

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ЭЛЕКТРОН-ИОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

Г. М. Фрайман^{а*}, В. А. Миронов^а, А. А. Балакин^б

^а Институт прикладной физики Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, Россия

^б Высшая школа общей и прикладной физики, Нижегородский государственный университет
603600, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 21 мая 1998 г.

Рассмотрено упругое и неупругое рассеяние электронов на ионах в сильном лазерном поле. Предложен метод численного исследования характеристик рассеяния, основанный на регуляризации кулоновской особенности. Показано, что транспортное сечение рассеяния в широком диапазоне параметров слабо зависит от интенсивности высокочастотного поля. Обнаружена существенная модификация зависимости эффективного сечения неупругих столкновений. Показано, что энергообмен с полем определяется сравнительно небольшой группой электронов — представительными электронами. Предложена качественная модель, поясняющая полученные результаты определяющим вкладом неупругих столкновений с относительно малыми прицельными параметрами в условиях, когда велики углы пробегания области, существенной для взаимодействия.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование влияния сильного электромагнитного поля на процессы электрон-ионных столкновений в плазме с давних пор привлекает широкое внимание [1–6]. Это обусловлено не только фундаментальностью этой проблемы для физики плазмы вообще, но и прикладными аспектами этой задачи. Особенно актуально это стало в последнее десятилетие в связи с появлением мощных тераваттных лазерных установок [7].

Начиная с пионерских работ Даусона, Обермана [1] и Силина [2] отмечалось, что это влияние может быть весьма существенным. Наибольшего продвижения удалось достичь в модели малоуглового рассеяния [8–10], когда в качестве невозмущенной траектории электрона выбирается прямолинейная. Другая модель — низкочастотное приближение [3–5] — описывает сильные столкновения с большими углами рассеяния. При этом предполагается, что внешнее, достаточно сильное, электрическое поле ускоряет электрон до и после столкновения, а в процессе рассеяния (мгновенного) существует только статическое поле ближайшего иона. Естественная область применимости приближения малоуглового рассеяния — большие прицельные параметры и большие дрейфовые скорости (по сравнению с осцилляторной). В низкочастотном приближении считается (часто неявно), что следующее прохождение электрона вблизи иона (следующий акт «мгновенного» рассеяния) полностью не зависит от предыдущего, т. е. всегда складываются не сами углы рассеяния, а их квадраты.

*E-mail: fraiman@appl.sci-nnov.ru

Основная идея работы состоит в последовательном анализе корреляционных эффектов. Удастся выделить два основных типа. Во-первых, быстро осциллирующий электрон, пролетая мимо иона с малой дрейфовой скоростью, многократно возвращается к одному и тому же иону за время пролета области взаимодействия. В процессе этих многократных осцилляций его дрейфовая скорость медленно изменяется (слабо на каждом периоде поля). Поэтому углы рассеяния, приобретаемые в каждой осцилляции, или, что то же самое, приращения дрейфовой скорости, складываются. То есть, пролетая мимо иона, осциллирующие электроны отклоняются (по дрейфовой скорости) в одну и ту же сторону — в сторону иона (в область более сильного поля). Рассеяние по полной скорости частицы при этом малоугловое. В результате угол рассеяния по дрейфовой скорости, фактически и отвечающий за изменение поперечной энергии и транспортное сечения рассеяния, может быть и оказывается существенно большим, чем тот, который получится в гипотезе независимых столкновений.

Другой эффект, как будет показано ниже, возникает благодаря повышению вероятности (сечения) эффективных неупругих столкновений из-за тех же многократных осцилляций. Оказывается, что наряду с основной массой электронов, испытывающих малоугловые рассеяния и, следовательно, слабый энергообмен с полем, имеется относительно малочисленная группа электронов («представительные» электроны), которые испытывают сильные неупругие рассеяния с большим изменением дрейфовой энергии. Причем, хотя доля этих электронов и мала, их вклад в эффективное сечение столкновений является определяющим. Такие рассеяния существенно коррелированы по отношению к полю. Это проявляется в том, что благодаря фокусирующим свойствам кулоновского потенциала осциллирующие электроны притягиваются к иону с больших прицельных параметров (без изменения средней энергии) и, если фаза поля в момент попадания в область существенного энергообмена является подходящей, эффективно рассеиваются с заметным изменением средней энергии.

Корреляционные эффекты учитывались уже в работах [8–10] на прямолинейных по дрейфовой скорости траекториях. Однако в силу сделанных приближений им не удастся объяснить результаты численного исследования (методом частиц в ячейках [8]), демонстрирующие возрастание эффективного сечения столкновений при малых, по сравнению с осцилляторной, дрейфовых скоростях.

В этой работе в рамках классического (нерелятивистского) описания будет проанализирована задача рассеяния моноэнергетических (по дрейфовой скорости) пучков электронов как изотропных, так и однонаправленных на одном ионе в высокочастотном электрическом поле. В результате будут получены и проанализированы выражения для сечений таких столкновений. Будет показано, что в условиях, когда дрейфовая скорость электрона мала по сравнению с осцилляторной скоростью («тепловая энергия» мала по сравнению с осцилляторной), эффективное сечение неупругого рассеяния и эффективная частота столкновений могут многократно превосходить традиционные величины, полученные на основании оцененного по осцилляторной скорости резерфордовского сечения.

