

## ЧИСТО ЯДЕРНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРОЙ. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДЛЯ $^{169}\text{Tm}$

В. Г. Кohn<sup>а\*</sup>, А. И. Чумаков<sup>б</sup>, Р. Рюффер<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

<sup>б</sup> Европейский центр синхротронного излучения, ВР-220  
38043, Гренобль, Франция

Поступила в редакцию 29 октября 1997 г.

Теоретически анализируется возможность наблюдения чисто ядерного резонансного рассеяния синхротронного излучения многослойной структурой, содержащей изотоп  $^{169}\text{Tm}$ . Главной проблемой является необходимость подавления огромного фона излучения, рассеянного электронами. Рассмотрены два способа деструктивной интерференции пучка синхротронного излучения в условиях отражения при скользящем падении слоистой системой, содержащей ядра Tm в одном из слоев, рассчитана их эффективность применительно к условиям источников синхротронного излучения третьего поколения, таким как в Европейском центре синхротронного излучения (ESRF). Сформулирован параметр эффективности подавления электронного рассеяния, который представляет собой отношение интегральной интенсивности ядерного рассеяния (с задержкой во времени) к суммарной интенсивности мгновенного электронного рассеяния в заданных углах и энергетическом интервалах. В первом способе используются тонкие пленки специального типа на подложке — GIAR-пленки. Во втором способе используется новый эффект, названный брэгг-антипик-эффект, который представляет собой деструктивную интерференцию волны, дифрагированной по Брэггу в многослойной сверхрешетке, и волны, отраженной на верхней границе образца. Рассмотрены физические свойства брэгг-антипик-эффекта и найдено, что его эффективность достаточна для практического использования.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с первых предложений [1, 2] об использовании синхротронного излучения для возбуждения низколежащих ядерных уровней и после первого четкого наблюдения резонансного ядерного рассеяния синхротронного излучения [3] много внимания было посвящено проблеме подавления нерезонансного фона электронного рассеяния. В принципе, импульсная временная структура синхротронного излучения позволяет использовать «временное окно» для разделения задержанного резонансного ядерного рассеяния и импульсного электронного рассеяния. Однако предельно узкая энергетическая ширина ядерных уровней ( $10^{-7}$ – $10^{-10}$  эВ) делает возможным использование временного окна только после сильной предварительной монохроматизации синхротронного излучения с целью эффективного подавления нерезонансного электронного рассеяния.

Несколько подходов к решению проблемы огромного нерезонансного рассеяния были успешно развиты в последние годы. Разработанные компактные высокоразрешающие монохроматоры с энергетической шириной порядка нескольких мэВ [4–7] и

\*E-mail: kohn@kurm.polyn.kiae.su

лавинные фотодиодные детекторы [8, 9] позволили проводить исследования в более универсальной экспериментальной схеме «рассеяния вперед» [10] дополнительно к схеме эксперимента, в которой реализуется чисто ядерная брэгговская дифракция [3]. Этот прогресс обеспечил базу для быстрого развития ядерной сверхтонкой спектроскопии с использованием синхротронного излучения. В случае же брэгговской дифракции альтернативная техника поляризационного анализа рассеянного излучения была использована для подавления нерезонансного рассеяния в условиях сверхтонкого расщепления ядерных уровней [11, 12].

Развитие новых источников синхротронного излучения позволило резко увеличить спектральную плотность синхротронного излучения. Третье поколение источников синхротронного излучения, таких как ESRF (Франция), APS (США) и SPring-8 (Япония), обеспечивает пучок с интенсивностью порядка  $10^{13}$  фотон/с/эВ. Для того чтобы использовать все преимущества ядерной сверхтонкой спектроскопии, необходима сверхвысокая монохроматизация, которая пока недостижима с монохроматорами электронного отражения. Следовательно, необходимо использовать ядерное резонансное рассеяние в процессе монохроматизации излучения. Использование чисто ядерной брэгговской дифракции, хотя и очень эффективно, ограничено применимостью только к высокосовершенным изотопически обогащенным монокристаллам. Поэтому много внимания было уделено разработке искусственных чисто ядерно отражающих элементов, главным образом на базе многослойных антиотражающих пленок и многослойных сверхрешеток. Работа таких элементов основана на эффективном резонансном ядерном рассеянии в условиях, когда электронное рассеяние подавлено. В случае *GIAR*-пленок (*grazing-incidence antireflection*) подавление электронного рассеяния достигается благодаря деструктивной интерференции волн, отраженных от верхней и нижней граней пленки [13–16], в случае многослойных сверхрешеток — благодаря использованию запрещенного для электронов дифракционного отражения в условиях, когда параметры атомного и ядерного рассеяния различаются [17–19].

До сих пор изучение ядерного резонансного рассеяния с использованием источников синхротронного излучения, как теоретическое, так и экспериментальное, было выполнено только для изотопа  $^{57}\text{Fe}$ . Исключением являются лишь статьи [16, 20], где рассмотрен изотоп  $^{119}\text{Sn}$ . В данной работе мы провели теоретический анализ нескольких способов подавления электронного рассеяния в случае ядерного перехода с энергией 8.410 кэВ в  $^{169}\text{Tm}$ . Относительно большая ширина этого ядерного перехода ( $1.1 \cdot 10^{-7}$  эВ) создает условия для интенсивного ядерного рассеяния синхротронного излучения. С другой стороны, короткое естественное время жизни (5.8 нс) делает высокую предварительную монохроматизацию особенно необходимой. Кристаллы, содержащие атомы Tm, редко имеют достаточно совершенную кристаллическую решетку, поэтому использование брэгговской дифракции было продемонстрировано лишь в одной работе [21]. Подходящие способы монохроматизации могут быть основаны на использовании условий почти скользящего отражения слоистыми образцами, содержащими атомы Tm в одном из слоев. В настоящее время техника изготовления многослойных структур развита достаточно хорошо [22]. Мы рассмотрели возможности использования многослойных структур, в которых слои, состоящие из атомов Tm, чередуются со слоями из атомов Mo или Ti, или Fe. Многослойные структуры, в которых комбинируются указанные выше слои, могут быть легко изготовлены.

Так как уровни несовпадения индексов рефракции в этих комбинациях сильно различаются между собой, необходимо использовать разные структуры слоистой систе-

мы и разные принципы подавления нерезонансного рассеяния. В комбинации Tm/Mo достаточно одного слоя Tm на Mo-подложке или одного слоя Tm и одного слоя Mo на стеклянной подложке. Толщина слоев находится из «стабилизированного поглощением решения» в теории *GIAR*-пленок [13]. Аналогичное решение найдено в случае Ti-пленки на Tm-подложке. В случае слоев Tm и слоев Fe мы предлагаем новый способ деструктивной интерференции, который комбинирует два канала рассеяния: сильное отражение поверхностью образца при скользящем падении и брэгговскую дифракцию в многослойной сверхрешетке. Интерференция этих двух каналов оказывается совершенно различной для ядерного резонансного и для электронного нерезонансного рассеяний. Мы нашли условия, когда эти два процесса подавляют друг друга в случае электронного рассеяния, приводя к подавлению отражения пучка синхротронного излучения при угле Брэгга — «брэгг-антипик»-эффект. С другой стороны, для ядерного рассеяния они могут усиливать друг друга, приводя к обычному брэгговскому пику.

Для характеристики каждого способа подавления электронного отражения мы ввели параметр, который учитывает как степень уменьшения электронного отражения импульса синхротронного излучения, так и уровень ядерного резонансного рассеяния (задержанного во времени рассеянного излучения) после короткого импульса синхротронного излучения. Этот параметр определяется с учетом возможной угловой ширины пучка синхротронного излучения и уровня предмонохроматизации, достижимого на сегодняшний день.

В следующем разделе представлены основные принципы теории отражения слоистыми структурами, которые использованы при количественном анализе. В частности, рассмотрена физическая природа эффекта подавления отражения и сформулированы простые условия для его наблюдения. Анализ конкретных примеров слоистых систем (Tm, Mo) и (Ti, Tm), а также многослойных сверхрешеток (Tm, Fe) представлен в третьем разделе. Обсуждение возможностей практической реализации найденных условий дано в последнем разделе.

