РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА
ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД
МОСКВА

ТОМ 114, ВЫПУСК 5(11)
НОЯБРЬ, 1998
«НАУКА»

ДВОЙНОЙ АТОМНЫЙ ФОТОЭФФЕКТ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОБЛАСТИ. УГЛОВЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОТОЭЛЕКТРОНОВ

*А. И. Михайлов, И. А. Михайлов**

Петербургский институт ядерной физики
188350, Гатчина, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 23 января 1998 г.

Исследована двойная ионизация атомной K-оболочки одним фотоном в релятивистской области энергий. Получены дифференциальные и полные сечения процесса. Показано, что отношение сечений двукратной и однократной ионизации возрастает с увеличением энергии фотона, стремясь к своему предельному значению $0.34/Z^2$ (Z — заряд ядра). Полученные формулы справедливы при $Z \gg 1$ и $\alpha Z \ll 1$ ($\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры).

1. ВВЕДЕНИЕ

Двойная фотоионизация атомов изучается уже более 30 лет. Столь длительный интерес к проблеме объясняется тем, что эжекция двух электронов одним фотоном целиком определяется межэлектронным взаимодействием. В силу этого электронные корреляции проявляются здесь особенно ярко. Основная масса работ, теоретических и экспериментальных, относится к нерелятивистской области энергий фотона $\omega \ll m$ (m — масса электрона)[1)] и атому гелия как наиболее простой многоэлектронной системе [1–13]. Характерными особенностями нерелятивистского двойного фотоэффекта являются постоянство отношения R сечений двукратной и однократной ионизаций в высокочастотной области $I \ll \omega \ll m$ (I — энергия связи K-электрона) и крайне

* E-mail: Mikhailo@thd.pnpi.spb.ru

1) Мы используем релятивистскую систему единиц: $\hbar = c = 1$.

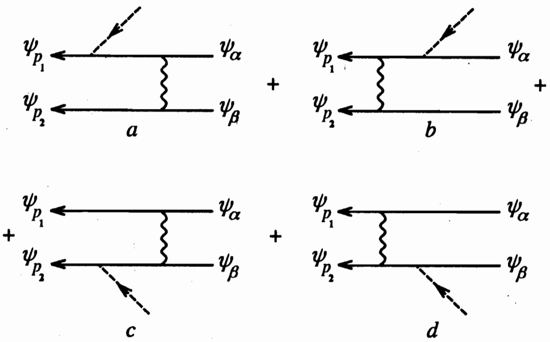

Рис. 1. Диаграммы Фейнмана для двойного фотоэффекта. Сплошная линия изображает электрон в кулоновском поле ядра, штриховая линия — фотон, волнистая линия — межэлектронное взаимодействие

неравномерное распределение энергии между фотоэлектронами. Наибольший вклад в сечение дает краевая область электронного энергетического спектра, где энергия одного электрона $E_1 \gg I$, а энергия другого $E_2 \sim I$. Однако, как было показано в [5, 13], если учесть еще вклад от центральной (срединной) части спектра, где энергия фотона распределена между электронами более равномерно ($E_1 \sim E_2$), то можно получить поправку R' к R, которая возрастает с увеличением ω, оставаясь все же малой величиной порядка $(\omega/m)R$ в нерелятивистской области. Отсюда видно, что в релятивистской области $\omega \sim m$ центральная часть электронного спектра столь же существенна, как и краевая часть.

Релятивистский двойной фотоэффект изучался только в одной работе [14], где получено дифференциальное по энергии электрона сечение и построена зависимость отношения R от энергии фотона ω. Однако выражение для сечения в центральной части спектра, на наш взгляд, содержит ошибки. Учитывая все возрастающий интерес исследователей к проблеме двойной фотоионизации при все более высоких энергиях фотона, в настоящей работе мы заново вывели формулы для двойного релятивистского фотоэффекта. Мы получили энергетические и угловые распределения фотоэлектронов и формулу для отношения сечений двукратной и однократной ионизаций K-оболочки атома. Для высоких энергий фотона это отношение принимает очень простой вид и стремится к постоянному пределу $0.34/Z^2$. Все формулы пригодны для атомов с $Z \gg 1$, так как мы используем теорию возмущений по межэлектронному взаимодействию. В то же время везде, где возможно, проводится разложение по кулоновским параметрам αZ и $\xi = \alpha Z E/p$ (E, p — энергия и импульс электрона), и выполнение условия $\alpha Z \ll 1$ необходимо.

2. АМПЛИТУДА И СЕЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ДВОЙНОГО ФОТОЭФФЕКТА

Мы рассматриваем двойную фотоионизацию при энергиях фотона $\omega \gg \eta = m\alpha Z$. Используя представление Фарри [15], амплитуду двойного фотоэффекта в первом порядке теории возмущений по межэлектронному взаимодействию можно изобразить восемью графиками Фейнмана, четыре из которых показаны на рис. 1.

Четыре других графика получаются из рис. 1 перестановкой конечных состояний

ψ_{p_1} и ψ_{p_2} (или начальных состояний ψ_α и ψ_β) и изменением знака. Всюду будем считать $p_1 > p_2$.

Анализ графиков показывает, что наибольший вклад в сечение можно ожидать от графиков a и a' в краевой области энергетического спектра ($p_1 \gg p_2 \sim \eta$, η — средний импульс K-электрона)[2]. Здесь знаменатели фотонного и электронного пропагаторов указанных графиков малы, тогда как у графиков b и b' знаменатель электронного пропагатора не мал ($\sim \omega$), а у графиков c, d, c', d' не мал также и знаменатель фотонного пропагатора. Однако в краевой области ядру передается большой импульс $q = |\mathbf{k} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2| \approx |\mathbf{k} - \mathbf{p}_1| \gg \eta$ — такой же, как в однократном фотоэффекте. Такой импульс электрон может передать ядру только на малых расстояниях, что существенно уменьшает сечение. В центральной же части спектра возможна такая ситуация, когда импульсы фотоэлектронов, складываясь, компенсируют импульс фотона. В результате переданный ядру импульс мал ($q \sim \eta$) и процесс протекает на больших (атомных) расстояниях от ядра, где вероятность обнаружить оба электрона наибольшая. Кроме того, как будет показано ниже, протяженность центральной области ($\sim \omega$) значительно превышает размер краевой области ($\sim I$). Два этих фактора усиливают вклад в сечение от центральной области, делая его сравнимым с вкладом от краевой области. Остальные части спектра практически не влияют на величину полного сечения и здесь не рассматриваются.

2.1. Энергетическое и угловое распределения электронов в краевой части спектра

Амплитуда двойного фотоэффекта в краевой области электронного спектра дается графиками a, a':

$$M_{edg}^{++} = M_a - M_{a'} \,. \tag{1}$$

Амплитуда M_a в координатном представлении имеет вид

$$M_a = \int \bar{\Phi}_{p_1}(\mathbf{r}')\gamma^\mu \psi_\alpha(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \int \frac{e^{iR\Delta}}{4\pi R} \bar{\psi}_{p_2}(\mathbf{r})\gamma_\mu \psi_\beta(\mathbf{r})d\mathbf{r} \,, \tag{2}$$

$$\bar{\Phi}_{p_1}(\mathbf{r}') = \int \bar{\psi}_{p_1}(\mathbf{r}'')\hat{e}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}''} G_C^E(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')d\mathbf{r}'' \,, \tag{3}$$

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \,, \qquad \Delta = E_2 - E_{1s} = \varepsilon_2 + I \,, \tag{4}$$

$$E = E_{1s} - \Delta = m - \varepsilon_2 - 2I \,, \qquad \varepsilon_2 = E_2 - m \,.$$

G_C^E — релятивистская кулоновская функция Грина для электрона с энергией E, ψ_α, ψ_β — волновые функции K-электронов с различной ориентацией спина[3], $\bar{\psi}_{p_1}$, $\bar{\psi}_{p_2}$ — дираковски-сопряженные волновые функции электронов сплошного спектра, $E_1, \mathbf{p}_1(E_2, \mathbf{p}_2)$ — энергия и импульс фотоэлектрона, γ^μ — матрицы Дирака, по μ подразумевается суммирование. Обозначение $\hat{A}$ используется для скалярного произведения

[2] Буквами со штрихами обозначены графики, полученные из соответствующих графиков рис. 1 перестановкой начальных состояний ($a \to a'$ и т.д.).

