

МАГНИТОТРАНСПОРТ ЭКСИТОНОВ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ: ЭФФЕКТЫ СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ

П. И. Арсеев

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

*А. Б. Дзюбенко**

*Институт общей физики Российской академии наук
117942, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 октября 1997 г.

Рассмотрено влияние магнитного поля B на транспорт нейтральных композитных частиц — экситонов — в двумерных ($2D$) системах со слабым беспорядком. Показано, что для классического транспорта (когда интерференция между различными путями не учитывается) магнитное поле подавляет транспорт экситонов: статический коэффициент диффузии $D(B)$ монотонно убывает с ростом B . С учетом квантовых слабо-локализационных поправок $D(B)$ становится немонотонной функцией поля B . В слабых магнитных полях (когда магнитная длина много больше боровского радиуса экситона $\ell_B = (\hbar c/eB)^{1/2} \gg a_B = e\hbar^2/\mu e^2$) предсказан положительный магнитодиффузионный эффект: возрастание подвижности экситонов с ростом B .

1. ВВЕДЕНИЕ

В двумерных ($2D$) системах все состояния являются локализованными — независимо от того, насколько слабым является беспорядок [1–3]. Это явление универсально для всех процессов распространения волн и связано с конструктивной интерференцией траекторий, которые обращены во времени. Для массивных частиц этот эффект является квантовым и не может быть описан в рамках классической механики. Квантовая статистика частиц при этом не играет решающей роли (см., например, работы по слабой локализации фононов [4] и света [5]). Если в рамках одночастичного подхода явление локализации изучено достаточно хорошо, то в проблеме взаимного влияния кулоновских и локализационных эффектов еще остается много вопросов. Большое количество различных ситуаций требует применения разнообразных подходов, описывающих свой класс явлений. Так, в рамках теории слабой локализации было показано, что электрон-электронное взаимодействие разрушает интерференционные эффекты и приводит к увеличению проводимости (см., например, обзор [3]). Численный расчет для двух взаимодействующих электронов в случайном потенциале также дает увеличение длины скоррелированного распространения обеих частиц по сравнению с длиной локализации каждой частицы в отдельности [6]. Вопрос, которому посвящена настоящая статья, о распространении в магнитном поле и в случайном потенциале экситона — взаимодействующих электрона и дырки — также является одним из аспектов

* E-mail: dzyub@gpi.ac.ru

этой общей проблемы. Слабая локализация экситонов в отсутствие магнитного поля рассматривалась ранее в [7].

Магнитное поле B приводит к новым чертам в физической картине слабой локализации электронов. С формальной точки зрения, B нарушает симметрию по отношению к обращению времени. Физически это ведет к отрицательному магнитосопротивлению в электронных системах [8, 9]. Природа этого эффекта состоит в том, что в магнитном поле заряженные частицы приобретают различные фазы, обходя замкнутые траектории по разным направлениям [10]. Это приводит к тому, что поле B разрушает конструктивную интерференцию обращенных во времени траекторий и тем самым подавляет слабую локализацию электронов. С учетом спина электрона возможны четыре различных канала интерференции двух электронных волн: один синглетный ($S = 0$) и три триплетных ($S = 1, S_z = \pm 1, 0$) канала. Интерференция в триплетных (синглетном) каналах дает положительный (отрицательный) вклад в проводимость [9, 11]. Быстрая спиновая релаксация может существенно изменить соотношение между вкладами интерференции в триплетных и синглетном каналах, приводя как к отрицательному, так и к положительному магнитосопротивлению. Связанный с этим учет различных механизмов спин-орбитального взаимодействия, важный для электронов в квазидвумерных полупроводниковых квантовых ямах и гетероструктурах, проведен в работах [12]. Заметим также, что в системах с сильнолокализованными электронными состояниями (режим прыжковой проводимости) свойство магнитного поля изменять фазовые соотношения между различными амплитудами переходов может приводить как к отрицательному, так и к положительному магнитосопротивлению [13, 14].

Для экситонов (которые являются составными и в целом электронейтральными частицами) важным является вопрос, нарушается ли для e - h -пары в магнитном поле B симметрия по отношению к обращению времени. Можно ожидать, что поскольку для e и h по отдельности $t \rightarrow -t$ -симметрия в магнитном поле всегда нарушена, то так будет и для e - h -пары. В общем случае это действительно так. Существует, однако, некоторое исключение. Рассмотрим гамильтониан

$$H = \frac{1}{2m_e} \left(-i\hbar\nabla_e + \frac{e}{c}\mathbf{A}_e \right)^2 + \frac{1}{2m_h} \left(-i\hbar\nabla_h - \frac{e}{c}\mathbf{A}_h \right)^2 + U_{eh}(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h) + V_e(\mathbf{r}_e) + V_h(\mathbf{r}_h), \quad (1)$$

который отвечает движению e - h -пары в однородном магнитном поле B и во внешних (случайных) потенциалах V_e, V_h . Когда массы частиц равны, $m_e = m_h$, и рассеивающие потенциалы тождественны, $V_e \equiv V_h$, e - и h -компоненты переходят друг в друга при операции обращения времени¹⁾. В этом случае гамильтониан (1) коммутирует с оператором обращения времени:

$$[H, \hat{T}] = 0. \quad (2)$$

Это означает, что $t \rightarrow -t$ -симметрия не нарушена и $2D$ -экситоны должны остаться локализованными, несмотря на присутствие магнитного поля.

¹⁾ Здесь и в дальнейшем предполагается, что валентная зона не вырождена и дырки имеют спин $1/2$. Мы не будем рассматривать эффекты, связанные с различными спиновыми состояниями экситона, что необходимо при быстрой релаксации между ними. Для полупроводниковых структур типа A_3B_5 это требует учета сложной структуры валентной зоны (см., например, [15]) и выходит за рамки настоящей работы.

В общем случае необходим анализ того, как магнитное поле B подавляет слабую локализацию электронейтральных в целом экситонов и каким именно образом проявляется их внутренняя структура. Движение центра масс и относительное e - \hbar -движение в магнитном поле связаны. Именно это обстоятельство приводит к тому, что рассеяние экситона как целого зависит от магнитного поля B и внутренних e - \hbar -взаимодействий.

В последнее время транспорт квазидвумерных экситонов в квантовых ямах в магнитном поле вызывает достаточно большой экспериментальный интерес (см. [16–18] и цитируемую там литературу). В работе [17] сообщается об интересных низкотемпературных аномалиях в магнитотранспорте экситонов. В частности, было обнаружено, что коэффициент диффузии D экситонов оказывается немонотонной функцией поля B с заметным возрастанием в промежуточных полях $B \simeq 6$ Тл. Это было интерпретировано как свидетельство бозе-эйнштейновской конденсации и проявление сверхтекучести экситонов. Интересно установить, не приводят ли в нормальной фазе эффекты локализации экситонов к особенностям в зависимости $D(B)$. В настоящей работе мы теоретически рассмотрим магнитотранспорт $2D$ -экситонов при слабом беспорядке в предельном случае, когда магнитная длина оказывается много больше боровского радиуса экситона: $\ell_B = (\hbar c/eB)^{1/2} \gg a_B = \epsilon \hbar^2 / \mu e^2$. Поля, удовлетворяющие этому условию, будем называть слабыми. Совместно с результатами, полученными для классического [19] и квантового [20, 21] транспортов в противоположном пределе $\ell_B \ll a_B$, это позволит нам предложить качественную картину зависимости коэффициента диффузии D от магнитного поля B во всех полях, включая и промежуточную область с $\ell_B \sim a_B$. Краткое сообщение о части полученных результатов было сделано в [21, 22].