## 2. ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА ПОДАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ МНОГОСЛОЙНЫМИ СТРУКТУРАМИ

### 2.1. Общие формулы

Простейший способ расчета отражения многослойной структурой основан на рекуррентной формуле Парратта [23] для амплитуды отражения на границе двух соседних слоев. Рассмотрим модуль вектора электрического поля в  $m$ -ом слое, который запишем в виде

$$E_m(x, z, t) = E(x, t) [E_{tm} \exp(ik_{zm}z) + E_{rm} \exp(-ik_{zm}z)], \quad (1)$$

где  $E(x, t) = \exp(ik_x x - i\omega t)$ ,  $\omega$  — круговая частота рентгеновского излучения,  $\mathbf{k} = (k_x, 0, k_z)$  — волновой вектор. Формула (1) применима к каждому отдельно взятому слою, и координата  $z$  отсчитывается от верхней границы в каждом слое внутрь слоя. Поверхность слоев совпадает с плоскостью  $xy$ . Для иллюстрации идеи расчета мы рассматриваем простой случай  $\sigma$ -поляризованной плоской волны с направлением вектора электрического поля по нормали к плоскости рассеяния (т. е. вдоль оси  $y$ ). Геометрические параметры в плоскости рассеяния  $xz$  показаны на рис. 1. Если  $\theta$  — угол между

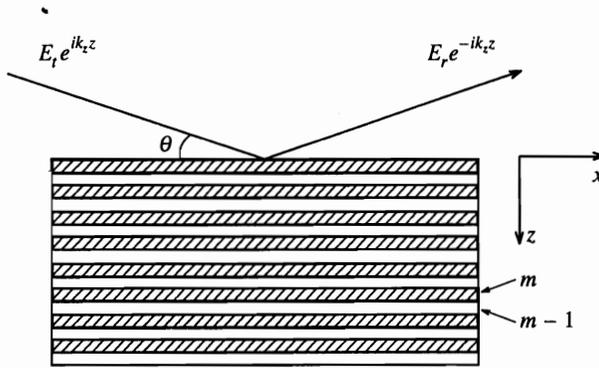


Рис. 1. Геометрия отражения пучка синхротронного излучения многослойной структурой при скользющем падении

направлением падающей плоской волны и поверхностью многослойной системы, то

$$k_x = \lambda^{-1} \cos \theta, \quad k_{zm} = \lambda^{-1} \sqrt{\sin^2 \theta + \chi_m}, \quad \lambda = \lambda/2\pi, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения и  $\chi_m = \epsilon_m - 1$  — комплексная восприимчивость  $m$ -го слоя ( $\epsilon_m$  — диэлектрическая проницаемость). В случае скользящего падения  $\sin \theta \approx \theta$ .

Введем комплексную амплитуду отражения  $R_m = E_{rm}/E_{tm}$  как отношение амплитуды отраженной волны  $E_{rm}$  к амплитуде преломленной волны  $E_{tm}$ . Формула Парратта гласит

$$R_m = C_m \frac{F_m + R_{m-1}}{1 + F_m R_{m-1}}, \quad (3)$$

где

$$C_m = \exp(2ik_{zm}d_m), \quad F_m = \frac{k_{zm} - k_{zm-1}}{k_{zm} + k_{zm-1}}, \quad (4)$$

$d_m$  — толщина  $m$ -го слоя. Нумерация слоев проводится от нижней до верхней границы многослойной системы (см. рис. 1). Комплексная восприимчивость среды определяется хорошо известным выражением:

$$\chi = \chi' + i\chi'' = -\frac{\lambda^2 r_0}{\pi} N [Z + \Delta f' - i\Delta f''] = -\lambda^2 C \frac{\rho}{A} [Z + \Delta f' - i\Delta f''], \quad (5)$$

где  $r_0 = e^2/mc^2$ ,  $N$  — число атомов в единице объема вещества,  $\Delta f' - i\Delta f''$  — комплексная дисперсионная поправка к атомному фактору рассеяния рентгеновских лучей, который в случае скользящего падения просто равен числу электронов  $Z$ ,  $C = 0.5402 \cdot 10^{-5}$ ,  $\rho$  — плотность в г/см<sup>3</sup>,  $A$  — атомная масса в атомных единицах,  $\lambda$  — длина волны в ангстремах. Напомним, что восприимчивость в два раза больше комплексного индекса рефракции.

Формула (3) написана для совершенной многослойной структуры с гладкой поверхностью на границе слоев. Реальная поверхность, как правило, оказывается шероховатой. В данной работе мы предполагаем, что шероховатость представляет собой некоррелированные скачки ровных конечных участков поверхности вверх или вниз (по

оси  $z$ ), в то время как средняя  $z$ -координата границы в пространстве остается неизменной. Такой тип шероховатости может быть учтен введением переменной толщины слоя  $d'_m = d_m + \Delta$ , где  $\Delta$  — случайное значение. Предполагая гауссовым распределение значений  $\Delta$  с шириной  $D$ , мы должны усреднить фазовый множитель  $C_m$ . В результате такого усреднения величина  $C_m$  заменяется на  $C_m W_m$ , где

$$W_m = \frac{2}{D\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta \exp\left(2ik_{zm}\Delta - \frac{4\Delta^2}{D^2}\right) = \exp\left(-\frac{1}{4}k_{zm}^2 D^2\right) = \exp(-2k_{zm}^2 \sigma^2). \quad (6)$$

Здесь

$$\sigma^2 = \langle \Delta^2 \rangle = \frac{2}{D\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta \Delta^2 \exp\left(-\frac{4\Delta^2}{D^2}\right) = \frac{D^2}{8}. \quad (7)$$

Множитель  $W_m$  может быть назван фактором Дебая–Валлера [24] по той причине, что его зависимость от изменения значения толщины слоя аналогична зависимости фактора Дебая–Валлера от смещения атомов из их равновесного положения в кристаллической решетке. Данный подход отличается от [25], где рассмотрена другая модель шероховатости. Ниже мы будем учитывать фактор Дебая–Валлера непосредственно в множителе  $C_m$  и переопределим  $C_m$  следующим образом:

$$C_m = \exp(2ik_{zm}d_m - 2(k_{zm}\sigma)^2). \quad (8)$$

## 2.2. Стабилизированные поглощением решения

Мы начнем с рассмотрения простейшего случая многослойной системы, а именно, с одного слоя Tm толщиной  $d$ , содержащего резонансные ядра, на подложке из какого-либо другого вещества. В качестве примера мы будем иметь в виду Mo, поэтому рассматриваемая система может быть записана формулой Tm( $d$ )Mo. В этом случае мы имеем только две границы и должны использовать формулу Парратта всего два раза. Введем амплитуды  $E$ -поля  $E_{ta}$ ,  $E_{ra}$  в воздухе непосредственно над поверхностью и  $E_{tl}$ ,  $E_{rl}$  в слое Tm над границей с подложкой. Нас интересует полная амплитуда отражения  $R_{tot} = E_{ra}/E_{ta}$ , в то время как амплитуда отражения на внутренней границе  $R_1 = E_{r1}/E_{t1}$ . Формула Парратта в этом случае приводит к соотношению

$$R_{tot}(\theta) = C_0(\theta) \frac{R_0(\theta) + R_1(\theta)C_1(\theta, d_1)}{1 + R_0(\theta)R_1(\theta)C_1(\theta, d_1)}, \quad (9)$$

где  $R_0(\theta)$  — амплитуда отражения поверхностью образца и  $R_0(\theta)$ ,  $R_1(\theta)$  равны

$$R_0(\theta) = \frac{\theta - \theta_1}{\theta + \theta_1}, \quad R_1(\theta) = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}, \quad \theta_1 = \sqrt{\theta^2 + \chi_1}, \quad \theta_2 = \sqrt{\theta^2 + \chi_2}. \quad (10)$$

Здесь  $\chi_1$  — восприимчивость в слое,  $\chi_2$  — восприимчивость подложки. Значения  $C_0$  и  $C_1$  определены в (8) при  $d_0 = 0$ .

Критический угол полного внешнего отражения, как известно, определяется формулой  $\theta_{cm} = (2\delta_m)^{1/2}$ , где  $\delta_m$  — декремент индекса рефракции в слое  $m$ , который связан с восприимчивостью соотношением  $\chi/2 = -\delta + i\beta$ . Подложка имеет большую электронную плотность по сравнению со слоем, поэтому она имеет большее значение критического угла полного внешнего отражения  $\theta_{c2} > \theta_{c1}$ . Нас интересует область углов

вблизи второго критического угла  $\theta_{c2}$ , где модуль амплитуды отражения внутренней границей,  $R_1(\theta)$ , больше, чем модуль амплитуды отражения поверхностью,  $R_0(\theta)$ . Наша цель — найти условия, когда полная амплитуда отражения образцом равна нулю. Решение данной задачи впервые было найдено в [13] и названо «damping-stabilized solution», что можно перевести как стабилизированное поглощением решение.

