

КИНЕТИКА АТОМОВ В ЭЛЛИПТИЧЕСКИ-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЕ

О. Н. Прудников*, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин

Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 1998 г.

Рассматривается кинетика атомов с вырожденными по проекции углового момента основным и возбужденным состояниями в стоячей волне с однородной эллиптической поляризацией. На примере перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ показано, что трение и диффузия атомов существенным образом зависят от эллиптичности поля. Так, например, в пределе слабого насыщения сила трения содержит кроме обычного доплеровского трения член, который можно интерпретировать как сизифовское трение. При определенных условиях вклады, обусловленные вырожденностью основного состояния, являются доминирующими, в результате чего величины коэффициентов трения и диффузии (а следовательно, и скорости кинетических процессов) могут на несколько порядков отличаться от значений, предсказываемых моделью двухуровневого атома.

1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетика атомов в резонансных световых полях является интенсивно развивающимся направлением атомной физики. Успехи в области лазерного охлаждения и захвата атомов отмечены Нобелевской премией за 1997 год (К. Коэн-Таннуджи, С. Чу и У. Филлипе). Основные экспериментальные и теоретические достижения в период 1970–1989 гг. достаточно полно описаны в двух монографиях [1, 2]. Дальнейшее развитие отражено в специальных выпусках [3, 4]. Современное состояние представлено в лекциях нобелевских лауреатов [5]. Поэтому мы ограничимся ссылками на принципиальные работы, имеющие непосредственное отношение к теме настоящей статьи.

Первые предложения использовать резонансное световое давление для захвата и охлаждения атомов в оптических потенциальных ямах [6] стимулировали развитие теории движения атомов в поле резонансного излучения в условиях стационарного взаимодействия. Исторически первым был полуклассический подход [7, 8]. В рамках этого подхода поступательное движение атома описывается классически (т. е. полагается, что атом имеет определенную координату и скорость), в то время как динамика внутренних степеней свободы описывается оптическим уравнением Блоха для матрицы плотности атомов с учетом радиационного затухания. Сила, действующая на атом, вычисляется как среднее от оператора силы, а диффузия определяется через двухвременной коррелятор оператора силы. В работе [8] для двухуровневого атома в поле стоячей волны были получены аналитические выражения для силы трения и коэффициентов спонтанной и вынужденной диффузии при произвольных интенсивности и отстройке. Второй подход

*E-mail: llf@admin.nsu.ru

к кинетике атомов в лазерных полях основан на полностью квантовом описании внутренних и поступательных степеней свободы атома матрицей плотности в вигнеровском представлении. В рамках квазиклассического разложения по степеням импульса фотона исходное квантовое кинетическое уравнение может быть сведено (на кинетическом этапе эволюции) к одному уравнению для вигнеровской функции распределения в фазовом пространстве [9]. Это уравнение является уравнением типа Фоккера—Планка и содержит не только среднюю силу, но и диффузию. Эквивалентность обоих подходов к вычислению силы трения и диффузии в общем случае произвольных моментов основного и возбужденного состояний была продемонстрирована в работах [10, 11]. Более того, в работе [10] было показано, что коэффициент трения, так же как и коэффициент диффузии, выражается через двухвременной коррелятор оператора силы. Третий подход (также эквивалентный первым двум) основан на связи силы и диффузии с моментами вигнеровской матрицы плотности [12].

Несмотря на наличие общего формализма [10, 13, 14], позволяющего, в принципе, исследовать кинетику атомов с произвольной структурой уровней в поле произвольной конфигурации, фундаментальная задача о движении атома с вырожденным основным и возбужденным состояниями в однородно поляризованном поле стоячей волны не рассматривалась ранее. Это обстоятельство объясняется, по всей видимости, тем, что внимание исследователей было сосредоточено на эффектах суб-доплеровского охлаждения [3, 4], возникающих в полях с градиентом поляризации. В то же время аналитический вид стационарной матрицы плотности атомов в нулевом приближении по отдаче [15–17] вполне определенно указывает на наличие поляризационных особенностей кинетики атомов в поле с пространственно-однородной поляризацией. Исследование этих особенностей является основной целью настоящей работы.

Мы рассматриваем движение атомов с резонансными оптическими переходами типа $j_g = j \rightarrow j_e = j + 1$ и $j_g = j' \rightarrow j_e = j'$ (j' — полуцелое), где j_e, j_g — полные угловые моменты основного и возбужденного атомных уровней, в поле монохроматической волны. На основе квазиклассического подхода получены общие выражения для градиентной силы, силы трения и диффузии, пригодные для описания кинетики медленных атомов. Эти выражений детально проанализированы для атомов с оптическим переходом $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ в поле стоячей однородно поляризованной волны произвольной эллиптической поляризации и интенсивности. Показано, что сила трения и диффузия существенным образом зависят от степени эллиптичности света и содержат принципиально новые вклады, которые в рамках двухуровневой модели совершенно не учитываются. В частности, сила трения в пределе слабых полей содержит кроме обычного члена, обусловленного эффектом Доплера, дополнительное слагаемое, которое в зависимости от эллиптичности и отстройки может быть доминирующим и возникает из-за пространственной модуляции вероятностей переходов между различными адиабатическими потенциалами, подобно хорошо известному «эффекту Сизифа» [2–4, 15]. Для перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ этот дополнительный вклад исчезает при линейной поляризации поля. Однако для переходов с большим значением углового момента j_g этот член отличен от нуля даже для линейной поляризации поля, что продемонстрировано на примере атомов с переходами $j_g = 1 \rightarrow j_e = 2$ и $j_g = 3/2 \rightarrow j_e = 3/2$.

2. КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КИНЕТИКИ АТОМОВ

Рассмотрим одномерное (вдоль оси z) движение атомов, имеющих полные угловые моменты j_g в основном и j_e в возбужденном состояниях, в поле плоской резонансной волны:

$$\begin{aligned} E(z, t) &= E(z)\mathbf{e}(z)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}, \\ \mathbf{e}(z) &= \sum_{q=0, \pm 1} e^q(z)\mathbf{e}_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где $E(z)$ — локальная амплитуда поля, $\mathbf{e}(z)$ — локальный единичный вектор поляризации, e^q — его компоненты в циклическом базисе $\{\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_{\pm 1} = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}\}$.

Полный гамильтониан атома во вращающемся (в пространстве энергетического псевдоспина) базисе есть сумма $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, где H_0 — гамильтониан свободного атома:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2M} - \hbar\Delta\hat{\Pi}_e. \quad (2)$$

В (2) $\Delta = (\omega - \omega_0)$ — отстройка от частоты атомного перехода ω_0 , а проекционный оператор

$$\hat{\Pi}_e = \sum_{\mu_e} |j_e, \mu_e\rangle\langle j_e, \mu_e| \quad (3)$$

построен из $|j_e, \mu_e\rangle$ — волновых функций зеемановских подуровней возбужденного состояния. В дипольном и резонансном приближениях оператор взаимодействия с полем (1) запишется следующим образом:

$$\hat{V}(z) = \hbar\Omega(z) \sum_{q=0, \pm 1} \hat{T}_q e^q(z) + \text{H.c.}, \quad (4)$$

где $\Omega = -dE/\hbar$ — частота Раби, d — приведенный матричный элемент. Оператор \hat{T}_q выражается через $3jm$ -символы:

$$\hat{T}_q = \sum_{\mu_e, \mu_g} |j_e, \mu_e\rangle (-1)^{j_e - \mu_e} \begin{pmatrix} j_e & 1 & j_g \\ -\mu_e & q & \mu_g \end{pmatrix} \langle j_g, \mu_g|. \quad (5)$$

Кроме когерентной составляющей динамика атомного ансамбля определяется релаксационными процессами. Для последних ограничимся моделью чисто радиационной релаксации, что соответствует полному пренебрежению всеми эффектами межатомного взаимодействия и предполагает достаточно низкую плотность атомов. В этом приближении кинетическое уравнение для одночастичной матрицы плотности атомов имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \hat{\rho}] - \frac{i}{\hbar} [\hat{V}(\hat{z}), \hat{\rho}] - \frac{\gamma}{2} (\hat{\Pi}_e \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{\Pi}_e) + \\ &+ \gamma(2j_e + 1) \sum_q \int_{-1}^1 \hat{T}_q^\dagger e^{-iks\hat{z}} \hat{\rho} e^{iks\hat{z}} \hat{T}_q K_q(s) ds, \end{aligned} \quad (6)$$

где ось квантования направлена вдоль оси z , γ — скорость радиационной релаксации, \hat{z} — оператор координаты центра масс атома. Два последних слагаемых в (6) описывают радиационную релаксацию. Первое из них дает затухание матрицы плотности возбужденного состояния $\hat{\rho}^{ee}$ и недиагональных элементов $\hat{\rho}^{eg}$, $\hat{\rho}^{ge}$. Второе описывает приход атомов из возбужденного состояния в основное с учетом отдачи при спонтанном испускании фотонов. Вид функций $K_{\pm 1} = (1 + s^2)3/8$ и $K_0 = (1 - s^2)3/4$ определяется вероятностью вылета фотона с поляризацией $q = \pm 1, 0$ в заданном направлении \mathbf{n} к оси квантования z ($(\mathbf{n}e_z) = s$). Уравнение (6) по отношению к поступательным степеням свободы имеет инвариантный операторный вид. Ниже, полагая что дисперсия атомного импульса значительно превышает импульс отдачи $\hbar k/\delta p \ll 1$, поступательное движение атомов будем описывать квазиклассическим образом в вигнеровском представлении. Тогда кинетическое уравнение (6) можно представить в виде разложения по малому параметру $\hbar k/\delta p \ll 1$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z}\right) \hat{\rho}(z, p) = \hat{L}^{(0)}\{\hat{\rho}(z, p)\} + \hbar k \frac{\partial}{\partial p} \hat{L}^{(1)}\{\hat{\rho}(z, p)\} + (\hbar k)^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \hat{L}^{(2)}\{\hat{\rho}(z, p)\} + \dots, \quad (7)$$

где (z, p) — координаты точки в фазовом пространстве. В нулевом порядке по эффектам отдачи эволюция матрицы плотности определяется оператором

$$\hat{L}^{(0)}\{\hat{\rho}\} = - [(\gamma/2 - i\Delta)\hat{\Pi}_e \hat{\rho} + (\gamma/2 + i\Delta)\hat{\rho} \hat{\Pi}_e] - \frac{i}{\hbar} [\hat{V}(z), \hat{\rho}] + \gamma(2j_e + 1) \sum_q \hat{T}_q^\dagger \hat{\rho} \hat{T}_q. \quad (8)$$

Члены первого порядка

$$\hat{L}^{(1)}\{\hat{\rho}\} = -\frac{1}{2\hbar k} (\hat{f}(z)\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{f}(z)) \quad (9)$$

выражаются через оператор силы

$$\hat{f}(z) = -\frac{\partial \hat{V}(z)}{\partial z}. \quad (10)$$

Поправки второго порядка содержат как индуцированные члены, пропорциональные второй производной от $\hat{V}(z)$ по координате, так и слагаемое, обусловленное эффектом отдачи при спонтанном излучении:

$$\hat{L}^{(2)}\{\hat{\rho}\} = \frac{i}{8\hbar k^2} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \hat{V}(z) \right), \hat{\rho} \right] + \gamma(2j_e + 1) \sum_q C_q \hat{T}_q^\dagger \hat{\rho} \hat{T}_q, \quad (11)$$

где $C_0 = 1/10$, $C_{\pm 1} = 1/5$.