2. ТРАНСПОРТ ЭКСИТОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ B

2.1. Постановка задачи

Режим слабой локализации соответствует ситуации, когда взаимодействие с отдельным дефектом не приводит к образованию связанного состояния и локализация возможна лишь на больших пространственных масштабах и возникает благодаря интерференции рассеянных волн. Такой режим реализуется в случае слабого рассеяния, когда

$$\gamma_0(p) \ll \epsilon(p), \quad (3)$$

где γ_0 — коэффициент затухания (обратное время релаксации импульса) экситона с энергией $\epsilon(p)$. Источником рассеяния для экситона являются случайные потенциалы $V_e(\mathbf{r})$ и $V_h(\mathbf{r})$ из (1), действующие по отдельности на электрон и дырку. Это могут быть, например, потенциалы заряженных примесей, эффективные потенциалы, отвечающие неровностям границ раздела в квантовой яме, и т. п. При низких температурах доминирующим механизмом рассеяния в квантовых ямах является неровность границ раздела; именно этот механизм мы будем в основном рассматривать в настоящей работе. Для $2D$ -экситонов в квантовой яме ширины d в присутствии неоднородности границ раздела с характерной высотой Δ и корреляционной длиной Λ (см. [19] и цитируемую там

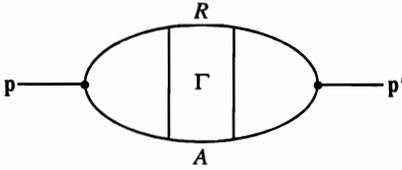


Рис. 1. Диаграммное представление уравнения (5): Γ — неприводимая вершина, отвечающая рассеянию на случайном поле; линии, обозначенные A и R , представляют усредненные по беспорядку опережающие и запаздывающие пропагаторы G^A, G^R экситонов в магнитном поле. Токовые вершины на диаграмме отвечают скорости центра масс экситонов $V(\mathbf{p})$

литературу) появляется следующая характерная величина импульса экситонов²⁾:

$$p_{min} \sim \frac{1}{a_B} \left(\frac{\Delta \lambda a_B}{d^3} \right), \quad \ell_B \gg a_B. \quad (4)$$

Для длинноволновых экситонов с импульсами $p < p_{min}$ имеем $\gamma_0 \geq \epsilon$, и такие экситоны являются сильнолокализованными. Рассмотрение сильной локализации композитных частиц в магнитном поле находится вне рамок настоящей работы. Однако, если параметр $\Delta \lambda a_B / d^3 \ll 1$ достаточно мал, область сильной локализации экситонов оказывается узкой по сравнению с характерными импульсами задачи $a_B^{-1} (\ell_B^{-1}$ в сильных полях B), и развитая здесь теория имеет область применимости.

Существенно, что рассеяние двухчастичных $e-h$ -состояний может быть описано на диаграммном языке в терминах эффективно одночастичного (экситонного) рассеяния (это показано в Приложении А). Используемое приближение позволяет обращаться с экситонами при низких плотностях как с бозе-частицами. Их внутренняя структура проявляется в том, что магнитное поле B приводит к изменениям эффективных потенциалов рассеяния $V_{p,p'}$ и закона дисперсии $\epsilon(p)$ (см. разд. 2.2). Потенциалы $V_e(\mathbf{r})$ и $V_h(\mathbf{r})$ могут быть статистически независимыми — как, например, для пространственно разделенных e и h (см. [19]) — или полностью коррелированными — как для частиц в одной пространственной области. Мы считаем, что случайные поля обладают гауссовой статистикой и используем стандартные диаграммные методы [23], в которых фигурируют двухчастичные (запаздывающие, R , и опережающие, A) пропагаторы экситонов в магнитных полях, усредненные по беспорядку: $G_\omega^{R(A)}(p) = [\omega - \epsilon(p) \pm i\gamma_0(p)]^{-1}$ (см., например, [20]).

Для упругого рассеяния можно ввести коэффициент диффузии экситонов $D(\omega, \epsilon)$ с данной энергией ϵ на частоте ω , который может быть получен из выражения для обобщенной «проводимости» (рис. 1) $\sigma(\omega, \epsilon) = D(\omega, \epsilon) \mathcal{N}(\epsilon)$:

$$\sigma(\omega, \epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}' \langle \langle V_x(\mathbf{p}) G^R(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \epsilon + \omega) G^A(\mathbf{p}', \mathbf{p}, \epsilon) V_x(\mathbf{p}') \rangle \rangle, \quad (5)$$

где $\mathbf{V}(\mathbf{p})$ — скорость центра масс экситона, $\mathcal{N}(\epsilon)$ — плотность экситонных состояний, $\langle \langle \dots \rangle \rangle$ — усреднение по беспорядку. Отметим, что коэффициент диффузии $D(\omega, \epsilon)$ является величиной, которая входит в «диффузионный» полюс корреляционной функции экситонов «плотность–плотность» и определяет поэтому длинноволновые характеристики распространения частиц с данной энергией ϵ . Локализация квантовых состояний с

²⁾ Когда рассеяние экситонов происходит на заряженных примесях с $2D$ -концентрацией n_{imp} , имеем [19] $\gamma_0/\epsilon \simeq \nu_{imp}$, где $\nu_{imp} = 2\pi a_B^2 n_{imp}$ ($\nu_{imp} = 2\pi \ell_B^2 n_{imp}$) — безразмерная концентрация примесей для предельных случаев $\ell_B \gg a_B$ ($\ell_B \ll a_B$). Для этого механизма рассеяния малость параметра ν_{imp} обеспечивает применимость приближения слабого рассеяния.

энергией ϵ означает, что коэффициент диффузии (как функция частоты, $D(\omega)$) обращается в нуль в статическом пределе $\omega \rightarrow 0$. Если учесть неупругие процессы рассеяния, то $D(\omega)$ оказывается конечным (см., например, обзор [3]). Статическое значение $D(\epsilon) = D(\epsilon, \omega = 0)$ определяется временем разрушения когерентности (потери фазы) τ_ϕ . Полный статический коэффициент диффузии $D = D(T)$, отвечающий флуктуациям плотности экситонов со всеми возможными энергиями, может быть получен из микроскопических величин $D(\epsilon)$ с использованием обобщенного соотношения Эйнштейна:

$$D = \frac{\int d\epsilon \mathcal{N}'(\epsilon) [-\partial f / \partial \epsilon] D(\epsilon)}{\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) [-\partial f / \partial \epsilon]}, \quad (6)$$

где $f = f(\mu_X, T)$ — функция распределения, μ_X — химический потенциал экситонов.

2.2. Эффективный рассеивающий потенциал

Гамильтониан H_0 относительного движения e - h -пары в перпендикулярном поле B с импульсом центра масс $\hbar \mathbf{p}$ (\mathbf{p} — волновой вектор) имеет вид [24, 25]

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 - \frac{i\hbar e B}{2c} \left(\frac{1}{m_h} - \frac{1}{m_e} \right) [\mathbf{r} \nabla_{\mathbf{r}}]_z + \frac{e^2 B^2}{8\mu c^2} r^2 + \frac{e\hbar}{Mc} \mathbf{B}[\mathbf{r}\mathbf{p}] - \frac{e^2}{\epsilon|\mathbf{r}|}, \quad (7)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ — относительная e - h -координата, $\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$. Здесь использовано существование точного интеграла движения — магнитного импульса центра масс [24] с оператором

$$\hbar \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla_{\mathbf{R}} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}),$$

где $\mathbf{R} = (m_e \mathbf{r}_e + m_h \mathbf{r}_h) / M$ — координата центра масс, $M = m_e + m_h$; вектор-потенциал берется в симметричной калибровке $\mathbf{A} = [\mathbf{B}\mathbf{r}] / 2$. Волновая функция экситона в магнитном поле B имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \exp \left\{ i\mathbf{R} \left[\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right] \right\} \Phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Важно, что в магнитном поле волновая функция $\Phi_{\mathbf{p}}$ относительного e - h -движения зависит от импульса центра масс \mathbf{p} [24], т. е. движение центра масс и относительное движение оказываются связанными. Матричные элементы рассеяния между состояниями экситонов с импульсами центра масс \mathbf{p} и \mathbf{p}' во внешнем поле $\hat{V} = V_e(\mathbf{r}_e) + V_h(\mathbf{r}_h)$ имеют вид (см. Приложение А)

$$V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} = \langle \Psi_{\mathbf{p}} | \hat{V} | \Psi_{\mathbf{p}'} \rangle. \quad (9)$$

В настоящей работе мы будем использовать приближение, в котором не учитываются переходы в возбужденные состояния внутреннего движения (см. также [19, 20]). В пределе слабых полей, $\ell_B \gg a_B$, возможно аналитическое рассмотрение³⁾. Мы находим

³⁾ В сильном поле, $\ell_B \ll a_B$, член кулоновского взаимодействия в (7) рассматривается [19, 20] как возмущение; полученные в этом пределе волновые функции $\Phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})$ отвечают $2D$ -магнитоэкситонам [25].