Такие решения соответствуют нулевому значению числителя в (9). Запишем комплексные амплитуды отражения, явно выделяя модуль и фазу:

$$R_0 = a_0 \exp(i\varphi_0), \quad R_1 = a_1 \exp(i\varphi_1). \quad (11)$$

Это позволяет сформулировать необходимые условия в виде системы двух вещественных уравнений, определяющих условия стыковки импеданса и условие деструктивной интерференции:

$$\begin{aligned} a_0 &= a_1 \exp(-2(\sigma/\lambda)^2(\theta^2 + \chi_1')) \exp(-2d\theta_1''/\lambda), \\ \varphi_0 &= \varphi_1 - 2(\sigma/\lambda)^2\chi_1'' + 2d\theta_1'/\lambda - m\pi, \quad m = \pm 1, \pm 3, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Каждое из этих уравнений можно рассматривать как независимое уравнение для толщины слоя  $d$ . Более того, решения могут быть представлены аналитическими выражениями, дающими угловую зависимость толщины, которые мы назовем толщиной стыковки импеданса  $d_{im}$  и толщиной деструктивной интерференции  $d_{di}$ :

$$\begin{aligned} d_{im}(\theta) &= -\frac{\ln(a_0/a_1) + 2(\sigma/\lambda)^2(\theta^2 + \chi_1')}{2\theta_1''/\lambda}, \\ d_{di}(\theta) &= \frac{\varphi_0 - \varphi_1 + m\pi + 2(\sigma/\lambda)^2\chi_1''}{2\theta_1'/\lambda}. \end{aligned} \quad (13)$$

Полное решение задачи получаем в точках пересечения этих кривых на графике угловой зависимости. Координаты точек пересечения определяют как необходимое угловое положение образца, так и толщину слоя. Поскольку только положительное значение толщины слоя имеет физический смысл, для успеха необходимо выполнение условия  $a_0 < a_1$ . Это как раз и означает, что слой должен иметь меньшую электронную плотность.

Интересно также рассмотреть более сложную систему с большим числом свободных параметров и найти условия для подавления электронного отражения с какими-либо дополнительными свойствами, например, стабильные к изменению толщины слоев, что может быть предпочтительным с точки зрения технологии их изготовления. Мы рассмотрим систему, в которой слой Mo толщиной  $d_2$  находится под слоем Tm толщиной  $d_1$  на стеклянной подложке SiO<sub>2</sub>, а именно, систему Tm( $d_1$ )Mo( $d_2$ )SiO<sub>2</sub>. Используя формулу Парратта трижды, можно получить полную амплитуду отражения в этом случае в следующем виде:

$$\begin{aligned} R_{tot}(\theta) &= C_0(\theta) \frac{R_0(\theta) + R_1^+(\theta)C_1(\theta, d_1)}{1 + R_0(\theta)R_1^+(\theta)C_1(\theta, d_1)}, \\ R_1^+(\theta) &= \frac{R_1(\theta) + R_2(\theta)C_2(\theta, d_2)}{1 + R_1(\theta)R_2(\theta)C_2(\theta, d_2)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь функции  $R_0(\theta)$  и  $R_1(\theta)$  определены формулой (10) с тем отличием, что индекс 1 сейчас относится к слою Мо, и, кроме того,

$$R_2(\theta) = \frac{\theta_2 - \theta_3}{\theta_2 + \theta_3}, \quad \theta_3 = \sqrt{\theta^2 + \chi_3}, \quad (15)$$

где индекс 3 обозначает подложку, а  $C_2(\theta, d_2)$  — функция передачи волны для слоя Мо. Можно записать условия для эффекта подавления электронного отражения в форме (12). Однако в этом случае вещественные функции  $a$  и  $\varphi$  имеют несколько другое определение

$$R_0(1 + R_1 R_2 C_2) = a_0 \exp(i\varphi_0), \quad R_1 + R_2 C_2 = a_1 \exp(i\varphi_1). \quad (16)$$

Таким образом, все параметры  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$  зависят сейчас от толщины  $d_2$  слоя Мо. Поэтому может быть найдено много решений, различающихся значением  $d_2$ .

### 2.3. Брэгг-антипик-эффект

В случае многослойной структуры (Тм, Fe) разница восприимчивостей мала. Это приводит к небольшой разнице в критических углах полного внешнего отражения. В результате рассмотренные выше стабилизированные поглощением решения оказываются невозможными. С другой стороны, малая разница восприимчивостей открывает новый способ деструктивной интерференции между волной, отраженной поверхностью образца, и волной, дифрагированной по Брэггу в многослойной сверхрешетке, имеющей периодический элемент в виде пары слоев Тм и Fe различной толщины, который повторяется  $n$  раз. Введем снова амплитуды  $E$ -поля  $E_{ta}$ ,  $E_{ra}$  в воздухе над поверхностью и  $E_{tt}$ ,  $E_{rt}$  в верхнем слое прямо под поверхностью. Нас интересует полная амплитуда отражения  $R_{tot} = E_{ra}/E_{ta}$ , в то время как амплитуда отражения многослойной сверхрешеткой может быть определена как  $R_{ml} = E_{rt}/E_{tt}$ .

Формула Парратта в этом случае дает соотношение

$$R_{tot}(\theta) = C_0(\theta) \frac{R_0(\theta) + R_{ml}(\theta)}{1 + R_0(\theta)R_{ml}(\theta)}, \quad (17)$$

где  $R_0(\theta)$  — амплитуда отражения поверхностью, которая определяется в (10),  $\chi_1$  — восприимчивость верхнего слоя (Тм) многослойной системы. Вблизи критического угла полного внешнего отражения и для вещества с большой электронной плотностью этот канал отражения оказывается существенным и приводит к заметному отражению пучка.

Единственная возможность сделать амплитуду  $R_{tot}(\theta)$  равной нулю для многослойной сверхрешетки возникает при деструктивной интерференции двух каналов, когда  $R_{ml} = -R_0$ . Это условие может быть выполнено, только когда  $|R_0| < 1$ . Поэтому искомая многослойная сверхрешетка не должна быть сильно отражающей, и нас интересует случай слабой амплитуды отражения одним периодом многослойной сверхрешетки с отрицательным знаком, противоположным  $R_0$ . Как раз такое условие имеет место в случае рассматриваемой многослойной сверхрешетки (Тм, Fe). Точная аналитическая формула, описывающая амплитуду отражения многослойной сверхрешеткой, была получена в [26]. В общем случае многослойной сверхрешетки, имеющей  $n$  пери-

одов (элементарных ячеек), она может быть записана следующим образом:

$$R_{ml}^{(n)}(\theta) = \frac{r}{f_+} \frac{1 - A \exp(in\psi)}{1 - B \exp(in\psi)}, \quad A = \frac{r - R_s f_+}{r - R_s f_-}, \quad B = A \frac{f_-}{f_+}, \quad (18)$$

$$f_{\pm} = 1 - \sqrt{t\bar{t}} \exp(\pm i\psi/2), \quad \exp(\pm i\psi/2) = v \mp \sqrt{v^2 - 1}, \quad v = \frac{1 + t\bar{t} - r\bar{r}}{2\sqrt{t\bar{t}}}.$$

Здесь  $R_s$  — амплитуда отражения прямо под первым периодическим элементом рассматриваемой многослойной системы. Под рассматриваемой многослойной сверхрешеткой может находиться другая сверхрешетка или система слоев с различными параметрами. Параметры  $r, \bar{r}, t, \bar{t}$  — амплитуды отражения и прохождения для одного периода в прямом и обратном направлениях. Явное выражение для этих величин зависит от структуры периода многослойной сверхрешетки. Нас интересует простой случай с двумя слоями в периоде. При этом мы будем различать параметры верхнего и нижнего слоев индексами 1 и 2, что приводит к обозначениям, аналогичным рассмотренному выше случаю. Соответствующие формулы могут быть записаны в виде

$$\bar{r} = r_{ml} \left[ 1 - \frac{t_{ml} C_2}{1 - r_{ml}^2 C_2} \right], \quad r = \bar{r} C_1, \quad t = \bar{t} = \frac{t_{ml} (C_1 C_2)^{1/2}}{1 - r_{ml}^2 C_2}, \quad (19)$$

$$r_{ml} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}, \quad t_{ml} = \frac{4\theta_1 \theta_2}{(\theta_1 + \theta_2)^2} = 1 - r_{ml}^2,$$

где  $\theta_j$  и  $C_j$  определены в (8), (10). Отметим, что результаты расчета с помощью аналитических формул полностью совпадают с подходом, основанным на многократном использовании рекуррентной формулы Паррата для каждой границы, однако время расчета на компьютере существенно меньше, особенно для большого числа периодов. Кроме того, в случае толстой многослойной сверхрешетки непосредственно из (18) мы получаем аналитическое решение в более простой форме  $R_{ml} = r/f_+$  при условии, что функция  $\psi$  определена с положительной мнимой частью.