[3] Индекс α у волновой функции не следует смешивать с постоянной тонкой структуры α.

$\gamma A = \gamma_0 A_0 - \boldsymbol{\gamma}\mathbf{A}$. Для линейно поляризованных фотонов с импульсом $\mathbf{k}$ и вектором поляризации $\mathbf{e}$ имеем

$$\hat{e} = -\boldsymbol{\gamma}\mathbf{e}, \qquad \mathbf{ek} = 0. \tag{5}$$

Интегралы по $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$ (2) сходятся при $r \sim r' \sim \eta^{-1}$, а интеграл по $\mathbf{r}''$ (3) — при $r'' \sim |\mathbf{k} - \mathbf{p}_1|^{-1} \sim m^{-1}$. На таких расстояниях поле мало отличается от кулоновского. Поэтому использование кулоновских волновых функций и кулоновской функции Грина оправдано.

Поскольку в краевой области один из фотоэлектронов медленный ($p_2 \sim \eta$), векторная часть электронного тока мала по сравнению со скалярной:

$$\bar{\psi}_{p_2}\boldsymbol{\gamma}\psi_\beta \sim \frac{\mathbf{p}_2}{m}\varphi^*_{p_2}\varphi_\beta, \qquad \bar{\psi}_{p_2}\gamma_0\psi_\beta \sim \varphi^*_{p_2}\varphi_\beta \tag{6}$$

($\varphi_{p_2}, \varphi_\beta$ — нерелятивистские аналоги функций ψ_{p_2} и ψ_β), и в сумме по μ в (2) достаточно оставить только член с $\mu = 0$. Переходя к импульсному представлению, получаем

$$M_a = \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} F_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{f}) D(\mathbf{f})) F_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{f}), \tag{7}$$

$$F_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{f}) = \int \frac{d\mathbf{f}' d\mathbf{f}_1}{(2\pi)^6} \langle \psi_{p_1} | \mathbf{f}' + \mathbf{k} \rangle \hat{e} \langle \mathbf{f}' | G_C^E | \mathbf{f}_1 \rangle \gamma_0 \langle \mathbf{f}_1 + \mathbf{f} | \psi_\alpha \rangle, \tag{8}$$

$$F_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{f}) = \int \frac{d\mathbf{f}_2}{(2\pi)^3} \langle \psi_{p_2} | \mathbf{f}_2 \rangle \gamma_0 \langle \mathbf{f}_2 - \mathbf{f} | \psi_\beta \rangle, \tag{9}$$

$$D(\mathbf{f}) = \frac{1}{f^2 - \Delta^2 - i0}, \qquad \Delta = \varepsilon_2 + I. \tag{10}$$

Основной вклад в интегралы (7)–(9) дают области $f \sim f_1 \sim f_2 \sim \eta$. Так как $\varepsilon_2 = p_2^2/2m \sim I \sim \alpha Z\eta$, в низшем порядке по αZ имеем

$$D(\mathbf{f}) = 1/f^2, \tag{11}$$

а в качестве волновых функций связанных электронов и медленного фотоэлектрона используем нерелятивистские кулоновские функции. Тогда

$$F_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{f}) = w^+_{\lambda_2} w_\beta N_1 \left(-\frac{\partial}{\partial\eta}\right) \langle \varphi_{p_2} | V_{i\eta} | \mathbf{f} \rangle, \quad N_1 = \frac{\eta^3}{\pi}, \quad \eta = m\alpha Z. \tag{12}$$

Здесь w_λ — спинор Паули с z—компонентой спина, равной λ. Возможные значения λ обозначены α и β, причем

$$w_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad w_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad w^+_\lambda w_\lambda = 1. \tag{13}$$

Матричный элемент оператора $V_{i\eta}$ в импульсном представлении имеет вид

$$\langle \mathbf{f} | V_{i\eta} | \mathbf{f}' \rangle = \frac{4\pi}{(\mathbf{f} - \mathbf{f}')^2 + \eta^2}. \tag{14}$$

Наибольшую трудность представляет расчет $F_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{f})$, так как туда входит релятивистская кулоновская функция Грина с малой кинетической энергией $\varepsilon = E - m \sim I$. Для такой функции кулоновский параметр $\xi = \alpha Z E/p \sim 1$ и разложение по нему невозможно. Однако выражение (8) можно упростить, учитывая, что волновая функция быстрого электрона может быть разложена по кулоновским параметрам αZ и $\xi_1 = \alpha Z E_1/p_1 \sim \alpha Z$ (предполагается, что $\alpha Z \ll 1$):

$$\langle \psi_{p_1}| = \bar{u}_{p_1}\{\langle \mathbf{p}_1| - \alpha Z \langle \mathbf{p}_1|\hat{V}_0 G^{E_1} + \ldots\}. \tag{15}$$

Здесь G^{E_1} — релятивистский пропагатор электрона с энергией E_1 в отсутствие внешнего поля, $\bar{u}_{p_1} = u^+_{p_1}\gamma_0$, u_{p_1} — биспинор Дирака для электрона с импульсом p_1. Как будет показано ниже, оба члена (15) необходимы для получения правильного в низшем порядке по αZ выражения для F_1.

Вычислим вклад F_{10} в интеграл (8) от плоской волны — первого члена разложения (15):

$$F_{10} = N_1 \bar{u}_{p_1} \hat{e} U(\mathbf{f}) u_0, \quad U(\mathbf{f}) = -\frac{\partial}{\partial \eta}\langle \boldsymbol{\kappa}|G^E_C V_{i\eta}| - \mathbf{f}\rangle, \quad \boldsymbol{\kappa} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}, \tag{16}$$

u_0 — биспинор покоящегося электрона, $\gamma_0 u_0 = u_0$. Несмотря на то что релятивистская кулоновская функция Грина в (16) соответствует электрону с нерелятивистской энергией, заменить эту функцию на нерелятивистскую нельзя, так как один из импульсов, от которых она зависит, является релятивистским ($\kappa \sim m$). Поэтому преобразуем $U(\mathbf{f})$ так, чтобы оператор Грина G^E_C стоял в обкладках нерелятивистских импульсов $f \sim f' \sim \eta$. Это можно сделать с помощью уравнения Липпмана–Швингера для релятивистской кулоновской функции Грина [16]:

$$G^E_C = G^E - \alpha Z G^E \hat{V}_0 G^E_C. \tag{17}$$

Здесь $-\alpha Z V_0$ — оператор взаимодействия электрона с кулоновским полем ядра, $\hat{V}_0 = \gamma_0 V_0$. Матричный элемент для V_0 определен в (14) с $\eta = 0$, матричный элемент для G^E имеет вид

$$\langle \mathbf{f}|G^E|\mathbf{f}'\rangle = G^E(\mathbf{f})(2\pi)^3\delta(\mathbf{f} - \mathbf{f}'), \tag{18}$$

$$G^E(\mathbf{f}) = \frac{E\gamma_0 - \boldsymbol{\gamma}\mathbf{f} + m}{p^2 - f^2 + i0}, \qquad p^2 = E^2 - m^2.$$