волновую функцию основного состояния $\Phi_p(\mathbf{r})$ в магнитном поле, используя теорию возмущений по членам, содержащим магнитное поле в гамильтониане относительного движения $e-h$ -пары (7), и затем получаем матричные элементы рассеяния $V_{p,p'}$. Их можно записать в виде

$$V_{p,p'} = F_{p,p'}^e \tilde{V}_e(\Delta\mathbf{p}) + F_{p,p'}^h \tilde{V}_h(\Delta\mathbf{p}), \quad (10)$$

где $\tilde{V}_j(\mathbf{p})$ — двумерные фурье-образы потенциалов $V_j(\mathbf{r})$ ($j = e, h$), $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$ — переданный импульс,

$$F_{p,p'}^{e(h)} = \int d\mathbf{r} \Phi_p^*(\mathbf{r}) \Phi_{p'}(\mathbf{r}) \exp \left\{ \pm i \frac{m_{h(e)}}{M} (\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \mathbf{r} \right\} \quad (11)$$

— формфакторы, связанные с волновой функцией внутреннего движения экситона. В пределе слабого поля B нам необходимо вычислить волновые функции вплоть до второго порядка по B , а затем включить их в (11), (10) (см. Приложение Б). Заметим, что когда $p, p' \ll a_B^{-1}$, в интеграле (11) экспонента может быть разложена по степеням своего аргумента и могут быть учтены лишь низшие члены разложения. Такое ограничение на импульсы необходимо, если мы не учитываем рассеяния в возбужденные состояния экситонов. Действительно, при $p, p' \sim a_B^{-1}$ кинетическая энергия экситона оказывается достаточной, чтобы вызвать переходы в возбужденные состояния внутреннего движения, которые мы не учитываем.

Используя вклады вплоть до второго порядка по B и самые низкие интересующие нас порядки по параметру pa_B , получаем

$$V_{p,p'} = \tilde{V}_e(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \beta_e(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^4 - i\alpha_e [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z a_B^2 \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^2 \right] + \tilde{V}_h(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \beta_h(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^4 + i\alpha_h [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z a_B^2 \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

Здесь $\tilde{V}_i(\Delta\mathbf{p}) = \tilde{V}_i(\Delta\mathbf{p}) F_{p,p'}^i(B=0)$,

$$F_{p,p'}^{e(h)}(B=0) = \left\{ 1 + \frac{1}{16} \left[\frac{m_{h(e)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') a_B}{M} \right]^2 \right\}^{-3/2}$$

— формфактор, отвечающий волновой функции основного состояния $2D$ -экситона при $B=0$.

Важно подчеркнуть, что для такого эффективного потенциала рассеяния симметрия по отношению к обращению времени оказывается нарушенной:

$$V_{p,p_1} \neq V_{-p_1, -p}, \quad (13)$$

исключение составляет случай, когда $V_e = V_h$ и $m_e = m_h$ (см. (2)). В (12) введены безразмерные постоянные

$$\beta_{e(h)} = -\frac{\mu^2}{2M^2} \frac{\hbar^4}{\mu^2 a_B^6} \sum_n' \frac{|\langle 0|x|n\rangle|^2}{(\epsilon_0 - \epsilon_n)^2} + \frac{m_{h(e)}^2}{8M^2} \frac{\hbar^2}{\mu a_B^6} \sum_n' \frac{|\langle 0|r^2|n\rangle|^2}{\epsilon_n - \epsilon_0} \quad (14)$$

и

$$\alpha_{e(h)} = -\frac{2m_{e(h)}}{M}\kappa, \quad \kappa = \frac{\hbar^2}{Ma_B^4} \sum_n' \frac{|\langle 0|x|n\rangle|^2}{\epsilon_0 - \epsilon_n}. \tag{15}$$

Здесь n обозначает возбужденные состояния экситонов. Безразмерные постоянные α , β и κ для $2D$ -экситона Ванье–Мотта точно вычислены в Приложении Б. Важно, что постоянные $\beta_e, \beta_h > 0$ оказываются положительными, поэтому при $\ell_B \gg a_B$ рассеяние экситонов с возрастанием поля B становится все более сильным.

Используя теорию возмущений, можно получить также плотность экситонных состояний в магнитном поле. Закон дисперсии экситонов имеет вид

$$\epsilon(p) = -\epsilon_0 \left[1 - \left(\frac{l_2}{\ell_B} \right)^4 \right] + \frac{\hbar^2 p^2}{2M} \left[1 - \kappa \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^4 \right], \tag{16}$$

где коэффициент $l_2 = 3a_B/8$ определяет диамагнитный сдвиг. Для плотности состояний $2D$ -экситонов из второго члена в (16) имеем

$$\mathcal{N}(\epsilon) = \frac{2M/\hbar^2}{1 - \kappa (a_B/\ell_B)^4}. \tag{17}$$

С ростом магнитного поля B масса экситона и, следовательно, плотность состояний $\mathcal{N}(\epsilon)$ увеличиваются. Как будет видно, именно это, как правило, определяет изменение классического коэффициента диффузии в слабых полях.

2.3. Куперон: предел слабого поля B

Приближение, в котором полная вершина Γ (рис. 1) заменяется суммой лестничных диаграмм (диффузон), соответствует описанию транспорта с использованием уравнения

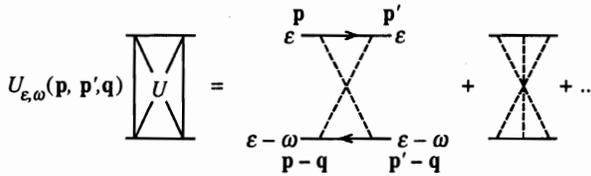


Рис. 2. Сумма максимально перекрещивающихся диаграмм $U_{\epsilon, \omega}(p, p', q)$. Верхняя (нижняя) линия отвечает усредненному по беспорядку запаздывающему (опережающему) пропагатору экситона $G^{R(A)}$

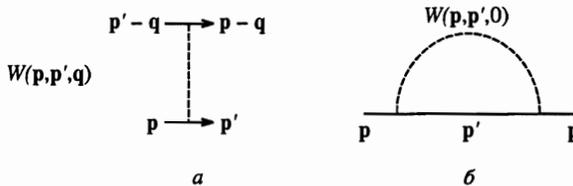


Рис. 3. a — Простейшая примесная вершина $W(p, p', q)$ (19). b — Диаграмма низшего порядка для собственно-энергетической части пропагатора экситона. Штриховая линия отвечает корреляционной функции $W(p, p', 0)$

Больцмана (см., например, [23, 26]). Это дает «классический» коэффициент диффузии: интерференция между различными траекториями не учитывается. Для слабого случайного потенциала все остальные диаграммы с пересекающимися примесными линиями малы по параметру $\gamma/\epsilon \ll 1$ [3]. Исключением является класс максимально перекрещивающихся диаграмм в канале электрон-дырка [2], который определяет квантовые слаболокализационные поправки к коэффициенту диффузии. Полная сумма таких диаграмм — куперон — показана на рис. 2. Выделенная роль этого класса диаграмм объясняется следующим фактом: когда суммарный импульс $\mathbf{p} + \mathbf{p}' - \mathbf{q} \simeq 0$, в силу условия сохранения импульса для максимально перекрещивающихся диаграмм функции Грина G^R и G^A всегда разбиваются на пары с близкими полюсами. В результате при интегрировании они дают «резонансный» вклад.

