

**ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА
ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД
МОСКВА

ТОМ 114, ВЫПУСК 3(9)
СЕНТЯБРЬ, 1998
«НАУКА»

**ПОВЕДЕНИЕ ПУЧКА ЛУЧЕЙ, ФОРМИРУЮЩИХ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ИСТОЧНИКОВ В КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ С ВРАЩЕНИЕМ**

© 1998

В. Ф. Панов^{а}, Ю. Г. Сбытов^б*

^а *Пермский государственный университет
614600, Пермь, Россия*

^б *Московский государственный технологический университет «Станкин»
101472, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 января 1998 г.

Предыдущие результаты авторов данной статьи об отсутствии анизотропии типа Берча в космологических моделях с вращением были получены в предположении, что пучок лучей, формирующий изображение источника — невращающийся. Это кажется противоречащим факту вращения пространства. Проведенный в данной работе детальный анализ поведения лучей, идущих от источника к наблюдателю, показывает, что конгруэнтная лучей действительно является невращающейся. Тем самым снимаются сомнения, высказанные рядом авторов, относительно наших выводов о невозможности объяснения эффекта Берча космологическим вращением.

1. ВВЕДЕНИЕ

Уже достаточно долгое время в литературе продолжается дискуссия о том, возможно ли объяснить эффект Берча космологическим вращением. Напомним, что Берч [1] на основе своих наблюдений над совокупностью радиогалактик утверждал, что имеет место дипольная анизотропия позиционного угла Δ (угла между преимущественной поляризацией излучения и направлением максимальной вытянутости радиогалактики) в виде $\Delta \propto \cos \theta$, где θ — угол между направлением луча и осью анизотропии. Он же

*E-mail: info@mail.psu.ru

© Российская академия наук, Отделение общей физики и астрономии,
Институт физических проблем им. П. Л. Капицы, 1998 г.

предположил, что эта анизотропия могла бы быть объяснена космологическим вращением.

В работе [2] было показано, что во вращающейся космологической модели действительно имеет место вращение вектора поляризации (относительно локального координатного базиса) и закон вращения аналогичен тому, который предлагался Берчем. Однако при этом не учитывалось возможное изменение направления вытянутости источника. Последнее происходит вследствие деформации пучка лучей, реализующих изображение источника, по мере распространения лучей в искривленном пространстве. Поэтому результаты работы [2] еще не ответили на вопрос, что происходит с углом Δ во вращающихся мирах. Позднее в нашей работе [3] был исследован характер изменения именно позиционного угла Δ в космологической модели с глобальным вращением типа Геделя. Было обнаружено, что это вращение не может индуцировать берчевский тип анизотропии с $\Delta \propto \cos \theta$, следует ожидать анизотропии с $\Delta \propto \sin^2 \theta$. На основании этого в [3] сделан вывод, что эффект Берча, если он имеет место, не может быть вызван вращением Вселенной.

Отметим, что в [4] показано, что анизотропия пространства в анизотропных космологических моделях приводит к возникновению видимой анизотропии в ориентациях удаленных галактик. Этот эффект рассчитан в первом порядке по кривизне для наиболее общего случая пространств первого типа по Петрову. Вместе с тем в [4] делается вывод, что наблюдения Берча не могут быть следствием общерелятивистских эффектов при распространении излучения.

Выводы работы [3] были подвергнуты сомнению в статье [5]. Предметом обсуждения являлись свойства пучка лучей, формирующих изображение источника. В [3] он был назван «представительным» пучком, и относительно него было сделано предположение, что он — невращающийся. Именно против этого предположения были выдвинуты возражения в работе [5], где утверждалось, что во вращающихся мирах пучок изотропных геодезических, дающих изображение, также должен быть вращающимся. В данной работе мы рассматриваем более подробно, чем в работе [3], свойства представительного пучка лучей и показываем, что он обладает теми свойствами, которые ему были приписаны в [3]. Тем самым критика авторов [5] снимается.