Условие брэгговской дифракции в этом подходе требует, чтобы комплексная величина  $t\bar{t}$  имела фазу  $2\pi n$ . При скользящем падении  $z$ -компонента волнового вектора мала, поэтому шероховатость границы между слоями не играет существенной роли. Когда амплитуда отражения одной границей  $r_{ml}$  мала из-за малой разницы в восприимчивости слоев, амплитуда прохождения  $t_{ml}$  близка к единице (см. (19)). Поэтому мы получаем приближенно условие Брэгга для дифракции первого порядка в виде  $\text{Re}(d_1 \theta_1 + d_2 \theta_2) = \lambda/2$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — толщины верхнего и нижнего слоев периода многослойной сверхрешетки. В случае электронного рассеяния жестких рентгеновских лучей, как известно, мнимая часть восприимчивости много меньше вещественной части. Поэтому для углов падения больше критического угла амплитуда отражения поверхностью  $R_0 = -\chi_1/4\theta^2$  имеет приблизительно вещественное значение. Амплитуда отражения на границе между слоями многослойной сверхрешетки равна приблизительно  $r_{ml} \approx (\chi_1 - \chi_2)/4\theta^2$ . Малая разница вещественных частей комплексных восприимчивостей может сопровождаться нормальной разностью мнимых частей (что как раз имеет место в случае многослойной сверхрешетки (Tm, Fe)). В результате  $r_{ml}$  оказывается комплексной величиной с заметной фазой. Принимая это во внимание, мы приходим к выводу, что оптимальная структура повторяющегося элемента многослойной сверхрешетки представляет собой сочетание слоев различной толщины.



Для наблюдения брэгг-антипик-эффекта, т.е. подавления полного электронного отражения вследствие деструктивной интерференции между поверхностным отражением и отражением многослойной сверхрешеткой вблизи угла Брэгга, необходимо прежде всего обеспечить условие  $|R_{ml}| \approx |r_{ml}|F > |R_0|$ , где  $F$  — множитель, который характеризует степень увеличения амплитуды отражения многослойной сверхрешеткой по сравнению с отражением на одной границе. Для малого числа периодов  $N$  и равных толщин слоев  $d_1 = d_2$  с гладкой поверхностью мы получаем просто  $F = 2N$ . В противоположном случае большого числа слоев величина  $F$  ограничена поглощением и шероховатостью поверхностей и приближенно

$$F \approx \alpha / (1 - |\bar{t}\bar{t}|) \approx \alpha / M, \quad M = (\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2) / \theta + 8(\theta \sigma / \lambda)^2,$$

$\mu_i$  — коэффициент поглощения в слое  $i$  и  $\alpha$  — модуль структурного фактора многослойной сверхрешетки, который может иметь значение между нулем и 2. Полученная оценка показывает, что значительное отражение многослойной сверхрешеткой ограничено конечной областью углов, где поглощение, с одной стороны, и шероховатость, с другой стороны, не существенны. В случае высокого уровня шероховатости эта область может иметь нулевой размер, т.е. деструктивная интерференция может отсутствовать.

Вторым условием является то, что разность между фазами комплексных величин  $R_{ml}$  и  $R_0$  должна быть равна  $\pi$ . Как было показано выше, фаза  $R_0$  равна приблизительно нулю. Фаза  $r_{ml}$  равна приблизительно  $\pi$ , если пренебречь поглощением и в случае равных толщин слоев при условии, что верхний слой имеет меньшую электронную плотность. Однако поглощение оказывается существенным, и поэтому фаза  $r_{ml}$  отличается от  $\pi$  в общем случае. Существуют две возможности скомпенсировать это отличие. Первая возникает при угле, который слегка сдвинут от угла Брэгга. Поскольку вблизи угла Брэгга фаза отражения меняется очень быстро, необходимый сдвиг оказывается небольшим. Например, в кинематическом приближении и в пренебрежении поглощением амплитуда отражения может быть аппроксимирована выражением

$$R_{ml} = r \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \exp(i[N-1]\varphi/2), \quad \varphi = 2 \operatorname{Re}(\theta_1 d_1 + \theta_2 d_2) / \lambda. \quad (20)$$

Легко заметить, что вблизи брэгговского максимума фаза амплитуды отражения многослойной сверхрешеткой меняется приблизительно в  $N$  раз быстрее, чем фаза для одного периода.

Вторая возможность состоит в использовании многослойной сверхрешетки с неравными толщинами слоев. При этом фазы множителей  $C_1$  и  $C_2$  не равны  $\pi$  даже при угле Брэгга, и дополнительная фаза может скомпенсировать отличие фазы  $r_{ml}$  от нужного значения. Этот случай является более предпочтительным с точки зрения идеи брэгг-антипик-эффекта, потому что здесь деструктивная интерференция имеет место как раз при угле Брэгга. Это приводит к большему значению ядерного резонансного отражения. С другой стороны, в этом случае благодаря отмеченному выше свойству брэгговской дифракции — быстрому движению фазы амплитуды отражения — ширина провала на кривой электронного отражения оказывается более узкой по сравнению с первым случаем.

#### 2.4. Ядерное резонансное рассеяние

Восприимчивость вещества описывается формулой (5) только в случае электронного канала рассеяния пучка синхротронного излучения. Отсутствие электронного от-

ражения создает условия для чисто ядерного рассеяния ядрами Tm в слоистой системе. При наличии ядерного резонансного рассеяния в восприимчивость необходимо включить дополнительный вклад, зависящий от частоты излучения и описывающий резонансное взаимодействие ядер Tm с синхротронным излучением. В простом случае одной нерасщепленной линии этот дополнительный член описывается формулой

$$\Delta\chi_{Tm} = -\frac{\lambda N \sigma_0 \eta f_{LM}}{2w + i}, \quad w = \frac{\hbar\omega}{\Gamma_0}, \quad \sigma_0 = 2\pi\lambda^2 \frac{2I_e + 1}{2I_g + 1} \frac{1}{\alpha + 1}. \quad (21)$$

Здесь  $N$  — число атомов Tm в единице объема,  $\sigma_0$  — сечение ядерного рассеяния в резонансе,  $\eta$  — доля резонансного изотопа,  $f_{LM}$  — фактор Лэмба–Моссбауэра,  $I_e$  и  $I_g$  — значения ядерного спина в возбужденном и основном состояниях соответственно,  $\alpha$  — коэффициент гамма-электронной конверсии, частота  $\omega$  отсчитывается от резонансного значения,  $\Gamma_0$  — естественная ширина резонанса.

Новый член в восприимчивости слоя Tm, зависящий от частоты, приводит к тому, что полная амплитуда отражения оказывается также зависящей от частоты. В случае строго монохроматического излучения с изменяющейся частотой появляется возможность измерять зависимость отражения от частоты вблизи резонанса. С другой стороны, при рассеянии короткого импульса синхротронного излучения из-за резонансной частотной зависимости амплитуды отражения появляется задержанная во времени компонента в рассеянном излучении. Для расчета задержанной части рассеянного излучения удобно ввести функцию отклика системы на мгновенное возбуждение ядер очень коротким импульсом. Как известно [27], эта функция определяется фурье-образом амплитуды отражения:

$$G(t, \theta)t_0 = \int \frac{dw}{2\pi} R(w, \theta) \exp\left(-\frac{iwt}{t_0}\right), \quad t_0 = \frac{\hbar}{\Gamma_0}. \quad (22)$$

Здесь  $t_0$  — время жизни возбужденного состояния ядра. Простейшим способом выделения резонансного рассеяния является измерение только задержанного излучения после временного окна шириной  $t_w$ , когда внутри временного окна  $0 < t < t_w$  детектор закрыт. В этом случае коэффициенты ядерного резонансного отражения и электронного отражения могут быть определены следующим образом:

$$P_n(\theta, t_w) \frac{\Gamma_0}{\hbar} = \int_{t_w}^{\infty} dt |G(t, \theta)|^2, \quad P_e(\theta) = |R(\infty, \theta)|^2. \quad (23)$$

Здесь и выше мы опустили индекс «tot» при амплитуде полного отражения.

Ниже мы ограничимся рассмотрением частного случая очень короткого временного окна,  $t_w \rightarrow 0$ . При этом интегральный коэффициент отражения задержанного синхротронного излучения может быть рассчитан без фурье-преобразования посредством теоремы Парсеваля:

$$P_n(\theta) \frac{\Gamma_0}{\hbar} = \int_{+0}^{\infty} dt |G(t, \theta)|^2 = \frac{\Gamma_0}{\hbar} \int \frac{dw}{2\pi} |R(w, \theta) - R(\infty, \theta)|^2. \quad (24)$$

С другой стороны, функция отклика для малых времен задержки может быть определена из асимптотического разложения частотной зависимости амплитуды отражения. А

именно, если

$$\lim_{|w| \rightarrow \infty} R(w, \theta) = R(\infty, \theta) + R_1(\theta) \frac{1}{w} + R_2(\theta) \frac{1}{w^2} + \dots, \quad (25)$$

то

$$\begin{aligned} G(t, \theta) &= R(\infty, \theta) \delta(t) - iR_1(\theta) - R_2(\theta) \frac{t}{t_0} + \dots \approx \\ &\approx R(\infty, \theta) \delta(t) - iR_1(\theta) \exp\left(-\frac{t}{t_0} \left(\frac{\gamma}{2} + iw_0\right)\right) + \dots, \end{aligned} \quad (26)$$

где использовано обозначение  $R_2/R_1 = w_0 - i\gamma/2$ . Величина  $R(\infty)$  представляет собой просто электронную часть амплитуды отражения,  $R_1$  определяет ядерную часть рассеянного излучения непосредственно за импульсом, в то время как  $R_2$  задает скорость распада возбужденного состояния при малых временах задержки. При этом параметр  $\gamma$  характеризует эффект ускорения распада [27] (он равен единице, если ускорение не наблюдается). Формула (26) позволяет прямо оценить интегральную интенсивность, приходящуюся на малое временное окно сразу после импульса синхротронного излучения. После этого учет малого временного окна в интегральном ядерном коэффициенте отражения (24) может быть выполнен простым вычитанием.