Коэффициент затухания для экситона с импульсом \mathbf{p} определяется мнимой частью собственной энергии (рис. 3б):

$$\gamma_0(p) = -\text{Im} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2} \frac{W(\mathbf{p}, \mathbf{p}', 0)}{\epsilon - \epsilon(p') + i\gamma_0(p')} . \tag{18}$$

Здесь $\epsilon(p)$ — закон дисперсии (16) и введена корреляционная функция $W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{q})$ рассеивающего потенциала (см. рис. 3а):

$$W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{q}) \equiv \langle\langle V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}_1} V_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}, \mathbf{p} - \mathbf{q}} \rangle\rangle . \tag{19}$$

В рассматриваемом пределе слабого поля она имеет вид⁴⁾

$$\begin{aligned} W(\mathbf{p}, \mathbf{p}', 0) = & B_{ee}(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \left(\frac{a_B}{\ell_B}\right)^4 (2\beta_e(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 + \alpha_e^2 [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z^2 a_B^4) \right] + \\ & + B_{hh}(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \left(\frac{a_B}{\ell_B}\right)^4 (2\beta_h(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 + \alpha_h^2 [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z^2 a_B^4) \right] + \\ & + B_{eh}(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \left(\frac{a_B}{\ell_B}\right)^4 ((\beta_e + \beta_h)(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 - \alpha_e \alpha_h [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z^2 a_B^4) \right] + \\ & + B_{he}(\Delta\mathbf{p}) \left[1 + \left(\frac{a_B}{\ell_B}\right)^4 ((\beta_e + \beta_h)(\Delta\mathbf{p})^2 a_B^2 - \alpha_e \alpha_h [\mathbf{p}\mathbf{p}']_z^2 a_B^4) \right] , \tag{20} \end{aligned}$$

где $B_{ij}(\mathbf{p}) = \langle\langle \bar{V}_i(\mathbf{p}) \bar{V}_j(-\mathbf{p}) \rangle\rangle$. Как и обычно, когда $\gamma_0 \ll \epsilon$, имеем

$$\gamma_0(p) = \pi \mathcal{N}(\epsilon) \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}_1}}{2\pi} W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) , \tag{21}$$

где $|\mathbf{p}_1|$ лежит на массовой поверхности $\epsilon(p_1) = \epsilon$, и в (18) остается только усреднение по углам. Качественная оценка влияния магнитного поля B на коэффициент затухания $\gamma_0(p)$ следующая (считаем, что все корреляторы случайных полей B_{ij} одного порядка):

⁴⁾ В принципе, в (20) могут присутствовать и линейные по магнитному полю B члены (см. (12)). Это требует, однако, довольно экзотического условия: чтобы в системе имелось какое-либо выделенное направление, тогда при вычислении корреляторов потенциалов $V_{e(h)}$ линейные по B члены не обратятся в нуль. Мы здесь не будем рассматривать такую возможность. Отметим, что выделенное направление в системе может быть определено, например, внешним электрическим полем.

$$\gamma_0(p) \approx \gamma_0 \frac{1 + 4(\beta_e + \beta_h)(pa_B)^2 (a_B/\ell_B)^4}{1 - \kappa (a_B/\ell_B)^4}, \quad (22)$$

где γ_0 — коэффициент затухания в нулевом магнитном поле. Числитель в (22) содержит дополнительный малый параметр $(pa_B)^2 \ll 1$ по сравнению со знаменателем. Физически это означает, что в магнитном поле основной эффект связан с увеличением плотности экситонных состояний (увеличения массы экситона) при возрастании B (см. (16)), в то время как изменение матричных элементов рассеяния играет лишь второстепенную роль.

В рассматриваемом пределе слабого поля, как и в сильных полях B [20], диффузионный полюс в купероне отсутствует вследствие нарушения симметрии по отношению к обращению времени для эффективного потенциала (12). Покажем это. Как и обычно, удобно записать уравнение для куперона U в переменных \mathbf{p} , \mathbf{p}' и $\mathbf{K} = \mathbf{p} + \mathbf{p}' - \mathbf{q}$, где \mathbf{K} — полный (сохраняющийся) импульс, \mathbf{q} — импульс, отвечающий флуктуациям плотности. Для U обычным образом получаем уравнение Бете–Солпитера

$$U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{K}) = U_{\epsilon, \omega}^0(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{K}) + \int \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} \widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{K}) G_{\epsilon}^R(\mathbf{p}_1) G_{\epsilon-\omega}^A(\mathbf{K} - \mathbf{p}_1) U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}', \mathbf{K}), \quad (23)$$

где

$$U_{\epsilon, \omega}^0(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{K}) = \int \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} \widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{K}) G_{\epsilon}^R(\mathbf{p}_1) G_{\epsilon-\omega}^A(\mathbf{K} - \mathbf{p}_1) \widetilde{W}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}', \mathbf{K}) \quad (24)$$

и введена корреляционная функция

$$\widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{K}) \equiv \langle\langle V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}_1} V_{\mathbf{K}-\mathbf{p}, \mathbf{K}-\mathbf{p}_1} \rangle\rangle. \quad (25)$$

Отличие рассматриваемого случая от обычной теории заключается в том, что имеются две различные корреляционные функции⁵⁾: \widetilde{W} и W (20). Разница между корреляционными функциями возникает вследствие нарушения симметрии относительно обращения времени для эффективного потенциала рассеяния (13). Это приводит к тому, что в функции $\widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{K} = 0)$ члены, содержащие векторное произведение $[\mathbf{p}\mathbf{p}_1]_z$, имеют другой знак по сравнению с функцией $W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{q} = 0)$.

В пределе слабого беспорядка имеем $G^R G^A \sim \delta(\epsilon(p) - \epsilon)$, так что в (23) остается только усреднение по углам. В обычном случае изотропная (по \mathbf{p} , \mathbf{p}') часть $U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{K})$ расходится при $\mathbf{K}, \omega \rightarrow 0$. Это происходит потому, что имеет место соотношение

$$\int \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) G_{\epsilon}^R(\mathbf{p}_1) G_{\epsilon}^A(-\mathbf{p}_1) = 1. \quad (26)$$

Тогда из (23) и (26) (если $\widetilde{W} = W$) следует, что $\int d\phi_{\mathbf{p}} \int d\phi_{\mathbf{p}_1} U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) \rightarrow \infty$. В рассматриваемом случае, однако, изотропная часть U остается конечной в пределе $\mathbf{K}, \omega \rightarrow 0$. Действительно, используя тождество $\widetilde{W} \equiv W + (\widetilde{W} - W)$, получаем

⁵⁾ В противном случае (как для экситонов в отсутствие магнитного поля [7]) мы просто имели бы обычную теорию слабой локализации в эффективном потенциале с конечным радиусом корреляции порядка размера экситона.

$$\int \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} \widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) G_\epsilon^R(\mathbf{p}_1) G_\epsilon^A(-\mathbf{p}_1) = 1 - \frac{\gamma_B}{\gamma_0}, \quad (27)$$

где $\gamma_B(p) = \gamma_0(p) - \tilde{\gamma}_0(p) \geq 0$,

$$\tilde{\gamma}_0(p) = \pi \mathcal{N}(\epsilon) \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}_1}}{2\pi} \widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0). \quad (28)$$

Если, однако, $\gamma_B \ll \gamma_0$, то изотропная часть U по-прежнему является наиболее существенной. Решение уравнения (23) для интересующих нас низких частот ω и малых импульсов \mathbf{K} может быть найдено как разложение по угловым моментам и подробно описано в [20] (см. также [27]). В итоге куперон получаем в виде

$$U(\mathbf{K}, \omega) = \frac{2\tilde{\gamma}_0\gamma_0/\pi\mathcal{N}(\epsilon)}{D^c K^2 - i\omega + 2\gamma_B\gamma_0/\tilde{\gamma}_0}, \quad (29)$$

где

$$D^c = p^2/4M^2\tilde{\gamma}_{tr}, \quad \tilde{\gamma}_{tr} = \gamma_0 - \tilde{\gamma}_1 \geq 0, \quad (30)$$

$$\tilde{\gamma}_1 = 2 \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}}}{2\pi} \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}_1}}{2\pi} (\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{K}}) \widetilde{W}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) (\hat{\mathbf{p}}_1\hat{\mathbf{K}}), \quad (31)$$

$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$. Особенностью этого решения является то, что в магнитном поле B для нейтральной составной частицы возникает конечное время сбоя фазы γ_B^{-1} , которое устраняет сингулярность — диффузионный полюс. Формально это аналогично случаю рассеяния электрона на парамагнитных примесях (ср. [8, 9, 11, 12]).