Дальнейший план работы состоит в следующем: в разд. 2 мы рассмотрим формальную постановку задачи и введем выражения, удобные для численного определения интересующих нас величин (транспортного и полного сечений рассеяния, эффективной частоты столкновений), там же будет изложена численная модель. В разд. 3 будут проанализированы неупругие столкновения, ответственные за энергообмен частиц с полем. В разд. 4 мы рассмотрим упругие эффекты, отвечающие за скорость изотропизации

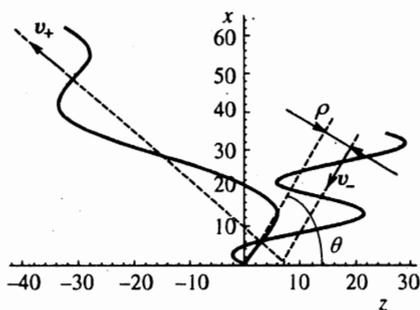


Рис. 1. Типичная траектория электрона (сплошная линия), дрейфовая траектория (пунктир) и параметры рассеиваемого электрона (v — скорость, ρ — прицельный параметр, θ — угол между скоростью и полем E)

функции распределения электронов при их столкновениях с ионами. В последнем разделе мы приведем некоторые элементарные аналитические интерполяции полученных результатов и кратко обсудим возможные перспективы.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим задачу о рассеянии на ионе отдельного электрона (рис. 1) с зарядом e , имеющего дрейфовую скорость v , в сильном однородном электрическом поле E , поляризованном вдоль оси z :

$$E(R, t) = E \sin(\omega t). \quad (1)$$

Будем полагать, что радиус осцилляций мал по сравнению с межчастичным расстоянием. При этом с позиций многочастичной плазменной задачи мы исходим из следующих представлений, вполне традиционных в модели парных столкновений. Пусть у нас имеется множество рассеивающих ионов. Расстояние между ионами больше, чем размер области существенного энергообмена электрона с высокочастотным полем вблизи иона (подробнее см. разд. 5)¹⁾. Тогда каждый осциллирующий электрон прежде чем уйти из области рассеяния многократно пройдет мимо иона. Более того, на больших расстояниях от иона в каждый момент времени ансамбль электронов можно считать однородно распределенным по прицельным параметрам и дрейфовым скоростям. Это и означает, что вместо анализа многочастичной плазменной задачи достаточно рассмотреть задачу рассеяния на одном ионе многих электронов с равномерным распределением по прицельным параметрам. В реальной плазме дебаевское экранирование эквивалентно замене кулоновского потенциала на потенциал Юкавы.

Анализ траекторий проводился в рамках классического уравнения Ньютона:

$$m\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{Ze^2}{R^3}\mathbf{R} + eE \sin(\omega t), \quad (2)$$

описывающего движение электрона в поле иона с зарядом Ze и однородном электрическом поле E , меняющемся по гармоническому закону с частотой ω . При этом предполагается, что радиус осцилляций электрона в лазерном поле мал по сравнению с длиной волны.

¹⁾ Это не жесткое ограничение. К аналогичным эффектам приводит и дебаевское экранирование.

Введем новые безразмерные переменные $R_n = R/r_E$, $t_n = \omega_E t$ и приведем уравнение (2) к безразмерному виду. Для описания сильного изменения кеплеровской траектории под действием поля в качестве характерных масштабов удобно выбрать

$$r_E = \sqrt{\frac{eZ}{E}}, \quad \omega_E = \sqrt{\frac{eE^3}{m^2 Z}}, \quad v_E = \sqrt{\frac{Ze^3 E}{m^2}}, \quad (3)$$

где r_E — расстояние от кулоновского центра, на котором поле иона eZ/r_E^2 равно E , ω_E — характерная частота при движении по «кеплеровской» орбите радиуса r_E . В результате, опуская здесь и ниже индекс n , получаем

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{\mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{n} \sin(\Omega t), \quad (4)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении поля ($\mathbf{E} = E\mathbf{n}$) и

$$\Omega = \omega \left(\frac{m^2 Z}{eE^3} \right)^{1/4} = \frac{\omega}{\omega_E} \quad (5)$$

— безразмерная частота. Таким образом, размерностный анализ показывает, что рассматриваемая нами задача описывается одним параметром Ω . Он содержит частоту и напряженность поля в комбинации $\omega/E^{3/4}$. Это означает, что предельный случай сверхсильного поля ($E \rightarrow \infty$) соответствует квазистатическому полю ($\Omega \rightarrow 0$).

Введем понятие дрейфовой координаты $\mathbf{r}(t)$ электрона, полагая, что его полная координата $\mathbf{R}(t)$ представлена в следующем виде:

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_\sim \sin(\Omega t), \quad \mathbf{r}_\sim = \frac{1}{\Omega^2} \mathbf{z}_0. \quad (6)$$

Таким образом, до столкновения электрон имел скорость

$$\mathbf{V}_-(t) = \mathbf{v}_- + \mathbf{v}_\sim \cos(\Omega t), \quad \mathbf{v}_\sim = -\frac{1}{\Omega} \mathbf{z}_0, \quad (7)$$

а после столкновения —

$$\mathbf{V}_+(t) = \mathbf{v}_+(t) + \mathbf{v}_\sim \cos(\Omega t). \quad (8)$$

Область численного моделирования выбиралась как область, вне которой дрейфовая скорость перестает изменяться. Это означает, что размер этой области L удовлетворяет следующему условию:

$$L \gg r_\sim. \quad (9)$$

Разумеется, формально надо перейти к пределу $L \rightarrow \infty$.

В этих терминах эффективное дифференциальное сечение рассеяния, отвечающее за отклонение частиц по дрейфовой скорости от начального направления, имеет вид

$$d\sigma_{eff}(\mathbf{v}_-, \mathbf{v}_\sim, \rho) = \frac{\langle v_+^2 - v_-^2 \rangle}{v_\sim^2/2} d\rho \quad (10)$$

и характеризует неупругость рассеяния. Здесь $d\rho$ — площадка в плоскости, перпендикулярной направлению падающего пучка, около вектора прицельного параметра ρ (рис. 1). Аналогично, транспортное сечение рассеяния

$$d\sigma_{tr}(v_-, v_+) = \frac{\langle (v_+^2)_\perp \rangle}{v_-^2} d\rho = \frac{dw_{tr}}{v_-^2} \quad (11)$$

отвечает за отклонение частиц по дрейфовой скорости от первоначального направления, поскольку $v_{+\perp}$ — компонента полной скорости на выходе, перпендикулярная направлению падения пучка. И в (10), и в (11) угловые скобки означают усреднение по периоду поля. Знаменатель в (10) соответствует нормировке на среднюю по времени энергию рассеиваемых частиц, а в (11) — на квадрат средней скорости.

