

СПЕКТРЫ ЯМР В УСЛОВИЯХ СКИН-ЭФФЕКТА ПРИ СВЕРХНИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

К. О. Хуцишвили*, Г. Эска^{а†}, Н. П. Фокина*

Тбилисский государственный университет им. И. Джавахишвили
380028, Тбилиси, Грузия

^а Physikalisches Institut, Universität Bayreuth
D-95440 Bayreuth, Deutschland

Поступила в редакцию 9 декабря 1997 г.

С целью объяснения ряда особенностей спектров ЯМР в металлах, полученных фурье-преобразованием спада свободной индукции при сверхнизких температурах, проведено исследование на основе связанных уравнений Максвелла—Блоха для системы эквивалентных обменно-связанных спинов. Рассмотрены малые углы отклонения ядерной намагниченности возбуждающим РЧ полем. Показано, что свободная прецессия наследует неоднородность в распределении РЧ поля и намагниченности внутри образца, созданную на стадии возбуждения благодаря скин-эффекту. В результате спектр ЯМР оказывается состоящим из набора пиков — сигналов от стоячих спиновых волн. Однако наблюдать такой спектр возможно лишь при достаточно больших расстройках возбуждающего РЧ поля относительно ларморовской частоты спинов. В противном случае из-за сильного поглощения спинами РЧ поле не проникает в образец. При больших расстройках сигнал поглощения и часть сигнала дисперсии ЯМР пропорциональны равновесной намагниченности в степени $3/2$. Такое поведение ожидается при достаточно низких температурах, когда сильна связь намагниченности с РЧ полем. Полученные результаты качественно объясняют наблюдаемые в эксперименте особенности спектров ЯМР: наличие изломов и структуры линий ЯМР, зависимость формы и интенсивности спектра от расстройки возбуждающего РЧ поля, нелинейную зависимость ядерной восприимчивости от обратной температуры образца.

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавно [1–3] была проведена серия экспериментов по регистрации ЯМР от ядерных спинов в металлах при сверхнизких температурах. Спектры ЯМР были получены фурье-преобразованием спада свободной индукции и имели ряд особенностей: зависимость формы и интенсивности спектра от амплитуды возбуждающего РЧ поля и его расстройки относительно ларморовской частоты ядерных спинов, нелинейную зависимость ядерной восприимчивости от обратной температуры образца, наличие изломов и структуры линий ЯМР. Эти особенности все еще не нашли своего объяснения. В [2] было указано, что определяющую роль в появлении особенностей спектров ЯМР, полученных в результате таких экспериментов, играют металлические свойства образцов (скин-эффект). А именно, было высказано мнение, что отмеченные выше особенности спектров ЯМР обязаны своим происхождением возбуждению в процессе спада свободной индукции стоячих спиновых волн благодаря скин-эффекту.

*E-mail: faculty@tsu.ge (subject: Khutsishvili, Fokina).

†G. Eska, e-mail: girgl@btp9xa.phy.uni-bayreuth.de

Потенциальная возможность существования спиновых волн следует из того, что благодаря неоднородности проникновения РЧ поля в проводник (скин-эффект) пространственное распределение намагниченности также является неоднородным. Поэтому взаимодействие Рудермана—Киттеля между ядерными спинами, имеющее обменный характер, может быть записано в виде неоднородной обменной энергии [4]. Однако, как показано в [4], даже при наличии такой энергии однородное РЧ поле способно возбудить в металле лишь однородную прецессию магнитных моментов, т. е. пространственную моду с волновым вектором $\mathbf{K} = 0$ (подчеркнем, что в [4] рассматривалось стационарное действие РЧ поля). С другой стороны, Киттелем [5] было установлено, что если в образце имеет место поверхностная анизотропия, то стационарное однородное поле может возбудить наблюдаемые стоячие спиновые волны, обладающие волновыми векторами как $\mathbf{K} = 0$, так и $\mathbf{K} \neq 0$. Математическая реализация данной проблемы основана на том, что в условиях поверхностной анизотропии намагниченность подчиняется различным уравнениям движения на поверхности и внутри образца, что ведет к искажению спиновых волн, необходимому для их наблюдения. Таким образом, в образцах, в которые однородное РЧ поле проникает беспрепятственно и является однородным, только различный вид уравнений движения вектора намагниченности на поверхности и внутри образца может быть причиной возможности наблюдения спиновых волн при стационарном облучении.