2. УРАВНЕНИЯ ЛУЧЕЙ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОГО ПУЧКА

Для простоты дальнейший расчет ведется для стационарной космологической модели типа Геделя, описываемой метрикой

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - ka^2(x)dy^2 - dz^2 - 2\sqrt{p}a(x)dy dt, \quad (1)$$

отличающейся от использованной в работах [3, 5] постоянством масштабного фактора, который был положен равным единице. В метрике (1) $a(x) = e^{mx}$, k, p, m — константы.

Рассмотрим систему лучей, идущих от источника $ABCD$ к наблюдателю O (см. рисунок). Предполагается, что фотоны определенной частоты ω приходят в точку O в один и тот же момент времени t_1 , будучи испущены из точек A, B, C, \dots источника в различные моменты времени в зависимости от координат этих точек. Если положение фотона на изотропной геодезической характеризовать аффинным параметром s , то можно положить значение параметра s для всех фотонов в момент t_1 прихода в точку O равным $s_1 > 0$. Начальные значения s для фотонов, выходящих из точек A, B и т. д.

в разные моменты времени (соответствующим приходу в точку O в момент t_1) будут естественно различными и зависеть от координат этих точек.

Учтем, что наблюдатель получает изображение не самого источника, а его проекции $AB'C'D'$ на плоскость, перпендикулярную лучу зрения. Аффинному параметру s на этой плоскости мы приписываем значение $s = s_0$. В плоском пространстве определенное значение $s_1 - s_0$ соответствовало бы определенному расстоянию от наблюдателя. Тогда значению $s = s_0$ соответствовал бы сегмент сферической волновой поверхности, касающийся в точке A источника. Ввиду большой удаленности источника этот сегмент волновой поверхности был бы неотличим от плоской поверхности, что и изображено на рисунке.

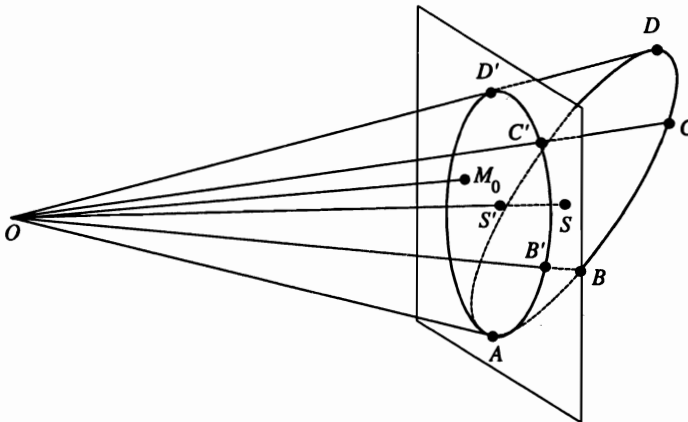
Фактически так же мы поступаем и в искривленном пространстве: в качестве проекции источника рассматривается совокупность тех пространственных точек на изотропных геодезических, которые характеризуются одним и тем же значением аффинного параметра, равным, скажем, значению параметра $s_0(A)$ для фотона, вышедшего из точки A , которому мы и припишем значение $s_0(A) = 0$. Отметим, что ввиду малости размеров источника по сравнению с космологической кривизной соотношение между геометрией источника и его образа, выделяемого условием $s = s_0(A) = 0$, будет практически таким же, как в плоском пространстве (как это изображено на рисунке). Пусть $M_0(x_0^\mu)$ — произвольная точка проекции источника. Имеем

$$x_0^0 = t_0, \quad x_0^1 = x_0, \quad x_0^2 = y_0, \quad x_0^3 = z_0.$$

Луч, принадлежащий представительному пучку, выходит из точки $M_0(t_0, x_0, y_0, z_0)$ и идет в точку $O(t_1, x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0)$; s — аффинный параметр на луче. Считается, что на всех лучах представительного пучка в точках проекции источника $s = s_0 = 0$ и $s = s_1$ в точке O .