Остановимся несколько подробнее на физическом смысле введенных выше сечений рассеяния (10), (11). Прежде всего, вспомним, что в качестве характеристики рассеяния в статических полях вводят понятие дифференциального (эффективного) сечения рассеяния

$$d\sigma = \frac{dN}{N} \quad (12)$$

как отношения потока электронов, рассеиваемых в телесный угол $d\Omega$, к плотности падающего потока [11]. Для задач статического рассеяния, когда все определяется только дрейфовой скоростью налетающих электронов, такое определение действительно удобно, поскольку угол рассеяния не зависит от времени влета. Если же осцилляторная скорость большая, т. е. рассеяние может существенно зависеть от фазы поля при влете в область рассеяния [12], более адекватной является величина $\langle d\sigma \rangle_{t_0}$ — среднее по фазам влета дифференциальное сечение рассеяния. Но реально нас интересует не само сечение рассеяния, а его «энергетические» проявления. Эти эффекты и характеризуются введенными нами величинами (10), (11).

Чтобы пояснить смысл выражения (10) для σ_{eff} , приведем следующие достаточно традиционные соображения. Прежде всего, заметим, что изменение энергии W внешнего поля в физически малом объеме U по определению следующим образом связано с изменением энергии электронов в этом же объеме:

$$\frac{dW}{dt}U = -\frac{dW_u}{dt}U \equiv -\nu_{eff}n \left\langle \frac{mv_-^2}{2} \right\rangle U, \quad (13)$$

где n — концентрация электронов. Последнее соотношение фактически является определением эффективной частоты столкновений ν_{eff} . В свою очередь, эта величина связана с эффективным сечением рассеяния σ_{eff} :

$$\nu_{eff} = \sigma_{eff}Nv_-, \quad (14)$$

где N — концентрация рассеивающих центров (ионов). Поскольку изменение энергии частиц в объеме обусловлено только энергообменом с полем при рассеянии на ионах, из (13) имеем

$$\frac{dW}{dt}U \equiv \nu_{eff}n \left\langle \frac{mv_-^2}{2} \right\rangle U = UNnv_-m \int \frac{\langle v_+^2 - v_-^2 \rangle}{2} d\rho. \quad (15)$$

С учетом (14) из (15) получается (10). Как и следовало ожидать, эта величина является характеристикой только парного взаимодействия и не зависит от концентрации

электронов и ионов. Разумеется, и ν_{eff} , и σ_{eff} совпадают с выражениями, используемыми в цитированных работах [8, 9]. Удобство этого выражения состоит в возможности прямого отыскания этой величины в рамках численного эксперимента.

При численном моделировании мы столкнулись с тем, что движение электрона на малом расстоянии от кулоновской особенности характеризуется резким изменением траектории, что, следовательно, может приводить к ошибкам при расчетах. Поскольку требования к точности на этом участке оказываются определяющими при исследовании долговременной динамики электрона, задача состояла в поиске преобразования координат и времени такого, чтобы уравнение, описывающее движение, стало регулярным (не имело особенности в месте расположения иона). Удобно, по аналогии с координатами Леви-Чивита [13], ввести новое время s , совпадающее с «нормальным» временем t на больших расстояниях ($R \gg r_E$) и «быстротекущим» при приближении к кулоновской особенности ($R \leq r_E$). Примером может служить замена времени, используемая при расчетах:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{R^2}{1 + R^2}. \quad (16)$$

Окончательно система уравнений запишется в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} t' = \frac{R^2}{1 + R^2}, \\ x' = \frac{p_x R^2}{1 + R^2}, \\ z' = \frac{p_z R^2}{1 + R^2}, \\ p_x' = -\frac{x}{r(1 + R^2)}, \\ p_z' = \frac{R^2}{1 + R^2} \cos(\Omega t) - \frac{z}{R(1 + R^2)}. \end{array} \right. \quad (17)$$

В ходе численного эксперимента расчеты проводились для трех значений частот: $\Omega = 0.1, 0.32, 1$. Исследовались пучки электронов с дрейфовыми скоростями от 10^{-2} до 10^4 и прицельными параметрами ρ (по дрейфовой скорости) в диапазоне от 10^{-1} до 10^4 , равномерно распределенные по всем фазам влета. Начальное расстояние от кулоновской особенности до ведущего центра частиц выбиралось равным $10r_{\sim}(10/\Omega^2)$; частица считалась покинувшей область взаимодействия при удалении ведущего центра от кулоновской особенности на расстояние более $10r_{\sim}$. Особое внимание уделялось выбору достаточного числа частиц на периоде поля. Так, при вычислениях неупругих взаимодействий число частиц на периоде достигало 2000 в отдельных расчетах.

3. НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Для оценки степени неупругости рассеяния проводились вычисления эффективного сечения $d\sigma_{eff}(\theta, v, \Omega)$, определяемого соотношением (10) и отвечающего, как было отмечено в разд. 2, за энергообмен между полем и частицами. Напомним, что θ — угол между вектором скорости v налетающих частиц и полем E (рис. 1). Основные расчеты проводились для продольного ($v_{\parallel} \parallel E$) и поперечного ($v_{\perp} \perp E$) столкновений для нескольких значений углов $\theta = \pi/8, \pi/4, 3\pi/8$.