Количество задержанного (ядерного) излучения зависит от того, насколько сильно амплитуда отражения вблизи резонанса отличается от нерезонансного значения. В простой системе с одной поверхностью частотная зависимость восприимчивости приводит к тому, что критический угол становится также зависящим от частоты. Однако при малых скользящих углах  $\theta \ll \theta_c$  и при больших скользящих углах  $\theta \gg \theta_c$  амплитуда отражения слабо зависит от критического угла и, значит, слабо зависит от частоты. Поэтому следует ожидать, что интегральная по времени интенсивность задержанного излучения будет иметь максимум как раз в угловой области вблизи критического угла  $|\theta - \theta_c| \ll \theta_c$ . Как показано в [28], в первом порядке теории возмущений по ядерной добавке в восприимчивость (кинематическое приближение для ядерного рассеяния) временная зависимость задержанной интенсивности для ядерной системы повторяет временную зависимость для изолированного ядра. При этом угловая зависимость интенсивности оказывается одинаковой для всех моментов времени после импульса (или для всех значений частотной отстройки от резонанса). Соответствующий коэффициент можно связать с эффективным числом ядер, участвующих в когерентном отражении задержанного излучения. Поэтому с точки зрения получения чисто ядерного рассеяния представляет наибольший интерес подавление электронного рассеяния как раз в области углов вблизи критического угла, где ядерное отражение максимально.

## 2.5. Эффективность чисто ядерного отражения

Предположим, что излучение, прошедшее систему предмонохроматора, имеет отличную от нуля интенсивность внутри угловой области  $\Delta\theta$  и частотной области  $\Delta\omega$ . Нас интересует интегральная интенсивность рассеянного излучения в этих областях

$$\bar{P}(\theta_0) = \int_{\Delta\theta} d\theta' \int_{\Delta\omega} d\omega P(\omega, \theta_0 + \theta'), \quad (27)$$

где  $\theta'$  — угловой сдвиг из значения  $\theta_0$ , которое соответствует полному подавлению электронного отражения, частота  $\omega$  отсчитывается от резонансного значения для  $^{169}\text{Tm}$ . В случае нерезонансной (быстрой) части излучения частотная зависимость отсутствует, поэтому

$$\bar{P}_e = \Delta\omega \int_{\Delta\theta} d\theta' P_e(\theta_0 + \theta'). \quad (28)$$

В случае ядерной резонансной (задержанной) части излучения мы можем приближенно пренебречь угловой зависимостью и принять

$$\bar{P}_n = \Delta\theta P_n(\theta_0) \Gamma_0 / \hbar, \quad (29)$$

где  $P_n(\theta)$  определяется формулой (24). Способность различных отражающих систем реализовать чисто ядерное рассеяние может быть оценена отношением этих двух величин. В малой угловой области вблизи минимума электронного отражения угловая зависимость амплитуды отражения имеет приближенно параболическую форму, и интеграл вычисляется аналитически. В результате мы можем ввести параметр эффективности чисто ядерного рассеяния в виде

$$E_s = \frac{\bar{P}_n}{\bar{P}_e} \approx \frac{3\Gamma_0}{\hbar\Delta\omega} \frac{P_n(\theta_0)}{P_e(\theta_0 + \Delta\theta/2) + 2P_e(\theta_0)}. \quad (30)$$

В последующем анализе конкретных случаев мы будем использовать конкретные значения входящих в эту формулу параметров применительно к условиям ESRF, а именно,  $\hbar\Delta\omega \approx 3 \cdot 10^{-2}$  эВ,  $\Gamma_0 = 10^{-7}$  эВ,  $\Delta\theta = 12$  мкрад. Параметр эффективности зависит от толщины слоев системы, поэтому каждый конкретный способ выделения чисто ядерного рассеяния может быть охарактеризован также в терминах чувствительности к изменению толщины слоев.

Для численных оценок эффективности различных слоистых систем мы использовали значения восприимчивости, рассчитанные по формулам (5), (21) и представленные в таблице. Вклад ядерного резонансного рассеяния Tm в восприимчивость был рассчитан с параметрами

$$\eta = f_{LM} = 1, \quad \lambda N \sigma_0 = 2 \cdot 10^{-5}. \quad (31)$$

### Некоторые параметры рассмотренных элементов

	$Z$	$A$ , а.е.	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\Delta f'$	$\Delta f''$	$-\chi'$ , 10 <sup>-6</sup>	$\chi''$ , 10 <sup>-6</sup>
Ti	22	47.88	4.53	0.269	1.68	24.728	1.866
Fe	26	55.85	7.86	-0.786	2.94	41.648	4.856
Mo	42	95.94	10.2	-0.087	2.54	52.300	3.169
Tm	69	168.93	9.29	-9.94	3.90	38.120	2.517

### 3. КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ

#### 3.1. Слоистая система (Tm, Mo)

В случае системы Tm(*d*)Mo различие восприимчивостей оказывается достаточно большим, поэтому возможны стабилизированные поглощением решения. На рис. 2 показана угловая зависимость  $d_{im}$  и  $d_{di}$  для трех значений параметра шероховатости  $\sigma = 0, 5$  и  $10 \text{ \AA}$ . Легко заметить, что в области скользящих углов падения шероховатость до  $5 \text{ \AA}$  слабо влияет на кривые, причем кривые  $d_{di}$ , соответствующие разности фаз  $\pi$ , практически не меняются для рассмотренных значений шероховатости. В последующих расчетах мы использовали значение  $\sigma = 5 \text{ \AA}$ . С другой стороны, независимо от уровня шероховатости существуют два решения. Решения с другими значениями разности фаз ( $3\pi$  и более) отсутствуют.

На рис. 3 показана зависимость эффективности от толщины слоя для найденных стабилизированных поглощением решений, а также угловая зависимость электронного и ядерного отражений для толщины слоя, соответствующего максимальному значению эффективности. Как следует из расчетов, решение в области малых толщин имеет вдвое большую эффективность в пике, но оказывается более чувствительным к изменению толщины (рис. 3а и в). Угловая зависимость показана на рис. 3б и г для значений толщины  $d = 97 \text{ \AA}$  и  $158 \text{ \AA}$ . Решение с большей толщиной имеет более высокий уровень ядерного отражения, потому что соответствует углу падения, приходящемуся на область между критическими углами для Tm ( $\theta_c = 6.17$  мрад) и Mo ( $\theta_c = 7.23$  мрад). Одновременно с этим провал на кривой электронного отражения оказывается более узким, и при учете угловой расходимости пучка (даже 12 мрад) это приводит также к более высокому уровню электронного отражения. Практический выбор подходящего варианта определяется возможностью создания слоя с достаточной степенью контроля толщины или мощностью источника.