В отличие от стационарного ЯМР, спад свободной индукции есть двухступенчатый процесс, состоящий из стадии подготовки (возбуждения поперечной намагниченности) и ее свободной прецессии. По нашему мнению, распространение внешнего однородного РЧ поля и возбужденной им поперечной намагниченности внутрь образца на стадии подготовки происходит в виде двух волн (представимых в виде «полеподобной» и «спиноподобной» ветвей), которые проникают в образец неоднородно из-за скин-эффекта. Последующая свободная прецессия наследует созданную неоднородность, так как свободные колебания намагниченности и магнитного поля, обусловленного ее движением, имеют место с пространственно-неоднородными начальными условиями. Этот факт может быть ответствен за то, что амплитуды стоячих спиновых волн намагниченности, имеющих место во время свободной прецессии, с «квантованными» по образцу значениями \mathbf{K} отличны от нуля и для $\mathbf{K} \neq 0$. Поскольку различным значениям \mathbf{K} отвечают, согласно соответствующему дисперсионному закону, различные резонансные частоты, фурье-преобразование спада свободной индукции должно дать набор резонансных пиков, относящихся к различным модам возбужденных спиновых волн. Кроме того, проникновение спиноподобной ветви связанных волн в образец на стадии подготовки зависит от того, какая часть энергии возбуждающего поля поглощается спинами. Поэтому отмеченные пространственно-неоднородные начальные условия для спада свободной индукции зависят от расстройки возбуждающего поля, что приводит к зависимости от расстройки и получаемого спектра.

Рассматриваемые эксперименты по получению спектров ЯМР методом фурье-преобразования спада свободной индукции проводились на металлах с двумя изотопами, обладающими магнитными моментами (^{63}Cu и ^{65}Cu в меди, ^{203}Tl и ^{205}Tl в таллии). Изучение таких систем ведет к весьма громоздким уравнениям.

Поэтому с целью выявления основных черт предсказываемых явлений мы бы хотели рассмотреть систему эквивалентных обменно-связанных ядерных магнитных моментов и вычислить фурье-преобразование спада свободной индукции, принимая во внимание ненулевую проводимость образца в свете приведенных выше рассуждений.

2. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ СИГНАЛА СПАДА СВОБОДНОЙ ИНДУКЦИИ В МЕТАЛЛАХ

Рассмотрим поведение намагниченности M образца, находящегося под действием некоторого эффективного поля

$$\mathbf{V}_{eff} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V} + \alpha\Delta\mathbf{M}, \quad (1)$$

где \mathbf{V}_0 — постоянное магнитное поле, $\alpha\Delta\mathbf{M}$ — поле, обусловленное неоднородным обменом, имеющим своей микроскопической причиной взаимодействие Рудермана—Киттеля между операторами ядерных спинов вида

$$-\sum_{i,j} J_{i,j} \mathbf{I}_i \mathbf{I}_j,$$

(индексы i, j обозначают узлы решетки), или то же самое в виде макроскопической обменной энергии:

$$-J_0 \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \mathbf{M}(\mathbf{r}', t)$$

(далее, следуя рассуждениям, приведенным в [4, стр. 22], приходим к локальному полю $\alpha\Delta\mathbf{M}$; вид констант J_0 и α будет расшифрован ниже); $\mathbf{V} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ — остальная часть переменной магнитной индукции ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля). Рассмотрим образец в виде пластинки толщиной L , расположенной перпендикулярно оси z и ограниченной плоскостями $z = 0, z = L$. (Оси выбраны таким образом, что постоянное магнитное поле параллельно оси z , а переменное во время возбуждения направлено на поверхности образца вдоль оси x , параллельной длинной стороне пластинки). Тогда все переменные будут зависеть только от координаты z .

Следует отметить, что в экспериментальной ситуации работ [1–3], которую и будем иметь в виду в дальнейшем, образец является нормальным металлом, не содержащим каких-либо локализованных электронных спинов. Постоянное магнитное поле (0.4 Тл для ЯМР таллия на частоте около 10 МГц) является слабым в смысле искривления траекторий электронов проводимости: их длина свободного пробега в области остаточного сопротивления, $l_e \approx 10^{-5}$ м меньше ларморовского радиуса $R_L \approx 6 \cdot 10^{-5}$ м, поэтому в таком поле для возникновения слабозатухающих геликоидальных волн нет предпосылок. Постоянное магнитное поле может разве что незначительно изменить проводимость образца, однако поскольку она, к сожалению, неизвестна, учитывать это малое изменение не представляется целесообразным. Таким образом, эффекты искривления электронных траекторий постоянным магнитным полем в рассматриваемой задаче не существенны и учтены не будут.

Будем рассматривать $M^+ = M^x + iM^y, H^x + iH^y$ как динамические переменные. Уравнение для M^+ может быть получено из уравнения

$$\frac{dM^+}{dt} = \gamma[M\mathbf{V}_{eff}], \quad (2)$$

где γ — гиромангнитное отношение спинов. Уравнение для H^+ следует из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}. \quad (3)$$