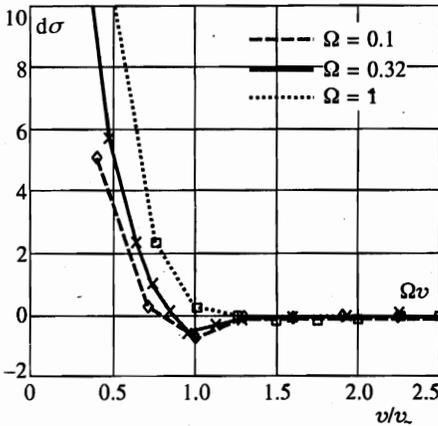


Рис. 2

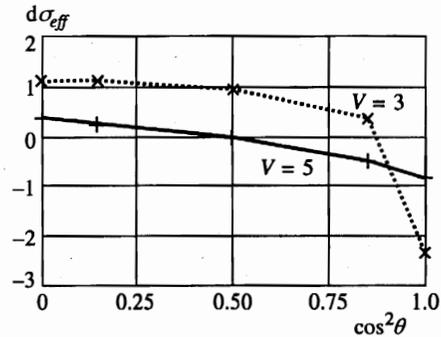


Рис. 3

Рис. 2. Зависимости эффективного сечения неупругих столкновений (продольных $(v \parallel E)$) от скорости v/v_{\sim} для трех значений частот

Рис. 3. Зависимости $d\sigma_{eff}$ от $\cos^2 \theta$, $\Omega = 0.32$ при $v = 3, 5$

Проанализируем зависимость эффективного сечения рассеяния для продольных столкновений от Ωv (рис. 2).

Отметим наиболее важные черты поведения эффективного сечения от скорости.

1. Возрастание сечения при $v \ll 1$ по закону, близкому к $d\sigma_{eff} \sim \Omega^2/v^2$. Существенно, что такая аппроксимация имеет место при всех углах рассеяния θ .
2. Смена знака при $\Omega \leq 1$ вблизи $v \sim v_{\sim}$.
3. Уменьшение абсолютной величины сечения рассеяния при $v \gg v_{\sim}$. В этой области кривая при всех углах хорошо аппроксимируется известной зависимостью $d\sigma_{eff} \sim 1/v^4$.

Для определения знака сечения рассеяния в зависимости от угла были проведены детальные исследования при $\Omega = 0.32$ и двух значениях дрейфовой скорости рассеиваемого пучка $v = 3$ и $v = 5$ (рис. 3).

Из рисунка видно, что с ростом отношения дрейфовой скорости к осцилляторной область телесных углов с отрицательными значениями величины $d\sigma_{eff}$ увеличивается. Асимптотика при $v \gg v_{\sim}$, по-видимому, соответствует эффекту Маркуза $\sigma_{eff} \sim 1 - 3 \cos^2 \theta$ [6]. В то же время абсолютная величина максимума отрицательного значения, достигаемая при $\theta = 0$, уменьшается с ростом угла θ . С нашей точностью для $\Omega = 0.32$ и $\Omega = 1$ мы видим, что при изотропном рассеянии полное эффективное сечение рассеяния остается положительным²⁾.

Отметим, что в целом за энергообмен ответственны не все электроны, а только небольшая их часть. Мы назвали эти электроны «представительными» электронами.

²⁾ Окончательный ответ на вопрос о возможности существования отрицательных значений полных σ при малых частотах и изотропной моноэнергетической функции распределения рассеивающихся электронов остается открытым. Мы не видим принципиальных запретов для этого при меньших Ω .

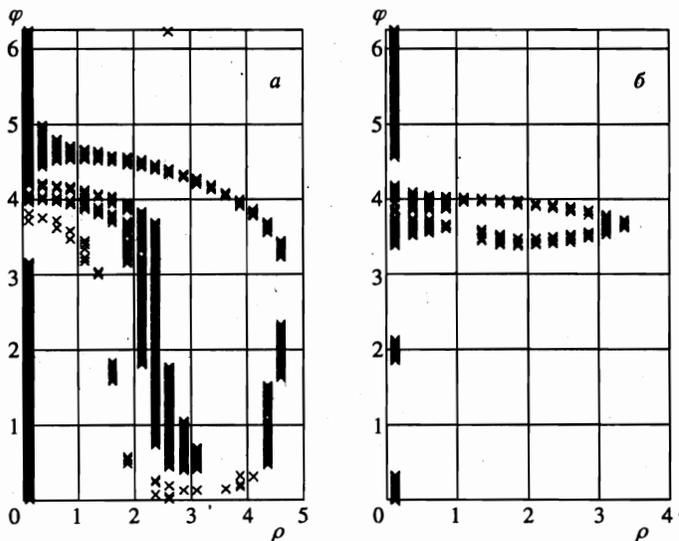


Рис. 4. Области существенного энергообмена (точки) на плоскости (ρ, φ) (прицельный параметр — фаза влета) при продольном рассеянии ($v_- \parallel E$) для $\nu = 1$ (а) и $\nu = 3$ (б)

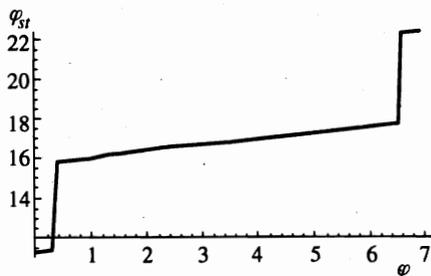


Рис. 5

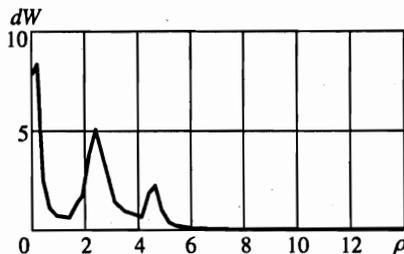


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость фазы поля при «столкновении» от начальной фазы поля

Рис. 6. Зависимость величины изменения энергии от прицельного параметра для продольного столкновения, усредненной по фазам влета, при $\Omega = 0.32, \nu = 1$

Этот эффект демонстрирует рис. 4, на котором на плоскости (ρ, φ) (прицельный параметр — фаза влета) отмечены области значительного энергообмена — более половины осцилляторной энергии — при продольном ($v_- \parallel E$) падении частиц. Вертикальные линии связаны с дискретностью расчета по прицельным параметрам. Разумеется, истинные «рукава» — сплошные. Оценки показывают, что эти частицы дают более 70% от полного энергообмена. Доля этих частиц мала, порядка $\Omega^2 \ll 1$. Следует отметить, что, несмотря на различные начальные фазы влета представительных электронов, все столкновения происходят в сильно коррелированных фазах поля (рис. 5), зависящих от значения начальной дрейфовой скорости. При этом указанная корреляция столкнове-

