

ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ И СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДНИКОВ ПРИ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРА κ БЛИЗКИХ К ЕДИНИЦЕ

Ю. Н. Овчинников*

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
117940, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 10 сентября 1998 г.

Получено выражение для свободной энергии сверхпроводника вблизи критической температуры с учетом следующих по параметру $(1 - T/T_c)$ членов. Эти члены становятся существенными в области значений параметра Гинзбурга—Ландау $|\kappa - 1| \ll 1$, и в этом случае во внешнем магнитном поле H_0 близком к H_{c2} структура параметра порядка определяется отношением трех малых параметров: $|\kappa - 1|$, $(1 - T/T_c)$ и $(H_{c2} - H_0)/H_{c2}$. Исследованы три типа решеток: треугольная с одним и двумя квантами потока в ячейке и квадратная с одним квантом потока в ячейке.

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения Гинзбурга—Ландау [1] обладают важным свойством: при значении параметра Гинзбурга—Ландау $\kappa = 1$ в цилиндрической геометрии существует N -вихревое решение при произвольном положении нулей параметра порядка в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра [2, 3]. Такое вырождение приводит к обращению в нуль при $\kappa \rightarrow 1$ всех коэффициентов (начиная со второго) разложения в ряд Тейлора свободной энергии Гинзбурга—Ландау по степеням $(H_{c2} - B)$, где B — индукция магнитного поля, H_{c2} — критическое поле сверхпроводника [1].

Естественно, что даже малое возмущение уравнений Гинзбурга—Ландау полностью разрушит это громадное вырождение. В реальных сверхпроводниках возмущающие члены пропорциональны $(1 - T/T_c)$, где T_c — температура сверхпроводящего перехода. В результате в магнитных полях H_0 близких к H_{c2} , $(H_{c2} - H_0)/H_{c2} \ll 1$, возникают три малых параметра: $|\kappa - 1|$, $(1 - T/T_c)$ и $(H_{c2} - B)/H_{c2}$. В зависимости от относительной величины параметров $|\kappa - 1|$ и $(1 - T/T_c)$ свободная энергия смешанного состояния $(F_S - F_N)/V$ как функция параметра $(H_{c2} - B)/H_{c2}$ может иметь вид одного из трех графиков, представленных на рис. 1 ($H_0 < H_{c2}$) и рис. 2 ($H_0 > H_{c2}$).

В магнитных полях $H_0 < H_{c2}$ образуется безвихревое состояние (случай *a*) или состояние с $B \sim H_{c2}$. Случай *b* соответствует классическому сверхпроводнику второго рода, и в случае *c* возможно образование метастабильных вихревых решеток. Как будет показано ниже, могут реализоваться все три случая. В магнитных полях $H_0 > H_{c2}$ зависимость свободной энергии от параметра $(H_{c2} - B)/H_{c2}$ представлена на рис. 2 и все три возможности (*a*, *b*, *c*) могут быть реализованы. Естественно, что свободная энергия зависит от вида вихревой решетки. Ниже мы рассмотрим три типа вихревых решеток:

* E-mail: ovc@itp.ac.ru

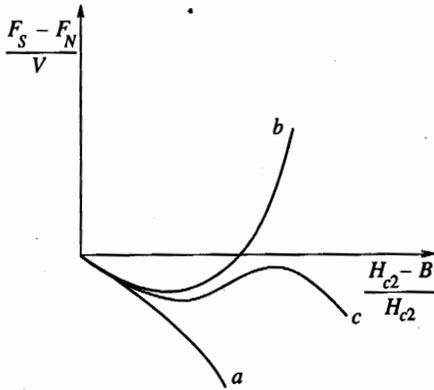


Рис. 1

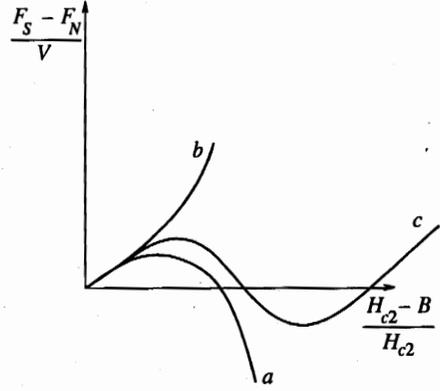


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость свободной энергии $(F_S - F_N)/V$ от параметра $(H_{c2} - B)/H_{c2}$ в области значений $x \ll 1, H_0 < H_{c2}$

Рис. 2. Зависимость свободной энергии $(F_S - F_N)/V$ от параметра $(H_{c2} - B)/H_{c2}$ в области значений $x \ll 1, H_0 > H_{c2}$

треугольную с одним и двумя квантами потока в элементарной ячейке и квадратную с одним квантом потока.

2. УРАВНЕНИЕ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ С ПОПРАВОЧНЫМИ ЧЛЕНАМИ

Для получения выражения для свободной энергии сверхпроводника с учетом следующих по параметру $(1 - T/T_c)$ членов мы воспользуемся системой уравнений для функций Грина \hat{G} , проинтегрированных по энергетической переменной ξ [4–6]. Эти уравнения имеют вид

$$\left(\mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \hat{G} + \hat{\omega} \hat{G} - \hat{G} \omega = 0,$$

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \alpha, & -i\beta_p \\ i\tilde{\beta}_p, & -\alpha \end{pmatrix}, \quad \hat{G}^2 = \hat{1}, \tag{1}$$

где

$$\hat{\omega} = \omega \tau_z - ie(\mathbf{v}\mathbf{A})\tau_z - i\hat{\Delta} - in\hat{\Sigma}_{pp},$$

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ -\Delta^* & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{pp} = -\frac{iv}{2} \int \sigma_{pp} \hat{G}_{p_1} d\Omega_{p_1}. \tag{2}$$