Пространство (1) обладает четырьмя векторами Киллинга

$$\zeta_0^\mu = \delta_0^\mu, \quad \zeta_1^\mu = \frac{1}{m} \delta_1^\mu - y \delta_2^\mu, \quad \zeta_2^\mu = \delta_2^\mu, \quad \zeta_3^\mu = \delta_3^\mu. \quad (2)$$



Поведение пучка лучей, формирующих изображение источников в космологических моделях с вращением

Следовательно, уравнения изотропных геодезических имеют четыре первых интеграла, которые для удобства обозначим так

$$(k_\mu \zeta_0^\mu) = q_0, \quad (k_\mu \zeta_i^\mu) = q_0 q_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Из уравнений $k_\nu^\mu k^\nu = 0$ и равенства $k_\mu k^\mu = 0$ нетрудно получить следующие выражения для ко- и контрвариантных компонент волнового вектора:

$$k_0 = q_0, \quad k_1 = -q_0 \frac{g(a, q_2, q_3)}{a}, \quad k_2 = -q_0 q_2, \quad k_3 = -q_0 q_3, \quad (4)$$

$$k^0 = \frac{q_0 k}{k+p} \left(1 + \frac{q_2 \sqrt{p}}{ak} \right), \quad k^1 = \frac{q_0 g}{a}, \quad (5)$$

$$k^2 = \frac{q_0}{a(k+p)} \left(-\sqrt{p} + \frac{q_2}{a} \right), \quad k^3 = q_0 q_3.$$

Здесь

$$g(a, q_2, q_3) = \left[a^2 \left(\frac{k}{k+p} - q_3^2 \right) + \frac{2\sqrt{p} q_2 a}{k+p} - \frac{q_2^2}{k+p} \right]^{1/2}.$$

Интегрируя уравнения $dx^\mu/ds = k^\mu(x^\alpha, q_\alpha)$ с k^μ из (5) и с условием $x^i(s_1) = 0, t(s_1) = t_1$, получим

$$t = t_1 + \frac{kq_0}{k+p} \left(s - s_1 + \frac{\sqrt{p} q_2}{k} \int_{s_1}^s \frac{ds}{a(s, q_2, q_3)} \right),$$

$$x = q_0 \int_{s_1}^s \frac{g(a, q_2, q_3)}{a} ds, \quad (6)$$

$$y = \frac{q_0}{k+p} \left[-\sqrt{p} \int_{s_1}^s \frac{ds}{a} + q_2 \int_{s_1}^s \frac{ds}{a^2} \right], \quad z = q_0 q_3 (s - s_1).$$

При перемещении вдоль изотропной геодезической меняется $x(s)$ и, следовательно, меняется $a(x(s)) = \exp(mx(s))$. Уравнение для $a(s)$ имеет вид

$$mq_0 s = \int_{a_0}^a \frac{da}{g(a, q_2, q_3)}, \quad a_0 = \exp(mx_0), \quad (7)$$

а ее решение

$$a(s, q_2, q_3) = \frac{q_2 \sqrt{1 - q_3^2}}{\sqrt{k+p} (k/(k+p) - q_3^2)} \operatorname{ch} \left[\varphi_0 + mq_0 s \sqrt{\frac{k}{k+p} - q_3^2} \right] - \frac{\sqrt{p} q_2}{k - (k+p) q_3^2}. \quad (8)$$

Здесь φ_0 связано с $a_0 = \exp(mx_0)$ соотношением

$$\frac{\sqrt{p+k}}{q_2 \sqrt{1 - q_3^2}} \left[a_0 \left(\frac{k}{k+p} - q_3^2 \right) + \frac{\sqrt{p} q_2}{k+p} \right] = \operatorname{ch} \varphi_0. \quad (9)$$