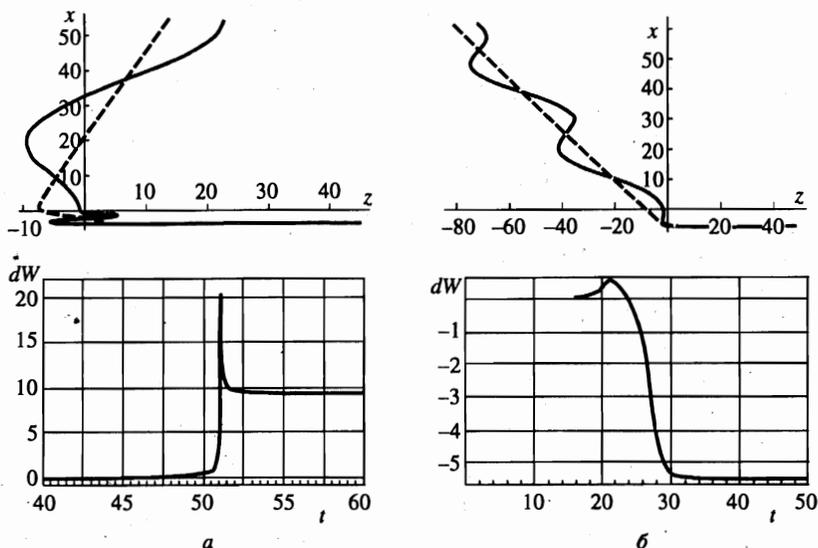


Рис. 7. *a* — Быстрый энергообмен для $\Omega = 0.32$, $\nu = 1$, *б* — медленное столкновение для $\Omega = 0.32$, $\nu = 3$. Вверху — траектории частицы (сплошные кривые) и дрейфового центра (штриховые кривые), внизу зависимости изменения энергии электрона от времени

ний подготавливается «упругим» дрейфом частиц в кулоновском поле иона. На рисунке приведена зависимость фазы поля при ближайшем подходе электронов к иону от их начальной фазы. Все электроны начинают движение вдоль поля с прицельного расстояния $\rho = 4.6$, соответствующего представительным электронам (вертикальная полоса на рис. 4). Видно, что собственно энергообмен с полем происходит в узкой полосе фаз поля. «Ступеньки» на этой зависимости соответствуют сдвигу моментов столкновения на период поля. Как видно из рис. 6, зависимость величины изменения энергии от прицельного параметра, усредненной по фазам влета, является существенно немонотонной. Это же демонстрирует рис. 4. Число боковых максимумов зависит от отношений дрейфовой скорости к осцилляторной скорости ($\Omega\nu$) и растет с уменьшением этого параметра. При $\nu \gg \nu_{\sim}$ имеет место только центральный пик. Ширина центрального пика может быть оценена как размер резерфордской области, определяемой по полной скорости налетающего электрона. Вклад боковых максимумов оказывается определяющим, так что эффективное сечение при дрейфовых скоростях меньших ν_{\sim} существенно возрастает и оказывается порядка Ω^2/ν^2 — среднего геометрического между резерфордскими сечениями, оцененными по осцилляторной скорости $\sigma_{\sim} \sim \Omega^4$ и по дрейфовой скорости $\sigma_{dr} \sim 1/\nu^4$.

Напротив, при больших дрейфовых скоростях (по сравнению с осцилляторной) результат, как и следует ожидать, согласуется с малоугловым приближением (рис. 2), так что сечение оказывается порядка $1/\nu^4$. В этом случае зависимость от фазы влета несущественна и, следовательно, работает приближение малого энергообмена [1, 2, 8–10].

Расчеты показали, что можно выделить два типа представительных электронов. Это электроны, у которых время энергообмена много меньше периода поля («быстрые» столкновения, рис. 7*a*), и электроны со временем энергообмена, сравнимым с перио-

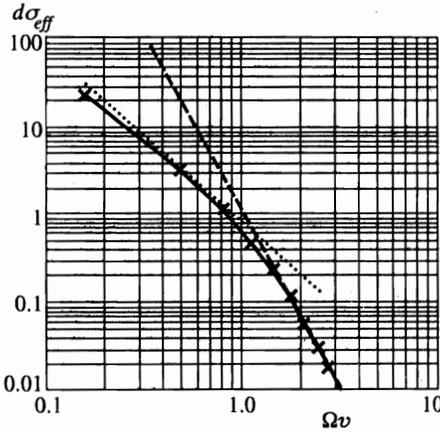


Рис. 8. Зависимость эффективного сечения неупругих столкновений от скорости при поперечном рассеянии (двойной логарифмический масштаб) $\Omega = 0.32$; пунктир — зависимости $d\sigma_{eff} \propto 1/v^2$ и $d\sigma_{eff} \propto 1/v^4$

дом поля («медленные» столкновения, рис. 7б). Как уже отмечалось, оба типа представительных электронов имеются не только в случае лобовых ударов, но и при заметных прицельных параметрах, когда электрон «доставляется» в область неупругого рассеяния за один или несколько периодов поля.

Отметим, что медленные столкновения имеют место при скоростях порядка осцилляторной. Их эффективность быстро уменьшается и при малых, и при больших скоростях. Мы обнаружили, что медленные столкновения в основном приводят к уменьшению энергии электрона (дрейфовой) и быстро убывают при увеличении угла между направлением начальной дрейфовой скорости и направлением поля.

Наконец, остановимся на качественном описании поперечных столкновений. Существенное отличие от продольных столкновений заключается в том, что область энергообмена представляет собой узкую полосу, вытянутую вдоль поля на $2r_{\sim}$, шириной порядка резерфордовского радиуса, определенного по полной скорости.