При выяснении зависимости $j(\mathbf{E})$ следует исходить из соотношения между длиной свободного пробега электронов и обычной глубиной скин-слоя. В области остаточного сопротивления, частоты ЯМР около 10 МГц и при проводимости таллия $\sigma = 6 \cdot 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, получаем соотношение $l_e \approx \delta \approx 10^{-5} \text{ м}$. Таким образом, условие нормального скин-эффекта, $l_e \ll \delta$, нарушается. Однако и предельно аномальный скин-эффект, $l_e \gg \delta$, также не имеет места. Чтобы продемонстрировать те возможности, которые открывает в обычной картине спада свободной индукции ядерных спинов учет проводимости образца, примем, что скин-эффект является нормальным, т. е. запишем для плотности тока закон Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, где σ — проводимость образца считается не зависящей от волнового вектора. Отметим, что аномальный скин-эффект привел бы к более однородному проникновению переменного магнитного поля в образец, что существенно уменьшило бы влияние неоднородности проникновения на картину спада свободной индукции, и спектры ЯМР, полученные методом фурье-преобразования спада свободной индукции не отличались бы от таковых в диэлектриках. Поскольку же спектры ЯМР являются необычными, остается предположить, что имеет место ярко выраженный поверхностный, т. е. нормальный скин-эффект (ср. с ситуацией Киттеля [5]).

В данной работе мы ограничимся изучением случая слабого возбуждения поперечной намагниченности внешним РЧ полем (малого угла отклонения), поэтому примем $M_z = M_0$, где M_0 обозначает равновесную ядерную намагниченность. Исключая \mathbf{E} из (3), получаем уравнение для H^+ , связанное с уравнением для M^+ из (2):

$$\frac{\partial M^+}{\partial t} = -i \left(\omega_0 M^+ - \gamma \alpha M_0 \frac{\partial^2 M^+}{\partial z^2} \right) + i \gamma \mu_0 M_0 H^+ - \frac{M^+}{T_2}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial H^+}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \frac{\partial^2 H^+}{\partial z^2} - \frac{\partial M^+}{\partial t}, \quad (5)$$

где $\omega_0 = \gamma B_0$ — ларморовская частота спинов, T_2 — время спин-спиновой релаксации, введенное феноменологически по Блоху.

Прежде всего отметим, что все интересные эффекты, описываемые ниже, возникают из-за взаимодействия намагниченности с полем (член, пропорциональный $\gamma \mu_0 M_0$ в (4)). Поэтому нужны достаточно большие значения M_0 , чтобы сделать эти эффекты наблюдаемыми. В экспериментах, описанных в [1–3], это достигнуто использованием сверхнизких температур (от порядка десятых долей милликельвина до 10 мК), значительно превышающих, однако, температуру ядерного магнитного упорядочения.

Сначала рассмотрим воздействие на образец внешнего переменного поля, напряженность которого на поверхности образца равна

$$H^x(z=0, t) = 2h_0 \cos \Omega t. \quad (6)$$

Поскольку длительность импульса в экспериментах по спаду свободной индукции гораздо меньше T_2 , в течение действия импульса последним членом в (4) будем пренебрегать. Будем искать решение системы (4), (5) в виде двух бегущих волн: в пренебрежении их «перепутыванием» в виде одной из них возникало бы переменное магнитное поле, а в виде другой — поперечная намагниченность, созданная проникновением поля (вследствие того что колебания поля и намагниченности являются вынужденными, частоты

этих волн равны Ω):

$$\begin{aligned} H_{pulse}^+ &= h^+ \exp(-i\Omega t + ikz), \\ M_{pulse}^+ &= m^+ \exp(-i\Omega t + ikz). \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), (5), получаем

$$(\omega_0 - \Omega + \gamma\alpha M_0 k^2)m^+ - \gamma\mu_0 M_0 h^+ = 0, \quad (8)$$

$$i\Omega m^+ + \left(i\Omega - \frac{k^2}{\sigma\mu_0} \right) h^+ = 0. \quad (9)$$

Следует отметить, что такая форма уравнений подходит для случая, когда спины стремятся к ферромагнитному упорядочению ($J_0 > 0$). В случае отрицательного знака J_0 необходимо рассматривать две магнитные подрешетки [4]. Эта задача выходит за рамки данной работы.

Дисперсионное уравнение, получаемое из условия нетривиальности решения системы (8), (9), имеет вид

$$k^4 - k^2 \left(\frac{\Omega - \omega_0}{\gamma\alpha M_0} + i \frac{2}{\delta^2} \right) + i \frac{\sqrt{2}}{\delta} \frac{\Omega - \omega_0 - \gamma\mu_0 M_0}{\gamma\alpha M_0} = 0, \quad (10)$$

где $\delta = \sqrt{2/\sigma\mu_0\Omega}$ представляет собой обычную глубину скин-слоя металла. Решением уравнения (10) являются выражения

$$k_1^2 = k_0^2 \left(1 + i \frac{2\eta}{\delta^2 k_0^2} \right), \quad k_2^2 = i \frac{2}{\delta^2} (1 - \eta), \quad (11)$$

где

$$k_0^2 = \frac{\Omega - \omega_0}{\gamma J_0 M_0 l^2}, \quad (12)$$

$$\eta = \frac{\zeta}{k_0^2 \delta^2 / 2 - i} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{i2\zeta}{(k_0^2 \delta^2 / 2 - i)^2}} \right)^{-1}, \quad \zeta = \frac{\mu_0 \delta^2}{J_0 l^2}, \quad J_0 = \frac{z_n J}{n_s \gamma^2 \hbar^2}. \quad (13)$$