Более сложная система, содержащая два слоя и описываемая формулой Tm( $d_1$ )Mo( $d_2$ )SiO<sub>2</sub>, имеет больше свободных параметров. Два решения для толщины  $d_1$  слоя Tm существуют для каждого значения толщины  $d_2$  слоя Mo при разности фаз,

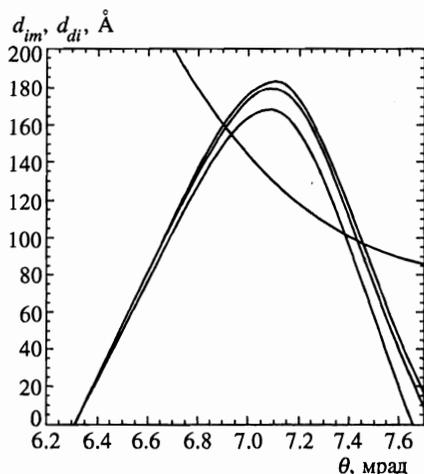


Рис. 2. Графические решения уравнений стыковки импеданса и деструктивной интерференции для определения толщины слоя и угла падения пучка в случае слоистой структуры Tm(*d*)Mo для трех значений параметра шероховатости  $\sigma = 0, 5$  и  $10 \text{ \AA}$ . Кривые  $d_{im}(\theta)$  имеют максимум, уменьшающийся с возрастанием  $\sigma$ , кривые  $d_{di}(\theta)$  практически совпадают

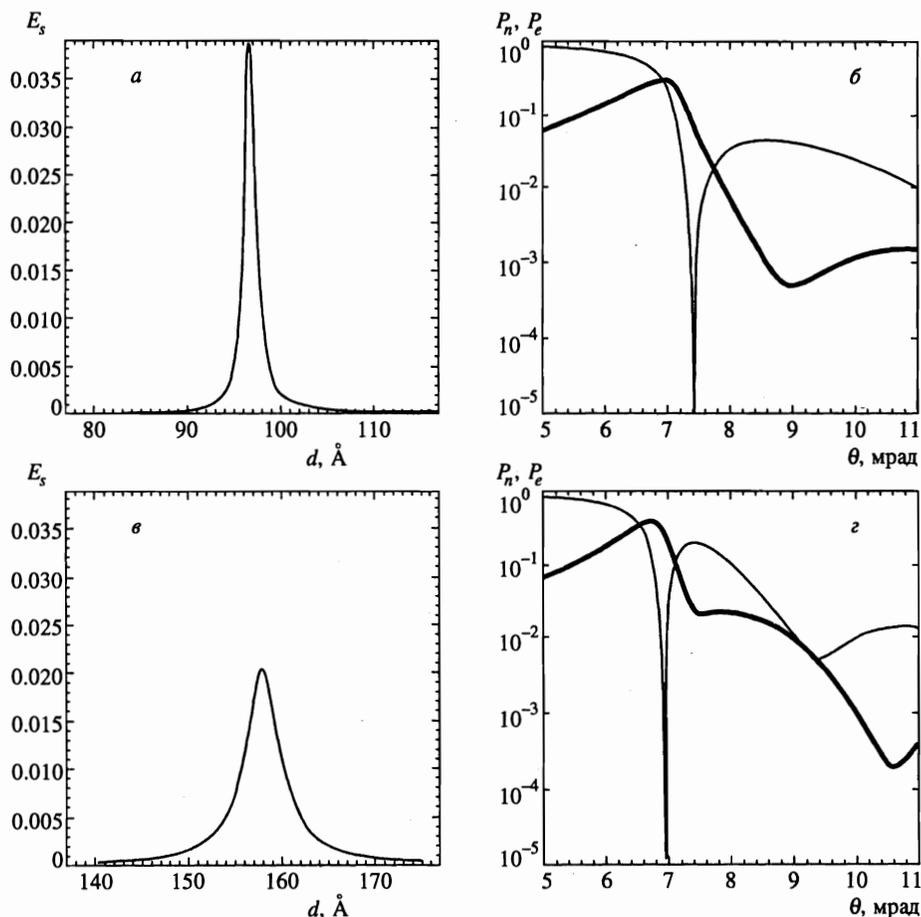
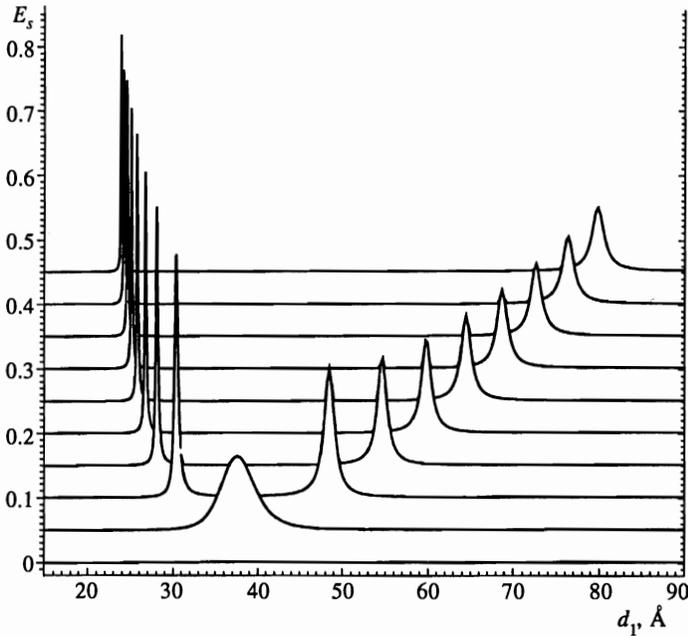


Рис. 3. Зависимость эффективности от толщины (а и в) и угловая зависимость (б, г, десятичный логарифм) для электронного и ядерного (жирные линии) отражений в двух возможных решениях для слоистой структуры  $Tm(d)Mo$  при  $d = 97 \text{ \AA}$  и  $158 \text{ \AA}$

равной  $\pi$ , которые мы обозначим  $d_1^{(1)}$  и  $d_1^{(2)}$  в порядке возрастания их значений. Расчеты показывают, что для достаточно больших значений  $d_2$  решения  $d_1^{(1)}$  практически не зависят от толщины слоя  $Mo$ , в то время как с уменьшением  $d_2$  величина решения  $d_1^{(2)}$  уменьшается с одновременным увеличением эффективности. Соответственно угол падения пучка синхротронного излучения также увеличивается. При дальнейшем уменьшении толщины слоя  $Mo$  значения  $d_1^{(1)}$  и  $d_1^{(2)}$  сближаются. Существует критическое значение толщины  $d_2$ , при котором два решения совпадают и затем исчезают совсем при последующем уменьшении  $d_2$ . Такое поведение определяется сильным влиянием дополнительного отражения на границе  $Mo-SiO_2$ . На рис. 4 показаны кривые зависимости эффективности от толщины  $d_1$  для различных значений  $d_2$  вблизи критической точки. Следует обратить внимание на очень высокий уровень эффективности — до 0.4 для левых пиков и до 0.2 для правых пиков. Однако эффект деструктивной интерференции оказывается очень чувствительным к изменению толщины. Естественно, ана-



**Рис. 4.** Зависимость эффективности от толщины для многослойной структуры  $Tm(d_1)Mo(d_2)SiO_2$  в области малых толщин  $d_2$  вблизи критической точки. Для лучшего рассмотрения каждая кривая сдвинута по вертикальной оси на 0.5. Нижняя кривая (равная нулю) соответствует значению  $d_2 = 21 \text{ \AA}$ . Значение  $d_2$  для каждой следующей кривой на  $1 \text{ \AA}$  больше, чем для предыдущей. Верхняя кривая соответствует  $d_2 = 30 \text{ \AA}$

логичная чувствительность имеет место и к изменению параметров восприимчивости или шероховатости.

Поскольку толщины слоев малы, угол падения пучка заметно превосходит критический угол полного внешнего отражения. В качестве примера на рис. 5 показаны кривые угловой зависимости электронного и ядерного отражений для слоистой системы с  $d_1 = 28.2 \text{ \AA}$  и  $d_2 = 24 \text{ \AA}$ . Легко видеть, что высокий уровень эффективности достигается благодаря очень широкому провалу в электронном отражении, в то время как уровень ядерного отражения довольно мал. Для использования этого случая необходимы достаточно мощный источник синхротронного излучения и технология изготовления многослойных структур с высокой точностью слоев.

Для рассматриваемой системы существуют также решения с разностью фаз  $3\pi$  в области значений  $d_2$  от нуля до  $140 \text{ \AA}$ . С точки зрения стабильности параметра эффективности при изменении толщины представляет интерес область значений  $d_2$  вблизи максимума, где два решения имеют близкие значения  $d_1$ . На рис. 6 показана  $(d_1, d_2)$  зависимость эффективности в указанной области. Как следует из рисунка, эффективность больше чем 0.01 может быть получена внутри области с размерами  $\Delta d_1 = 20 \text{ \AA}$ ,  $\Delta d_2 = 7 \text{ \AA}$  вблизи точки  $d_1 = 220 \text{ \AA}$ ,  $d_2 = 136 \text{ \AA}$ .