После подстановки (17) в (16) имеем

$$U(\mathbf{f}) = G^E(\boldsymbol{\kappa})\left(-\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\left\{\langle\boldsymbol{\kappa}|V_{i\eta}| - \mathbf{f}\rangle - \alpha Z\int\frac{d\mathbf{f}'}{(2\pi)^3}\langle\boldsymbol{\kappa}|\hat{V}_0|\mathbf{f}'\rangle\langle\mathbf{f}'|G^E_C V_{i\eta}| - \mathbf{f}\rangle\right\}. \tag{19}$$

Основной вклад в интеграл (19) дает область $f' \sim \eta$. При таких значениях f' множитель $\langle\boldsymbol{\kappa}|V_0|\mathbf{f}'\rangle \approx 4\pi/\kappa^2$ можно вынести из-под интеграла, а релятивистскую функцию G^E_C заменить на нерелятивистскую G^{nr}_C [17]. После взятия производной $\partial/\partial\eta$ второй член в (19) становится доминирующим, и мы получаем[4)]

[4)] Интегралы типа (21) рассматривались ранее в [16, 18].

$$U(\mathbf{f})u_0 = \frac{4\pi\alpha Z}{\kappa^2} G^E(\boldsymbol{\kappa}) \frac{\partial}{\partial\eta} J(\eta, \mathbf{f}), \tag{20}$$

$$J(\eta, \mathbf{f}) = \int \frac{d\mathbf{f}'}{(2\pi)^3} \langle \mathbf{f}' | G_C^{nr} V_{i\eta} | -\mathbf{f} \rangle = \frac{2ipm}{4\pi} I_y \langle \mathbf{f} | V_{py+i\eta} | 0 \rangle, \tag{21}$$

$$I_y = \int\limits_1^\infty dy \left(\frac{y+1}{y-1} \right)^{i\xi}, \qquad \xi = \frac{\alpha Z m}{p}, \tag{22}$$

$$F_{10} = \bar{u}_{p_1} \hat{e} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}}{2m} \right) u_0 N_1 \frac{8\pi\eta}{\kappa^4} \left(-\frac{\partial}{\partial\eta} \right) J(\eta, \mathbf{f}), \quad \tilde{\kappa} = \boldsymbol{\alpha\kappa}, \tag{23}$$

$\boldsymbol{\alpha} = \gamma_0 \boldsymbol{\gamma}$ — матрица Дирака.

Подстановка второго члена (15) в интеграл (8) дает величину

$$\begin{aligned} F_{11} &= \alpha Z N_1 \bar{u}_{p_1} \langle \boldsymbol{\kappa} | \hat{V}_0 | 0 \rangle G^{E_1}(\mathbf{k}) \hat{e} \frac{\partial}{\partial\eta} J(\eta, \mathbf{f}) u_0 = \\ &= \bar{u}_{p_1} (\tilde{k} - \omega) \hat{e} u_0 N_1 \frac{4\pi\alpha Z}{\kappa^2 (p_1^2 - \omega^2)} \left(-\frac{\partial}{\partial\eta} \right) J(\eta, \mathbf{f}). \end{aligned} \tag{24}$$

Сравнивая (23) и (24), видим, что оба члена разложения волновой функции (15) дают одинаковый по αZ вклад в амплитуду процесса. Амплитуда (8) принимает вид

$$F_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{f}) = F_{10} + F_{11} = T_{\lambda_1\alpha} \left(-\frac{\partial}{\partial\eta} \right) J(\eta, \mathbf{f}), \tag{25}$$

$$T_{\lambda_1\alpha} = N_1 \frac{8\pi\eta}{\kappa^4} \bar{u}_{p_1\lambda_1} \hat{e} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}}{2m} + \frac{\tilde{k} - \omega}{2m} \frac{\kappa^2}{p_1^2 - \omega^2} \right) u_{0\alpha}, \tag{26}$$

$u_{p\lambda}$ — биспинор Дирака для электрона с импульсом p и поляризацией λ. Величина $T_{\lambda_1\alpha}$ есть амплитуда однократного фотоэффекта, в результате которого K-электрон с поляризацией α поглощает фотон и вылетает из атома, имея поляризацию λ_1. Подставляя (11), (12), (25) в (7) и используя равенство (21), после ряда преобразований (подробности в работе [17]) получим

$$M_a = -K(\nu) T_{\lambda_1\alpha} w_{\lambda_2}^+ w_\beta, \qquad \nu = \varepsilon_2 / I = (p_2/\eta)^2, \tag{27}$$

$$K(\nu) = N_1 N_{p_2} \frac{m}{\eta^4} J(\nu), \qquad N_{p_2}^2 = \frac{2\pi/\sqrt{\nu}}{1 - \exp(-2\pi/\sqrt{\nu})}, \tag{28}$$

$$J(\nu) = \frac{8\zeta^2}{(1+\zeta)^3} \left\{ \frac{I_1}{\nu+1} - \frac{I_2}{\nu+2} \right\}, \qquad \zeta = (\nu+2)^{-1/2}, \tag{29}$$

$$I_1 = \exp\left(-\frac{2}{\sqrt{\nu}} \arctan\sqrt{\nu} \right) \int\limits_0^1 \frac{t^{-\zeta}(1-t)}{(1+st)^3} dt, \quad s = \frac{1-\zeta}{1+\zeta}, \tag{30}$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{t^{-\zeta}(1-t)^3}{(1+st)^3}\Phi_1(t)\Phi_2(t)dt\,, \tag{31}$$

$$\Phi_1(t) = \exp\left(-\frac{2}{\sqrt{\nu}}\arctan\frac{\sqrt{\nu}(1-t)}{a+bt}\right), \quad a=\sqrt{\nu+2}+2\,, \quad b=\sqrt{\nu+2}-2\,,$$

$$\Phi_2(t) = \frac{(3\zeta^2+1)(1-t)^2+6\zeta(1-t^2)+2(1+t)^2}{[(2\zeta^2+1)(1-t)^2+4\zeta(1-t^2)+(1+t)^2]^2}\,.$$

Амплитуда и сечение двойного фотоэффекта в краевой области спектра равны[5)]

$$M_{edg}^{++} = -K(\nu)\left[T_{\lambda_1\alpha}w_{\lambda_2}^{+}w_\beta - T_{\lambda_1\beta}w_{\lambda_2}^{+}w_\alpha\right]\,, \tag{32}$$

$$d\sigma_{edg}^{++} = \frac{(4\pi\alpha)^3}{2\omega}\overline{|M_{edg}^{++}|^2}\frac{d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^5}\delta(E_1+E_2-2m-\omega)\,. \tag{33}$$

Черта над квадратом амплитуды означает суммирование по поляризациям λ_1 и λ_2 конечных электронов и усреднение по поляризации фотона λ_k:

$$\overline{|M_{edg}^{++}|^2} = \frac{1}{2}\sum_{\lambda_2\lambda_1\lambda_k}|M_{edg}^{++}|^2 = K^2(\nu)\frac{1}{2}\sum_{\lambda_1\lambda_k}\{|T_{\lambda_1\alpha}|^2+|T_{\lambda_1\beta}|^2\} =$$
$$= 2K^2(\nu)\frac{1}{4}\sum_{\lambda_1\lambda_0\lambda_k}|T_{\lambda_1\lambda_0}|^2 = 2K^2(\nu)\overline{|M^+|^2}\,. \tag{34}$$