Так как $a(s_1) = e^{m_0} = 1$ при $s = s_1$, мы имеем

$$1 = \frac{q_2 \sqrt{1 - q_3^2}}{\sqrt{k + p} (k/(k + p) - q_3^2)} \operatorname{ch} \left[\varphi_0 + m q_0 s_1 \sqrt{\frac{k}{k + p} - q_3^2} \right] - \frac{\sqrt{p} q_2}{k - (k + p) q_3^2}. \quad (10)$$

С помощью (10) можно исключить φ_0 в (8) и выразить a только через s, q_2, q_3 :

$$a = (1 + B) \operatorname{ch} \psi - \sqrt{(1 + B)^2 - A^2} \operatorname{sh} \psi - B, \quad (11)$$

где

$$B = \frac{\sqrt{p} q_2}{(k + p) [k/(k + p) - q_3^2]}, \quad A = \sqrt{\frac{k + p}{p}} \sqrt{1 - q_3^2} B, \quad \psi = m q_0 \sqrt{\frac{k}{k + p} - q_3^2} (s_1 - s).$$

3. СВОЙСТВА КОНГРУЭНЦИИ ЛУЧЕЙ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОГО ПУЧКА

Чтобы получить поле изотропных векторов k_μ , для которого вычисляется тензор вращения $\omega_{\mu\nu} = (k_{\mu,\nu} - k_{\nu,\mu})/2$, характеризующий вращение пучка лучей, надо выразить s, q_2, q_3 с помощью уравнений (6) через x, y, z и подставить в (4). Судя по всему, именно отсутствие этой процедуры, послужило причиной ошибочного вывода, сделанного в работе [5]. Во всяком случае, то выражение, которое приведено в [5] для параметра вращения ω , получается, если учитывать в формулах (4) только явную зависимость от координат, считая q_2, q_3 константами (в работе [5] константы q_2 и q_3 заменены на углы θ и φ прихода лучей в точку наблюдения).

Положение точки на изотропной геодезической полностью определяется заданием параметров q_2, q_3, s и t_1 . При этом t_1 определяет временную последовательность волновых фронтов, достигающих точки O , это аналог фазы u . Параметр же q_0 остается равным постоянной (по крайней мере, в стационарном случае; впрочем, в нестационарном случае такого постоянного параметра не существует) и в выражениях для конгруэнции волновых векторов не играет никакой роли. Если считать q_0 абсолютно постоянным, его можно положить равным единице, что мы и будем в дальнейшем предполагать. Это соответствует тому, что мы рассматриваем физическую ситуацию, когда из каждой точки проекции источника излучаются фотоны одной частоты. Но есть возможность, которая может приводить к вращающейся конгруэнции. А именно, когда q_0 , будучи интегралом движения, т. е. не завися от s , является функцией двух других констант q_2 и q_3 : $q_0 = q_0(q_2, q_3)$. В этом случае частота испускаемых фотонов будет разной для разных точек источника. Такую физическую ситуацию мы в данной статье не рассматриваем.

Далее, в принципе, надо выразить s, q_2, q_3 с помощью (6) через x, y, z и подставить в (4). Таким образом получается конгруэнция $k_\mu(x^\alpha)$, и для нее надо вычислить тензор вращения $\omega_{\mu\nu}$. Но мы поступим иначе. Вместо компонент k_μ в системе координат t, x, y, z будем работать с компонентами k'_μ в новой системе координат, а именно,

$$x'^0 = t_1, \quad x'^1 = s, \quad x'^2 = q_2, \quad x'^3 = q_3.$$

Имеем

$$k'_0 = k_\alpha \frac{\partial x^\alpha}{\partial t_1} = k_0 \frac{\partial t}{\partial t_1} = k_0 = q_0,$$

$$k'_1 = k_\alpha \frac{\partial x^\alpha}{\partial s} = k_\alpha k^\alpha = 0 \quad \left(\text{ибо } \frac{\partial x^\alpha}{\partial s} = k^\alpha \right), \tag{12}$$

$$k'_2 = k_\alpha \frac{\partial x^\alpha}{\partial q_2} = k_0 \frac{\partial t}{\partial q_2} + k_1 \frac{\partial x}{\partial q_2} + k_2 \frac{\partial y}{\partial q_2} + k_3 \frac{\partial z}{\partial q_2}.$$