В слабых магнитных полях, используя явный вид W и \widetilde{W} , величину γ_B можно оценить как

$$\gamma_B(p) \simeq (pa_B)^4 \left(\frac{a_B}{\ell_B}\right)^4 \gamma_0(p). \quad (32)$$

Появление характерного времени сбоя фазы $\tau_B = \hbar/\gamma_B$ (32) можно качественно объяснить с помощью следующих рассуждений. Экситон в магнитном поле приобретает случайную фазу только при рассеянии на примеси. Когда экситон с импульсом \mathbf{p} рассеивается на примеси, его кинетическая энергия $E_{kin} = \hbar^2 p^2/2M$ играет роль возмущения для внутреннего движения электрона и дырки с энергией $E_{ex} = \epsilon_0$. В результате появляются среднеквадратичные флуктуации расстояния между e и h : $\langle\langle \Delta r^2 \rangle\rangle \sim (E_{kin}/E_{ex})a_B^2$. Такое дополнительное разделение орбит электрона и дырки при рассеянии приводит к набору магнитного потока $\Delta\Phi \sim \langle\langle \Delta r^2 \rangle\rangle B$ «через» экситон, что отвечает (случайному) изменению фазы волновой функции $\Delta\phi \sim \langle\langle \Delta r^2 \rangle\rangle B/\Phi_0$ (где Φ_0 — квант магнитного потока). Поэтому в единичном акте рассеяния, который происходит за время $\tau = \hbar/\gamma$, случайный набор фазы $\sim (\Delta\Phi/\Phi_0) = (pa_B)^2(a_B/\ell_B)^2 \ll 1$. Поскольку изменения фазы волновой функции случайны, лишь за $(\Phi_0/\Delta\Phi)^2$ актов рассеяния полный набор фазы окажется порядка единицы, и когерентность будет разрушена. Соответствующее характерное время $\tau_B \sim (\Phi_0/\Delta\Phi)^2 \tau \sim \tau(pa_B)^{-4}(\ell_B/a_B)^4$, что согласуется с (32).

2.4. Коэффициент диффузии

Чтобы получить квантовые поправки к коэффициенту диффузии, полученный результат (29) для куперона $U(\mathbf{K}, \omega)$ совместно с примесной вершиной первого порядка

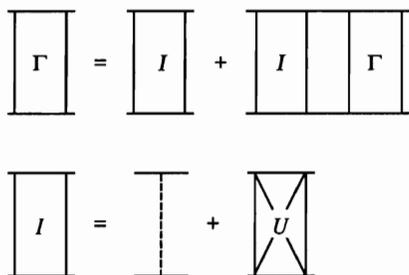


Рис. 4. Диаграммное представление приближения для вершины Γ , отвечающее учету квантовых поправок к коэффициенту диффузии

$W(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{K})$ должны быть включены в лестничные диаграммы (см. рис. 4 и рис. 1) для эффективной проводимости [3]. В лестничном приближении для случайного поля с конечным радиусом корреляции вместо γ появляется транспортный коэффициент γ_{tr} . Технические подробности диаграммного рассмотрения для $2D$ -экситонов приведены в Приложении В. Коэффициент диффузии экситона с энергией ϵ принимает вид

$$D(\epsilon) = D_0(\epsilon) \left[1 + \frac{\tilde{\gamma}_0}{4\pi^2 \gamma_{tr} \mathcal{N}(\epsilon) D^c} \ln \left(\frac{D^c K_0^2 \tilde{\gamma}_0}{2\gamma_B \gamma_0} \right) \right]^{-1}, \tag{33}$$

где $K_0 \simeq \gamma(p)/V(p)$ — импульс обрезания, $D_0 = p^2/4M^2\gamma_{tr}$ — обычный «классический» коэффициент диффузии экситона [19, 21].

Прежде чем обсуждать квантовые поправки (33), получим зависимость классического коэффициента диффузии D_0 от магнитного поля B . Используя общие выражения (22) и (16), получаем

$$D_0(\epsilon, B) \simeq D_0(\epsilon) \left[1 - 3\kappa \left(\frac{a_B}{\ell_B} \right)^4 \right] \equiv D_0 \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 \right], \tag{34}$$

где характерная величина магнитного поля B_0 определяется выражением $B_0 a_B^2 \simeq \Phi_0$, D_0 — коэффициент диффузии в нулевом поле $B = 0$ (см. [19]). С ростом магнитного поля B коэффициент диффузии $D_0(\epsilon, B)$ монотонно убывает степенным образом в соответствии с зависимостью (34).

Включение квантовых поправок существенно меняет зависимость D от B . Действительно, в пределе $B \rightarrow 0$ величина γ_B стремится к нулю, и в результате D обращается в нуль (см. (33)); это — слабая локализация экситонов в нулевом поле B (экситоны, как и обычные $2D$ -частицы, локализованы в случайном потенциале [7]). В этой ситуации возможно использование самосогласованного подхода [27]. Действительно, приближение для полной вершины Γ , когда включаются только лестничные диаграммы Γ_0 и максимально перекрещивающиеся диаграммы U , пригодно только для слабого рассеяния, когда результирующий коэффициент диффузии велик. Когда полная вершина отвечает сильному рассеянию, а коэффициент диффузии D мал, строго говоря, не существует выделенного класса диаграмм. Основная идея самосогласованного подхода [27] заключается в том, что при наличии симметрии по отношению к обращению времени существует связь между Γ_0 и U (максимально перекрещивающиеся диаграммы в e - \hbar -канале являются лестничными диаграммами в e - e -канале). Эта связь приводит к тому, что диффузионный полюс, существующий в диффузоне на малом переданном импульсе, «передается» в куперон (где он существует на малом полном импульсе \mathbf{K}).

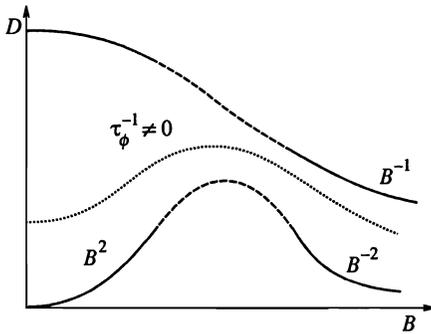


Рис. 5. Зависимость статического коэффициента диффузии экситонов D от поля B для классического транспорта (верхняя кривая), с учетом квантовых поправок (нижняя кривая) и при наличии слабого неупругого рассеяния (средняя кривая)

Поскольку вершина Γ непосредственно связана с коррелятором «плотность–плотность», физически ясно, что именно коэффициент диффузии D должен входить в Γ и, следовательно, коэффициент D_0 в купероне также должен быть заменен на D . Подробно математическое обоснование такого подхода рассматривалось в работе [28].

В рассматриваемом случае симметрия по отношению к обращению времени нарушена и, строго говоря, нет дуальности между диффузоном и купероном. Однако мы можем воспользоваться самосогласованным приближением, чтобы получить лидирующие члены в разложении зависимости полного коэффициента диффузии от B . Дело в том, что в главных порядках по B поведение D_0 и D^c одинаково. Поэтому коэффициент диффузии D^c в купероне может быть заменен на полный коэффициент диффузии D , так что уравнение (33) позволяет вычислить зависимость $D(B)$ самосогласованным образом. В случае $D(B) \ll D_0$ зависимость от магнитного поля имеет вид

$$D(\epsilon, B) = (pa_B)^4 \left(\frac{B}{B_0}\right)^2 D_0(\epsilon) \exp[\mathcal{N}(\epsilon)D_0(\epsilon)]. \quad (35)$$

где $B_0 a_B^2 \simeq \Phi_0$ (см. (34)). Таким образом, в нулевом поле $B = 0$ статический коэффициент диффузии равен нулю и возрастает как B^2 при малом B . Такое поведение D отвечает разрушению слабой локализации экситонов в магнитном поле.

В пределе сильного поля, $l_B \ll a_B$, коэффициент диффузии экситонов D убывает как B^{-2} [20]. Поэтому ясно, что D при учете слаболокализационных эффектов оказывается немонотонной функцией B . Отметим, что классический коэффициент диффузии D_0 убывает монотонно с полем B как в пределе слабого поля, $l_B \gg a_B$, так и в пределе сильного поля, $l_B \ll a_B$. Эти результаты графически представлены на рис. 5. Слабые неупругие процессы, характеризующиеся временем сбоя фазы $\tau_\phi = \hbar/\gamma_\phi$, могут быть включены в рассмотрение феноменологическим образом. При конечном τ_ϕ коэффициент диффузии остается конечным и в пределе $B = 0$. Значение $D(B = 0)$ определяется величиной γ_ϕ (которая должна быть аддитивно добавлена к γ_B в (33)). Появление γ_ϕ оказывает различное влияние на D_0 и D . Когда выполняется условие $\gamma_\phi \ll \gamma_0$, величина D_0 практически не изменяется. Однако, поскольку в пределе слабого рассеяния $D_0 \mathcal{N} \gg 1$, может выполняться соотношение $D_0 \mathcal{N} \gamma_\phi \geq \gamma_0$, даже когда $\gamma_\phi \ll \gamma_0$. В этом случае слаболокализационные поправки несут существенны, и мы имеем $D(B) \simeq D_0(B)$.