Величина $\overline{|M^+|^2}$ есть квадрат амплитуды простого (однократного) фотоэффекта, просуммированный по поляризации фотоэлектрона (λ_1) и усредненный по поляризациям фотона (λ_k) и связанного электрона (λ_0). Дифференциальное сечение $d\sigma^+$ фотоэффекта на K-оболочке (на двух электронах) выражается через эту величину:

$$d\sigma^+ = \frac{4\pi\alpha}{\omega}\overline{|M^+|^2}\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}\delta(E_1-m-\omega)\,. \tag{35}$$

Так как в краевой области $E_2 - m = \varepsilon_2 \sim I$, то из (33) и (35) следует соотношение

$$d\sigma_{edg}^{++} = \frac{2}{\pi}\alpha^2 K^2(\nu)d\mathbf{p}_2 d\sigma^+\,. \tag{36}$$

Направим ось z вдоль импульса фотона $\mathbf{k}$. Обозначим через $\Omega_1(\theta_1,\varphi_1)$ и $\Omega_2(\theta_2,\varphi_2)$ углы вылета быстрого и медленного электронов. Подставляя в (36)

$$d\mathbf{p}_2 = \frac{\eta^3}{2}\sqrt{\nu}d\nu d\Omega_2,$$

$K^2(\nu)$ из (28) и $d\sigma^+$ из работы [19], получим

[5)] Нормировочные множители $(2E_i)^{-1/2}$ от электронных волновых функций включены в соответствующие биспиноры u_{p_i}.

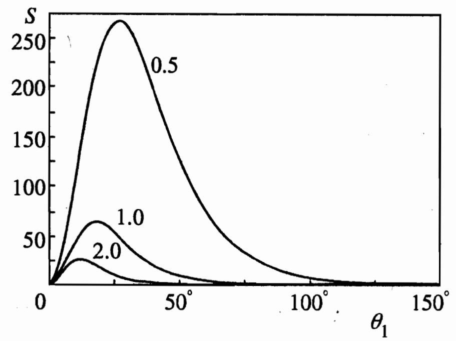

Рис. 2. Угловые распределения быстрых электронов из краевой области $S(\theta_1) = C^{-1}d\sigma^+/d\Omega_1 = Z^2B^{-1}C^{-1}d\sigma^{++}_{edg}/d\Omega_1$, $C = r_0^2\alpha^4 Z^5$, значение B определено в (45). Цифры на кривых — величины ω/m — энергии фотона в единицах массы электрона

$$\frac{d\sigma^{++}_{edg}}{d\nu d\Omega_2 d\Omega_1} = \frac{Q(\nu)}{4\pi Z^2}\frac{d\sigma^+}{d\Omega_1}, \tag{37}$$

$$Q(\nu) = \frac{8J^2(\nu)}{1-\exp\left(-2\pi/\sqrt{\nu}\right)}, \tag{38}$$

$$\frac{d\sigma^+}{d\Omega_1} = r_0^2\alpha^4 Z^5 S(\theta_1), \qquad r_0 = \frac{\alpha}{m}, \tag{39}$$

$$S(\theta_1) = \left(\frac{2mp_1}{\kappa^2}\right)^3\left\{1-\frac{m}{\omega}+\frac{4m^3}{\omega\kappa^2}\right\}\sin^2\theta_1, \quad \kappa^2 = (\mathbf{p}_1-\mathbf{k})^2. \tag{40}$$

Правая часть равенства (37) не зависит от угла вылета медленного электрона. Таким образом, в краевой части спектра медленные электроны распределены изотропно. Угловое распределение быстрых электронов определяется функцией $S(\theta_1)$, дающей также угловое распределение электронов в однократном фотоэффекте. Эта функция изображена на рис. 2 для различных энергий фотона. С ростом энергии фотона угловые распределения сужаются и смещаются в область малых углов, однако вылет быстрых электронов «вперед» ($\theta_1 = 0$) не происходит. Как видно из формулы (40), отсутствует также эмиссия «назад» ($\theta_1 = \pi$). Ненулевые значения для $\theta_1 = 0$ и $\theta_1 = \pi$ можно получить только при учете высших поправок по αZ в амплитуде и сечении [19]. Проинтегрировав (37) по углам вылета, получим энергетическое распределение медленных электронов ($\varepsilon_2 \ll m$):

$$\frac{d\sigma^{++}_{edg}}{d\nu} = \frac{Q(\nu)}{Z^2}\sigma^+(\omega), \qquad \nu \ll (\alpha Z)^{-2}, \tag{41}$$

$$\sigma^+(\omega) = \sigma_0 Z^5\varphi(\omega), \qquad \sigma_0 = \pi r_0^2\alpha^4, \tag{42}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{4m^2p_1^3}{\omega^5}\left\{\frac{4}{3}+\frac{E_1-2m}{E_1+m}\left(\frac{E_1}{m}-\frac{m}{p_1}\ln\frac{E_1+p_1}{m}\right)\right\}, \tag{43}$$

$$E_1 = \omega + m.$$

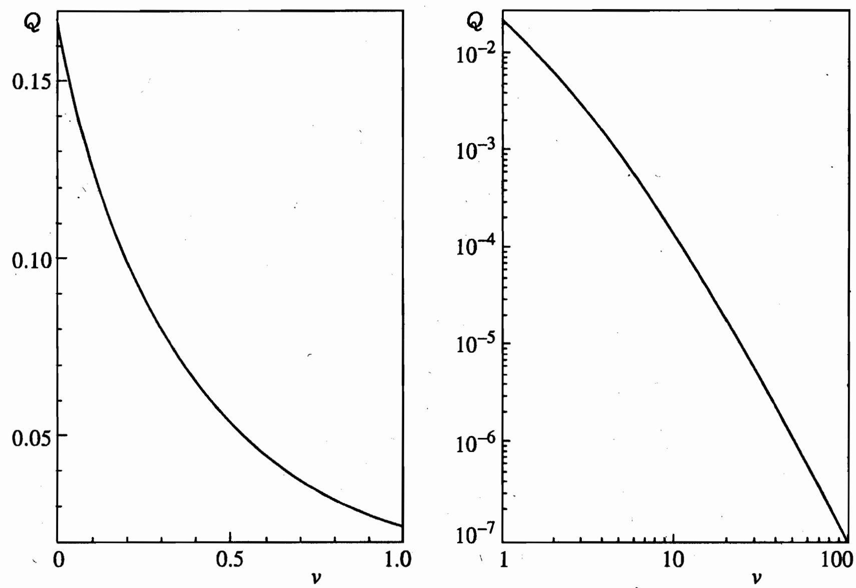

Рис. 3. Распределение по энергии медленных электронов из краевой области, $Q(\nu) = Z^2 d\sigma^{++}_{edg}/\sigma^+ d\nu$, $\nu = \varepsilon_2/I$

Используя определение (38) и формулы (29)–(31), находим

$$Q(0) = 0.168\,, \qquad Q(\nu \gg 1) \approx \frac{4}{\pi}\nu^{-7/2}\,. \tag{44}$$

Значения Q при других ν могут быть найдены из графика рис. 3. Учитывая быстрое убывание Q с ростом ν, при вычислении суммарного вклада от краевой области верхний предел интеграла по ν можно положить равным бесконечности:

$$\sigma^{++}_{edg} = \frac{B}{Z^2}\sigma^+(\omega)\,, \qquad B = \int\limits_0^\infty Q(\nu)d\nu = 0.090\,. \tag{45}$$

Очень близкий численный результат ($B = 0.093$) был получен в работах [5, 14], однако последовательный квантовоэлектродинамический вывод формулы (41) дан в настоящей работе. Формулы (41), (45) пригодны как для релятивистского, так и для нерелятивистского двойного фотоэффекта при условии, что импульс быстрого электрона удовлетворяет условию $p_1 \gg \eta$. Последнее необходимо для законности разложения (15).