В уравнении (2) Δ — параметр порядка сверхпроводника, σ'_{pp} — сечение рассеяния электрона на примеси, n — концентрация примесей. Параметр порядка Δ связан с функцией Грина β_p соотношением

$$\Delta \ln \left(\frac{T_c}{T} \right) = 2\pi T \sum_{\omega > 0} \left(\frac{\Delta}{\omega} - \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \beta_p \right), \quad (3)$$

где T_c — температура сверхпроводящего перехода. Мы ищем лишь первые поправки к уравнениям Гинзбурга—Ландау по параметру $1 - T/T_c$. Из уравнения $\hat{G}^2 = 1$ следует, что

$$\alpha^2 + \beta_p \bar{\beta}_p = 1. \quad (4)$$

Решая это уравнение с точностью до членов четвертого порядка по Δ , находим

$$\alpha_p = \text{sing } \omega \left[1 - \frac{\beta_p \bar{\beta}_p}{2} - \frac{(\beta_p \bar{\beta}_p)^2}{8} \right]. \quad (5)$$

Из системы уравнений (1) находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (v\partial_-) \beta_p + \omega \beta_p - \Delta \alpha_p + \frac{nv}{2} \int \sigma_{pp_1} (\beta_p \alpha_{p_1} - \alpha_p \beta_{p_1}) d\Omega_{p_1} &= 0, \\ -\frac{1}{2} (v\partial_+) \bar{\beta}_p + \omega \bar{\beta}_p - \Delta^* \alpha_p + \frac{nv}{2} \int \sigma_{pp_1} (\bar{\beta}_p \alpha_{p_1} - \alpha_p \bar{\beta}_{p_1}) d\Omega_{p_1} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\partial_{\pm} = \frac{\partial}{\partial r} \pm 2ieA.$$

Систему уравнений (5), (6) можно решить, разлагая величины $\beta_p, \bar{\beta}_p$ в ряд по сферическим гармоникам при произвольной длине свободного пробега электронов. В результате простых вычислений с помощью уравнений (5), (6) приводим уравнение (3) для параметра порядка к виду

$$\begin{aligned} -\Delta \ln \left(\frac{T_c}{T} \right) - 2\pi T \sum_{\omega > 0} \left\{ -\frac{\Delta |\Delta|^2}{2\omega^3} + \frac{3\Delta |\Delta|^4}{8\omega^5} + \right. \\ + \frac{v^2}{12} \frac{\partial_-^2 \Delta}{\omega^2 (\omega + 1/2\tau_{tr})} + \frac{v^4 (1/\tau - 1/\tau_2) (\partial_-^2)^2 \Delta}{288\omega^3 (\omega + 1/2\tau_{tr})^2 (\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} + \\ + \frac{v^4 \left((\partial_-^2)^2 + 4e^2 H^2 - (4ie/3)(\text{rot } \mathbf{H} \partial_-) \right) \Delta}{80\omega^2 (\omega + 1/2\tau_{tr})^2 (\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} - \\ - \frac{v^2 \partial_-^2 (\Delta |\Delta|^2)}{24\omega^4 (\omega + 1/2\tau_{tr})} + \frac{v^2 \Delta \left((\partial_- \Delta) (\partial_+ \Delta^*) + (\partial/\partial r) (\Delta \partial_+ \Delta^*) \right)}{48\omega^4 \tau_{tr} (\omega + 1/2\tau_{tr})^2} + \\ + \frac{v^2 \Delta \left((\partial_- \Delta) (\partial_+ \Delta^*) \right)}{24\omega^3 (\omega + 1/2\tau_{tr})^2} - \frac{v^2 (|\Delta|^2 \partial_-^2 \Delta + \Delta^2 \partial_+^2 \Delta^*)}{24\omega^4 (\omega + 1/2\tau_{tr})} + \\ \left. + \frac{v^2 \partial_- (\Delta (\Delta \partial_+ \Delta^* - \Delta^* \partial_- \Delta))}{24\omega^3 (\omega + 1/2\tau_{tr})^2} \right\} = 0. \quad (7) \end{aligned}$$

«Время» рассеяния τ_N в формуле (6) определено стандартным образом:

$$\frac{1}{\tau_N} Y_N \frac{\mathbf{P}}{|\mathbf{P}|} = nv \int \sigma_{pp_1} Y_N \frac{\mathbf{P}_1}{|\mathbf{P}_1|} d\Omega_{p_1},$$

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}. \quad (8)$$

В соответствии с общими положениями уравнение (6) есть вариационная производная от свободной энергии по параметру Δ^* . Прямые вычисления дают следующее выражение для свободной энергии F_S :

$$F_S - F_N = \nu \int d^3r \left\{ -\ln\left(\frac{T_c}{T}\right) |\Delta|^2 - 2\pi T \sum_{\omega>0} \left[-\frac{|\Delta|^4}{4\omega^3} + \frac{|\Delta|^6}{8\omega^5} - \frac{v^2}{12\omega^2} \frac{|\partial_- \Delta|^2}{(\omega + 1/2\tau_{tr})} + \frac{v^4(1/\tau - 1/\tau_2) |\partial_-^2 \Delta|^2}{288\omega^3(\omega + 1/2\tau_{tr})^2 (\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} + \frac{v^4(|\partial_-^2 \Delta|^2 + 4e^2 H^2 |\Delta|^2 - (2ie/3) \text{rot } \mathbf{H}(\Delta^* \partial_- \Delta - \Delta \partial_+ \Delta^*))}{80\omega^2(\omega + 1/2\tau_{tr})^2 (\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} + \frac{v^2}{24\omega^3(\omega + 1/2\tau_{tr})^2} (|\Delta|^2 (\partial_- \Delta)(\partial_+ \Delta^*)) + \frac{v^2}{24\omega^4(\omega + 1/2\tau_{tr})} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial |\Delta|^2}{\partial r} \right)^2 + 2|\Delta|^2 (\partial_- \Delta)(\partial_+ \Delta^*) \right) \right] \right\} + \frac{1}{8\pi} \int d^3r (\text{rot } \mathbf{A} - \mathbf{H}_0)^2. \quad (9)$$