При вычислении $\partial x^\alpha / \partial x'^\alpha$ воспользуемся формулами (6), тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial q_2} &= \frac{q_2 q_0 \sqrt{p}}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_2} ds - \frac{q_0 \sqrt{p}}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{ds}{a(s)}, \\ \frac{\partial t}{\partial q_3} &= \frac{\sqrt{p} q_0 q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds, \\ \frac{\partial x}{\partial q_2} &= \frac{1}{ma} \frac{\partial a}{\partial q_2}, \quad \frac{\partial x}{\partial q_3} = \frac{1}{ma} \frac{\partial a}{\partial q_3}, \\ \frac{\partial y}{\partial q_2} &= -\frac{q_0}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{ds}{a^2} - \frac{q_0 \sqrt{p}}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_2} ds + \frac{2q_0 q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^3} \frac{\partial a}{\partial q_2} ds, \\ \frac{\partial y}{\partial q_3} &= -\frac{q_0 \sqrt{p}}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds + \frac{2q_0 q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^3} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds, \\ \frac{\partial z}{\partial q_2} &= 0, \quad \frac{\partial z}{\partial q_3} = q_0(s - s_1). \end{aligned} \tag{13}$$

С помощью выражений (13) и (4) получим

$$\begin{aligned} k'_2 &= \frac{q_0^2}{k+p} \sqrt{p} \left[-\int_s^{s_1} \frac{ds}{a} + 2q_2 \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_2} ds \right] + \frac{q_0^2 q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{ds}{a^2} - \\ &\quad - \frac{2q_0^2 q_2^2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^3} \frac{\partial a}{\partial q_2} ds - \frac{g}{ma^2} \frac{\partial a}{\partial q_2}, \\ k'_3 &= \frac{\sqrt{p} q_0^2 q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds - q_0^2 q_2 \left[-\frac{\sqrt{p}}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^2} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2q_2}{k+p} \int_s^{s_1} \frac{1}{a^3} \frac{\partial a}{\partial q_3} ds \right] - \frac{g}{ma^2} \frac{\partial a}{\partial q_3} - q_0^2 q_3 (s - s_1). \end{aligned} \tag{14}$$

Нетрудно показать, что

$$k'_{2,1} = \frac{\partial k'_2}{\partial s} = k'_{3,1} = \frac{\partial k'_3}{\partial s} = 0. \tag{15}$$

В этом можно убедиться прямым дифференцированием выражений (14). Но это можно показать и иначе. В самом деле, $k'_2 = k_\mu \partial x^\mu / \partial q_2$ можно рассматривать как инвариант. Тогда, обозначив через $D/\partial s$ и $D/\partial q_2$ ковариантные производные вдоль s и q_2 , получим

$$\begin{aligned} k'_{2,1} &= \frac{\partial k'_2}{\partial s} = \frac{D}{\partial s} \left(k_\mu \frac{\partial x^\mu}{\partial q_2} \right) = k_{\mu;\nu} k^\nu \frac{\partial x^\mu}{\partial q_2} + k_\mu \frac{D}{\partial s} \left(\frac{\partial x^\mu}{\partial q_2} \right) = \\ &= k_\mu \frac{Dk^\mu}{\partial q_2} = \frac{1}{2} \frac{D}{\partial q_2} (k_\mu k^\mu) = 0. \end{aligned}$$

Здесь использовано только то, что k_μ — изотропный геодезический вектор ($k_{\mu;\nu} k^\nu = 0$, $k_\mu k^\mu = 0$).

