квантовых ямах ($(V_c, V_v) < E_g$).

Следует отметить, что для квантовых ям существенные изменения претерпевает также процесс оже-рекомбинации с участием фононов [7]. Аналогично бесфононному процессу оже-рекомбинации имеются три различных механизма фононного процесса ($C_{ph}^3, C_{ph}^2, C_{ph}^1$), соответствующие пороговому, квазипороговому и беспороговому матричным элементам электрон-электронного взаимодействия. Первый процесс вполне аналогичен трехмерному. Однако этот процесс для узких квантовых ям заметно слабее беспорогового и порогового процессов оже-рекомбинации. В литературе именно этот процесс с участием фононов считается основным процессом оже-рекомбинации в квантовых ямах [28, 29]. Процессы оже-рекомбинации при участии фононов с квазипороговым и беспороговым матричными элементами электрон-электронного взаимодействия могут являться резонансными процессами [7]. При низких температурах они могут конкурировать с бесфононными процессами оже-рекомбинации. Однако из-за

отсутствия сильной зависимости последних от температуры такая конкуренция возможна при гораздо более низких, чем в трехмерном случае, температурах. Таким образом, в узких квантовых ямах бесфононный (беспороговый) оже-процесс доминирует над фононным в более широком, чем в трехмерном случае, интервале температур. С ростом ширины квантовой ямы резонансное рассеяние на фонах ослабевает и мы переходим к обычным трехмерным условиям [7].

Важно отметить, что при больших концентрациях неравновесных носителей в одномерном полупроводнике процесс оже-рекомбинации при участии фононов может быть слабее оже-процесса с последующим дырочно-дырочным рассеянием, приводящим к снятию порога [7].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие основные результаты.

1. Показано, что в квантовых ямах одновременно существуют три различных механизма оже-рекомбинации: а) пороговый, б) квазипороговый, в) беспороговый. Первые два процесса в пределе бесконечно широкой квантовой ямы переходят в трехмерный оже-процесс, а беспороговый оже-процесс стремится к нулю.

2. Продемонстрировано, что для узких квантовых ям оже-коэффициенты квазипорогового и беспорогового процессов имеют слабую степенную зависимость от температуры. Кроме того, их величины значительно превышают трехмерный коэффициент, отнесенный к квадрату ширины квантовой ямы. В то же время коэффициент двумерного порогового оже-процесса имеет большую пороговую энергию, чем в трехмерном случае ($E_{th}^{2D} > E_{th}^{3D}$). Соответствующий коэффициент оже-рекомбинации при этом оказывается меньше трехмерного выражения, деленного на квадрат ширины квантовой ямы.

3. В работе выполнен предельный переход от двумерного к трехмерному процессу оже-рекомбинации. Показано что $(C_2 + C_3)a^2$, при $a \rightarrow \infty$ переходит в трехмерный оже-коэффициент C^{3D} , полученный в [2].

4. Показано, что для достаточно широких квантовых ям доминирует квазипороговый процесс оже-рекомбинации, пороговая энергия для которого является возрастающей функцией ширины квантовой ямы (см. рис. 2). Найдено значение критической толщины квантовой ямы, при которой пороговая энергия для квазипорогового процесса сравнивается с пороговой энергией для трехмерного оже-процесса. Критическая толщина квантовой ямы a_c является сильной (экспоненциальной) функцией температуры. Для структур с $E_g \approx 1$ эВ при комнатной температуре a_c может достигать значения в несколько тысяч ангстрем.

В заключение авторы выражают благодарность Р. А. Сурису и В. И. Перелю за стимулирование написания работы и частичного обсуждения ее результатов. Работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 96-02-17952 и 97-02-18151), INTAS (грант 94-1172) и Российской государственной программой «Физика твердотельных наноструктур» (проекты 97-0003, 97-1035).

Литература

1. A. R. Beattie and P. T. Landsberg, Proc. Roy. Soc. A **249**, 16 (1959).
2. Б. Л. Гельмонт, ЖЭТФ **75**, 536 (1978).
3. A. Haug, J. Phys. C: Solid State Phys. **16**, 4159 (1983).
4. M. Takeshima, Phys. Rev. B **26**, 917 (1982); **28**, 2039 (1983).
5. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long-Wavelength Semiconductor Lasers*, Van Nostrand Reinhold, New York (1993).
6. М. Айдаралиев, Г. Г. Зегря, Н. В. Зогова, Б. А. Матвеев, С. А. Карандашев, Н. Н. Стусь, Г. Н. Талалакин, ФТП **26**, 249 (1992).
7. G. G. Zegrya and A. S. Polkovnikov, submitted to Phys. Rev. B.
8. Г. Г. Зегря, В. А. Харченко, ЖЭТФ **101**, 327 (1992).
9. *Quantum Well Lasers*, ed. by Peter S. Zory Jr., San Diego, California: Academic Press, Inc. (1993).
10. R. I. Taylor, R. A. Abram, M. G. Burt, C. Smith, IEE Proceedings **132**, 364 (1985).
11. W. W. Lui, T. Yamanaka, Y. Yoshikuni, S. Seki, and K. Yoko, Phys. Rev. B **48**, 8814 (1993).
12. N. K. Dutta, J. Appl. Phys. **54**, 1236 (1983).
13. G. G. Zegrya, V. P. Evtikhiev, I. B. Kudryashov, and V. E. Tokranov, 23rd Intern. Symposium on Compound Semiconductors (ISCS-23), St. Petersburg, Russia, 23–27 September, Inst. Phys. Conf. Ser. № 155, p. 795 (1996).
14. R. I. Taylor, R. A. Abram, M. G. Burt, and C. Smith, Semicond. Sci. Technol. **5**, 90 (1990).
15. М. И. Дьяконов and В. Ю. Качоровский, Phys. Rev. B **49**, 17130 (1994).
16. G. G. Zegrya, A. D. Andreev, N. A. Gun'ko, and E. V. Frolushkina, Proc. SPIE **2399**, 307 (1995).
17. E. O. Kane, J. Phys. Chem. Sol. **1**, 249 (1957).
18. P. C. Sercel and K. J. Vahala, Phys. Rev. B **42**, 3690 (1990).
19. P. A. Сурис, ФТП **20**, 2008 (1986).
20. M. G. Burt, J. Phys.: Condens. Matter **4**, 6651 (1992).
21. B. A. Foreman, Phys. Rev. B **49**, 1757 (1994).
22. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
24. J. Wang, P. von Allmen, J.-P. Leburton, and K. J. Linden, IEEE J. Quantum Electron. QE-31, 864 (1995).
25. G. G. Zegrya, *Antimonide Related Strained Layer Heterostructures*, ed. by M. O. Manasreh, Gordon and Breach, Science Publ., Amsterdam (1997).
26. S. Ideshita, A. Furukawa, Y. Mochiziki, and M. Mizuta, Appl. Phys. Lett. **60**, 2594 (1992).
27. M. Sweeny and J. Xu, Appl. Phys. Lett. **54**, 546 (1989).
28. E. P. O'Reilly and M. Silver, Appl. Phys. Lett. **63**, 3318 (1993).
29. E. P. O'Reilly and A. R. Adams, IEEE J. Quantum Electron. **30**, 366 (1994).