Последний член в уравнении (9) есть энергия магнитного поля, $\nu = m p_0 / 2\pi^2$ — плотность состояний на поверхности Ферми. Этот коэффициент находится из условия совпадения стандартного выражения для плотности тока с соответствующим выражением, получаемым из выражения (9) вариацией по векторному потенциалу \mathbf{A} . Выполняя суммирование по частоте ω в формуле (9) окончательно получаем

$$F_S - F_N = \nu \int d^3r \left\{ -\ln\left(\frac{T_c}{T}\right) |\Delta|^2 + \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 T^2} |\Delta|^4 + \frac{\pi D}{8T} |\partial_- \Delta|^2 - \frac{31\zeta(5) |\Delta|^6}{128\pi^4 T^4} - \frac{v^4(1/\tau - 1/\tau_2) a_1 |\partial_-^2 \Delta|^2}{288} - \frac{v^2}{24} a_2 |\Delta|^2 |\partial_- \Delta|^2 - \frac{v^2}{24} b_2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial |\Delta|^2}{\partial r} \right)^2 + 2|\Delta|^2 |\partial_- \Delta|^2 \right) - \frac{v^4}{80} b_1 \left(|\partial_-^2 \Delta|^2 + 4e^2 H^2 |\Delta|^2 - \frac{2ie}{3} \text{rot } \mathbf{H}(\Delta^* \partial_- \Delta - \Delta \partial_+ \Delta^*) \right) \right\} + \frac{1}{8\pi} \int d^3r (\text{rot } \mathbf{A} - \mathbf{H}_0)^2. \quad (10)$$

В уравнении (10) H_0 — внешнее магнитное поле, $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана. Выражения для коэффициентов $a_{1,2}$, $b_{1,2}$, D приведены в Приложении А.

Отметим, что выражение (10) для свободной энергии сверхпроводника справедливо вблизи T_c с учетом первых поправок по параметру $(1 - T/T_c)$ и при произвольном значении всех остальных параметров: величины магнитного поля, длины свободного пробега, параметра Гинзбурга—Ландау κ и т. д.

3. СВЕРХПРОВОДНИК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ H_0 БЛИЗКОМ К H_{c2}

Структура сверхпроводящего состояния сверхпроводника во внешнем магнитном поле H_0 близком к H_{c2} впервые была получена в работе Абрикосова [7]. Однако в области значений параметра κ , таких что $|\kappa - 1| \ll 1$, возникающая ситуация является существенно более интересной и многообразной (см. также [8, 9]).

Параметр порядка Δ и векторный потенциал \mathbf{A} в области полей $|H_{c2} - H_0| \ll H_{c2}$ ищем в виде ряда по степеням $(H_{c2} - B)$ [8, 9]

$$\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \dots,$$

$$\mathbf{A} = (0, Bx, 0) + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2. \quad (11)$$

В калибровке $\text{div} \mathbf{A} = 0$ величины $A_{1,2\dots}(x, y)$ — ограниченные функции в плоскости (x, y) , а параметр порядка $\Delta_{0,1\dots}$ представим в виде [7–9]

$$\Delta_0 = \sum_N C_N \exp\{2ieBNx_1y - eB(x - Nx_1)^2\},$$

$$\Delta_1 = \sum_{M=1}^{\infty} \alpha_M \Delta_1^M, \quad \langle \Delta_0 \Delta_1^* \rangle_{M=1,2,\dots} = 0, \quad (12)$$

$$\Delta_1^M = \sum_{N=-\infty}^{\infty} C_N \exp(-2ieBNx_1y) D_M(2\sqrt{eB}(x - Nx_1)).$$

В уравнении (12) $D_M(x)$ — функции параболического цилиндра.

С помощью формул (10), (11) находим значение критического поля H_{c2} и уравнение для первой поправки \mathbf{A}_1 к векторному потенциалу \mathbf{A}

$$\ln\left(\frac{T_c}{T}\right) - \frac{\pi e D H_{c2}}{4T} + \frac{e^2 H_{c2}^2 v^4}{8} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} \right) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial \mathbf{r}^2} = \nu \left\{ \frac{e\pi D}{4T} \text{rot}(0, 0, |\Delta_0|^2) - \frac{ev^4}{120} b_1 \text{rot}\left(0, 0, \frac{\partial^2 |\Delta_0|^2}{\partial \mathbf{r}^2}\right) - e^2 v^4 B \left(\frac{1}{36} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) a_1 + \frac{1}{5} b_1 \right) \text{rot}(0, 0, |\Delta_0|^2) \right\}.$$

При получении уравнения (13) для векторного потенциала \mathbf{A}_1 мы воспользовались соотношением

$$\Delta_0^* \partial_-^0 \Delta_0 - \Delta_0 \partial_+^0 \Delta_0^* = -i \text{rot}(0, 0, |\Delta_0|^2), \quad (14)$$

где $\partial_-^0 = \partial/\partial\mathbf{r} - 2ieA_0$.

Уравнение (14) следует из выражения (12) для величины Δ_0 . С учетом калибровки $\text{div } \mathbf{A}_1 = 0$ из второго уравнения (13) находим следующее выражение для магнитного поля \mathbf{H}_1

$$\mathbf{H}_i = \text{rot } \mathbf{A}_i, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$\mathbf{H}_1 = -\pi\nu(0, 0, 1) \left\{ \frac{\pi e D}{T} - e^2 v^4 B \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4}{5} b_1 \right) \times \right. \\ \left. \times (|\Delta_0|^2 - \langle |\Delta_0|^2 \rangle) - \frac{e v^4}{30} b_1 \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} |\Delta_0|^2 \right\}. \quad (15)$$