В промежуточных полях, $l_B \sim a_B$, аналитическая теория не может быть построена. Естественно предположить, что зависимость коэффициента диффузии (классического, D_0 , и учитывающего квантовые поправки, D) в этой области магнитных полей имеет

вид, показанный на рис. 5 точками. Возрастание D с ростом поля B (*положительный магнитодиффузионный эффект*) отвечает разрушению слабой локализации экситонов в магнитном поле. Этот эффект для экситонов напоминает эффект отрицательного магнитосопротивления в $2D$ -электронных системах [8].

3. ВЫВОДЫ

Мы показали, что магнитное поле B устраняет расходимость максимально перекрещивающихся диаграмм в канале «экситон–антиэкситон» (экситонный аналог куперона); при этом в отличие от заряженных частиц экситон приобретает фазу в поле B не при свободном движении, а только при рассеянии на дефектах. В результате коэффициент диффузии $2D$ -экситонов в магнитном поле в пределе $\omega \rightarrow 0$ остается конечным (в предположении, что случайное поле является слабым). Статический коэффициент диффузии $D(B)$ оказывается убывающей функцией B в сильных полях, $\ell_B \ll a_B$, в то время как в слабых полях, $\ell_B \gg a_B$ (а также, возможно, и промежуточных, $\ell_B \sim a_B$) $D(B)$ является возрастающей функцией поля, т. е. для экситонов имеется положительный магнитодиффузионный эффект. Использование самосогласованного приближения дает в слабых полях зависимость $D \propto B^2$, что отвечает подавлению слабой локализации в поле B . Учет квантовых поправок оказывается важным также в сильном поле, $\ell_B \ll a_B$, и дает более быстрое степенное убывание коэффициента диффузии $D \propto B^{-2}$ [20] по сравнению с классическим коэффициентом диффузии $D_0 \propto B^{-1}$ [19, 21]. Это связано с тем, что при $\ell_B \ll a_B$ характерный внутренний размер магнитоэкситона с ростом B уменьшается как $\ell_B \propto B^{-1/2}$, и его внутренняя структура проявляется при рассеянии все меньше: магнитоэкситон все более напоминает бесструктурный нейтральный бозон. Таким образом, для нейтральных e - h -систем в пределе сильного магнитного поля происходит переход к режиму слабой локализации экситонов (в отличие от электронных систем, где в режиме квантового эффекта Холла имеются делокализованные состояния).

Полученная теоретическая зависимость коэффициента диффузии $D(B)$, хотя и является немонотонной функцией поля B , не воспроизводит деталей экспериментально полученных зависимостей $D(B)$ [17]. Так, имеющееся [17] в сравнительно небольших магнитных полях подавление магнитотранспорта экситонов с ростом B согласуется с теоретическим поведением *классического* коэффициента диффузии (рис. 5). Однако, как показали наши теоретические результаты, рост $D(B)$ в магнитных полях $B > 6$ Тл [17] не может быть объяснен эффектами подавления слабой локализации экситонов в магнитном поле. Заметим, что режим, реализующийся в экспериментально используемых [16–18] двойных квантовых ямах, соответствует скорее режиму сильной локализации экситонов (см. также [19]). Кроме того, мы не рассматривали эффектов бозе-эйнштейновской конденсации экситонов. Рассмотрение влияния магнитного поля на сильную локализацию экситонов, а также эффектов бозе-эйнштейновской конденсации на транспорт композитных нейтральных частиц (экситонов) представляет чрезвычайно интересную и еще не решенную задачу. Отметим также, что аналогично случаю электронов в квазидвумерных полупроводниковых структурах [12], для экситонов могут оказаться существенными эффекты, связанные с быстрой релаксацией различных спиновых состояний экситона.

Сделанное нами теоретическое предсказание о возрастании подвижности экситонов

с ростом поля B в режиме слабой локализации может быть экспериментально проверено при низких температурах (когда неупругие процессы подавлены и время сбоя фазы τ_ϕ велико) в магнитных полях, для которых $\ell_B \geq a_B$. Для этого необходимы квантовые ямы со слабым случайным потенциалом, например широкие квантовые ямы с совершенными границами раздела.

Мы признательны Г. Е. В. Бауэру (G. E. W. Bauer), Л. В. Бутову, Е. Л. Ивченко, С. Ю. В. Назарову и С. Г. Тиходеву за полезные обсуждения. Настоящая работа была поддержана фондом Фольксваген (грант VW I/69 361), Голландским научным фондом (грант NWO 047-003-018), а также INTAS-RBRF (грант 95-675) и Российским фондом фундаментальных исследований.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Диаграммное описание рассеяния экситонов

Приближение, сводящее рассеяние экситонов к эффективно одночастичному процессу, насколько нам известно, не прослеживалось строго на диаграммном языке. Подход, аналогичный описанному в этом Приложении, может быть использован и для рассмотрения других задач — исследования роли переходов в возбужденные состояния, эффектов конечной плотности экситонов, а также сильной локализации в терминах эффективного рассеяния экситонов.

В электронно-дырочном представлении экситону Ванье–Мотта отвечает суммирование лестничных диаграмм, включающих кулоновское e - h -взаимодействие. Соответствующая двухчастичная функция Грина может быть разложена по собственным функциям экситонов $\Psi_\lambda(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$:

$$G_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t; \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t') \equiv -i\langle T\hat{\Psi}_e(\mathbf{r}_1, t)\hat{\Psi}_h(\mathbf{r}_2, t)\hat{\Psi}_h^\dagger(\mathbf{r}_4, t')\hat{\Psi}_e^\dagger(\mathbf{r}_3, t') \rangle = \int dE \sum_\lambda \frac{\Psi_\lambda^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\Psi_\lambda(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)}{E - \epsilon_\lambda} \exp[-iE(t - t')], \quad (A.1)$$

где $\hat{\Psi}_e^\dagger(\mathbf{r}, t)$, $\hat{\Psi}_h^\dagger(\mathbf{r}, t)$ — операторы рождения электронов и дырок в представлении Гейзенберга. Для простоты мы рассмотрим в дальнейшем случай нулевого магнитного поля $B = 0$, когда ϵ_λ — обычные собственные энергии экситонов, $\epsilon_\lambda = \epsilon(p) + \epsilon_n$, ϵ_n отвечает (как дискретным, так и непрерывным) энергиям относительного движения, $\epsilon(p)$ — кинетическая энергия движения центра масс, $\Psi_\lambda(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{R})\Phi_n(\mathbf{r})$ — волновые функции экситона, $\mathbf{R} = (m_e\mathbf{r}_1 + m_h\mathbf{r}_2)/M$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Наша цель — использовать вместо двухчастичной e - h -функции Грина эффективно «одночастичной» функции Грина экситона, которую мы введем с помощью соотношения

$$G(\mathbf{R}, t; \mathbf{R}', t') = -i\langle TB(\mathbf{R}, t)B^\dagger(\mathbf{R}', t') \rangle, \quad (A.2)$$

где оператор рождения экситона определен как

$$B_\lambda^\dagger(\mathbf{R}, t) = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}_e^\dagger\left(\mathbf{R} + \frac{m_h}{M}\mathbf{r}, t\right) \hat{\Psi}_h^\dagger\left(\mathbf{R} - \frac{m_e}{M}\mathbf{r}, t\right) \Psi_\lambda^*(\mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (A.3)$$

Функция G_2 удовлетворяет следующему уравнению Бете–Солпитера:

$$G_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t; \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t') = G_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3, t - t')G_h(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4, t - t') + \int d\mathbf{r}'_3 d\mathbf{r}'_4 dt'_1 G_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_3, t - t'_1)G_h(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_4, t - t'_1)U(\mathbf{r}'_3 - \mathbf{r}'_4)G_2(\mathbf{r}'_3, \mathbf{r}'_4, t'_1; \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t'). \quad (\text{A.4})$$

Действуя на обе части (A.4) оператором

$$[G_e(\mathbf{r}_1, t)G_h(\mathbf{r}_2, t)]^{-1} = i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla_1^2}{2m_e} + \frac{\nabla_2^2}{2m_h},$$

получаем уравнение, имеющее вид уравнения Шредингера:

$$\left[i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla_1^2}{2m_e} + \frac{\nabla_2^2}{2m_h} - U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right] G_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t; \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t') = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3)\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_4)\delta(t - t'). \quad (\text{A.5})$$

Рассмотрим теперь диаграмму с единственной примесной вершиной, отвечающей внешнему потенциалу V_e в электронной линии (рис. 6а).