2.2. Распределение фотоэлектронов в центральной области спектра

Процесс двойной ионизации может протекать с передачей ядру малого импульса $q \sim \eta$. В этом случае энергии фотоэлектронов попадают в определенный интервал, находящийся в средней части энергетического спектра ($E_1 \sim E_2$). Границы этой области, далее называемой центральной [5], будут установлены ниже. В центральной области нужно учитывать четыре диаграммы (a–d) рис. 1 и четыре диаграммы (a'–d') с переставленными начальными состояниями. Однако достаточно рассчитать только диаграммы

a и b, так как остальные получаются из них перестановкой начальных или конечных состояний, либо тех и других (например, диаграммы c и d получаются из a и b заменой $\psi_\alpha \leftrightarrow \psi_\beta$ и $\psi_{p_1} \leftrightarrow \psi_{p_2}$). Так как оба конечных электрона релятивистские, в качестве их волновых функций возьмем плоские волны. Промежуточный электрон тоже имеет большую энергию, так что возможно разложение релятивистской кулоновской функции Грина по кулоновским параметрам ξ и αZ и использование первого члена этого разложения, т. е. свободной релятивистской функции Грина. В результате амплитуды для диаграмм a и b принимают вид

$$M_a = \bar{u}_{p_1}\hat{e}G_a(\boldsymbol{\kappa})\gamma^\mu \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3}\langle \mathbf{q}-\mathbf{f}|\psi_\alpha\rangle D(\mathbf{p}_2-\mathbf{f})\bar{u}_{p_2}\gamma_\mu\langle \mathbf{f}|\psi_\beta\rangle\,, \tag{46}$$

$$M_b = \bar{u}_{p_1}\gamma^\mu \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} G_b(\mathbf{q}-\mathbf{f}+\mathbf{k})\hat{e}\langle \mathbf{q}-\mathbf{f}|\psi_\alpha\rangle D(\mathbf{p}_2-\mathbf{f})\bar{u}_{p_2}\gamma_\mu\langle \mathbf{f}|\psi_\beta\rangle, \tag{47}$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}\,, \qquad \mathbf{q} = \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}\,,$$

G_a, G_b — релятивистские электронные пропагаторы (18) с энергиями $E_a = m - \varepsilon_2$ и $E_b = m+\omega$. Учитывая, что при $q \sim \eta$ основной вклад в интегралы (46), (47) дают $f \sim \eta$, в низшем порядке по αZ имеем

$$D(\mathbf{p}_2 - \mathbf{f}) \simeq \frac{1}{2m\varepsilon_2}\,, \qquad G_b(\mathbf{q}-\mathbf{f}+\mathbf{k}) \simeq G(\mathbf{k})\,. \tag{48}$$

В том же приближении по αZ волновая функция связанного состояния есть произведение пространственной нерелятивистской функции $1s$ на биспинор Дирака u_0:

$$|\psi_i\rangle = |1s\rangle u_{0i}\,, \qquad u_{0i} = \begin{pmatrix} w_i \\ 0 \end{pmatrix}\,, \qquad i = \alpha, \beta\,,$$

$$\langle \mathbf{f}|1s\rangle = N_1\left(-\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\langle \mathbf{f}|V_{i\eta}|0\rangle. \tag{49}$$

Нормировочный множитель N_1, спиноры Паули w_i и матричный элемент $\langle \mathbf{f}|V_{i\eta}|0\rangle$ определены в (12)–(14).

После подстановки (48), (49) в (46), (47) получаем

$$M_a = \frac{\Phi(\mathbf{q})}{2m\varepsilon_2}\bar{u}_{p_1}\hat{e}G_a(\boldsymbol{\kappa})\gamma^\mu u_{0\alpha}\bar{u}_{p_2}\gamma_\mu u_{0\beta}\,, \tag{50}$$

$$M_b = \frac{\Phi(\mathbf{q})}{2m\varepsilon_2}\bar{u}_{p_1}\gamma^\mu G_b(\mathbf{k})\hat{e}u_{0\alpha}\bar{u}_{p_2}\gamma_\mu u_{0\beta}\,, \tag{51}$$

$$\Phi(\mathbf{q}) = \int \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3}\langle \mathbf{q}-\mathbf{f}|1s\rangle\langle \mathbf{f}|1s\rangle = \left(\frac{4\eta^2}{q^2+4\eta^2}\right)^2. \tag{52}$$

Амплитуды для остальных диаграмм легко получаются из (50), (51). Полная амплитуда процесса в центральной области равна

$$M_{cen}^{++} = M_a + M_b + M_c + M_d - M_{a'} - M_{b'} - M_{c'} - M_{d'}\,. \tag{53}$$

Вычисляя квадрат ее модуля и проводя суммирование по поляризациям конечных электронов и усреднение по поляризациям начальных электронов и фотона, приходим к следующему выражению:

$$\overline{|M_{cen}^{++}|^2} = \frac{\Phi^2(q)W(E_1)}{(2m)^4 E_1 E_2}, \tag{54}$$

$$W(E_1) = \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}\right)^2 \left\{ m^2 + E_1 E_2 - p_{1n} p_{2n} + \left(\frac{m\omega}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}\right)^2 (2m\omega + m^2 - E_1 E_2 + p_{1n} p_{2n}) \right\}, \tag{55}$$

$$\varepsilon_1 = E_1 - m, \qquad \varepsilon_2 = E_2 - m,$$

$$p_{1n} = \mathbf{p}_1 \mathbf{n}, \qquad p_{2n} = \mathbf{p}_2 \mathbf{n}, \qquad \mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|.$$

Как видно из (55), W зависит от E_1, E_2 и углов вылета электронов. Однако, используя законы сохранения энергии ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \omega$) и импульса ($\mathbf{q} = 0$), величины E_2, p_{1n} и p_{2n} можно выразить через E_1:

$$E_2 = 2m + \omega - E_1, \quad p_{1n} = (E_1^2 - E_2^2 + \omega^2)/2\omega, \quad p_{2n} = p_{1n}(1 \leftrightarrow 2). \tag{56}$$

Подставив в (33) вместо $\overline{|M_{edg}^{++}|^2}$ величину (54), получим дифференциальное сечение двойного фотоэффекта в центральной области:

$$d\sigma_{cen}^{++} = \frac{\alpha r_0^2}{16\pi^2} \Phi^2(q) W(E_1) \frac{d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_1}{m^2 \omega E_2 E_1} \delta(\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - \omega). \tag{57}$$