С точностью до членов порядка $|\Delta_0|^6$ включительно в выражении (10) для свободной энергии сокращаются члены, содержащие H_2 . Для проверки этого утверждения мы воспользуемся следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \langle |\partial_- \Delta|^2 \rangle &= 2eB \langle |\Delta_0|^2 \rangle + 2e \langle (H_1 + H_2) |\Delta_0|^2 \rangle + 4e^2 \langle A_1^2 |\Delta_0|^2 \rangle + \\ &+ 4ie \langle A_1 (\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*) \rangle - \langle \Delta_1 (\partial_+^0)^2 \Delta_1^* \rangle, \\ \langle |\partial_-^2 \Delta|^2 \rangle &= 4e^2 B^2 \langle |\Delta_0|^2 \rangle + 8ieB \langle A_1 (\Delta_0^* \partial_- \Delta_0 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_0^*) \rangle + \\ &+ 8ie^2 B \langle A_1 (\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*) \rangle + 8e^2 B \langle H_2 |\Delta_0|^2 \rangle + \\ &+ 16e^3 B \langle A_1^2 |\Delta_0|^2 \rangle + \langle (\partial_-^0)^2 \Delta_1 \rangle \langle (\partial_+^0)^2 \Delta_1^* \rangle + \\ &+ 4ie \langle (A_1 \partial_+^* \Delta_0^*) \rangle \langle (\partial_-^0)^2 \Delta_1 \rangle - \langle A_1 \partial_- \Delta_0 \rangle \langle (\partial_+^0)^2 \Delta_1^* \rangle + 16e^2 \langle (A_1 \partial_- \Delta_0) (A_1 \partial_+^* \Delta_0^*) \rangle, \\ \langle H^2 |\Delta|^2 \rangle &= B^2 (\langle |\Delta_0|^2 \rangle + \langle |\Delta_1|^2 \rangle) + \langle H_1^2 |\Delta_0|^2 \rangle + \\ &+ 2B \langle H_1 (|\Delta_0|^2 + (\Delta_0^* \Delta_1 + \Delta_0 \Delta_1^*)) \rangle + 2B \langle H_2 |\Delta_0|^2 \rangle, \\ \langle \text{rot } \mathbf{H} (\Delta^* \partial_- \Delta - \Delta \partial_+^* \Delta^*) \rangle &= i \left\langle \mathbf{H}_1 \frac{\partial^2 |\Delta_0|^2}{\partial \mathbf{r}^2} \right\rangle + i \left\langle \mathbf{H}_2 \frac{\partial^2 |\Delta_0|^2}{\partial \mathbf{r}^2} \right\rangle + \\ &+ \langle \text{rot } \mathbf{H}_1 (-ieA_1 |\Delta_0|^2 + 2(\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*)) \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

Вычитая из уравнения (10) уравнение (13) для H_{c2} умноженное на $\nu \int d^3r \times (|\Delta_0|^2 + |\Delta_1|^2)$ и используя уравнения (15), (16), приведем выражение (10) для свободной энергии к виду

$$\begin{aligned} F_S - F_N &= \frac{1}{8\pi} \int d^3r \left((B - H_0)^2 - H_1^2 \right) + \\ &+ \nu \int d^3r \left\{ -\frac{\pi e D}{4T} (H_{c2} - B) |\Delta_0|^2 + e^2 v^4 (H_{c2} - B^2) |\Delta_0|^2 \left(\frac{a_1}{72} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{b_1}{10} \right) + \right. \\ &+ \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 T^2} \left(|\Delta_0|^4 + 2|\Delta_0|^2 (\Delta_0^* \Delta_1 + \Delta_1^* \Delta_0) \right) - \frac{31\zeta(5)}{128\pi^4 T^4} |\Delta_0|^6 + \\ &+ \frac{\pi D}{8T} \left[4e^2 A_1^2 |\Delta_0|^2 + 4ieA_1 (\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*) - \Delta_1^* (\partial_-^0)^2 \Delta_1 - 2eH_{c2} |\Delta_1|^2 \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -v^4 \left(\frac{a_1}{288} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{b_1}{80} \right) \left[8ie^2 B A_1 (\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*) + 16e^3 B A_1^2 |\Delta_0|^2 + \right. \\
& + \left((\partial_-^0)^2 \Delta_1 \right) \left((\partial_+^0)^2 \Delta_1^* \right) + 4ie \left((A_1 \partial_+^0 \Delta_0^*) (\partial_-^0)^2 \Delta_1 - (A_1 \partial_-^0 \Delta_0) (\partial_+^0)^2 \Delta_1^* \right) + \\
& + 16e^2 (A_1 \partial_-^0 \Delta_0) (A_1 \partial_+^0 \Delta_0^*) \left. \right] - \frac{v^2}{48} b_2 \left(\left(\frac{\partial |\Delta_0|^2}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 + 2 \frac{\partial |\Delta_0|^2}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (\Delta_0 \Delta_1^* + \Delta_0^* \Delta_1) \right) - \\
& - \frac{v^2}{24} (a_2 + 2b_2) \left[|\Delta_0|^2 \left((\partial_-^0 \Delta_0) (\partial_+^0 \Delta_0^*) \right) + 2e A_1 |\Delta_0|^2 \text{rot}(0, 0, |\Delta_0|^2) + \right. \\
& + 2e B |\Delta_0|^2 (\Delta_0^* \Delta_1 + \Delta_0 \Delta_1^*) - (\Delta_0^* \Delta_1^* (\partial_-^0 \Delta_0)^2 + \Delta_0 \Delta_1 (\partial_+^0 \Delta_0^*)^2) \left. \right] + \\
& + e^2 v^4 H_{c2}^2 \left(\frac{a_1}{72} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{b_1}{10} \right) |\Delta_1|^2 - \frac{e^2 v^4}{20} b_1 \left[B^2 |\Delta_1|^2 + H_1^2 |\Delta_0|^2 + \right. \\
& \left. + 2B H_1 (\Delta_0 \Delta_1^* + \Delta_0^* \Delta_1) \right] + \frac{ev^4}{60} b_1 \text{rot} \mathbf{H}_1 \left(2e A_1 |\Delta_0|^2 + i(\Delta_0^* \partial_- \Delta_1 - \Delta_0 \partial_+^* \Delta_1^*) \right) \left. \right\}. \quad (17)
\end{aligned}$$