На рис. 8 приведена итоговая зависимость энергии, приобретаемой электронами, от их начальной дрейфовой скорости при поперечном рассеянии. Принципиальное отличие от продольного рассеяния состоит в положительной определенности σ_{eff} при всех скоростях рассеиваемых электронов. Для удобства результат приведен в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что, как и при продольном рассеянии, эта зависимость хорошо аппроксимируется функциями вида $\sigma \propto 1/v^2$ при малых энергиях и $\sigma \propto 1/v^4$ при больших.

Следует отметить, что этот результат не является случайным. Из анализа размерностей задачи рассеяния при произвольном угле падения можно показать, что при любой дрейфовой скорости рассеиваемого пучка общий вид зависимости изменения энергии от безразмерных параметров задачи следующий:

$$\sigma_{eff} = \frac{\Omega^2}{v^2} f_1(\Omega v, \cos^2 \theta) + \Omega^2 f_2(\Omega v, \cos^2 \theta). \tag{18}$$

Причем, как ясно из численного эксперимента, первая функция имеет вид перепада, локализованного вблизи $\Omega v = 1$ и убывает пропорционально $1/(\Omega v)^2$ при больших скоростях, а вторая убывает и при больших, и при малых скоростях. Более того, можно ожидать, что вторая функция всегда отрицательна.

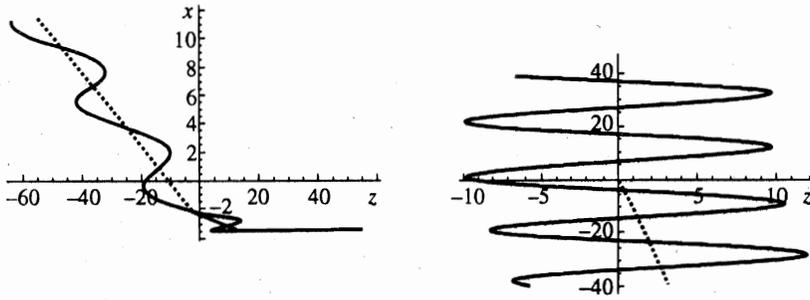


Рис. 9. Характерные траектории частицы при рассеянии на кулоновском центре при различных значениях прицельного параметра ($\Omega = 0.32$, $v = 1$)

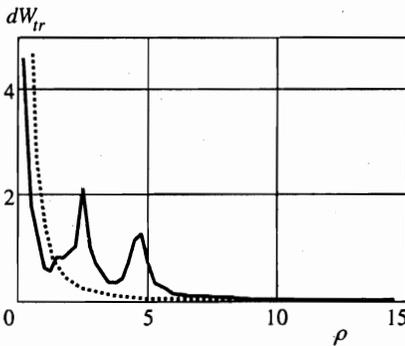


Рис. 10

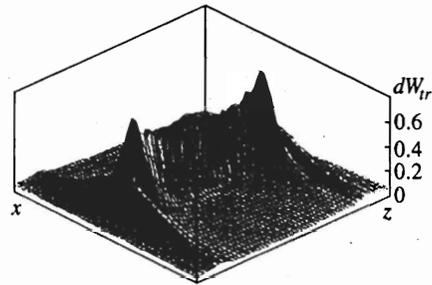


Рис. 11

Рис. 10. Зависимость усредненной поперечной энергии от прицельного параметра ρ (продольное падение, $\Omega = 0.32$, $v = 1$). Сплошная линия — продольное падение, пунктир — отсутствие высокочастотного поля

Рис. 11. Зависимость усредненной поперечной энергии от вектора прицельного параметра ρ (поперечное падение, $\Omega = 0.32$, $v = 1$)

4. УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Характерный вид траекторий частиц, испытывающих достаточно сильное упругое рассеяние, приведен на рис. 9 для значений параметров $\Omega = 0.32$, $v = 1$. Сразу же напомним, что при этих же параметрах, но других фазах влета, есть электроны, испытывающие сильное неупругое рассеяние.

Типичные зависимости усредненного по фазам влета поперечной энергии пучка dW_{tr} (11) приведены на рис. 10. Можно отметить, что эти зависимости всегда не монотонные при малых дрейфовых скоростях частиц; резко обрываются при больших прицельных параметрах. В частности, при $\rho \gg r_{\sim}$ явно прослеживается асимптотика $1/\rho^2$, соответствующая рассеянию в статическом поле иона. Таким образом, вклад высокочастотного поля в транспортное сечение рассеяния убывает на больших расстояниях интегрируемым образом, как и следовало ожидать. В случае не продольного рассея-

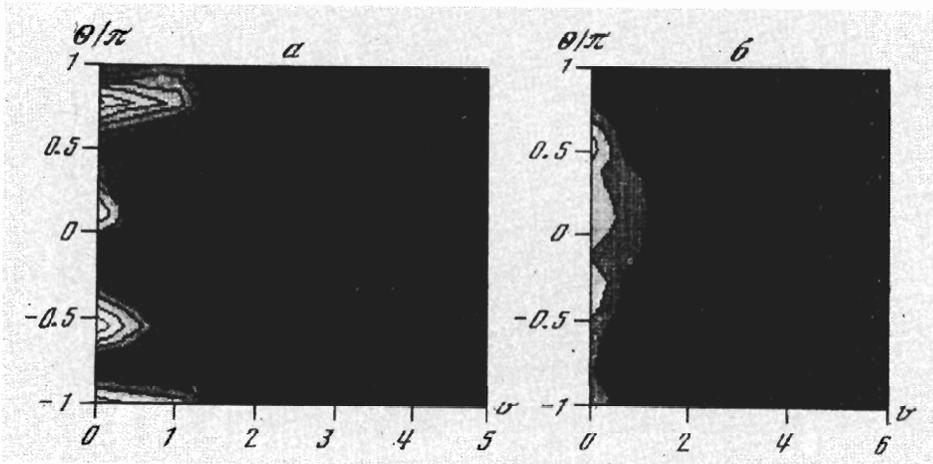


Рис. 12. Зависимость транспортного сечения рассеяния от угла влета (по вертикали) и скорости (по горизонтали) для $\Omega = 0.1$ (слева) и $\Omega = 0.32$ (справа)

ния зависимости усредненной энергии от прицельного параметра анизотропные (см. рис. 11).