Сечение (57) пропорционально $\Phi^2(q)$. В центральной части спектра $\Phi^2(q) \sim 1$, а за ее пределами $\Phi^2(q)$ быстро спадает, достигая значений $\sim (\alpha Z)^8$ при $q \sim m$. Перейдем в (57) от переменной $\mathbf{p}_2$ к переменной $\mathbf{q}$. Как и в разд. 2.1, направим ось z вдоль $\mathbf{k}$, а углы вылета электронов обозначим Ω_1 и Ω_2. При фиксированных $\mathbf{q}$ и Ω_1 энергия E_2 зависит от E_1, поэтому снятие δ-функции интегрированием по E_1 сопровождается появлением множителя:

$$\int dE_1 \delta(E_1 + E_2 - 2m - \omega) = \left|1 + \frac{\partial E_2}{\partial E_1}\right|^{-1}, \tag{58}$$

где производная $\partial E_2/\partial E_1$ берется при значении E_1, удовлетворяющем уравнениям

$$\begin{aligned} E_2 + E_1 &= \omega + 2m \\ \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_1 &= \mathbf{k} + \mathbf{q}. \end{aligned} \tag{59}$$

Во втором уравнении (59) можно положить $q = 0$, так как рассматривается область малых q. В результате находим

$$E_2 = \sqrt{E_1^2 + \omega^2 - 2\omega p_1 t_1}, \quad \frac{\partial E_2}{\partial E_1} = \frac{E_1}{E_2}\left(1 - \frac{\omega t_1}{p_1}\right), \quad t_1 = \cos\theta_1 \tag{60}$$

и функцию $E_1(t_1)$, выражение для которой легко получается из приведенных ниже формул.

Согласно (58), фазовый объем в (57) можно записать в виде

$$d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_1 \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \omega) = d\mathbf{q} d\Omega_1 \frac{p_1 E_1}{\chi(t_1)}, \tag{61}$$

$$\chi(t_1) = \left| 1 + \frac{\partial E_2}{\partial E_1} \right| = \frac{E_0 p_1 - \omega E_1 t_1}{E_2 p_1}, \qquad E_0 = 2m + \omega. \tag{62}$$

Так как зависимость от $\mathbf{q}$ в (57) содержится только в множителе $\Phi^2(q)$, интегрирование по $\mathbf{q}$ легко выполняется:

$$\int \Phi^2(q) d\mathbf{q} = \pi^2 \eta^3, \tag{63}$$

и мы получаем

$$d\sigma_{cen}^{++} = \frac{A}{16\pi} \frac{m p_1}{\omega E_2} \frac{W(E_1)}{\chi(t_1)} d\Omega_1, \qquad A = \pi r_0^2 \alpha^4 Z^3 = \sigma_0 Z^3. \tag{64}$$

Формулы выглядят более компактно, если положить $m = 1$ и ввести переменную x, через которую выражаются кинетические энергии электронов:

$$\varepsilon_1 = \frac{\omega}{2}(1 + x), \qquad \varepsilon_2 = \frac{\omega}{2}(1 - x), \qquad 0 \le x \le 1. \tag{65}$$

Тогда

$$W(E_1) = \frac{16}{\omega} F(x), \tag{66}$$

$$F(x) = \left(\frac{x}{1 - x^2} \right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + \frac{2}{\omega} + \left(\frac{4}{\omega} \right)^2 \frac{1 - x^2/x_0^2}{(1 - x^2)^2} \right\}, \tag{67}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{\omega}{\omega + 1}},$$

и угловое распределение быстрых электронов (кинетическая энергия больше $\omega/2$) из центральной области спектра принимает вид

$$\frac{d\sigma_{cen}^{++}}{d\Omega_1} = \frac{A}{\pi \omega^2} \frac{p_1}{E_2} \frac{F(x)}{\chi(t_1)}, \tag{68}$$

$$x = x(t_1) = \frac{-E_0 \omega (1 - t_1^2) + 2t_1 \sqrt{4\omega + 3\omega^2 + \omega^2 t_1^2}}{E_0^2 - \omega^2 t_1^2}, \tag{69}$$

$$t_1 \ge \sqrt{\frac{\omega}{\omega + 4}}.$$

Ограничение на t_1 получается из требования положительности x. При

$$t_1 = \sqrt{\frac{\omega}{\omega + 4}}$$

$x = 0$. С ростом t_1 величина x растет и достигает своего максимального значения $x = x_0$ при $t_1 = 1$. Таким образом, область значений x, совместимая с равенством $\mathbf{q} = 0$, простирается от $x = 0$ до $x = x_0$.

Угловое распределение медленных электронов (кинетическая энергия меньше $\omega/2$) получается из (57), если $d\mathbf{p}_1$ заменить на $d\mathbf{q}$. Тогда, поступая так же, как при выводе (68), получим

$$\frac{d\sigma_{cen}^{++}}{d\Omega_2} = \frac{A}{\pi\omega^2}\frac{p_2}{E_1}\frac{F(x)}{\chi(t_2)}, \quad \chi(t_2) = \frac{E_0p_2 - \omega E_2t_2}{E_1p_2}, \quad t_2 = \cos\theta_2, \tag{70}$$

$$x = x(t_2) = \frac{E_0\omega(1-t_2^2) - 2t_2\sqrt{4\omega + 3\omega^2 + \omega^2t_2^2}}{E_0^2 - \omega^2t_2^2}, \tag{71}$$

$$t_2 \le \sqrt{\frac{\omega}{\omega+4}}.$$

В центральной области между углом вылета и энергией электрона существует жесткая связь:

$$t_1 = \frac{E_1^2 - E_2^2 + \omega^2}{2\omega p_1} = \frac{E_0x + \omega}{2p_1}. \tag{72}$$

Используя следующее из (72) соотношение

$$d\Omega_1 = \frac{\pi E_2}{p_1}\chi(t_1)dx, \tag{73}$$

легко перейти от углового распределения (68) к энергетическому:

$$\frac{d\sigma_{cen}^{++}}{dx} = \frac{A}{\omega^2}F(x), \qquad 0 \le x \le x_0. \tag{74}$$

Вклад от всей центральной области в полное сечение двойного фотоэффекта дается выражением

$$\sigma_{cen}^{++} = Af(\omega), \tag{75}$$

$$\omega^2 f(\omega) = \int_0^{x_0} F(x)dx = I_1 + \frac{1}{\omega}I_2 + \left(\frac{4}{\omega}\right)^2\left(I_3 - \frac{1}{\omega}I_4\right), \tag{76}$$

$$I_1 = x_0(\omega+2) - L, \qquad L = \ln\frac{1+x_0}{1-x_0},$$

$$I_2 = \frac{x_0}{2}(3\omega+5) - \frac{5}{4}L,$$

$$I_3 = \frac{x_0}{4}\left[(\omega+1)^2 - \frac{1}{2}(\omega+1) - \frac{1}{4x_0}L\right],$$

$$I_4 = \frac{x_0}{6}\left[(\omega+1)^3 - \frac{7}{4}(\omega+1)^2 + \frac{3}{8}(\omega+1) + \frac{3}{16x_0}L\right].$$