Здесь J_0 является главной величиной, характеризующей взаимодействие ядер (во внимание принимается взаимодействие Рудермана—Киттеля данного ядра только с z_n ближайшими соседями, J — константа этого взаимодействия, n_s — концентрация спинов), l — некоторая эффективная длина, входящая в величину α . Следует отметить, что оценка α в случае ферромагнитных диэлектриков приводит к результату [4] $\alpha = J_0 a^2 / 2$, где a — постоянная решетки. Однако радиус взаимодействия Рудермана—Киттеля в принципе можно считать простирающимся на величину длины свободного пробега электронов l_e , поэтому есть основания взять в оценке α величину l_e вместо a . Но поскольку это предположение не имеет экспериментального подтверждения, остается рассматривать l (так же как и α) как подгоночный параметр. Для удобства будем записывать α в виде $\alpha = J_0 l^2$. Из (8) следует, что парциальная собственная частота спиноподобной ветви равна $\omega_0 + \gamma\alpha M_0 k^2$. Поскольку $J_0 > 0$, только РЧ поле с частотой $\Omega \geq \omega_0$ способно возбудить прецессию намагниченности, следовательно, k_0^2 положительно.

Таким образом, РЧ поле и созданная им поперечная намагниченность распространяются внутрь пластинки в виде двух волн, одна из которых (с волновым вектором k_2) ведет свое происхождение от скин-эффекта в металлах, в то время как другая (с волновым вектором k_1) — от неоднородного обмена между ядерными спинами. Принимая во внимание, что из (9) следует следующее соотношение между амплитудами этих двух волн:

$$m^+ = - \left(1 + i \frac{\delta^2 k^2}{2} \right) h^+, \quad (14)$$

можно записать связанные бегущие волны поля и намагниченности как суперпозицию двух ветвей в следующем виде:

$$H_{pulse}^+(z, t) = h_1^+ \exp(-k_1'' z) \exp(ik_1' z - i\Omega t) + h_2^+ \exp(-k_2'' z) \exp(ik_2' z - i\Omega t), \quad (15)$$

$$M_{pulse}^+(z, t) = - \left(1 + i \frac{\delta^2 k_1^2}{2} \right) h_1^+ \exp(-k_1'' z) \exp(ik_1' z - i\Omega t) - \left(1 + i \frac{\delta^2 k_2^2}{2} \right) h_2^+ \exp(-k_2'' z) \exp(ik_2' z - i\Omega t). \quad (16)$$

Аналогичные волны являются решением связанных уравнений для H^+ и электронной намагниченности в металлах с учетом диффузии электронов [6]. При записи (15), (16) было учтено, что в упоминаемых экспериментальных ситуациях $L \gg \delta$. В таком случае ни форма, ни размеры образца не существенны, и имеем задачу проникновения H^+ и M^+ через границу внутрь металла, заполняющего полупространство [4]. Тогда следует выбрать только такие решения $k_{1,2}$, для которых $\text{Im } k_{1,2} > 0$, т.е. обеспечивающие пространственное затухание в (15), (16).

Амплитуды $h_{1,2}^+$ могут быть найдены из граничных условий, из которых одно есть равенство (6), а второе представляет собой условие отсутствия потока намагниченности через поверхность образца [6]:

$$\frac{\partial M^+}{\partial z}(z=0, t=0) = 0. \quad (17)$$

Полученные выражения для амплитуд имеют вид

$$h_1^+ = 2h_0 \frac{\varphi_2}{\varphi_2 - \varphi_1}, \quad h_2^+ = -2h_0 \frac{\varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1}, \quad (18)$$

где

$$\varphi_{1,2} = k_{1,2} \left(1 + i \frac{\delta^2 k_{1,2}^2}{2} \right). \quad (19)$$

Теперь рассмотрим свободную прецессию намагниченности после РЧ импульса. Будем исходить из уравнений (4), (5) с учетом T_2^{-1} . В отличие от стадии подготовки (возбуждения внешним РЧ полем), сейчас временная зависимость H^+ и M^+ заранее не известна и подлежит определению. С другой стороны, пространственная зависимость рассматриваемых переменных ясна: неоднородная прецессия поперечной намагниченности, происходящая внутри образца, создает неоднородное магнитное поле. Сложение

соответствующих волн, движущихся от одной поверхности образца к другой и обратно с пучностными граничными условиями

$$\frac{\partial M^+}{\partial z}(z = 0, L) = 0,$$

формирует стоячие волны косинусоподобного типа с набором волновых чисел $K = \pi n/L$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Итак, будем искать решение уравнений (4), (5) в процессе свободной прецессии в виде

$$M_{pr}^+(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} m^+(t) \cos \frac{\pi n z}{L},$$

$$H_{pr}^+(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} h^+(t) \cos \frac{\pi n z}{L}.$$
(20)