Качественно эти зависимости понятны, если вместо задачи упругого рассеяния в сильном высокочастотном поле рассмотреть задачу рассеяния по дрейфовой скорости на усредненном потенциале, аналитическое выражение для которого имеет вид [14]

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{r_+ r_-}} K \left(\sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_+ r_-}{r_+ r_-} \right)} \right), \tag{19}$$

где $r_{\pm} = r \pm r_{\sim}$, $K(m)$ — полный эллиптический интеграл. При этом боковые максимумы могут быть связаны с наличием двух центров рассеяния. В частности, с ростом энергии рассеиваемого пучка боковые максимумы пропадают, поскольку для быстрых пучков основным является сферически-симметричная часть рассеивающего потенциала — кулоновский потенциал. Поверхности уровня усредненного потенциала аксиально-симметричны (ось симметрии параллельна внешнему полю) и имеют вид «гантелей» с логарифмической расходимостью $\ln(1/\rho)$ в центре и корневой особенностью $1/\sqrt{r_{\pm} r_{\sim}}$ при $z \sim \pm r_{\sim}$.

Исследования зависимости транспортного сечения $d\sigma_{tr}$ от угла θ между электрическим полем и дрейфовой скоростью показали, что уже для достаточно небольших скоростей (больших v_E в размерных переменных) наблюдается слабая зависимость от угла θ . Существенная анизотропия наблюдается только при малых скоростях. В этом случае оказывается, что модель усредненного потенциала недостаточна, т.е. при этих столкновениях существенны неупругие эффекты. В подтверждение сказанного выше приведем рисунок линий уровня $d\sigma_{tr}$ для двух значений частот (рис. 12). Видно, что заметная анизотропия наблюдается только при достаточно малых скоростях.

По результатам проведенных расчетов были построены зависимости полного (дифференциальное сечение проинтегрировано по телесным углам) транспортного сечения

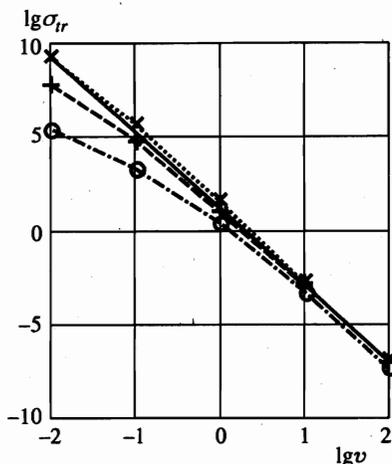


Рис. 13. Зависимости транспортного сечения рассеяния от начальной скорости частицы для трех значений частот $\Omega = 1$ (o), 0.32 (+) и 0.1 (x)

рассеяния σ_{tr} (11) от начальной скорости частицы (см. рис. 13). Для сравнения на этом же рисунке изображена соответствующая зависимость резерфордовского сечения рассеяния, определенного по дрейфовой скорости $\sigma_r = 4\pi/v^4$ (пунктир). Качественно весь график зависимости $\sigma_{tr}(v)$ можно разбить на три части.

1. $v \gg v_{\sim}$. Основной вклад дают малоугловые упругие рассеяния [9, 10].
2. $\Omega \leq v \leq v_{\sim}$. Наряду с малоугловыми столкновениями начинают давать вклад неупругие процессы (см. разд. 3), ответственные за немонотонность зависимости $\Delta W_{tr}(\rho)$ (ср. рис. 10 и рис. 6). Однако, поскольку $\sigma_{eff} \sim \Delta W \sim 1/v^2$ (18), вклад неупругих столкновений имеет тот же порядок, что и вклад упругих (малоугловых)!
3. $v \leq \Omega$. По-видимому, становятся существенными процессы квазизахвата (удержания) частиц вблизи кулоновского центра в течение времени, значительно превышающего период поля. Данная область параметров нами проанализирована недостаточно из-за громоздкости расчетов, поскольку резко возрастают требования к точности из-за необходимости анализа долговременной эволюции каждого электрона. Эти результаты нуждаются в дополнительном исследовании.

Наиболее интересной особенностью этих зависимостей является поразительное (в рамках гигантского перепада по σ и v) совпадение с резерфордовским сечением рассеяния, определяемым по дрейфовой скорости. Данный результат кажется еще более удивительным, если учесть, что зависимость усредненной поперечной энергии от прицельного параметра (рис. 10) при скоростях, меньших осцилляторной, является существенно немонотонной.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основная идея работы заключается в том, что все неупругие столкновения электронов с ионами в сверхсильных полях происходят когерентным образом на представительных электронах, попадающих в r_E -окрестность иона в одних и тех же фазах поля (точнее, почти в одних и тех же). С учетом этого сформулируем главные результаты работы.

1. Упругие столкновения (транспортное сечение столкновений) как бы «не замечают» внешнего поля (рис. 13). Сечение близко к резерфордовскому, вычисленному по дрейфовой скорости. Формально этот результат может быть получен уже в малоугловом приближении [8–10]. Однако более детальное рассмотрение показало (разд. 4), что это совпадение до некоторой степени неочевидно, поскольку сравнимый вклад в транспортное сечение рассеяния дают частицы, неупруго рассеиваемые на большие углы (сравнительно малые прицельные параметры). Зависимость от угла рассеяния при скоростях, меньших осцилляторной, заметно анизотропная. Тем не менее вплоть до сравнительно малых скоростей, при которых становятся заметными процессы квазизахвата, интегрирование по углам — переход к полному транспортному сечению — приводит к резерфордовской формуле. Вплоть до этих скоростей наши расчеты показали, что полное сечение хорошо аппроксимируется выражением

$$\sigma_{tr} = \frac{4\pi}{v^2 (v^2 + \Delta(\Omega, v))},$$

где $\Delta(\Omega, v)$ — поправка, существенная при $v \leq \Omega$, подлежит дальнейшему уточнению. Еще раз подчеркнем, что это соотношение получено с точностью до кулоновского логарифма, определяемого рассеянием в статическом поле при больших прицельных параметрах.