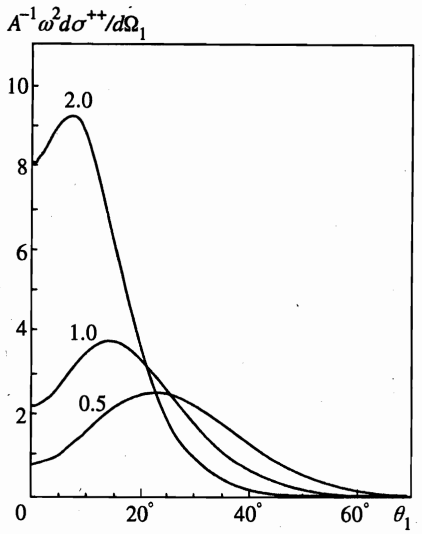

Рис. 4

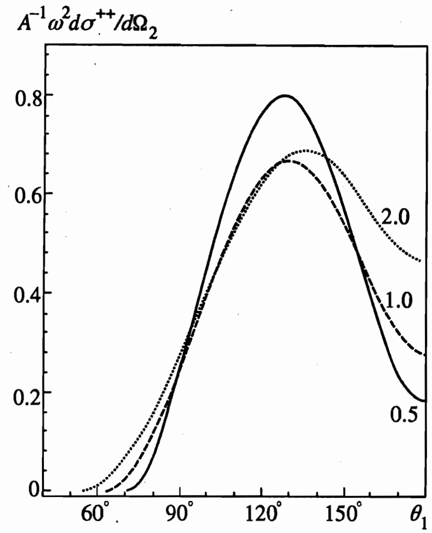

Рис. 5

Рис. 4. Угловые распределения быстрых электронов из центральной области. Значения ω/m указаны на кривых, значение A определено в (64)

Рис. 5. Угловые распределения медленных электронов из центральной области. Обозначения, как на рис. 4

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Угловые распределения быстрых (68) и медленных (70) электронов, принадлежащих центральной области, построены на рис. 4 и 5 для трех значений энергии фотона: $\omega = 0.5$, 1.0 и 2.0 (в единицах массы электрона). Характерной особенностью двойного фотоэффекта является ненулевая эмиссия электронов «вперед» ($\theta_1 = 0$) и «назад» ($\theta_2 = \pi$). Дифференциальное сечение при $\theta = 0$ для однократного фотоэффекта отлично от нуля только при учете высших кулоновских поправок и составляет величину $\sim r_0^2\alpha^6 Z^7$ [19]. Для невысоких значений Z вклад двойного фотоэффекта в эмиссию электронов вперед ($\sim r_0^2\alpha^4 Z^3$) может оказаться существеннее вклада однократного. Для выделения вклада однократного фотоэффекта при малых углах необходимо фиксировать энергию электрона условием $E = \omega + 1$.

Энергетические распределения (74) для трех значений ω приведены на рис. 6. Обращение сечений в нуль при $x = 0$ означает, что одновременный вылет двух электронов с одинаковой энергией не происходит. Это нетривиальный факт, так как такой вылет не запрещен законами сохранения энергии и импульса (59) при $\mathbf{q} = 0$. Специальное исследование, проведенное в настоящей работе (см. Приложение), показало, что вклады в амплитуду от всех диаграмм Фейнмана, описывающих двойной фотоэффект в принятом приближении (на рис. 1 представлена только половина таких диаграмм), взаимно сокращаются при $x = 0$ и $\mathbf{q} = 0$. Отметим, что в работе [14] сечение процесса при

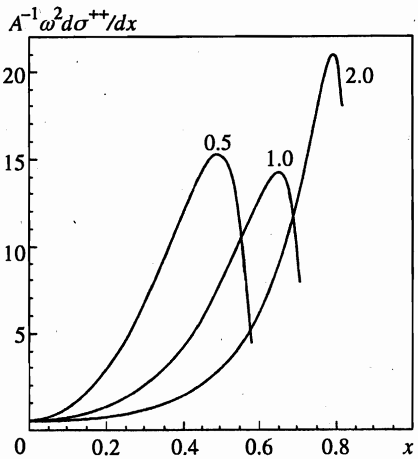

Рис. 6

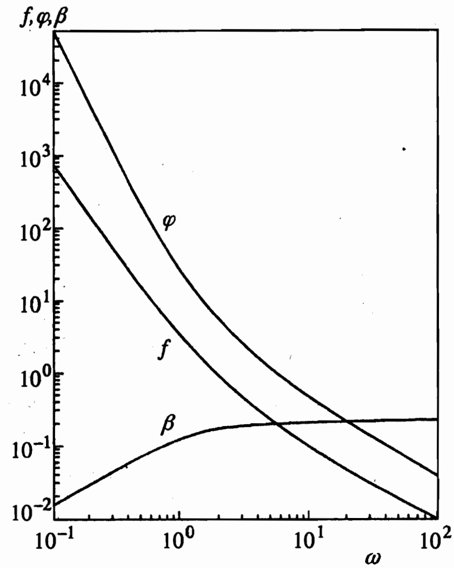

Рис. 7

Рис. 6. Энергетическое распределение быстрых электронов из центральной области, $x = 2\varepsilon_1/\omega - 1$. Остальные обозначения, как на рис. 4

Рис. 7. Зависимости от энергии фотона ω суммарного вклада в двойной фотоэффект электронов центральной области $f(\omega) = \sigma^{++}_{cen}/\sigma_0 Z^3$, полного сечения однократного фотоэффекта $\varphi(\omega) = \sigma^+/\sigma_0 Z^5$ и их отношения $\beta(\omega) = Z^2\sigma^{++}_{cen}/\sigma^+$. Значения ω даны в единицах m, $\sigma_0 = \pi r_0^2 \alpha^4$

$E_1 = E_2$ проходит через минимум, но в нуль не обращается, будучи не малой величиной, что говорит о допущенной там ошибке. Возможно, что в [14] учтены не все диаграммы Фейнмана, описывающие процесс в принятом приближении, так как только при учете всех диаграмм формула для сечения значительно упрощается (в [14] эта формула много сложнее нашей), а амплитуда процесса обращается в нуль при равных энергиях электронов.

Как видно из графиков рис. 6, в центральной области, как и в краевой, энергия фотона распределяется между электронами неравномерно: максимум сечения наблюдается для значений x близких к $x_0(\omega)$. Все кривые обрываются при $x = x_0(\omega)$. Мы не рассматриваем поведение сечения при $x > x_0(\omega)$, так как здесь сечение уменьшается на 2–3 порядка при смещении от $x_0(\omega)$ всего на $\Delta x \sim \alpha Z$ [17]. Однако в узкой краевой области $1 - x \sim \alpha^2 Z^2$, изученной в предыдущем разделе, сечение быстро возрастает с увеличением x, достигая своего максимального значения при $x = 1$ (см. формулу (41) и рис. 2).

Полное сечение релятивистского двойного фотоэффекта определяется суммой вкладов от краевой (45) и центральной (75) областей:

$$\sigma^{++} = \sigma^{++}_{edg} + \sigma^{++}_{cen} = A\{B\varphi(\omega) + f(\omega)\} = \frac{\sigma^{+}(\omega)}{Z^2}\{B + \beta(\omega)\}, \tag{77}$$

$$\beta(\omega) = f(\omega)/\varphi(\omega). \tag{78}$$

Для отношения сечений двукратной и однократной ионизаций получаем простое выражение:

$$R = \frac{\sigma^{++}}{\sigma^{+}} = \frac{B + \beta(\omega)}{Z^2}. \tag{79}$$

Функции $\varphi(\omega)$, $f(\omega)$ и $\beta(\omega)$ построены на рис. 7. В то время как $\varphi(\omega)$ и $f(\omega)$ убывают с увеличением ω, их отношение $\beta(\omega)$ растет, причем быстрый рост при $\omega < 1$ сменяется медленным при $\omega > 1$. Уже при $\omega > 0.7$ величина $\beta(\omega) > B$, т.е. вклад в сечение σ^{++} от центральной области становится больше вклада от краевой области.