Подставляя (20) в (4), (5), можно записать следующее уравнение для $m^+(t)$:

$$\frac{d^2 m^+}{dt^2} + i \left(\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2 + \gamma \mu_0 M_0 - \frac{i}{T_2} - i \frac{K^2}{\sigma \mu_0} \right) \frac{d m^+}{dt} + \frac{i K^2}{\sigma \mu_0} \left(\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2 - \frac{i}{T_2} \right) m^+ = 0.$$
(21)

Следовательно, $m^+(t) = A e^{i \lambda t}$. Используя предполагаемую малость связи между намагниченностью и полем ($\gamma \mu_0 M_0 / \omega_0 \ll 1$), получаем следующие приближенные выражения для характеристических корней:

$$\lambda_1 \approx -(\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2 + \gamma \mu_0 M_0) + i \left(\frac{1}{T_2} + \frac{K^2}{\sigma \mu_0} \frac{\gamma \mu_0 M_0}{\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2} \right),$$
(22)

$$\lambda_2 \approx \frac{i K^2}{\sigma \mu_0} \left(1 - \frac{\gamma \mu_0 M_0}{\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2} \right).$$
(23)

С другой стороны, зависящие от времени части выражений (20) связаны следующим соотношением:

$$h^+ = \frac{\omega_0 + \gamma \alpha M_0 K^2 - i/T_2 + \lambda}{\gamma \mu_0 M_0} m^+ \equiv \psi_i m^+.$$
(24)

Итак, зависящие от времени части выражений (20) могут быть записаны в форме колебаний двух связанных линейных осцилляторов. Следовательно, M^+ и H^+ во время свободной прецессии могут быть записаны в виде

$$M_{pr}^+(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_{1n} \exp(i \lambda_1 t) + A_{2n} \exp(i \lambda_2 t)] \cos \frac{\pi n z}{L},$$

$$H_{pr}^+(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [\psi_{1t} A_{1n} \exp(i \lambda_1 t) + \psi_{2t} A_{2n} \exp(i \lambda_2 t)] \cos \frac{\pi n z}{L},$$
(25)

где через $\psi_{1,2t}$ обозначены ψ_t из (24) с подставленными значениями соответственно λ_1 и λ_2 . Следует отметить, что из-за мнимого характера λ_2 на самом деле имеется только один осциллятор (спин-система), обладающий набором собственных частот

$$\omega_{res}(n) = \omega_0 + \gamma\alpha M_0(\pi n/L)^2 + \gamma\mu_0 M_0 \quad (26)$$

и скоростей затухания

$$\frac{1}{T_2'(n)} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{\sigma\mu_0} \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \frac{\gamma\mu_0 M_0}{\omega_0 + \gamma\alpha M_0(\pi n/L)^2}, \quad (27)$$

которые представляют собой соответственно обычный спин-волновой спектр ферромагнетика [4] $\omega_0 + \gamma\alpha M_0(\pi n/L)^2$ и обычное спин-спиновое затухание с поправками, вызванными связью намагниченности с магнитным полем. Другой «осциллятор» (поле, созданное движением спинов) монотонно затухает из-за сопротивления металла с коэффициентом затухания λ_2 .

Амплитуды свободной прецессии могут быть получены, как обычно, сшиванием величин компонент поля и намагниченности в начальный момент свободной прецессии ($t = 0$ в (25)) с этими же компонентами в конце эволюции под действием возбуждающего импульса. Вспомним, что при действии импульса имело место распространение граничного условия внутрь образца [7]. Рассмотрим это распространение в системе координат, вращающейся с частотой Ω вокруг оси z и меняющей свою пространственную фазу на расстоянии z как $\exp(ik_1'z)$ по отношению к спиноподобной волне и как $\exp(ik_2'z)$ по отношению к полеподобной волне (математически это означает, что в (15), (16) следует положить $k_1'z - \Omega t = 0$ и $k_2'z - \Omega t = 0$).

В такой системе координат (будем называть ее волнообразно распространяющейся системой координат) при воздействии возбуждающего РЧ импульса наблюдатель будет видеть статические пространственные распределения магнитного поля и намагниченности, подобные статической картине распределения отклонений от равновесия двух типов гипотетических маятников на разные углы внутри образца. Предполагается, что такая картина создается быстро по сравнению с длительностью РЧ импульса и существует затем стационарно в течение действия внешнего поля.