Наличие малого параметра $\hbar k/\delta p$ позволяет отделить быстрые процессы упорядочения по внутренним степеням свободы от медленных процессов, связанных с поступательным движением. Кинетическому этапу эволюции в рассматриваемой задаче соответствуют времена $t \gg \tau_0 = \max\{\gamma^{-1}, (\gamma S)^{-1}\}$, где S — параметр насыщения:

$$S = \frac{|\Omega(z)|^2}{(\gamma^2/4 + \Delta^2)}.$$

При этом устанавливается квазистационарное распределение по внутренним степеням свободы и динамика атомного ансамбля определяется медленными процессами изменения функции распределения по поступательным степеням свободы. На кинетическом этапе матрица плотности является линейным функционалом функции распределения $\mathcal{F}(z, p) = \text{Tr}\{\hat{\rho}(z, p)\}$ [1, 2]. Для $\mathcal{F}(z, p)$ можно получить замкнутое уравнение, которое с точностью до второго порядка по параметру отдачи $\hbar k/\delta p$ является уравнением Фоккера—Планка:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z}\right) \mathcal{F} = -\frac{\partial}{\partial p} f(z, p) \mathcal{F} + \frac{\partial^2}{\partial p^2} D(z, p) \mathcal{F}, \quad (12)$$

где $f(z, p)$ — сила, действующая на атом, $D(z, p)$ — коэффициент диффузии в точке (z, p) .

Отметим, что выражения (8)–(11) являются общими и могут быть использованы при анализе кинетики атомов в произвольной плоской монохроматической волне.

3. КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕДЛЕННЫХ АТОМОВ

Нахождение кинетических коэффициентов в аналитическом виде — довольно сложная и объемная задача. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением медленных атомов, которые смещаются на расстояния значительно меньшие длины волны за характерные времена упорядочения по внутренним степеням свободы, т. е. $v\tau_0 \ll \lambda$, что с учетом определения τ_0 приводит к неравенству

$$\frac{kp}{M} \ll \gamma, \gamma S. \quad (13)$$

В случае переходов $j_g = j \rightarrow j_e = j + 1$ и $j_g = j' \rightarrow j_e = j'$ (j' — полуцелое) при выполнении условия (13) для корректного учета диссипативных процессов в выражении для силы достаточно ограничиться линейным приближением по скорости:

$$f(z, p) \approx f_g(z) + \xi(z) \frac{p}{M}, \quad (14)$$

где $f_g(z)$ — градиентная сила, $\xi(z)$ — коэффициент трения, а для диффузии ограничиться нулевым приближением: $D(z, p) \approx D(z)$. Тогда, взяв след от уравнения (7) и учитывая соответствующие члены разложения по параметру отдачи $\hbar k/\delta p$, получим выражения для величин $f_g(z)$, $\xi(z)$, $D(z)$, которые можно представить в инвариантном виде.

Так, градиентная сила определяется средним значением оператора силы (10):

$$f_g(z) = \text{Tr} \left\{ \hat{f}(z) \hat{\sigma}(z) \right\}, \quad (15)$$

где матрица плотности $\hat{\sigma}(z)$ является решением уравнений

$$\hat{L}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} = 0, \quad \text{Tr} \{ \hat{\sigma} \} = 1 \quad (16)$$

и описывает стационарное распределение атомов по магнитным подуровням в нулевом приближении по параметру отдачи и скорости атомов. Здесь и везде далее символ $\text{Tr}\{\dots\}$

означает взятие следа по внутренним переменным. Отметим, что явный аналитический вид $\hat{\sigma}(z)$ для всех дипольных переходов был найден в работах [16–18].

Коэффициент трения пропорционален пространственному градиенту $\hat{\sigma}(z)$:

$$\xi(z) = -\hbar k \text{Tr} \left\{ \hat{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \hat{\sigma} \right\}. \quad (17)$$

Коэффициент диффузии можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$D(z) = D_{sp}(z) + D_{ind}(z). \quad (18)$$

Первое из них

$$D_{sp}(z) = (\hbar k)^2 \text{Tr} \left\{ \hat{L}^{(2)} \{ \hat{\sigma} \} \right\} = (\hbar k)^2 \gamma (2j_e + 1) \text{Tr} \left\{ \sum_q C_q \hat{T}_q^\dagger \hat{\sigma} \hat{T}_q \right\} \quad (19)$$

обусловлено эффектом отдачи при спонтанном излучении. Второе слагаемое

$$\begin{aligned} D_{ind}(z) &= -(\hbar k)^2 \left[\text{Tr} \left\{ \hat{\varphi} \hat{L}^{(1)} \{ \hat{\sigma} \} \right\} - \text{Tr} \{ \hat{\varphi} \hat{\sigma} \} \text{Tr} \left\{ \hat{L}^{(1)} \{ \hat{\sigma} \} \right\} \right] = \\ &= \frac{\hbar k}{2} \text{Tr} \left\{ \hat{\varphi} (\hat{\sigma} \cdot \delta \hat{f} + \delta \hat{f} \cdot \hat{\sigma}) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