2. Неупругие столкновения при дрейфовых скоростях, меньших осцилляторной, в основном определяются малой долей электронов — представительными электронами. Энергообмен между этими электронами и полем осуществляется в коррелированные моменты времени, соответствующие попаданию этих электронов в нужной фазе поля в малую окрестность иона. Вне этой окрестности происходит адиабатический дрейф осциллирующего электрона, обусловленный фокусирующими свойствами кулоновского потенциала.

При больших скоростях (по сравнению с осцилляторной) наши результаты хорошо согласуются с результатами малоуглового приближения в рамках модели Даусона, Обермана, Силина (ДОС) [1, 10]. Отличие заключается в отсутствии логарифмического фактора, который в рамках малоуглового приближения (модели ДОС) обусловлен малыми прицельными параметрами. В безразмерных переменных результат модели ДОС запишется в виде $\sigma_{eff} \propto 1/v^4$. При малых скоростях определяющий вклад в эффективное сечение рассеяния дают представительные электроны (см. разд. 3). Среди представительных электронов можно выделить медленные, со временем энергообмена порядка периода поля, и быстрые, со временем энергообмена много меньшим периода поля. Медленные столкновения существенны только при дрейфовых скоростях, сравнимых с осцилляторной. При меньших скоростях основной вклад дают быстрые столкновения, которые, на первый взгляд, должны хорошо описываться в рамках низкочастотного приближения [3, 4]. Эта модель в безразмерных переменных приводит к значениям $\sigma_{eff} \sim \Omega^4$, т. е. к резерфордовскому сечению, оцененному по осцилляторной скорости. Мы же получили в этом диапазоне существенно большую величину $\sim \Omega^2/v^2$ — среднее геометрическое между сечениями, получаемыми в низкочастотном и малоугловом приближениях. Различия, по-видимому, связаны с тем, что низкочастотное приближение не учитывает процессы «когерентного нацеливания», когда электроны без изменения дрейфовой энергии притягиваются к иону за один или несколько периодов поля и затем уже быстро рассеиваются, изменяя свою дрейфовую энергию. Благодаря этим эффектам наблюдается значительное увеличение эффективного сечения по сравнению

с традиционными моделями.

Приведенные результаты формально справедливы только в достаточно разреженной плазме $N \ll (\lambda v/c)^{-3}$ (λ — длина волны излучения). Однако можно ожидать, что аналогичные эффекты имеют место и в более плотной плазме. Действительно, единственное, что является существенным, это то, чтобы в объеме, определяющем область эффективного рассеяния $r \sim \sigma_{eff}$, было не более одной частицы. С учетом полученных численных результатов для эффективного сечения неупругого рассеяния это эквивалентно условию

$$r_e \ll r_D \quad \text{при} \quad v_T \ll v_{\sim}, \quad (20)$$

r_D — дебаевский радиус. В этих условиях можно сделать оценку эффективной частоты столкновений в размерных переменных:

$$\nu_{eff} \sim \frac{\omega_p}{nr_D^3} \frac{v_T^2}{v_{\sim}^2}. \quad (21)$$

Это соотношение с точностью до логарифмического фактора является следствием того, что найденное в настоящей работе эффективное сечение рассеяния равно среднему геометрическому между эффективными сечениями, оцениваемыми по тепловой скорости и по осцилляторной скорости.

В заключение отметим, что заметные изменения в традиционных представлениях имеют место только при достаточно сильных полях, а именно, при $r_{\sim} \gg r_E$ ($\omega_E \gg \omega$) или в размерных переменных:

$$\omega \ll \omega_E \sim Z^{1/4} \cdot 2 \cdot 10^{10} \left(P \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \right] \right)^{3/8}. \quad (22)$$

В таких полях следует ожидать, что плазма является неравновесной средой (σ_{eff} может менять знак по отношению к процессу генерации гармоник падающего излучения); спектр гармоник тормозного излучения сильно обогащается; может возникать индуцированная рекомбинация электронов и ионов и т. д. Эти и другие, вполне очевидные проблемы, а именно, аналитическая модель упругих и неупругих столкновений в сверхсильных полях в разреженной плазме; столкновения в плотной плазме; генерация гармоник сверхсильного излучения в плотной плазме представляются наиболее актуальными для дальнейшего изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 96-02-19482, 98-02-17205). Авторы благодарят сотрудников отдела физики плазмы ИПФ РАН и прежде всего М. А. Миллера, В. Б. Гильденбурга, А. Г. Литвака и В. Е. Семенова за многочисленные обсуждения. Мы признательны Н. Фишу (PPL, Princeton, USA) за стимулирующие дискуссии.

Литература

1. J. Dawson and C. Oberman, Phys. Fluids 5, 517 (1962).
2. В. П. Силин, ЖЭТФ 47, 2254 (1964).

3. N. M. Kroll and K. M. Watson, *Phys. Rev. A* **8**, 804 (1973).
4. Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров, *УФН* **107**, 559 (1972); Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, *ЖЭТФ* **49**, 1215 (1965).
5. M. H. Mittleman, *Introduction to the Theory of Laser-Atom Interactions*, Plenum Press, New York and London (1993).
6. М. В. Федоров, *Электрон в сильном световом поле*, Наука, Москва (1991).
7. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988).
8. C. D. Decker, W. B. Mori, J. M. Dawson, and T. Katsouleas, *Phys. Plasmas* **1**, 4043 (1994).
9. G. J. Pert, *J. Phys. B* **12**, 2756 (1979).
10. G. Shvets and N. J. Fisch, *Phys. Plasmas* **4**, 428 (1997).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1973).
12. L. Wiesenfeld, *Phys. Lett. A* **144**, 467 (1990).
13. E. L. Steifel and G. Scheifele, *Linear and regular celestial mechanics*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (1971).
14. M. Pont, N. R. Walet, and M. Gavrilu, *Phys. Rev. A* **41**, 477 (1990).