Таким образом, условия сшивания могут быть записаны в виде

$$M^+, H_{pr}^+(t=0) = M^+, H_{pulse}^+(z). \quad (28)$$

Левую часть выражения (28) берем из (25), а правую часть, которая дается выражениями (15), (16) с $k_{1,2}'z - \Omega t = 0$, разложим в ряд Фурье по косинусам. Из сравнения полученных выражений следует простая система уравнений для нахождения $A_{1,2n}$. Согласно сказанному выше, невозможно ожидать какого-либо резонансного поведения членов уравнения (25), соответствующих характеристическому корню λ_2 , поэтому мы приведем только результат вычисления величин $A_{1n}^{x,y} \equiv \text{Re}(\text{Im})A_{1n}$:

$$A_{1n}^{x,y} = \psi_{1z}^{x,y} h_1^{x,y} f_1 + \psi_{2z}^{x,y} h_2^{x,y} f_2, \quad (29)$$

где величины $h_1^{x,y}$ могут быть вычислены из (18),

$$\psi_{1,2z}^{x,y} \approx \pm \left(1 - \frac{\delta^2(k_{1,2}^2)''}{2}\right) - \frac{\delta^2(k_{1,2}^2)'}{2} \frac{h_{1,2}^{y,x}}{h_{1,2}^{x,y}}, \quad (30)$$

$$f_{1,2} = \frac{2}{L} \frac{k''_{1,2}}{(k''_{1,2})^2 + (\pi n/L)^2} [1 - \exp(-k''_{1,2}L) \cos \pi n]. \quad (31)$$

Наконец, для ведущей себя резонансно части x -компоненты намагниченности во время спада свободной индукции имеем

$$M_{pr}^x(res, n) = \exp\left(-\frac{t}{T_2^*(n)}\right) [A_{1n}^x \cos(\omega_{res}(n)t) - A_{1n}^y \sin(\omega_{res}(n)t)] \cos \frac{\pi n z}{L}. \quad (32)$$

Выражение перед $\cos(\pi n z/L)$ в (32) аналогично сигналу стационарного неоднородного ЯМР в ферромагнетиках, полученному Киттелем [5], и дает вклад сигнала n -й моды стоячих спиновых волн в спад свободной индукции. Как обычно [8], часть выражения (32), прецессирующая в фазе с приложенным линейно поляризованным полем, дает сигнал дисперсии в отклике спин-системы на одноимпульсное возбуждение ($A_{1n}^x/2h_0$), а часть, сдвинутая по фазе на $\pi/2$ относительно возбуждающего поля — сигнал поглощения ($-A_{1n}^y/2h_0$). Проводя фурье-преобразование выражения (32), можно получить соответствующую лоренцевскую форму линии n -й моды спиновых волн с резонансной частотой и скоростью затухания, даваемыми (26) и (27).

Интересно отметить, что именно искажение стоячих спиновых волн, произошедшее из-за пространственной неоднородности, унаследованной от стадии подготовки, сделало величины

$$f_{1,2} \equiv \frac{2}{L} \int_0^L \exp(-k''_{1,2}z) \cos \frac{\pi n z}{L} dz$$

(и соответственно величины $A_{1n}^{x,y}$) отличными от нуля: без пространственного затухания, обусловленного скин-эффектом, т. е. при $k''_{1,2} = 0$, имели бы $f_{1,2} = 0$.

Таким образом, нами показано, что спектр ЯМР, полученный методом фурье-преобразования спада свободной индукции в металлах при достаточно низких температурах, представляет собой совокупность вкладов стоячих спиновых волн. Если фурье-преобразование выполняется так, что спад свободной индукции в начальный момент фурье-преобразования проходит через максимум, то фурье-преобразование по косинусам (F_c) дает сигнал поглощения, а по синусам (F_s) — сигнал дисперсии. На практике обычно вычисляется результирующее фурье-преобразование $F_r = \sqrt{F_c^2 + F_s^2}$:

$$F_r(\omega, \lambda, n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{[(A_{1n}^x)^2 + (A_{1n}^y)^2] [(\lambda_1'')^2 + (\omega + \lambda_1')^2]}}{(\lambda_1'')^2 + (\omega + \lambda_1')^2}, \quad (33)$$

где ω — бегущая частота фурье-преобразования. Выражение (33) вместе с (29)–(31) описывает результаты экспериментов по регистрации ЯМР в металлах при сверхнизких температурах методом фурье-преобразования спада свободной индукции.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Проанализируем полученные результаты. Прежде всего, следует ожидать, что в фурье-преобразовании спада свободной индукции в окрестности частоты ω_0 ($\omega \approx \omega_0$)

может наблюдаться набор пиков. Согласно (26), эти пики являются сигналами от спиновых волн. Таким образом, в отличие от диэлектриков, стоячие спиновые волны могут быть детектированы в экспериментах по изучению спада свободной индукции в металлах в условиях пространственно-однородного РЧ поля вне металла благодаря неоднородному распределению последнего и созданной им поперечной намагниченности внутри металла, вызванному скин-эффектом на стадии подготовки (возбуждения).