Для малых и больших энергий фотона можно получить простые выражения для функций φ, f и β. Так, в нерелятивистской области $\alpha^2 Z^2 \ll \omega \ll 1$

$$\varphi(\omega) = \frac{32\sqrt{2}}{3}\omega^{-7/2}, \quad f(\omega) = \frac{32}{15}\omega^{-5/2}, \quad \beta(\omega) = \frac{\omega}{5\sqrt{2}} \tag{80}$$

и величина R (79) мало отличается от постоянной B/Z^2. В работе [13] расчет с кулоновскими функциями дал для $\beta(\omega)$ значение в два раза большее, чем (80). Это различие объясняется тем, что в [13] при снятии δ-функции не учтен множитель χ^{-1} (58), возникающий при замене фазового объема $d\mathbf{p}_2$ на $d\mathbf{q}$. В нерелятивистской области $\chi^{-1} = 1/2$, как следует из (62).

При высоких фотонных энергиях ($\omega \gg 1$) имеем

$$\varphi(\omega) = \frac{4}{\omega}\left(1 + \frac{7}{3\omega}\right), \qquad f(\omega) = \frac{1}{\omega}\left(1 + \frac{3 - \ln 4\omega}{\omega}\right), \tag{81}$$

$$\beta(\omega) = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{2/3 - \ln 4\omega}{\omega}\right).$$

Отношение (79) сечений σ^{++} и σ^{+} стремится к постоянному пределу[6] $R(\infty)$, когда $\omega \to \infty$:

$$R(\infty) = \frac{B + 0.25}{Z^2} = \frac{0.34}{Z^2}. \tag{82}$$

Это значение[7] почти в четыре раза превышает соответствующий нерелятивистский предел B/Z^2.

---

[6] Такое же, как (82), значение получено в [17] для отношения сечений двукратной и однократной ионизации атома при однофотонной аннигиляции ультрарелятивистского позитрона с K-электроном.

[7] В работе [14] получены следующие значения для β и R в ультрарелятивистском пределе: $\beta(\infty) = 0.5$, $R(\infty) = 0.59/Z^2$. В два раза большее, чем у нас, значение $\beta(\infty)$, по-видимому, связано с потерей множителя 1/2 при усреднении по поляризациям фотона. Более точно указать причину расхождения мы не можем ввиду полного отсутствия промежуточных вычислений в работе [14].

В заключение авторы выражают благодарность М. Я. Амусье, В. Г. Горшкову, Е. Г. Друкареву и Л. Н. Лабзовскому за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Докажем, что в принятом в настоящей работе приближении (первый порядок по Z^{-1} и низший порядок по αZ) амплитуда двойного фотоэффекта обращается в нуль при одинаковых энергиях вылетающих электронов.

Как было показано в разд. 2.2 (формулы (50), (51)), каждая диаграмма Фейнмана рис. 1 в центральной части электронного спектра может быть представлена в виде

$$M_i = \Phi(q) L_i(q=0), \quad i = a, b, \ldots, d'. \qquad (\text{П}.1)$$

Вводя 4-векторы

$$\begin{gathered} e = (0, \mathbf{e}), \quad k = (\omega, \mathbf{k}), \quad p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1), \quad p_2 = (E_2, \mathbf{p}_2), \\ j_{1\alpha} = \left(\bar{u}_{p_1}\gamma_0 u_{0\alpha}, \bar{u}_{p_1}\gamma u_{0\alpha}\right), \quad j_{2\beta} = \left(\bar{u}_{p_2}\gamma_0 u_{0\beta}, \bar{u}_{p_2}\gamma u_{0\beta}\right) \end{gathered} \qquad (\text{П}.2)$$

и положив в (59) $E_1 = E_2, \mathbf{q} = 0$, после несложных преобразований получаем из (50), (51) и (П.1):

$$L_a + L_b = (m\omega)^{-2}\Big\{(ej_{1\alpha})(kj_{2\beta}) - (ej_{2\beta})(kj_{1\alpha}) - (ep_1)(j_{1\alpha}j_{2\beta})\Big\}. \qquad (\text{П}.3)$$

Делая замену $1 \leftrightarrow 2$, $\alpha \leftrightarrow \beta$, находим вклад от диаграмм c и d рис. 1:

$$L_c + L_d = (m\omega)^{-2}\Big\{(ej_{2\beta})(kj_{1\alpha}) - (ej_{1\alpha})(kj_{2\beta}) - (ep_2)(j_{2\beta}j_{1\alpha})\Big\}. \qquad (\text{П}.4)$$

Выражение ab означает скалярное произведение двух 4-векторов: $ab = a_0b_0 - \mathbf{ab}$.

Сложив (П.3) и (П.4), с учетом (5) получим

$$\sum_{i=a}^{d} L_i = (m\omega)^{-2}\Big\{-e(p_1+p_2)(j_{1\alpha}j_{2\beta})\Big\} = (m\omega)^{-2}(\mathbf{ek})(j_{1\alpha}j_{2\beta}) = 0, \qquad (\text{П}.5)$$

$$(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{k} \ \text{ при } \ \mathbf{q} = 0).$$

Вклад от диаграмм a'–d' получается из (П.5) заменой $\alpha \leftrightarrow \beta$ и поэтому тоже равен нулю. Таким образом, раздельно равны нулю суммы диаграмм рис. 1 со штрихами и без штрихов. Следует отметить, что при $E_1 = E_2$ величина $\Sigma_i L_i(q) \sim q$, однако учет таких членов дал бы поправку $\sim \alpha^2 Z^2$ к полному сечению процесса.

Литература

1. T. A. Carlson, Phys. Rev. **156**, 142 (1967).
2. F. W. Byron and C. J. Joachain, Phys. Rev. **164**, 1 (1967).
3. R. L. Brown, Phys. Rev. A **1**, 586 (1970).

4. T. Aberg, Phys. Rev. A **2**, 1726 (1970).
5. M. Ya. Amusia, E. G. Drukarev, V. G. Gorshkov, and M. P. Kazachkov, J. Phys. B **8**, 1248 (1975).
6. S. L. Carter and H. P. Kelly, Phys. Rev. A **24**, 170 (1981).
7. T. Ishihara, K. Hino, and J. H. McGuire, Phys. Rev. A **44**, R6980 (1991).
8. A. Dalgarno and H. R. Sadeghpour, Phys. Rev. A **46**, R3591 (1992).
9. J. C. Levin, I. A. Sellin, B. M. Johnson, D. W. Lindle, R. D. Miller, N. Berrah, Y. Azuma, H. G. Berry, and D.-H. Lee, Phys. Rev. A **47**, R16 (1993).
10. M. A. Kornberg and J. E. Miraglia, Phys. Rev. A **49**, 5120 (1994).
11. R. C. Forrey, H. R. Sadeghpour, J. D. Baker, J. D. Morgan, and A. Dalgarno, Phys. Rev. A **51**, 2112 (1995).
12. J. C. Levin, G. B. Armen, and I. A. Sellin, Phys. Rev. Lett. **76**, 1220 (1996).
13. E. G. Drukarev, Phys. Rev. A **51**, R2684 (1995).
14. E. G. Drukarev and F. F. Karpeshin, J. Phys. B **9**, 399 (1976).
15. W. H. Furry, Phys. Rev. **81**, 15 (1951).
16. В. Г. Горшков, ЖЭТФ **47**, 352 (1964).
17. А. И. Михайлов, И. А. Михайлов, ЖЭТФ **113**, 786 (1998).
18. В. Г. Горшков, В. С. Поликанов, Письма в ЖЭТФ **9**, 464 (1969).
19. V. G. Gorshkov, A. I. Mikhailov, and V. S. Polikanov, Nucl. Phys. **55**, 273 (1964).