Ниже мы будем рассматривать решения вида (11), образующие в плоскости (x, y) для $|\Delta|^2$ решетки с векторами элементарной ячейки $\mathbf{a}_{1,2}$ [8, 9]. Предположим, что $\mathbf{K}_{1,2}$ — элементарные векторы обратной решетки. Параметр порядка $|\Delta_0|^2$ в этом случае представим в виде ряда Фурье:

$$|\Delta_0|^2 = \sum_{N, M=-\infty}^{\infty} C_{NM} \exp(i(N\mathbf{K}_1 + M\mathbf{K}_2)\mathbf{r}). \quad (18)$$

Функция $\Delta_0^* \Delta_1^M$ также является периодической функцией координат и, следовательно, представима в виде ряда Фурье

$$\Delta_0^* \Delta_1^M = \sum_{N, K} C_{NK}^M \exp(i\mathbf{K}_{NK}\mathbf{r}) \quad (19)$$

где $\mathbf{K}_{NK} = N\mathbf{K}_1 + K\mathbf{K}_2$.

Значения величин $\langle |\Delta_0|^2 \rangle$, α_M находятся из условия экстремума свободной энергии (17) по этим параметрам, т. е.

$$\frac{\partial(F_S - F_N)}{\partial \langle |\Delta_0|^2 \rangle} = 0, \quad \frac{\partial(F_S - F_N)}{\partial \alpha_M} = 0. \quad (20)$$

В силу уравнений (20) значения параметров $\langle |\Delta_0|^2 \rangle$, α_M достаточно найти в главном приближении по параметру $(1 - T/T_c)$. С помощью формул (17)–(20) находим

$$\begin{aligned}
\langle |\Delta_0|^2 \rangle &= \frac{2\pi^3 e D T}{7\zeta(3)} \frac{H_{c2} - B}{\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2}, \\
\alpha_M &= -\frac{1}{M M! B \langle |\Delta_0|^2 \rangle} \frac{7\zeta(3)}{4\pi^3 e D T} \left\{ \sum_{N, L} C_{NL} C_{NL}^{M*} - \frac{1}{\kappa^2} \sum_{\mathbf{K}_{N, L} \neq 0} C_{NL} C_{NL}^{M*} \left(1 - \frac{4e B M}{\mathbf{K}_{NL}^2} \right) \right\}. \quad (21)
\end{aligned}$$

В уравнениях (21) величина β_A — структурный параметр Абрикосова,

$$\beta_A = \langle |\Delta_0|^4 \rangle / \langle |\Delta_0|^2 \rangle^2, \quad (22)$$

а параметр Гинзбурга—Ландау κ определяется уравнением

$$\kappa = \frac{1}{\pi^2 e D} \left(\frac{7\zeta(3)}{2\pi\nu} \right)^{1/2}. \quad (23)$$

При получении выражения (21) для величин α_M мы воспользовались следующими соотношениями [9]:

$$\langle \Delta_1^M \Delta_1^{M*} \rangle = M! \langle |\Delta_0|^2 \rangle, \quad (24)$$

$$\Delta_1^M \partial_+^0 \Delta_0^* - \Delta_0^* \partial_-^0 \Delta_1^M = i \left(\frac{\partial}{\partial y}; -\frac{\partial}{\partial x} \right) (\Delta_0^* \Delta_1^M) - 2\sqrt{e} B M \Delta_0^* \Delta_1^{M-1} (1; -i).$$

Формулы (13), (15), (21), (24) позволяют свести уравнение (17) для свободной энергии к выражению, в которое входят только суммы от различных комбинаций величин C_{NK} и C_{NK}^M . При произвольном значении величины κ это выражение для $(F_S - F_N)$ приведено в Приложении В. В области $|\kappa^2 - 1| \ll 1$ из формулы (В.1) находим

$$\begin{aligned} \frac{F_S - F_N}{V} = & \frac{1}{8\pi} (H_{c2} - H_0)^2 - \frac{1}{4\pi} (H_{c2} - B)(H_{c2} - H_0) + \\ & + \frac{\beta_A (H_{c2} - B)^2}{8\pi} \left[(\kappa^2 - 1) + \frac{288\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{11b_1}{15} \right) - \right. \\ & - \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}} (a_2 + 3b_2) \left. \right] - \frac{(H_{c2} - B)^3}{\pi H_{c2}} (\kappa^2 - 1) \sum_M \frac{1}{M!} R_1^M R_2^M - \\ & - \frac{31\zeta(5)\beta_{A1}(H_{c2} - B)^3 \ln(T_c/T)}{8\pi (7\zeta(3))^2 H_{c2}} - \frac{\pi^3 (H_{c2} - B)^3 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2 H_{c2}} \times \\ & \times \left\{ 18 \left[(2\beta_A - 1) \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} \right) - \frac{2\beta_A b_1}{15} \right] + \right. \\ & + 72 \left[\frac{G_2 + G_3 - 8G_1}{2} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{2b_1}{5} \right) + \frac{b_1}{15} (G_2 - 12G_1) + \right. \\ & + \frac{b_1}{10} \left(1 + \beta_{A1} - 2\beta_A + \frac{2}{3} G_1 \right) \left. \right] + 144 \sum_M \frac{M+1}{M!} R_2^M (R_1^M - 2MR_2^M) \times \\ & \times \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{2b_1}{5} \right) + 144 \sum_M \frac{1}{M!} R_2^M (R_1^M - 4MR_2^M) \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} \right) - \\ & - \frac{48}{5} b_1 \sum_M \frac{1}{M!} R_2^M \left((R_3^M - 4MR_1^M) - 6R_1^M \right) \left. \right\} + \\ & + \frac{2\pi^3 (H_{c2} - B)^3 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl} H_{c2}} \left\{ b_2 \left(\beta_A + 4 \sum_M \frac{R_3^M R_2^M}{M!} \right) + \right. \end{aligned}$$

$$+ (a_2 + 2b_2) \left(\beta_A + 8 \sum_M \frac{1}{M!} R_1^M R_2^M - 2G_2 \right) \}. \quad (25)$$

Для трех типов решеток: треугольной с одним и двумя квантами потока и квадратной с одним квантом потока в ячейке коэффициенты C_{NL} , C_{NL}^M были найдены в работе [9]. Поэтому здесь мы их приводить не будем. Численный счет сумм в формуле (25) приводит к следующим значениям свободной энергии как функции параметра B и типа решетки.