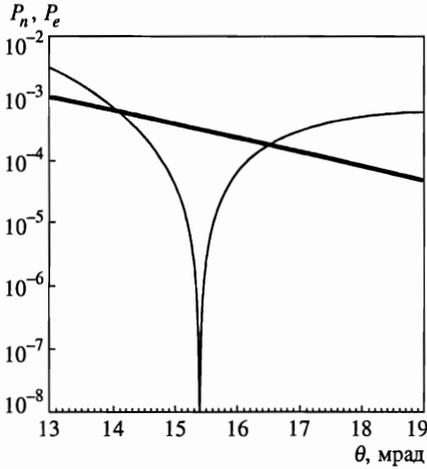


Рис. 5. Угловая зависимость электронного и ядерного (жирные линии) отражений для многослойной структуры  $Tm(d_1)Mo(d_2)SiO_2$  при  $d_1 = 28.2 \text{ \AA}$  и  $d_2 = 24 \text{ \AA}$

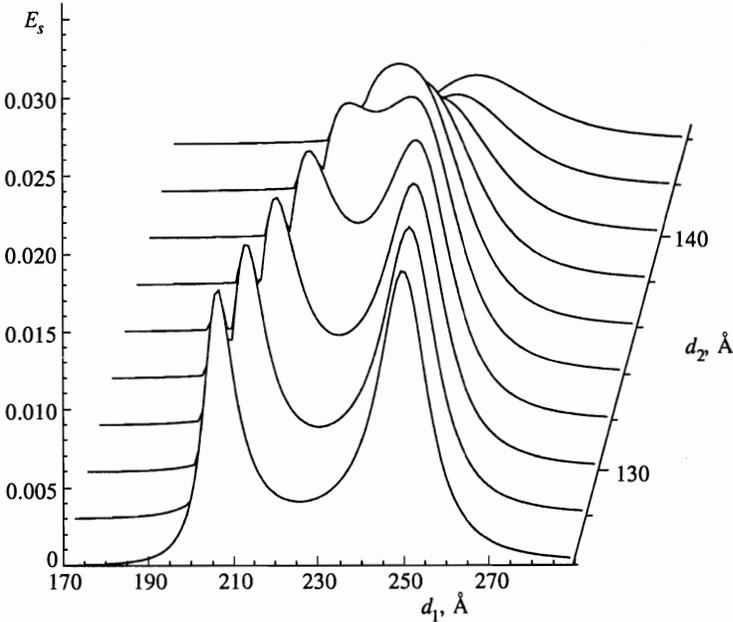


Рис. 6. Зависимость эффективности от толщины для многослойной структуры  $Tm(d_1)Mo(d_2)SiO_2$  в области больших толщин вблизи критической точки

### 3.2. Слоистая система (Ti, Tm)

Системы, рассмотренные выше, содержат слой Tm как верхний слой. Это определяет высокий уровень ядерного отражения. С другой стороны, при этом разница восприимчивостей не может быть выше определенного предела, в частности, невозможно найти вещество, которое имело бы вдвое большую восприимчивость по сравнению с Tm. Такой случай приближенно реализуется, если ядра Tm находятся в подложке, по-



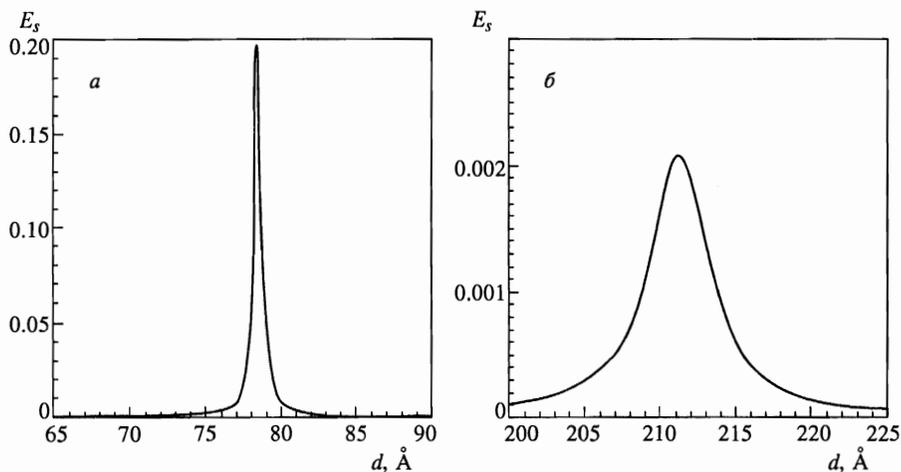


Рис. 7. Зависимость эффективности от толщины для двух возможных решений (а и б) в случае слоистой структуры  $\text{Ti}(d)\text{Tm}$

крытые сверху слоем  $\text{Ti}$  (см. таблицу), а именно, в системе, описываемой формулой  $\text{Ti}(d)\text{Tm}$ . На кривых угловой зависимости  $d_{im}$  и  $d_{di}$  для этой системы при разнице фаз  $\pi$  опять существуют два решения. На рис. 7 показаны толщинные зависимости эффективности для этих решений. Максимум эффективности приходится на значения толщин  $d = 78.5$  и  $211 \text{ \AA}$ . Решение с большей толщиной соответствует максимуму ядерного отражения на угловой зависимости, слегка ослабленному поглощением в верхнем слое  $\text{Ti}$ . Это связано с тем, что угол падения пучка синхротронного излучения в этом случае меньше критического угла для  $\text{Tm}$  и лежит между значениями критических углов для  $\text{Tm}$  и  $\text{Ti}$  (критический угол для  $\text{Ti}$   $\theta_c = 4.97$  мрад). Однако провал электронного отражения оказывается крайне узким, что приводит к низкому уровню эффективности (0.002) при слабой чувствительности к изменению толщины.

Интересно отметить, что существует корреляция между ориентацией кривых  $d_{im}$  и  $d_{di}$  в точке пересечения на плоскости параметров угол — толщина (в качестве примера см. рис. 2 для системы  $\text{Tm}(d)\text{Mo}$ ) и шириной пика эффективности в зависимости от толщины, с одной стороны, а также шириной провала электронного отражения в угловой зависимости, с другой стороны. Большой угол между кривыми  $d_{im}$  и  $d_{di}$  в направлении оси углов определяет малую ширину провала электронного отражения, в то время как малый угол в направлении оси толщин приводит к широкому пику на кривой зависимости от толщины. Именно большой наклон кривой  $d_{di}$  в области малых углов является причиной столь узкого провала электронного отражения в случае больших толщин. Таким образом, диаграммы угол — толщина ясно показывают, почему случай малых толщин слоя приводит как к предельно высокой эффективности (0.2) чисто ядерного отражения, так и к высокой чувствительности к изменению толщины (рис. 7а). Уровень ядерного отражения здесь примерно тот же, что и для больших толщин, но угловая ширина провала в электронном отражении очень велика. Таким образом, этот случай может оказаться предпочтительным, если существует возможность обеспечить точную толщину слоя при приготовлении образца.

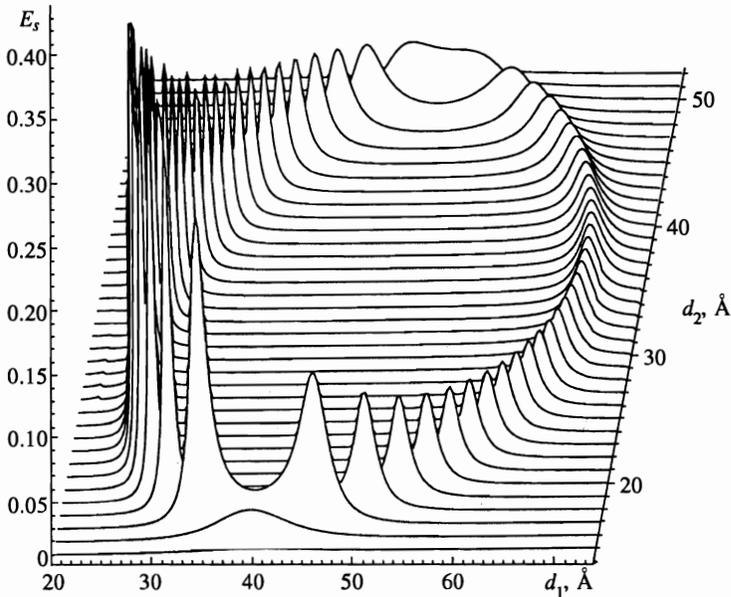


Рис. 8. Зависимость эффективности от толщин слоев  $d_1$  и  $d_2$  для многослойной сверхрешетки  $[\text{Tm}(d_1)\text{Fe}(d_2)] \cdot 10/\text{SiO}_2$

### 3.3. Многослойная сверхрешетка (Tm, Fe)

Совершенно другая ситуация возникает в случае слоистых систем, содержащих Tm и Fe. Из-за малой разницы в значениях восприимчивостей отражение на границе Tm–Fe не может скомпенсировать большое отражение на границе Tm–воздух. В результате стабилизированные поглощением решения невозможны. Вместо этого возможен новый брэгг-антипик-эффект. Как было отмечено выше, возможность деструктивной интерференции между амплитудой отражения на границе образца и амплитудой отражения многослойной сверхрешеткой сильно зависит от уровня шероховатости границ раздела слоев независимо от уровня шероховатости поверхности. Причина состоит в том, что шероховатость сильно уменьшает амплитуду отражения многослойной сверхрешеткой независимо от числа периодов. Для многослойной сверхрешетки с идеальными границами раздела слоев существует возможность деструктивной интерференции в широкой области углов, включая достаточно большие углы, при которых имеют место брэгговские пики высоких порядков. Тем не менее, с точки зрения получения высокого уровня ядерного отражения при угле Брэгга интерес представляют только наименьшие из возможных значения угла падения пучка синхротронного излучения.