определяется оператором флуктуации силы (10):

$$\delta \hat{f}(z) = \hat{f}(z) - f_g(z). \quad (21)$$

В формулах (17), (20) мы ввели вспомогательную матрицу $\hat{\varphi}$, которая позволяет единым образом записать выражения для коэффициентов трения и диффузии. Матрица $\hat{\varphi}$ является решением неоднородного линейного уравнения

$$\left[\left(\frac{\gamma}{2} + i\Delta \right) \hat{\Pi}_e \hat{\varphi} + \left(\frac{\gamma}{2} - i\Delta \right) \hat{\varphi} \hat{\Pi}_e \right] - \frac{i}{\hbar} \left[\hat{V}(z), \hat{\varphi} \right] - \gamma (2j_e + 1) \sum_q \hat{T}_q \hat{\varphi} \hat{T}_q^\dagger = \frac{\delta \hat{f}}{\hbar k}, \quad (22)$$

источником в котором является флуктуация оператора силы (21). Отметим, что система уравнений (22) является линейно зависимой. В этом легко убедиться, умножая правую и левую части на матрицу $\hat{\sigma}$ (16) и вычисляя следы, которые одновременно обращаются в нуль, поскольку левая часть приводится к виду $-\text{Tr} \left\{ \hat{L}^{(0)} \{ \hat{\sigma} \} \hat{\varphi} \right\}$ и равняется нулю в силу (16), а правая часть $\sim \text{Tr} \{ \hat{\sigma} \cdot \delta \hat{f} \}$ равна нулю в силу (15), (16), (21). Это означает, что решение системы уравнений (22) неоднозначно, т. е. матрица $\hat{\varphi}$ определена с точностью до произвольного решения однородного уравнения, которое в рассматриваемом случае имеет вид $c \hat{I}$, где \hat{I} — единичная матрица. Однако, как видно из (16), (17), (20), этот произвол в определении $\hat{\varphi}$ не влияет на значение кинетических коэффициентов. Таким образом, коэффициент вынужденной диффузии D_{ind} квадратичен по отношению к $\delta \hat{f}$, что соответствует стандартному определению диффузии через двухвременной коррелятор оператора силы (см., например, [10]). Существенным является то обстоятельство, что вынужденная диффузия D_{ind} и коэффициент трения ξ записываются при помощи одной и той же матрицы $\hat{\varphi}$. Этот факт можно рассматривать как некоторое флуктуационно-диссипационное соотношение, устанавливающее связь между флуктуациями импульса (диффузией) и его диссипацией (трением). Поэтому данные соотношения являются важными и с общезначимой точки зрения.

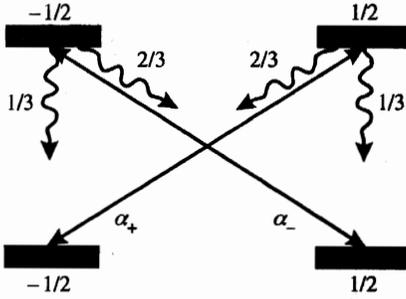


Рис. 1. Схема спонтанных (волнистые линии) и светоиндуцированных (прямые линии) переходов для $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$. Относительные амплитуды светоиндуцированных переходов пропорциональны круговым компонентам поля α_+, α_- (см. (24)); числа указывают относительную вероятность спонтанных распадов

4. ПЕРЕХОД $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ В СТОЯЧЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЕ

В данном разделе мы рассмотрим кинетику атомов в однородно поляризованном поле стоячей волны для оптического перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ (рис. 1). В отличие от двухуровневого атома эта простая модель реальных атомных переходов позволяет выявить и проанализировать ряд важных поляризационных особенностей кинетики, обусловленных зеемановским вырождением как основного, так и возбужденного состояний. В рассматриваемом случае резонансное поле (1) имеет вид

$$E(z, t) = E_0 \cos(kz) e^{-i\omega t} + c.c., \tag{23}$$

где единичный вектор поляризации e является пространственно-однородным. В частности, если выбрать ось квантования z вдоль волнового вектора k , а ось x вдоль большой полуоси эллипса поляризации, то вектор e можно записать в виде

$$e = -\alpha_+ e_{+1} + \alpha_- e_{-1}, \quad \alpha_{\pm} = \cos(\epsilon \mp \pi/4), \tag{24}$$

где ϵ — параметр эллиптичности ($|\operatorname{tg} \epsilon|$ равен отношению малой полуоси эллипса поляризации к большой). Напомним, что $\epsilon = 0$ соответствует линейной поляризации, а $\epsilon = \pm\pi/4$ — круговой. Тогда ненулевые элементы матрицы $\hat{\sigma}$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{\mp\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}}^{ee} &= \beta S_0 \cos^2(kz), \\ \sigma_{\mp\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}}^{gg} &= \beta(3\alpha_{\pm}^{-2} + S_0 \cos^2(kz)), \\ \sigma_{\mp\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}}^{eg} &= -\frac{i \alpha_{\mp}^{-1} \beta \Omega_0 \cos(kz)}{\sqrt{3}(\gamma/2 - i\Delta)}, \\ \hat{\sigma}^{ge} &= (\hat{\sigma}^{eg})^\dagger. \end{aligned} \tag{25}$$

Здесь

$$\Omega_0 = \frac{dE_0}{\hbar}, \quad S_0 = \frac{|\Omega_0|^2}{\gamma^2/4 + \Delta^2} \tag{26}$$

— частота Раби и параметр насыщения в пучности поля,

$$\beta = \frac{\alpha_+^2 \alpha_-^2}{3 + 4S_0 \cos^2(kz) \alpha_+^2 \alpha_-^2}$$