Аналогично можно показать, что $k'_{3,1} = \partial k_3 / \partial s = 0$. Таким образом, k'_2 и k'_3 постоянны вдоль лучей и равны, скажем, своим значениям в точке $s = s_1$ (точке O). В этой точке все интегралы в выражениях для k'_2 и k'_3 исчезают, и мы имеем

$$k'_2|_{s=s_1} = - \frac{g(1, q_2, q_3)}{m} \frac{\partial a}{\partial q_2} \Big|_{s=s_1}, \quad k'_3|_{s=s_1} = - \frac{g(1, q_2, q_3)}{m} \frac{\partial a}{\partial q_3} \Big|_{s=s_1}. \quad (16)$$

Основываясь на формуле (11), можно получить

$$\begin{aligned} q_2 \frac{\partial a}{\partial q_2} &= a - \frac{\sqrt{k+p} g(a, q_2, q_3)}{\sqrt{(k+p)(1-q_3^2) - (\sqrt{p}-q_2)^2}} = a - \frac{g(a, q_2, q_3)}{g(1, q_2, q_3)}, \\ \frac{\partial a}{\partial q_3} &= \frac{\partial B}{\partial q_3} (\text{ch } \psi - 1) - \frac{(1+B)(\partial B/\partial q_3) - A(\partial A/\partial q_3)}{\sqrt{(1+B)^2 - A^2}} \text{sh } \psi + \\ &+ \left[(1+B) \text{sh } \psi - \sqrt{(1+B)^2 - A^2} \text{ch } \psi \right] \frac{\partial \psi}{\partial q_3}, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\frac{\partial \psi}{\partial q_3} = - \frac{mq_0 q_3 (s_1 - s)}{\sqrt{k/(k+p) - q_3^2}}.$$

Из (17) следует, что при $s = s_1$ ($a = 1$) значение $\psi = 0$ и

$$\frac{\partial a}{\partial q_2} = \frac{\partial a}{\partial q_3} = 0.$$

Таким образом, всюду

$$k'_2 = k'_3 = 0. \quad (18)$$

Следовательно, в системе координат (t_1, s, q_2, q_3) исследуемая изотропная конгруэнция волновых векторов имеет вид

$$k'_\alpha = (q_0, 0, 0, 0) \quad (19)$$

и тензор вращения для этой конгруэнции равен нулю.

Из всего сказанного выше можно сделать вывод, что если частота света q_0 является абсолютным интегралом, одинаковым для всех лучей, то пучок лучей, формирующий изображение, является невращающимся в космологической модели с вращением с метрикой (1). Аналогичный результат следует ожидать для всех метрик с глобальным вращением.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что «представительный» пучок лучей, рассмотренный в [3], формирующий изображение источника, действительно является невращающимся. Таким образом, основной вывод работы [3], заключающийся в том, что эффект Берча не может быть объяснен в рамках общей теории относительности космологическим вращением, сохраняется. Вопрос о возможности объяснения наблюдаемой анизотропии Берча космологическим вращением в теории гравитации с кручением требует специального рассмотрения. Наконец отметим, что несмотря на успехи инфляционных сценариев эволюции ранней Вселенной, в рамках которых вращение ранней Вселенной сильно затухает, астрофизикам целесообразно продолжить исследования по поиску проявлений вращения Вселенной в современную эпоху и ее возможной глобальной анизотропии.

Литература

1. P. Birch, Nature **298**, 451 (1982).
2. В. А. Короткий, Ю. Н. Обухов, ЖЭТФ **99**, 22 (1991).
3. В. Ф. Панов, Ю. Г. Сбытов, ЖЭТФ **101**, 769 (1992).
4. С. Л. Парновский, Ю. Н. Кудря, А. Н. Александров, ЖЭТФ **106**, 1559 (1994).
5. В. А. Короткий, Ю. Н. Обухов, ЖЭТФ **108**, 1889 (1995).