1. Треугольная решетка с одним квантом потока в ячейке.

$$\beta_A = 1.159595, \quad \beta_{A_1} = 1.423012,$$

$$\begin{aligned} \frac{F_S - F_N}{V} = & \frac{1}{8\pi} (H_{c2} - H_0)^2 - \frac{1}{4\pi} (H_{c2} - B)(H_{c2} - H_0) + \frac{\beta_A (H_{c2} - B)^2}{8\pi} \times \\ & \times \left[(\kappa^2 - 1) + \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2} \left(\frac{18}{\kappa_{cl}^2} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{11b_1}{15} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\kappa_{cl}} (a_2 + 3b_2) \right) \right] - \frac{(H_{c2} - B)^3}{8\pi H_{c2}} \left\{ 4.361 \cdot 10^{-2} (\kappa^2 - 1) + 1.423 \cdot \frac{31\zeta(5)}{(7\zeta(3))^2} \times \right. \\ & \times \ln(T_c/T) + \frac{18\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2} \left(1.3424a_1 \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + 8.36257b_1 \right) - \\ & \left. \left. - \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}} 1.4666(a_2 + 3b_2) \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

2. Треугольная решетка с двумя квантами потока в ячейке.

$$\beta_A = 1.33898, \quad \beta_{A_1} = 2.02588,$$

$$\begin{aligned} \frac{F_S - F_N}{V} = & \frac{1}{8\pi} (H_{c2} - H_0)^2 - \frac{1}{4\pi} (H_{c2} - B)(H_{c2} - H_0) + \\ & + \frac{\beta_A (H_{c2} - B)^2}{8\pi} \left[(\kappa^2 - 1) + \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2} \left(\frac{18}{\kappa_{cl}^2} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{11b_1}{15} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\kappa_{cl}} (a_2 + 3b_2) \right) \right] - \frac{(H_{c2} - B)^3}{8\pi H_{c2}} \left\{ 0.252(\kappa^2 - 1) + 2.0258 \frac{31\zeta(5)}{(7\zeta(3))^2} \ln \frac{T_c}{T} + \right. \\ & + \frac{18\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2} \left(2.2488a_1 \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + 14.3985b_1 \right) - \\ & \left. \left. - \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}} 2.27793(a_2 + 3b_2) \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

3. Квадратная решетка с одним квантом потока в ячейке.

$$\beta_A = 1.18034, \quad \beta_{A_1} = 1.4971,$$

$$\begin{aligned} \frac{F_S - F_N}{V} = & \frac{1}{8\pi}(H_{c2} - H_0)^2 - \frac{1}{4\pi}(H_{c2} - B)(H_{c2} - H_0) + \\ & + \frac{\beta_A(H_{c2} - B)^2}{8\pi} \left[(\kappa^2 - 1) + \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2} \left(\frac{18}{\kappa_{cl}^2} \left(\frac{1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{11b_1}{15} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\kappa_{cl}}(a_2 + 3b_2) \right) \right] - \frac{(H_{c2} - B)^3}{8\pi H_{c2}} \left\{ 0.068798(\kappa^2 - 1) + 1.4971 \cdot \frac{31\zeta(5)}{(7\zeta(3))^2} \ln \frac{T_c}{T} + \right. \\ & + \frac{18\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2} (1.45306a_1 + 9.102163b_1) - \\ & \left. - \frac{16\pi^4 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa_{cl}} \cdot 1.56589(a_2 + 3b_2) \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Кроме уравнения (В.5), по-видимому, выполняется также соотношение

$$2 \sum_M \frac{R_2^M R_3^M}{M!} = 4 \sum_M \frac{R_1^M R_2^M}{M!} - G_2. \quad (29)$$

Отношение параметров Гинзбурга—Ландау в грязном (κ_{dir}) и чистом (κ_{cl}) сверхпроводниках легко находится с помощью Приложения А и равно

$$\frac{\kappa_{dir}}{\kappa_{cl}} = \frac{7\zeta(3)}{2\pi^3 T \tau_{tr}}. \quad (30)$$

Предположим, что в чистом сверхпроводнике $\kappa_{cl} \ll 1$. Тогда условие $\kappa \approx 1$ означает, что $2\pi T \tau_{tr} \ll 1$. В пределе малой длины свободного пробега электронов в уравнениях (26)–(28) малы вклады членов, пропорциональных a_2, b_1 . Для коэффициентов a_1, b_2 в этом пределе находим из Приложения А следующие значения:

$$\begin{aligned} a_{1dir} &= \frac{14\zeta(3)\tau_{tr}^2}{\pi^2 T^2 (1/\tau - 1/\tau_2)}, \\ b_{2dir} &= \frac{\pi \tau_{tr}}{24T^3}. \end{aligned} \quad (31)$$

По формулам (30), (31) легко заметить, что коэффициент при $(H_{c2} - B)^3$ в уравнениях (26)–(28) можно сделать положительным, меняя при этом знак коэффициента при $(H_{c2} - B)^2$ за счет изменения величины κ . В чистых сверхпроводниках имеет место равенство

$$b_1 = b_2 = a_2. \quad (32)$$

Уравнения (32) приводят к тому, что если в чистом сверхпроводнике параметр κ_{cl} близок к единице, то коэффициент при члене $(H_{c2} - B)^3$ в уравнениях (26)–(28) легко может