— нормировочный множитель. Отличные от нуля элементы матрицы $\hat{\varphi}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_{\mp\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}}^{ee} &= \pm 3 \frac{\Delta\beta}{\gamma} \frac{\alpha_-^2 - \alpha_+^2}{\alpha_-^2 \alpha_+^2} \operatorname{tg}(kz), \\ \varphi_{\mp\frac{1}{2}, \mp\frac{1}{2}}^{gg} &= \frac{\Delta\beta}{\gamma} \left(8S_0 \cos^2(kz) \mp 9 \frac{\alpha_-^2 - \alpha_+^2}{\alpha_-^2 \alpha_+^2} \right) \operatorname{tg}(kz), \\ \varphi_{\mp\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}}^{eg} &= \frac{\alpha_{\mp} \Omega_0 \cos(kz)}{(\gamma/2 + i\Delta)\sqrt{3}} \left[i \frac{\Delta\beta}{\gamma} \left(8S_0 \cos^2(kz) \pm 6 \frac{\alpha_-^2 - \alpha_+^2}{\alpha_-^2 \alpha_+^2} \right) + 1 \right] \operatorname{tg}(kz), \\ \hat{\varphi}^{ge} &= (\hat{\varphi}^{eg})^\dagger. \end{aligned} \tag{27}$$

Подставляя (25)–(27) в формулы (8)–(11), можно получить градиентную силу, коэффициенты трения и диффузии при произвольных значениях эллиптичности и интенсивности поля.

4.1. Градиентная сила

Для данного оптического перехода из (15) и (25) несложно определить:

$$f_g = \frac{\hbar k \Delta}{2} \frac{S_\varepsilon \sin(2kz)}{1 + S_\varepsilon \cos^2(kz)}. \tag{28}$$

Соответствующий потенциал имеет вид

$$U = \frac{\hbar \Delta}{2} \ln(1 + S_\varepsilon \cos^2(kz)). \tag{29}$$

Отметим, что формулы (28), (29) совпадают с известным результатом для двухуровневой модели [2] с тем отличием, что в нашем случае эффективный параметр насыщения зависит от эллиптичности поля:

$$S_\varepsilon = S_0 \cos^2(2\varepsilon)/3. \tag{30}$$

4.2. Сила трения

Подставляя выражения для матриц $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varphi}$ в (17), получим коэффициент трения, который можно записать в виде

$$\begin{aligned} \xi(z) &= \frac{\gamma \hbar k^2 \Delta S_\varepsilon \sin^2(kz)}{(\Delta^2 + \gamma^2/4)(1 + S_\varepsilon \cos^2(kz))^3} \left[1 - S_\varepsilon \cos^2(kz) - \left(\Delta^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \frac{2S_\varepsilon^2 \cos^4(kz)}{\gamma^2} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\Delta^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \frac{6 \sin^2(2\varepsilon)}{\gamma^2} \right]. \end{aligned} \tag{31}$$

Коэффициент трения (31) существенно зависит от эллиптичности (см. рис. 2а). Первые три слагаемых в квадратных скобках фактически совпадают с коэффициентом трения для двухуровневой модели [2]. Как хорошо известно, им соответствуют два основных физических механизма. Во-первых, это эффект Доплера, приводящий к разности сил светового давления на движущийся атом от встречных волн. Этот механизм приводит к трению при отрицательных отстройках, ему соответствует первое слагаемое, которое

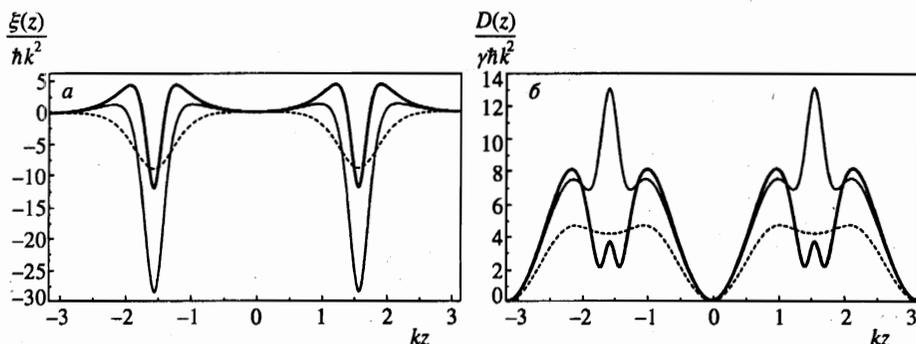


Рис. 2. Пространственная зависимость кинетических коэффициентов при различных параметрах эллиптичности: $\varepsilon = 0$ — сплошная жирная линия, $\varepsilon = \pi/8$ — тонкая линия, $\varepsilon = \pi/6$ — штриховая линия. Параметр насыщения $S_0 = 15$, отстройка $\Delta = -\gamma$.
 а — Коэффициент трения. б — Коэффициент диффузии

при малом насыщении $S_e \ll 1$ в двухуровневой модели является основным. Во-вторых, это эффекты запаздывания в вынужденных переходах, которые приводят к так называемой сизифовской силе. Этот вклад описывается третьим слагаемым, имеет знак противоположный доплеровскому трению и является доминирующим в сильных полях $S_e \gg 1$. Последнее слагаемое в квадратных скобках возникает вследствие учета поляризационных особенностей взаимодействия атомов со светом. Так как оно является новым, представляет существенный интерес выяснение соответствующего физического механизма.