Рассмотрим зависимость выхода сигнала спада свободной индукции от расстройки внешнего РЧ поля относительно ларморовской частоты. Сначала обсудим результаты в случае точной настройки ($\Omega = \omega_0$). Тогда величины (11) равны:

$$k_1^2 = \frac{2i}{\delta^2} \eta, \quad k_2^2 = \frac{2i}{\delta^2} (1 - \eta),$$

где

$$\eta = \frac{-i\zeta}{1 + \sqrt{1 + 2i\zeta}}, \quad \zeta = \frac{\mu_0 \delta^2}{J_0 l^2},$$

и не зависят от M_0 . Более того, все величины, входящие в конечные результаты, не зависят от M_0 за исключением величин $\sim \gamma \mu_0 M_0 / \omega_0$, которыми можно пренебречь. Следовательно, в металлах при точной настройке возбуждающего РЧ импульса на ларморовскую частоту нет сигнала магнитного резонанса, который мог бы быть зарегистрирован как изменение комплексного импеданса (активного сопротивления и индуктивности) катушки ЯМР спектрометра при помещении в нее образца по сравнению со случаем пустой катушки. Такое поведение объясняется тем, что из-за сильного поглощения спинами РЧ поле просто не проникает в образец — он для этого поля непрозрачен.

Перейдем теперь к изучению случая больших расстроек: $\Omega - \omega_0 \gg \gamma J_0 M_0 l^2 / \delta^2$, или иначе $k_0 \delta \gg 1$. (Однако должно быть ограничение на расстройку, даваемое условием континуальной среды:

$$\gamma J_0 M_0 l^2 / (\Omega - \omega_0) \gg a^2.$$

Отметим, что это условие легко выполняется даже при «больших» расстройках.) Тогда на этапе возбуждения полеподобная ветвь связанной системы поле + намагниченность распространяется и затухает в хорошем приближении на длине порядка глубины δ скин-слоя ($k_2' = k_2'' \approx \delta^{-1}$). В противоположность этому длина волны спиноподобной ветви гораздо меньше, чем δ ($k_1' \approx k_0$), в то время как ее глубина проникновения внутрь образца сильно увеличена по сравнению с δ :

$$k_1'' \approx \delta^{-1} \zeta / (k_0 \delta)^3 \ll \delta^{-1}. \quad (34)$$

Допустим, что выполняются неравенства

$$\delta_{spin} \gg L \gg \delta \quad (35)$$

($\delta_{spin} = (\delta/\zeta)(k_0 \delta)^3$ — глубина «спинового» скин-слоя), первое из которых означает, что статическая картина распределения отклонений намагниченности, о которой шла речь перед выражением (28), является неоднородной по всей толщине пластинки, а второе предполагает (как и имеет место в эксперименте), что глубина скин-слоя гораздо меньше этой толщины.

Вычисления приводят к выводу, что поскольку из (35) следует

$$\frac{L}{\sigma} \frac{\zeta}{(k_0 \delta)^3} \ll 1, \tag{36}$$

то интенсивность четных мод стоячих спиновых волн, существующих в пластинке во время спада свободной индукции (т. е. с четным n — по толщине пластинки укладывается четное число полуволн стоячих спиновых волн) значительно превышает интенсивность нечетных мод.

Соответствующие сигналы ЯМР в случае фазочувствительного фурье-преобразования спада свободной индукции описываются выражениями

$$\begin{aligned} \chi'(\omega, \Omega, 2n) \approx & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2\gamma\mu_0 M_0}{\Omega - \omega_0} \left\{ \sqrt{\frac{\gamma J_0 M_0 l^2}{(\Omega - \omega_0) \delta^2}} \left[1 + \left(\frac{2\pi n}{L} \frac{\delta(k_0 \delta)^3}{\zeta} \right)^2 \right]^{-1} + \right. \\ & \left. + \frac{\delta^{-1} L^{-1}}{\delta^{-2} + (2\pi n/L)^2} \right\} \frac{[\omega - \omega_{res}(2n)]}{[T_2'(2n)]^{-2} + [\omega - \omega_{res}(2n)]^2}, \tag{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi''(\omega, \Omega, 2n) \approx & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2\gamma\mu_0 M_0}{\Omega - \omega_0} \sqrt{\frac{\gamma J_0 M_0 l^2}{(\Omega - \omega_0) \delta^2}} \left[1 + \left(\frac{2\pi n}{L} \frac{\delta(k_0 \delta)^3}{\zeta} \right)^2 \right]^{-1} \times \\ & \times \frac{[T_2'(2n)]^{-1}}{[T_2'(2n)]^{-2} + [\omega - \omega_{res}(2n)]^2}. \tag{38} \end{aligned}$$

Выражения (37), (38) зависят от величины равновесной намагниченности, следовательно, они действительно представляют собой сигналы ЯМР, детектируемые РЧ катушкой. Таким образом, второй основной результат данной работы состоит в том, что сигналы, соответствующие стоячим спиновым волнам, могут быть зарегистрированы, только если РЧ поле, возбуждающее спад свободной индукции, приложено достаточно далеко от ω_0 . При этом спиноподобная ветвь связанных волн возбуждается по всей толщине образца и обеспечивает наблюдаемость ЯМР. В частности, в случае фазочувствительного фурье-преобразования в сигнале поглощения ЯМР на частотах $\omega_{res}(2n)$ должны появиться максимумы лоренцевой формы с шириной $T_2'(2n)^{-1}$. Такие пики наблюдаемы, если частотное расстояние между $(n+1)$ -м и соседним $(n-1)$ -м пиками ($n = 1, 3, \dots$) превышает их ширину, т. е.