быть сделан отрицательным. Тем самым мы показали, что все случаи, представленные на рис. 1, 2, могут быть реализованы соответствующим подбором параметров сверхпроводника. Напомним также, что величина индукции B определяется из условия [8]

$$\frac{\partial(F_S - F_N)}{\partial B} = 0. \quad (33)$$

Используя условие (33), можно показать, что существует область параметров, в которой треугольная решетка с двумя квантами потока в ячейке имеет более низкую энергию, чем треугольная или квадратная решетка с одним квантом потока в ячейке.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сильное вырождение, возникающее в уравнении Гинзбурга—Ландау при $\kappa = 1$, снимается поправочными членами, пропорциональными $(1 - T/T_c)$. При этом вблизи температуры перехода тип решения определяется отношением малых параметров $|\kappa^2 - 1|$, $(1 - T/T_c)$. Показано, что во внешнем магнитном поле H_0 близком к H_{c2} могут быть реализованы все возможные типы зависимости свободной энергии от параметра B при соответствующем подборе величин κ_{cl} , $1 - T/T_c$ и длины свободного пробега электронов. Изменение знака коэффициента при квадратичном члене $(H_{c2} - B)^2$ достигается (при κ близком к единице) малым изменением концентрации примесей. Поскольку могут быть реализованы все типы зависимости свободной энергии от параметра B , представленные на рис. 1, 2, то переход в сверхпроводящее состояние может быть как второго, так и первого рода. Отметим также, что минимум свободной энергии может достигаться, например, на треугольной решетке с двумя квантами потока в ячейке.

Работа поддержана фондом CRDF (грант RP1-194).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Из формул (9), (10) находим значение коэффициентов D , $b_{1,2}$, $a_{1,2}$, входящих в выражение для свободной энергии:

$$D = \frac{v l_{tr}}{3} \eta(T), \quad \eta(T) = 1 - \frac{8T\tau_{tr}}{\pi} \left(\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T\tau_{tr}}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right),$$

$$b_2 = 2\pi T \sum_{\omega > 0} \frac{1}{\omega^4(\omega + 1/2\tau_{tr})} =$$

$$= \frac{\tau_{tr}}{4\pi^3 T^3} \left\{ \frac{\pi^4}{6} - 4\pi T\tau_{tr} [7\zeta(3) - 2\pi^3 T\tau_{tr} \eta(T)] \right\},$$

$$a_2 = 2\pi T \sum_{\omega > 0} \frac{1}{\omega^3(\omega + 1/2\tau_{tr})^2} = \frac{\tau_{tr}^2}{\pi^2 T^2} \left\{ 7\zeta(3) - 4\pi^3 T\tau_{tr} - \right.$$

$$\left. - 4\pi T\tau_{tr} \psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T\tau_{tr}}\right) + 3(4\pi T\tau_{tr})^2 \left(\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T\tau_{tr}}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right) \right\},$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 2\pi T \sum_{\omega>0} \frac{1}{\omega^2(\omega + 1/2\tau_{tr})^2(\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} = \\
 &= \frac{1}{16\pi^4 T^4} \left\{ \frac{2\pi^3 T (4\pi T \tau_{tr})^2}{1/\tau - 1/\tau_2} + \frac{(4\pi T)^3 \tau_{tr}^2}{1/\tau_1 - 1/\tau_2} \psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T \tau_{tr}} \right) - \right. \\
 &\quad - \frac{(4\pi T)^4}{(1/\tau - 1/\tau_2)^2 (1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2} \left(\psi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right) - \\
 &\quad \left. - (4\pi T)^3 \tau_{tr}^2 \left(\frac{8\pi T \tau_{tr}}{1/\tau_1 - 1/\tau_2} - \frac{4\pi T}{(1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2} \right) \left(\psi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T \tau_{tr}} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right) \right\},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 2\pi T \sum_{\omega>0} \frac{1}{\omega^3(\omega + 1/2\tau_{tr})^2(\omega + (1/2)(1/\tau - 1/\tau_2))} = \\
 &= \frac{1}{32\pi^5 T^5} \left\{ 7\zeta(3) \frac{(4\pi T)^3 \tau_{tr}^2}{1/\tau - 1/\tau_2} - \frac{(4\pi T)^4 \tau_{tr}^3}{1/\tau_1 - 1/\tau_2} \psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T \tau_{tr}} \right) + \right. \\
 &\quad + \frac{(4\pi T)^5}{(1/\tau - 1/\tau_2)^3 (1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2} \left(\psi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right) + \\
 &\quad + (4\pi T)^5 \tau_{tr}^3 \left(\frac{3\tau_{tr}}{1/\tau_1 - 1/\tau_2} - \frac{1}{(1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2} \right) \left(\psi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T \tau_{tr}} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right) + \\
 &\quad \left. + \frac{\pi^2}{2} (4\pi T)^4 \left(\tau_{tr}^2 \left(\frac{1}{(1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2} - \frac{2\tau_{tr}}{1/\tau_1 - 1/\tau_2} \right) - \frac{1}{(1/\tau_1 - 1/\tau_2)^2 (1/\tau - 1/\tau_2)^2} \right) \right\}.
 \end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

При произвольном значении величины κ свободная энергия (17) с помощью формул (13), (15), (21), (24) приводится к виду