Оказывается, интересующее нас слагаемое, так же как и третье, может быть интерпретировано в терминах вероятностей (или скоростей) переходов между одетыми состояниями атома. Напомним, что одетыми (адиабатическими) называют собственные состояния гамильтониана атома в резонансном поле без учета поступательного движения. При этом для двухуровневого атома имеется только два таких состояния (нормальное и аномальное) [2]. В рассматриваемом случае перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ имеется четыре адиабатических состояния:

$$\begin{aligned} |n_{\pm}\rangle &= \cos(\theta_{\pm})|j_g, \mp 1/2\rangle + \sin(\theta_{\pm})|j_e, \pm 1/2\rangle, \\ |a_{\pm}\rangle &= -\sin(\theta_{\pm})|j_g, \mp 1/2\rangle + \cos(\theta_{\pm})|j_e, \pm 1/2\rangle, \end{aligned} \quad (32)$$

каждое из которых является суперпозицией волновых функций зеemanовских подуровней основного и возбужденного состояний с пространственно-неоднородными коэффициентами. Углы θ_{\pm} определяют смешивание голых состояний атома:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \arccos \sqrt{\frac{1}{1 + 4|\Omega_0|^2 \cos^2(kz) \alpha_{\pm}^2 / 3\Delta^2}}. \quad (33)$$

Состояния, помеченные знаком плюс (минус), образуются при смешивании зеemanовских состояний, взаимодействующих с правой (левой) круговой компонентой поля. При отключении поля (например, в узле) углы смешивания обращаются в нуль и одетые состояния, помеченные буквой «n» («a»), переходят в волновые функции зеemanовских подуровней основного (возбужденного) состояния. Поэтому, следуя [2], состояния $|n_{\pm}\rangle$

будем называть нормальными, а $|a_{\pm}\rangle$ — аномальными. Собственные значения, соответствующие состояниям (32), называются адиабатическими потенциалами. С точностью до несущественной постоянной потенциалы нормальных состояний записываются в виде

$$U_{n\pm} = \frac{\hbar\Delta}{2} \sqrt{1 + \frac{4|\Omega_0|^2 \cos^2(kz)\alpha_{\pm}^2}{3\Delta^2}}, \quad (34)$$

а потенциалы аномальных состояний имеют обратный знак: $U_{a\pm} = -U_{n\pm}$. В секулярном приближении $\Delta^2 + \Omega^2 \gg \gamma^2$ недиагональные элементы матрицы плотности в базисе одетых состояний пренебрежимо малы и можно ограничиться рассмотрением населенностей, которые удовлетворяют соответствующим скоростным уравнениям [15]. Переходы между адиабатическими состояниями (32) происходят вследствие спонтанной релаксации (так как переходы Ландау—Зинера в рассматриваемом пределе малых скоростей несущественны). Эффекты запаздывания (гистерезис), приводящие к сизифовскому трению, обусловлены тем, что скорости прямых и обратных переходов имеют различную пространственную локализацию. Так, например, вблизи узла поля скорость перехода из нормального состояния $|n-\rangle$ в аномальное $|a-\rangle$ близка к нулю, в то время как обратный переход имеет скорость $\sim (2/3)\gamma$. В пучности сильного поля, когда $\theta_- \sim \pi/4$, скорости прямого и обратного переходов выравниваются ($\sim \gamma/3$). В результате некоторая доля движущихся атомов переходит вблизи пучности поля из нормального состояния в аномальное и возвращается обратно вблизи узла, что, как хорошо известно [2, 15], приводит к накапливающемуся эффекту замедления (ускорения) при положительных (отрицательных) отстройках из-за различной пространственной зависимости нормального и аномального потенциалов.

В отличие от модели двухуровневого атома в рассматриваемом случае имеются дополнительные степени свободы, связанные, например, с переходами между состояниями «+» и «-». Их учет и приводит к появлению последнего слагаемого в (31). Имея в виду качественную интерпретацию, рассмотрим предельный случай, когда параметр насыщения мал ($S_0 < 1$). При этом населенности аномальных состояний всюду малы и весь эффект обусловлен переходами между нормальными состояниями (в слабом поле им соответствуют зеemanовские подуровни основного состояния). Например, при $\alpha_-^2 < \alpha_+^2$ в узле поля большая часть атомов находятся в состоянии $|n-\rangle$, в пучности же населенности состояний «+» и «-» несколько выравниваются (см. рис. 3а). В рассматриваемом пределе адиабатические потенциалы $U_{n\pm}$ имеют одинаковую пространственную зависимость ($\propto \cos^2(kz)$), но разные амплитуды (рис. 3б). По аналогии со сказанным выше некоторая доля движущихся атомов переходит вблизи пучности поля из состояния с меньшим потенциалом в состояние с большим и возвращается обратно вблизи узла, что приводит, очевидно, к систематическому эффекту замедления (ускорения) при отрицательных (положительных) Δ . Таким образом, по физическому механизму последнее слагаемое является сизифовским, но, в отличие от обычного, оно имеет противоположный знак, по-иному зависит от интенсивности поля, отстройки и эллиптичности. В пределе слабых полей $S_e \ll 1$ этот вклад конкурирует с доплеровским (см. рис. 3в), их отношение равно $6(\Delta/\gamma)^2 \sin^2(2\varepsilon)$, что при достаточно больших отстройках может составлять несколько порядков.

Подводя итог вышеизложенному, можно утверждать, что отличие кинетики атомов с вырожденными энергетическими уровнями от результатов двухуровневой модели обусловлено прежде всего многочисленностью адиабатических (нормальных и аномальных)