$$\gamma J_0 M_0 (4\pi n l / L)^2 > T_2^{-1}.$$

Подставляя данные для ^{205}Tl (относительное содержание 70%) с гиромагнитным отношением $\gamma = 2.5 \cdot 10^7$ Гц/Тл, равновесной намагниченностью $M_0 = 202p$ А/м, где p — поляризация ядерных спинов, используя экспериментальный результат [9] $|J_0| = 28\mu_0$ Гн/м и подставляя измеренную в [3] при $p \approx 0.5$ ($T \approx 1$ мК) величину $T_2^{-1} \approx 2\pi \cdot 4 \cdot 10^4$ с $^{-1}$ получаем, что $(n+1)$ -й и $(n-1)$ -й пики спиновых волн разрешены, если n удовлетворяет неравенству $(nl/L)^2 > 10^{-2}$, что выполняется для $n > 1$, если взять толщину образца $l = 10^{-4}$ м и в качестве l рассматривать длину свободного пробега электронов в области остаточного сопротивления, $l_e \approx 10^{-5}$ м. В [3] образец имел форму цилиндра диаметром $3 \cdot 10^{-3}$ м, поэтому неудивительно, что «гребенка» пиков спиновых волн отсутствовала, однако наблюдались изломы и намеки на структуру в спектрах, снятых при

приложении возбуждающего РЧ поля на частоте, значительно превышающей ларморовскую частоту изотопов. К сожалению, прямого сравнения с наблюдаемыми спектрами провести не удастся, так как наши вычисления проделаны для одного сорта ядерных спинов, в то время как эксперименты [1–3] проводились на образцах с естественным содержанием двух изотопов таллия, сильно связанных между собой взаимодействием Рудермана—Киттеля.

Третий основной результат заключается в нелинейной зависимости сигналов ЯМР от равновесной намагниченности или, иначе говоря, от обратной температуры образца: сигнал поглощения и часть сигнала дисперсии (37), (38) пропорциональны $M_0^{3/2}$. Причина такого поведения следующая: как видно из (34), (35), при больших расстройках во всю толщу образца проникает только спиноподобная ветвь связанных волн, амплитуда которой в выражении для поля, вычисленная по формулам (18), нелинейно зависит от M_0 . Поперечная намагниченность при спаде свободной индукции наследует эту нелинейность. Соответствующая картина зависимости интенсивности линий ЯМР от обратной температуры образца наблюдалась экспериментально [3]. Отметим, что аналитические выражения для сигналов поглощения и дисперсии, выведенные в данной работе для «больших» расстроек, применимы в описанном выше случае ^{205}Tl при $\Omega - \omega_0 \approx 10^6 \text{ с}^{-1}$: тогда при $B_0 = 0.4 \text{ Тл}$ ($\omega_0 \approx 2\pi \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$) и остаточном сопротивлении $\rho^{-1} \approx 6 \cdot 10^8 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ имеем $\delta \approx 10^{-5} \text{ м}$, $k_0\delta \approx 10^{1/2}$, $\delta_{\text{spin}} \approx 10^{-3/2} \text{ м}$. В таком случае неравенства (35), выражающие оптимальные условия проявления возникновения стоячих спиновых волн при спаде свободной индукции, выполняются для достаточно тонких образцов ($L \approx 10^{-4} \text{ м}$), однако эффект нелинейной зависимости сигналов ЯМР от обратной температуры безусловно имеет место и в менее благоприятных для проявлений спиновых волн условиях.

Итак, в данной работе показано, что скин-эффект в металлах при сверхнизких температурах даже при малых углах отклонения намагниченности (линейной связи системы поле + намагниченность) качественно изменяет картину ЯМР, наблюдаемую как фурье-преобразование спада свободной индукции. Полученные результаты качественно согласуются с экспериментом.

Выполнение этой работы было частично поддержано программой Deutsche Forschungsgemeinschaft.

Литература

1. G. Eska, in *Proceedings of the Conference on Quantum Fluids and Solids*, ed. by G. Ihas and Y. Takano, USA, Gainesville (1989), AIP Conf. Proc. № 194 (1989), p. 316.
2. W. Baeuml, G. Eska, and W. Pesch, *Physica B* **194–196**, 321 (1994).
3. J. Leib, M. Huebner, S. Goetz, Th. Wagner, and G. Eska, *J. Low Temp. Phys.* **101**, 253 (1995).
4. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
5. C. Kittel, *Phys. Rev.* **110**, 1295 (1958).
6. J. Winter, *Magnetic Resonance in Metals*, Clarendon Press, Oxford (1971).
7. А. И. Тихонов, А. А. Самарский, *Уравнения математической физики*, Наука, Москва (1972).
8. А. Абрагам, *Ядерный магнетизм*, ИИЛ, Москва (1963).
9. Ю. С. Каримов, И. Ф. Щеголев, *ЖЭТФ* **41**, 1082 (1961).