Для многослойных сверхрешеток с периодом  $\text{Tm}(d_1)\text{Fe}(d_2)$  и с шероховатой границей раздела слоев только брэгговский пик первого порядка может обеспечить амплитуду отражения, сравнимую по величине с отражением на границе. На рис. 8 показана зависимость эффективности от толщины для сверхрешетки, содержащей 10 периодов и для параметра шероховатости  $\sigma = 3 \text{ Å}$ . Эффективность резко возрастает на замкнутой линии, вдоль которой выполняются условия полного подавления электронного отражения. Сторона с большими значениями  $d_1$  соответствует эффекту подавления электронного отражения как раз в центре брэгговского пика, в то время как на левой стороне (малые

значения  $d_1$ ) с более высокими и узкими пиками эффект подавления имеет место на склоне брэгговского максимума со стороны больших углов. Угловое положение брэгговского пика может быть приближенно рассчитано из значений  $d_1$  и  $d_2$  посредством простой формулы

$$(\theta^2 - \theta_c^2)^{1/2} = \lambda/2(d_1 + d_2),$$

где  $\theta_c$  — среднее значение критических углов Tm и Fe ( $\theta_c = 6.45$  мрад).

Для всех значений толщин слоев внутри замкнутой линии кривая электронного отражения имеет провал на угловой зависимости, но он оказывается недостаточным для того чтобы обеспечить высокий уровень эффективности, поскольку минимальное значение выше нуля. Как показывают расчеты, размер области внутри замкнутой линии сильно зависит от числа периодов многослойной сверхрешетки, пока это число меньше некоторого предельного числа, обусловленного поглощением, а также от уровня шероховатости. Например, для значения параметра шероховатости  $\sigma = 5$  Å условия для деструктивной интерференции вовсе пропадают. Однако, когда брэгг-антипик-эффект имеет место, эффективность чисто ядерного отражения оказывается достаточно высокой и стабильной по отношению к изменению толщины. Таким образом, этот случай также может быть использован для получения чисто ядерного рассеяния синхротронного отражения.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью настоящей работы являются поиск и анализ условий, когда электронное отражение многослойной структурой может быть подавлено в значительной степени одновременно с высоким уровнем ядерного резонансного отражения для  $^{169}\text{Tm}$ . Это необходимо для выделения очень узкого энергетического интервала ( $10^{-7}$  эВ), соответствующего ядерному резонансному рассеянию пучка синхротронного излучения ядрами Tm. Для оценки эффекта введен параметр эффективности как отношение интенсивности излучения, рассеянного ядрами (с задержкой), к интенсивности электронного рассеяния (мгновенного) в энергетическом и угловом интервалах, достижимых на источниках синхротронного излучения третьего поколения. В принципе, эффективность больше чем 0.0001, достаточна для измерений без временного окна.

Метод теоретического анализа базируется на формулах Френеля для отражения на границе раздела между двумя однородными средами, который был развит Парраттом для гладких границ и обобщен нами на случай шероховатых границ. Найдено множество возможных слоистых структур, способных обеспечить необходимый уровень эффективности. Могут быть использованы случаи, когда слой Tm сопровождается слоем со значительно большей электронной плотностью (Mo) или со значительно меньшей электронной плотностью (Ti), а также с близкой электронной плотностью (Fe). В последнем случае найден новый способ подавления электронного рассеяния — брэгг-антипик-эффект. Как правило, высокий уровень эффективности сопровождается сильной чувствительностью к изменению параметров. Детально проанализирована только чувствительность к изменению толщины слоев, однако чувствительность к изменению параметров восприимчивости или шероховатости поверхностей может быть такого же порядка.

С точки зрения стабильности эффекта чисто ядерного рассеяния к изменению параметров могут быть предпочтительными случаи с промежуточными значениями

эффективности (0.01–0.1). Такие условия были найдены в многослойной структуре  $Tm(d_1)Mo(d_2)SiO_2$  с относительно толстыми слоями и в многослойной сверхрешетке  $[Tm(d_1)Fe(d_2)]^*n/SiO_2$  с низким уровнем шероховатости межслойных поверхностей.

## Литература

1. L. Ruby, *J. de Phys.* **35**, C6-209 (1974).
2. R. L. Mössbauer, *Proc. of the International Union of Crystallography, Madrid, April, 1974*, p. 463.
3. E. Gerdaу, R. Ruffer, H. Winkler, W. Tolksdorf, C. P. Klages, and J. P. Hannon, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 835 (1985).
4. G. Faigel, D. P. Siddons, J. B. Hastings, P. E. Hausteин, J. R. Grover, J. P. Remeika, and A. S. Cooper, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2699 (1987).
5. T. Ishikawa, Y. Yoda, K. Izumi, C. K. Suzuki, X. W. Zhang, M. Ando, and S. Kikuta, *Rev. Sci. Instrum.* **63**, 1015 (1992).
6. T. S. Toellner, T. Mooney, S. Shastri, and E. E. Alp, *SPIE Proc.* **1740**, 218 (1992).
7. A. I. Chumakov, J. Metge, A. Q. R. Baron, H. Grünsteudel, H. F. Grünsteudel, R. Ruffer, and T. Ishikawa, *Nucl. Instr. and Meth. A* **383**, 642 (1996).
8. S. Kishimoto, *Nucl. Instr. and Meth. A* **309**, 603 (1991).
9. A. Q. R. Baron and S. L. Ruby, *Nucl. Instr. and Meth. A* **343**, 517 (1994).
10. J. B. Hastings, D. P. Siddons, U. van Bärck, R. Hollatz, and U. Bergmann, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 770 (1991).
11. D. P. Siddons, U. Bergmann, and J. B. Hastings, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 359 (1993).
12. T. S. Toellner, E. E. Alp, W. Sturhahn, T. M. Money, X. Zang, M. Ando, Y. Yoda, and S. Kikuta, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 1993 (1995).
13. J. P. Hannon, N. V. Hung, G. T. Trammel, E. Gerdaу, M. Mueller, R. Ruffer, and H. Winkler, *Phys. Rev. B* **32**, 5068, 5081 (1985).
14. J. P. Hannon, G. T. Trammel, M. Mueller, E. Gerdaу, R. Ruffer, and H. Winkler, *Phys. Rev. B* **32**, 6363, 6374 (1985).
15. R. Röhlberger, E. Gerdaу, M. Harsdorff, O. Leupold, E. Lüken, J. Metge, R. Ruffer, H. D. Rüter, W. Sturhahn, and E. Witthoff, *Europhys. Lett.* **18**, 561 (1992).
16. E. E. Alp, T. M. Mooney, T. Toellner, W. Sturhahn, E. Witthoff, R. Röhlberger, and E. Gerdaу, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3351 (1993).
17. A. I. Chumakov, G. V. Smirnov, A. Q. R. Baron, J. Arthur, D. E. Brown, S. L. Ruby, G. S. Brown, and N. N. Salashchenko, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2489 (1993).
18. R. Röhlberger, E. Witthoff, E. Lüken, and E. Gerdaу, in *Physics of X-Ray Multilayer Structures, Optical Society of American Technical Digest, Jackson Hole, WY (1992)*, Vol. 7, p. 178.
19. T. S. Toellner, W. Sturhahn, R. Röhlberger, E. E. Alp, C. H. Sowers, and E. E. Fullerton, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3475 (1995).
20. H. Homma, M. Kentjana, E. E. Alp, T. M. Mooney, E. Witthoff, and D. Toellner, *J. Appl. Phys.* **72**, 5668 (1992).
21. W. Sturhahn, E. Gerdaу, R. Hollatz, R. Ruffer, H. D. Rüter, and W. Tolksdorf, *Europhys. Lett.* **14**, 821 (1991).
22. N. N. Salashchenko, Yu. Ya. Platonov, and S. Yu. Zuev, *Nucl. Instr. Meth. A* **359**, 114 (1995).
23. L. G. Parratt, *Phys. Rev.* **45**, 359 (1954).
24. A. G. Michette, *Optical System for Soft X-Rays*, Plenum Press, N.Y. (1986).
25. L. Nevot and P. Croce, *Rev. Phys. Appl.* **15**, 761 (1980).
26. V. G. Kohn, *Phys. Stat. Sol. (b)* **187**, 61 (1995).
27. Yu. M. Kagan, A. M. Afanasev, and V. G. Kohn, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **12**, 615 (1979).
28. A. Q. R. Baron, J. Arthur, S. L. Ruby, A. I. Chumakov, G. V. Smirnov, and G. S. Brown, *Phys. Rev. B* **50**, 10354 (1994).