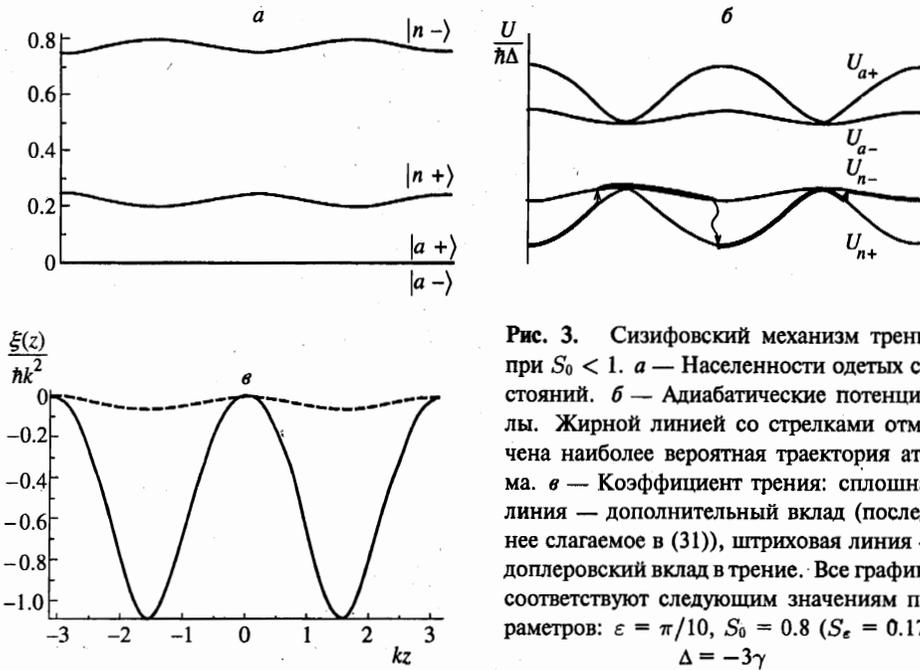


Рис. 3. Сизифовский механизм трения при $S_0 < 1$. *a* — Населенности одетых состояний. *б* — Адиабатические потенциалы. Жирной линией со стрелками отмечена наиболее вероятная траектория атома. *в* — Коэффициент трения: сплошная линия — дополнительный вклад (последнее слагаемое в (31)), штриховая линия — доплеровский вклад в трение. Все графики соответствуют следующим значениям параметров: $\epsilon = \pi/10$, $S_0 = 0.8$ ($S_e = 0.17$), $\Delta = -3\gamma$

состояний и возможных переходов между ними. Например, возникают переходы между различными нормальными состояниями, в то время как для двухуровневого атома существуют переходы только между нормальным и аномальным состояниями. При этом, как видно из формулы (31), отличие от двухуровневой модели является принципиальным в силу другой зависимости от интенсивности и частоты поля. Так, существует область параметров $((\gamma/\Delta)^2 \ll S_e^2 < 3 \sin^2(2\epsilon))$, при которых даже направление кинетического процесса (охлаждение или нагрев) противоположно предсказанию двухуровневой модели.

4.3. Коэффициент диффузии

Коэффициент диффузии, определяемый (18)–(20), содержит вклад D_{sp} от спонтанных переходов и вклад D_{ind} от вынужденных. Используя (18), (25), находим коэффициент спонтанной диффузии:

$$D_{sp}(z) = \frac{\gamma \hbar^2 k^2}{12} \frac{S_e \cos^2(kz)}{1 + S_e \cos^2(kz)}, \tag{35}$$

который с точностью до постоянного множителя совпадает по форме с коэффициентом спонтанной диффузии, полученным для двухуровневой модели атома (см. [2]). Он пропорционален населенности атомов в возбужденном состоянии и в нашем случае перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ сильно зависит от эллиптичности поля в соответствии с (30). Индуцированный коэффициент диффузии так же, как и коэффициент трения, можно разбить на сумму двух слагаемых:

$$D_{ind}(z) = D_1(z) + D_2(z). \tag{36}$$

Первый член представляет собой уже известный результат [2] для двухуровневого атома с новым параметром насыщения S_ϵ :

$$D_1(z) = \frac{\hbar^2 k^2 \gamma S_\epsilon \sin^2(kz)}{4} \left[1 + 4 \frac{\Delta^2}{\gamma^2} \frac{S_\epsilon \cos^2(kz) (S_\epsilon^2 \cos^4(kz) - \gamma^2 (\gamma^2/4 + \Delta^2)^{-1})}{(1 + S_\epsilon \cos^2(kz))^3} \right]. \quad (37)$$

Второе слагаемое

$$D_2 = \frac{\hbar^2 k^2 S_\epsilon \sin^2(2\epsilon) \sin^2(kz)}{\gamma (1 + S_\epsilon \cos^2(kz))^3} \left[3\Delta^2 + \frac{S_0 \cos^2(kz)}{3} \left(\frac{\gamma^2}{4} + \Delta^2 \right) (1 + S_\epsilon \cos^2(kz))^2 \right] \quad (38)$$

является принципиально новым и описывает вклады диффузионных процессов, обусловленных зеемановской вырожденностью энергетических уровней. Коэффициент диффузии так же, как и коэффициент трения, имеет существенную зависимость от эллиптичности (см. рис. 2б).

Как уже отмечалось выше, существует непосредственная связь между процессами трения и диффузии. Поэтому по аналогии с приведенным выше анализом силы трения добавочный вклад в диффузию (38) можно рассматривать как результат флуктуации силы, возникающей при переходах между различными адиабатическими состояниями. В частности, при малых параметрах насыщения $S_0 \ll 1$ он является следствием переходов между нормальными состояниями $|n+\rangle$ и $|n-\rangle$ (32) (см. рис. 3). При этом его отношение к обычному вкладу (37) имеет значение $12(\Delta/\gamma)^2 \sin^2(2\epsilon)$, откуда видно, что при отличных от линейной поляризациях и больших отстройках этот член может быть доминирующим и на несколько порядков превышать значения, полученные при рассмотрении двухуровневой модели атома.

5. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ДВУХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ

Напомним, что необходимость учета зеемановского вырождения энергетических уровней при описании движения атомов в полях с неоднородной поляризацией было убедительно продемонстрировано ранее [3, 4]. Результаты, полученные в настоящей работе, показывают, что учет зеемановской структуры также необходим и в случае однородной поляризации. Из результатов разделов 4.2, 4.3 следует, что сила трения и диффузия содержат дополнительные вклады, отсутствующие в двухуровневой модели. В случае линейной поляризации ($\epsilon = 0$) для рассмотренного перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ эти вклады обращаются в нуль, так как в силу симметрии индуцированных переходов задача сводится к эффективной двухуровневой модели. Очевидно, однако, что в общем случае такая симметрия отсутствует и дополнительные члены в трении и диффузии возникают даже в случае линейной поляризации поля. Например, для переходов $j_g = 3/2 \rightarrow j_e = 3/2$, $j_g = 1 \rightarrow j_e = 2$ в случае линейной поляризации дополнительные вклады в трение отличны от нуля и при малых насыщениях ($S_0 \ll 1$) имеют вид

$$\begin{aligned} \xi_{3/2 \rightarrow 3/2} &= \frac{24}{125} \frac{\hbar k^2 \Delta}{\gamma} S_0 \sin^2(kz), \\ \xi_{1 \rightarrow 2} &= \frac{576}{24565} \frac{\hbar k^2 \Delta}{\gamma} S_0 \sin^2(kz). \end{aligned} \quad (39)$$

Так же, как и дополнительное слагаемое в (31) для $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ в слабом поле, эти вклады возникают из-за переходов между зеемановскими подуровнями основного состояния $|j_g, \mu\rangle$, адиабатические потенциалы которых

$$U_\mu = \hbar \Delta S_0 \begin{pmatrix} j_e & 1 & j_g \\ -\mu & 0 & \mu \end{pmatrix}^2 \cos^2(kz) \quad (40)$$

имеют одинаковую пространственную зависимость, но разные амплитуды в силу различия вероятности индуцированных переходов между соответствующими магнитными подуровнями.

Таким образом, можно утверждать, что практически во всех случаях кинетика медленных атомов в полях с однородной поляризацией значительно отличается от предсказаний двухуровневой модели. К двухуровневой модели задача сводится только в следующих исключительных случаях: переход $j_g = 0 \rightarrow j_e = 1$ для произвольной эллиптической поляризации света; переходы $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ и $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 3/2$ для линейной поляризации; все переходы $j_g = j \rightarrow j_e = j + 1$ для циркулярной поляризации.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе квазиклассического подхода проведен анализ кинетики атомов в стоячей однородно поляризованной волне с учетом зеемановского вырождения энергетических уровней. Для атомного перехода $j_g = 1/2 \rightarrow j_e = 1/2$ получены в аналитическом виде градиентная сила, коэффициенты трения и диффузии, описывающие кинетику медленных атомов, при произвольных эллиптичности, интенсивности и отстройке. Показано, что учет зеемановской структуры уровней и эффектов оптической накачки приводит, во-первых, к зависимости эффективного параметра насыщения перехода, а вместе с ним и величин сил, действующих на атом, от эллиптичности света:

$$S_\epsilon = S_0 \cos(2\epsilon)/3.$$

Кроме того, обнаружено, что коэффициенты трения и диффузии содержат дополнительные члены, отсутствующие в теории двухуровневого атома и не обсуждавшиеся ранее. В пределе малых насыщений и больших отстроек эти члены являются доминирующими, приводя к существенно большим значениям трения и диффузии по сравнению с двухуровневой моделью. Дана также качественная интерпретация на языке одетых состояний. Показано, что дополнительный вклад в трение обусловлен переходами между адиабатическими потенциалами, которые соответствуют различным магнитным подуровням основного состояния, т.е. имеет «сизифовскую» природу.

Подчеркнем, что представленный в работе аналитический метод (см. формулы (15)–(22)) нахождения кинетических коэффициентов уравнения Фоккера—Планка для переходов $j_g = j \rightarrow j_e = j + 1$, $j_g = j' \rightarrow j_e = j'$ (j' – полуцелое) применим также в общем случае поля с произвольной неоднородной поляризацией.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-17794).

Литература

1. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1986).
2. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдугович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, Москва (1991).
3. Special Issue *Laser Cooling and Trapping of Atoms*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 11 (1989).
4. Special Issue *Laser Cooling and Trapping*, Laser Physics **4**, 5 (1994).
5. S. Chu, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998); C. Cohen-Tannoudji, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998); W. Phillips, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).
6. В. С. Летохов, Письма в ЖЭТФ **7**, 348 (1968); A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970); T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, Opt. Comm. **13**, 68 (1975); V. S. Letokhov, V. G. Minogin, and B. D. Pavlik, Opt. Comm. **19**, 72 (1976).
7. R. J. Cook, Phys. Rev. A **20**, 224 (1979).
8. J. P. Gordon and A. Ashkin, Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980).
9. В. Г. Миногин, ЖЭТФ **79**, 2044 (1980); V. S. Letokhov and V. G. Minogin, Phys. Rep. **73**, 1 (1981); R. J. Cook, Phys. Rev. A **22**, 1078 (1980).
10. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B **18**, 1661 (1985).
11. G. S. Agarwal and K. Mølmer, Phys. Rev. A **47**, 5158 (1993).
12. K. Berg-Sørensen, Y. Castin, E. Bonderup, and K. Mølmer, J. Phys. B. **25**, 4195 (1992)
13. J. Javanainen, Phys. Rev. A **44**, 5857 (1991).
14. G. Nienhuis, P. Van der Straten, and S.-Q. Shang, Phys. Rev. A **44**, 462 (1991).
15. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1707 (1985).
16. В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **96**, 1613 (1989).
17. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Г. Ниенхаус, ЖЭТФ **108**, 415 (1995).
18. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **110**, 1727 (1996); А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Г. Ниенхаус, ЖЭТФ **114**, 125 (1998).