Набор внешних координат $(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h, t)$ мы будем символически обозначать здесь как \bar{X}, \bar{X}' . Аналитическое выражение для $\tilde{G}_2(\bar{X}, \bar{X}')$ в случае диаграммы рис. 6а имеет вид

$$\tilde{G}_2(\bar{X}, \bar{X}') = \int d\mathbf{r}_0 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 dt dt' G_2(\bar{X}; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)G_e(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0, t - t_0) \times V_e(\mathbf{r}_0)G_e(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_3, t_0 - t')G_h(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_4, t - t')U(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)G_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t'; \bar{X}'). \quad (\text{A.6})$$

Используя (A.5), функцию G_2U можно заменить дифференциальным оператором, действующим на G_e, G_h . С учетом того что

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m_{e(h)}} \right) G_{e(h)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \delta(t - t')\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

получаем следующее выражение для (A.6):

$$\begin{aligned} \tilde{G}_2(\bar{X}, \bar{X}') &= \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 dt dt' G_2(\bar{X}; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) \times \\ &\times V_e(\mathbf{r}_1)G_e(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3, t - t')G_h(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_4, t - t')U(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)G_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, t'; \bar{X}') + \\ &+ \int d\mathbf{r}_0 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 dt dt_0 G_2(\bar{X}; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) \times \\ &\times G_e(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0, t - t_0)V_e(\mathbf{r}_0)G_e(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_3, t_0 - t)U(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)G_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2, t; \bar{X}'). \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

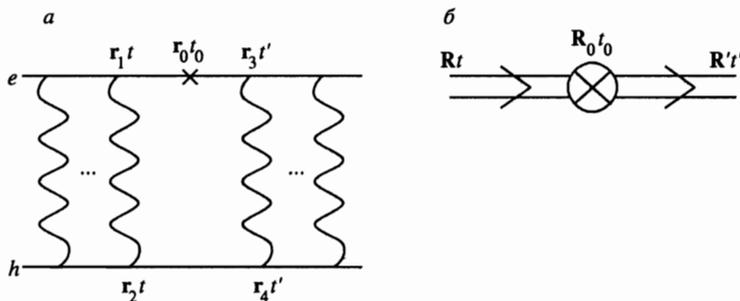


Рис. 6. а — Примесная вершина в электронной линии двухчастичного e - h -пропагатора. Волнистые линии отвечают кулоновским e - h -взаимодействиям. б — Примесная вершина (10) в экситонном пропагаторе

Заметим, что второй член содержит произведение $G_e(t)G_e(-t)$, которое дает вклад $\sim n_e(1 - n_e)$ и поэтому может быть отброшено в пределе низкой плотности. В результате в (А.7) остается только первый член. Учтем также, что разложение для G_2 начинается с члена нулевого порядка $G_e G_h$ (отвечающего δ -функциям в правой части (А.5)), и добавим его в (А.6), (А.7). Тогда видно, что первый член в уравнении (А.7) содержит кулоновские лестничные диаграммы с обеих сторон от примесной вершины $V_e(r_1)$. Кроме того, временные и пространственные координаты совпадают таким образом, что с использованием представлений (А.5) и (А.2), выражение (А.3) может быть представлено в виде диаграммы, отвечающей рассеянию экситона как целого (рис. 6б). Добавляя аналогичный член для рассеяния дырки, мы видим, что в экситонном представлении эффективный потенциал рассеяния действительно определяется выражениями (9), (10).

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Вычисление рядов теории возмущений

При теоретическом анализе широко исследуемых в настоящее время систем с $2D$ -экситонами в магнитном поле в теории возмущений часто возникают суммы типа (14), (15). Поэтому нам представляется полезным провести точные вычисления этих сумм для двумерного водородоподобного экситона. При использовании операторного подхода (см. [29]) для этого оказывается достаточно явного вида волновой функции основного состояния. Мы будем полагать в промежуточных вычислениях $a_B = \hbar = 1$ и возвратимся к размерным величинам в окончательных результатах. Начнем с вычисления постоянной κ (15). Если удастся найти явный вид оператора \hat{b} , удовлетворяющего квантовому уравнению движения $\mu \partial \hat{b} / \partial t = i\mu [H_0, \hat{b}] = x$, где H_0 — гамильтониан $2D$ -атома водорода (7) в отсутствие поля B , то для матричных элементов имеем

$$i\mu(\epsilon_0 - \epsilon_n) \langle 0 | \hat{b} | n \rangle = \langle 0 | x | n \rangle \tag{Б.1}$$

(где $\epsilon_n = \epsilon_0 / (n + 1/2)^2$, $\epsilon_0 = -\mu e^4 / 2\epsilon^2 \hbar^2$), и сумма в (15) сводится к диагональному матричному элементу

$$\kappa = i \frac{\mu}{M} \sum'_n \langle 0 | x | n \rangle \langle n | \hat{b} | 0 \rangle = i \frac{\mu}{M} \langle 0 | x \hat{b} | 0 \rangle, \tag{Б.2}$$

где штрих означает, что состояние с $n = 0$ не включается в суммирование; мы использовали условие полноты состояний $\sum_n |n\rangle \langle n| = 1$, а также равенство $\langle 0 | x | 0 \rangle = 0$. В координатном представлении обозначим $\hat{b}\phi_0(r) \equiv b(r)\phi_0(r)$, где $\phi_0(r) = \sqrt{8/\pi} \exp(-2r)$ — волновая функция основного состояния. Используя явный вид гамильтониана, получаем дифференциальное уравнение для $b(r)$:

$$\frac{1}{2} [\nabla^2 b(r)] \phi_0(r) + (\nabla b(r) \cdot \nabla \phi_0(r)) = -ix\phi_0(r), \tag{Б.3}$$

откуда видно, что $b(r) = -ib(r) \cos \phi$, и для неизвестной функции $b(r)$ имеем уравнение

$$b''(r) + b'(r) \left(\frac{1}{r} - 4 \right) - \frac{b(r)}{r^2} - 2r = 0. \tag{Б.4}$$

Решая уравнение (Б.4), получаем

$$b(r) = -i \left(\frac{1}{4} r^2 + \frac{3}{16} r \right) \cos \phi. \quad (\text{Б.5})$$

Окончательно получаем явный вид матричного элемента (Б.2):

$$\kappa = \frac{\mu}{M} \int_0^\infty dr \left(\int_0^{2\pi} d\phi \frac{8}{\pi} \cos^2 \phi \right) \exp(-4r) \left(\frac{1}{4} r^2 + \frac{3}{16} r \right) r^2 = \frac{21}{16^2} \frac{\mu}{M}, \quad (\text{Б.6})$$

а коэффициент α в (15) определяется выражением

$$\alpha_{e(h)} = 2 \frac{21}{16^2} \frac{m_{e(h)} \mu}{M^2}.$$

Тот же самый оператор \hat{b} может быть использован для вычисления первой суммы в (14):

$$I_1 = \sum'_n \frac{|\langle 0|x|n\rangle|^2}{(\epsilon_0 - \epsilon_n)^2}. \quad (\text{Б.7})$$

С помощью (Б.1) I_1 также сводится к диагональному матричному элементу: $I_1 = \mu^2 \langle 0|\hat{b}\hat{b}|0\rangle$. Совместно с явным видом (Б.5) для $b(r)$ это дает

$$I_1 = \mu^2 \int_0^\infty dr |b(r)|^2 \phi_0^2(r) = \frac{159}{4^6} \mu^2. \quad (\text{Б.8})$$

Для нахождения второй суммы в (14)

$$I_2 = \sum'_n \frac{|\langle 0|r^2|n\rangle|^2}{\epsilon_n - \epsilon_0} \quad (\text{Б.9})$$

необходимо найти оператор \hat{b}_2 такой, что $i\mu[H_0, \hat{b}_2] = r^2$. Положим $\hat{b}_2\phi_0(r) = b_2(r)\phi_0(r)$. Тогда

$$b_2''(r) + b_2'(r) \left(\frac{1}{r} - 4 \right) - 2ir^2 = 0.$$

Решением является функция

$$b_2(r) = -\frac{i}{2} \left(\frac{1}{3} r^3 + \frac{3}{8} r^2 + \frac{3}{8} r + \frac{3}{32} \ln r + c_1 \right), \quad (\text{Б.10})$$