$$\begin{aligned}
 \frac{F_S - F_N}{V} &= \frac{1}{8\pi} (H_{c2} - H_0)^2 - \frac{1}{4\pi} (H_{c2} - B)(H_{c2} - H_0) + \\
 &+ \frac{\beta_A (\kappa^2 - 1)(H_{c2} - B)^2}{8\pi \kappa^2 (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)} + \frac{36\pi^3 \beta_A (H_{c2} - B)^2 T^4 \ln(T_c/T)}{(\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2 (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^2} \times \\
 &\times \left[\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} - \frac{b_1}{15\kappa^2} \right] - \frac{2\pi^3 \beta_A (H_{c2} - B)^2 T^4 \ln(T_c/T)}{(\zeta(3))^2 \kappa \kappa_{cl} (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^2} (a_2 + 3b_2) - \\
 &- \frac{(H_{c2} - B)^3}{8\pi \kappa^2 H_{c2} (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^3} \left[\frac{4G_1}{\kappa^4} + \sum_M \frac{1}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right)^2 \right] - \\
 &- \frac{31\zeta(5)\beta_{A1}(H_{c2} - B)^3 \ln(T_c/T)}{8\pi(\zeta(3))^2 \kappa^2 H_{c2} (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^3} - \\
 &- \frac{\pi^3 (H_{c2} - B)^3 T^4 \ln(T_c/T)}{(\zeta(3))^2 \kappa_{cl}^2 H_{c2} (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^3} \left\{ 18 \left[\left(\beta_A + \frac{\beta_A - 1}{\kappa^2} \right) \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} \right) - \frac{2\beta_A b_1}{15\kappa^2} \right] + \right. \\
 &\left. + \frac{72}{\kappa^4} \left[\frac{G_2 + G_3 - 8G_1}{2} \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{2b_1}{5} \right) + \frac{b_1(G_2 - 12G_1)}{15} + \frac{b_1}{10} \left(1 + \beta_{A1} - 2\beta_A + \frac{2}{3} G_1 \right) \right] + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 18 \sum_M \frac{M+1}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) \left(\left(1 + \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M - \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{2b_1}{5} \right) + \\
& + \frac{36}{\kappa^2} \sum_M \frac{1}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) \left(R_1^M - 4M R_2^M \right) \left(\frac{a_1}{9} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_2} \right) + \frac{4b_1}{5} \right) - \\
& - \frac{12b_1}{5\kappa^2} \sum_M \frac{1}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) \left(\left(R_3^M - 4M R_1^M \right) - 6R_1^M \right) \left. \right\} + \\
& + \frac{2\pi^3 (H_{c2} - B)^3 T^4 \ln(T_c/T)}{(7\zeta(3))^2 \kappa \kappa_{cl} H_{c2} (\beta_A - (\beta_A - 1)/\kappa^2)^3} \left\{ b_2 \left[\beta_A \left(\beta_A - \frac{\beta_A - 1}{\kappa^2} \right) + \right. \right. \\
& + \left. \left. \sum_M \frac{R_3^M}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) \right] + (a_2 + 2b_2) \times \right. \\
& \left. \left. \times \left[\beta_A \left(\beta_A - \frac{\beta_A - 1}{\kappa^2} \right) + 2 \sum_M \frac{R_1^M}{MM!} \left(\left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) R_1^M + \frac{4M}{\kappa^2} R_2^M \right) - \frac{2}{\kappa^2} G_2 \right] \right\}. \quad (B.1)
\end{aligned}$$

В уравнении (B.1) величина κ_{cl} — параметр Гинзбурга—Ландау чистого сверхпроводника

$$\kappa_{cl}^2 = \frac{18\pi T^2}{7\zeta(3)\nu e^2 v^4}, \quad (B.2)$$

Параметр $\beta_{A1} = \langle |\Delta_0|^6 \rangle / \langle |\Delta_0|^2 \rangle^3$, V — объем сверхпроводника. Нами были введены также следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} C_{NL} C_{NL}^{M*} &= R_1^M \langle |\Delta_0|^2 \rangle^2, \\
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} C_{NL} C_{NL}^{M*} / \mathbf{K}_{NL}^2 &= R_2^M \langle |\Delta_0|^2 \rangle^2 / eB, \\
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} C_{NL} C_{NL}^{M*} \mathbf{K}_{NL}^2 &= R_3^M \langle |\Delta_0|^2 \rangle^2 eB, \\
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} \sum_{\mathbf{K}_{N_1 L_1} \neq 0} C_{NL} C_{N_1 L_1} C_{N+N_1, L+L_1}^* (\mathbf{K}_{NL} \mathbf{K}_{N_1 L_1}) / (\mathbf{K}_{NL}^2 \mathbf{K}_{N_1 L_1}^2) &= G_1 \langle |\Delta_0|^2 \rangle^3 / eB, \quad (B.3) \\
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} \sum_{\mathbf{K}_{N_1 L_1} \neq 0} C_{NL} C_{N_1 L_1} C_{N+N_1, L+L_1}^* (\mathbf{K}_{NL} \mathbf{K}_{N_1 L_1}) / \mathbf{K}_{N_1 L_1}^2 &= G_2 \langle |\Delta_0|^2 \rangle^3, \\
\sum_{\mathbf{K}_{NL} \neq 0} \sum_{\mathbf{K}_{N_1 L_1} \neq 0} C_{NL} C_{N_1 L_1} C_{N+N_1, L+L_1}^* (\mathbf{K}_{NL} \mathbf{K}_{N_1 L_1})^2 / (\mathbf{K}_{NL}^2 \mathbf{K}_{N_1 L_1}^2) &= G_3 \langle |\Delta_0|^2 \rangle^3.
\end{aligned}$$

При получении выражения (B.1) для свободной энергии было использовано соотношение

$$\sum_{N, L} C_{NL} C_{NL}^* \mathbf{K}_{NL}^2 = 2eB \beta_A \langle |\Delta_0|^2 \rangle^2. \quad (B.4)$$

В соответствии с общими утверждениями должно выполняться следующее равенство:

$$G_1 + 4 \sum_M \frac{M}{M!} (R_2^M)^2 = 0. \quad (B.5)$$

Литература

1. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **20**, 1064 (1950).
2. E. V. Bogomol'nyi, Sov. Nucl. Phys. **24**, 449 (1976).
3. A. V. Efanov, Phys. Rev. B **56**, 7839 (1997).
4. E. Eilenberger, Z. Phys. **214**, 195 (1968).
5. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **55**, 2262 (1968).
6. Yu. N. Ovchinnikov and E. H. Brandt, Phys. Stat. Sol. (b) **67**, 301 (1975).
7. А. А. Абрикосов, ЖЭТФ **32**, 1442 (1957).
8. Ю. Н. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **65**, 600 (1997).
9. Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **112**, 1499 (1997).