в которой константа c_1 не определена. Особенностью сумм вида I_2 является то, что, используя полноту промежуточных состояний, мы должны исключить матричный элемент по основному состоянию $n = 0$ (который не равен нулю автоматически, как это было ранее для оператора координаты $\langle 0|x|0\rangle = 0$). Поэтому теперь имеем (ср. с (Б.2))

$$I_2 = i\mu \left(\langle 0|\hat{b}_2 r^2|0\rangle - \langle 0|\hat{b}_2|0\rangle \langle 0|r^2|0\rangle \right). \quad (\text{Б.11})$$

Мы видим, что в результате вычитания окончательный ответ не зависит от неопределенной константы c_1 в (Б.10). Это позволяет получить точное выражение $I_2 = 105\mu/2^9$, и для β имеем

$$\beta_{e(h)} = \frac{1}{4^6 M^2} \left(105m_{e(h)}^2 - \frac{159}{2}\mu^2 \right). \tag{Б.12}$$

Отметим, что коэффициенты $\beta_{e(h)} > 0$ всегда положительны (поскольку $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h) < m_e, m_h$), однако малы численно: $\beta \leq 0.02$.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Вычисление коэффициента диффузии D

Приведем детали вычислений коэффициента диффузии D . При вычислении $D(\epsilon)$ помимо диаграмм, показанных на рис. 4, должна быть также учтена диаграмма нулевого порядка $G^R G^A$. Поэтому коэффициент диффузии $D(\epsilon)$ определяется выражением

$$D(\epsilon) = \frac{1}{2\pi \mathcal{N}(\epsilon)} \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}' \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}'}{M^2} |G^R(\mathbf{p})|^2 [\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') + \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}') |G^R(\mathbf{p}')|^2]. \tag{В.1}$$

Если в неприводимую часть включается куперон, то полная вершина Γ удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера, которое показано на рис. 4. Заметим, что куперон (как функция переменных \mathbf{p}, \mathbf{p}' при $\mathbf{q} = 0$) может быть представлен приближенно как

$$U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{p}', \mathbf{p}) \simeq \int \frac{d\mathbf{K}}{(2\pi)^2} U(\mathbf{K}, \omega) \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}') \equiv U \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}'). \tag{В.2}$$

Представление (В.2) возможно потому, что в задаче есть существенно различные масштабы импульсов. Действительно, в интегралах вида

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}' |G^R(\mathbf{p})|^2 |G^R(\mathbf{p}')|^2 U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{p}', \mathbf{p}) = \\ & = \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{K} |G^R(\mathbf{p})|^2 |G^R(\mathbf{K} - \mathbf{p})|^2 U_{\epsilon, \omega}(\mathbf{p}, \mathbf{K} - \mathbf{p}; \mathbf{K}) \end{aligned} \tag{В.3}$$

важны только небольшие значения \mathbf{K} из-за присутствия диффузионного полюса в U . В этом случае мы можем приближенно считать $\mathbf{K} - \mathbf{p} \simeq -\mathbf{p}$ и проводить интегрирование по \mathbf{p} и \mathbf{K} независимо. Это приводит к результату (В.2) для куперона. Тогда уравнение для вершины $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, представленное на рис. 4, принимает вид

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= W(\mathbf{p}, \mathbf{p}', 0) + U \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}') + \\ &+ \int \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} [W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, 0) + U \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1)] G^R(\mathbf{p}_1) G^A(\mathbf{p}_1) \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'). \end{aligned} \tag{В.4}$$

Величина, которая необходима для вычисления $D(\epsilon)$, имеет вид (см. (В.1))

$$\Gamma_1 = \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}}}{2\pi} \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}'}}{2\pi} (\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}}') \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}'),$$

где интегрирование проводится на массовой поверхности $\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon(\mathbf{p}') = \epsilon$. Для члена, соответствующего учету для Γ_1 первого углового момента, уравнение (В.4) дает

$$\Gamma_1 = \frac{\gamma_1}{\pi \mathcal{N}_\epsilon} - \frac{U}{2\pi \mathcal{N}_\epsilon \gamma_0} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \Gamma_1 - \frac{U}{2\gamma_0^2} \Gamma_1, \quad (\text{B.5})$$

где

$$\gamma_1 = \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}}}{2\pi} \int \frac{d\phi_{\mathbf{p}'}}{2\pi} (\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}}') W(\mathbf{p}, \mathbf{p}', 0).$$

Решение уравнения (B.5) имеет вид

$$\Gamma_1 = \frac{\gamma_0}{\pi \mathcal{N}_\epsilon} \frac{\gamma_1 - U/2\gamma_0}{\gamma_{tr} + U/2\gamma_0}, \quad (\text{B.6})$$

где, как обычно, $\gamma_{tr} = \gamma_0 - \gamma_1$. С использованием (B.6) из уравнения (B.1) получаем

$$D(\epsilon) = D_0 \left[1 + \frac{U}{2\gamma_{tr}\gamma_0} \right]^{-1}. \quad (\text{B.7})$$

Это позволяет провести последний шаг вычислений: подставляя в (B.7) выражения (B.2) и (29) для U , получаем результат (33).

Литература

1. E. P. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
2. Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 248 (1979).
3. P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).
4. S. John and M. J. Stephen, *Phys. Rev. B* **28**, 6358 (1983).
5. M. P. Van Albada and A. Langedijk, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2692 (1985); Е. Л. Ивченко, Г. Е. Пикус, Б. С. Разбирин, А. И. Старухин, *ЖЭТФ* **72**, 2230 (1977).
6. D. L. Shepelyansky, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2607 (1994); Y. Imry, *Europhys. Lett.* **30**, 405 (1995).
7. Ж. С. Геворкян, Ю. Е. Лозовик, *ФТТ* **27**, 1800 (1985).
8. B. L. Altshuler, D. E. Khmel'nitskii, A. I. Larkin, and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **22**, 5142 (1980).
9. S. Hikami, A. I. Larkin, and Y. Nagaoka, *Prog. Theor. Phys.* **63**, 707 (1980).
10. D. E. Khmel'nitskii, *Physica B* **126**, 235 (1984).
11. Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, *ЖЭТФ* **81**, 768 (1981).
12. S. V. Iordanskii, Yu. B. Lyanda-Geller, G. E. Pikus, *Письма в ЖЭТФ* **60**, 199 (1994); F. G. Pikus and G. E. Pikus, *Phys. Rev. B* **51**, 16928 (1995); W. Knap, C. Skierbiszewski, A. Zduniak et al., *Phys. Rev. B* **53**, 3912 (1996).
13. В. Л. Нгуен, Б. З. Спивак, Б. И. Шкловский, *ЖЭТФ* **88**, 1770 (1985).
14. U. Sivan, O. Entin-Wohlman, and Y. Imry, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1566 (1988).
15. M. Z. Maialle, E. A. Andrada e Silva, and L. J. Sham, *Phys. Rev. B* **47**, 15776 (1993).
16. L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Böhm, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 304 (1994).
17. L. V. Butov, A. Zrenner, M. Hagn, G. Abstreiter, G. Böhm, and G. Weimann, *Surf. Sci.* **362**, 243 (1996).
18. M. Hagn, A. Zrenner, and G. Weimann, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 232 (1995).
19. A. B. Dzyubenko and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. B* **51**, 14524 (1995).
20. P. I. Arseyev and A. B. Dzyubenko, *Phys. Rev. B* **52**, R2261 (1995).
21. P. I. Arseyev, A. B. Dzyubenko, and G. E. W. Bauer, in *Proc. of the XIIth Int. Conf. «High Magnetic Fields in the Physics of Semiconductors II»*, ed. by G. Landwehr and W. Ossau, World Scientific, Singapore (1997), p. 729.

22. A. B. Dzyubenko and P. I. Arseyev, in *Proc. of the 23 Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, ed. by M. Scheffler and R. Zimmermann, World Scientific, Singapore (1996), p. 2063.
23. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
24. Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **53**, 717 (1967).
25. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980).
26. G. D. Mahan, *Many-Particle Physics*, Plenum Press, New York (1990), ch. 7.
27. D. Vollhardt and P. Wölfle, *Phys. Rev. B* **22**, 4666 (1980); *Phys. Rev. Lett.* **48**, 699 (1982).
28. И. М. Суслов, ЖЭТФ **108**, 1686 (1995).
29. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989), с. 342.