ЖЭТФ, 1999, том 116, вып. 1(7), стр. 141–156

НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ КЕРРА

А. К. Звездин, Н. Ф. Кубраков*

Институт общей физики Российской академии наук
117942, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 апреля 1998 г.

Рассмотрена задача о состоянии поляризации волны на второй оптической гармонике при отражении от полубесконечной оптически изотропной магнитной среды для трех характерных направлений однородной намагниченности, соответствующих линейным магнитооптическим эффектам Керра. В первом приближении по намагниченности получены выражения для комплексных амплитуд поля волны, через которые определяются нелинейные эффекты Керра: полярный, меридиональный и экваториальный. Приведены полученные в результате численного эксперимента зависимости этих эффектов от угла падения индуцирующей волны. Найдены аналитические формулы для них при малых углах падения. Проведен сравнительный анализ линейных и нелинейных эффектов Керра.

1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные низкоразмерные системы (поверхности, тонкие пленки, многослойные структуры, квантовые точки и проволоки) привлекают к себе большое внимание. В последние годы были обнаружены многие неожиданные и нетривиальные эффекты, связанные со свойствами магнитных поверхностей и интерфейсов: гигантское магнитосопротивление, значительная поверхностная анизотропия, отличие магнитных моментов на поверхности от их объемных значений, осциллирующее обменное взаимодействие между соседними магнитными слоями и большой биквадратный обмен в многослойных структурах. Кроме несомненной фундаментальной значимости эти системы представляют большой прикладной интерес для магнитной памяти, сенсоров и т. д.

Недавно были предсказаны, а вскоре после этого и обнаружены новые магнитооптические эффекты, связанные с поверхностью магнитных сред, — нелинейные эффекты Керра на второй гармонике [1–6]. Хотя генерация второй гармоники запрещена в материалах с центром инверсии, а таковыми является большинство из широко распространенных материалов (Fe, Co, Ni, FeNi и т. д), на поверхности или интерфейсе симметрия относительно пространственной инверсии нарушается. В магнетиках нарушается и симметрия относительно инверсии времени. Нарушение этих симметрий и приводит к возникновению магнитооптических явлений на второй гармонике, которые, как выяснилось, значительно превышают по величине соответствующие линейные эффекты [4, 6]. Большое значение угла поворота плоскости поляризации волны на второй гармонике (относительно поляризации индуцирующей волны) обеспечивает высокий контраст между областями с противоположными направлениями намагниченности. Например, для многослойной структуры Co/Cu (100) он может превосходить

*E-mail: zvezdin@magnof.phys.msu.su

50% [5]. В многослойной структуре Fe/Cr и в монокристаллических вискерах железа отношение нелинейного керровского вращения к линейному составляет величины порядка 10^3 [6]. Сравнение линейного и нелинейного экваториальных эффектов Керра дано в [7]. Нелинейные эффекты Керра с успехом применялись для зондирования внутренних поверхностей раздела (buried interfaces) в многослойных пленках [5, 8–11], спин-поляризованных квантовых ям [12–14]. Они интересны также для изучения спиновой динамики на магнитных поверхностях и в ультратонких слоях в реальном масштабе времени (в фемтосекундном диапазоне)[1)].

Таким образом, нелинейные магнитооптические эффекты являются новым перспективным инструментом для исследования с высокими пространственным и временным разрешениями магнитных поверхностей и интерфейсов в магнитных пленках и многослойных структурах, в особенности поверхностной магнитной анизотропии и межслойного обмена, магнитных доменов, квантовых ям, поверхностных и межслойных неколлинеарных (canted) структур, взаимосвязи геометрической шероховатости с магнитными, туннельными и транспортными свойствами наноструктур.

Однако для надежного сравнения нелинейных и линейных магнитооптических эффектов и использования их для исследования магнитных поверхностей и других низкоразмерных магнитных систем нужно разработать аппарат для описания нелинейных магнитооптических эффектов в рамках того же подхода, который хорошо известен и широко используется в линейной магнитооптике. В рамках этого подхода магнитооптические свойства материала описываются двумя комплексными параметрами: показателем преломления n и магнитооптическим параметром $Q = \varepsilon_{12}/n^2$, где ε_{12} — недиагональный элемент тензора диэлектрической проницаемости среды (см., например, [24]).

В настоящей работе проводится вычисление комплексной амплитуды второй гармоники отраженной волны от полупространства, заполненного ферромагнитным материалом, при произвольных углах падения индуцирующей волны для трех геометрических конфигураций, которые обычно устанавливаются в магнитооптических экспериментах, а именно, в конфигурациях полярного, меридионального и экваториального эффектов Керра. Вычислены состояния поляризации отраженной волны на второй гармонике. Приведены аналитические формулы для нелинейных магнитооптических эффектов Керра при малых углах падения индуцирующей волны[2)] и результаты численных экспериментов (при произвольных углах), характеризующие эти эффекты и величины их отношений к соответствующим линейным эффектам.

Заметим, что нелинейные магнитооптические эффекты описываются T-нечетным аксиальным тензором четвертого порядка, что определяет, с одной стороны, значительное их разнообразие, а с другой стороны, из-за большого числа компонент тензора создает известные трудности и неопределенности в анализе эксперимента. В настоящей

[1)] Большой интерес привлекают также объемные нелинейные магнитооптические эффекты, особенно в так называемых магнитоэлектрических материалах, в которых вторая гармоника возникает из-за нечетности магнитной структуры относительно пространственной инверсии [15, 16]. Резкое усиление эффекта генерации второй гармоники за счет возникновения магнитного порядка наблюдалось в $BiFeO_3$ ниже точки перехода в антиферромагнитное состояние [17]. Нелинейные магнитооптические эффекты в магнитоэлектрике Cr_2O_3 подробно изучены в [18]. Они ярко выражены также в пленках магнитных гранатов [19–22] и в сплаве Гейслера [23].

[2)] Нелинейный экваториальный эффект Керра для малых углов падения рассмотрен также в [24, 25].

работе используется теория магнитной симметрии и адекватная иерархия малых параметров, позволяющие значительно уменьшить число параметров, необходимых для полного описания нелинейных магнитооптических эффектов.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ И НАМАГНИЧЕННОСТЬ СРЕДЫ

Некоторые теоретические аспекты, связанные со второй гармоникой в магнитных средах, рассмотрены в [15, 26–29]. Согласно [15, 26–29], нелинейные магнитооптические эффекты могут быть описаны в рамках электродинамики с помощью вектора нелинейной электрической поляризации **P**, включающего в себя составляющие, пропорциональные вектору локальной намагниченности (или других базисных векторов в случае более сложных магнитных структур). Если поляризация **P** локализована на поверхностях среды, то нелинейные магнитооптические эффекты обусловлены исключительно существованием этих поверхностей и определяются распределением намагниченности на этих поверхностях.

Поверхностная нелинейная оптическая поляризация второго порядка может быть записана в виде [1, 30]

$$P_i = \chi^{(2)}_{ijk}(\mathbf{M})E_jE_k, \tag{2.1}$$

где тензор поверхностной нелинейной восприимчивости $\chi^{(2)}$ зависит от намагниченности **M**, E_j — составляющая электрического поля световой волны. Свойства полярного тензора третьего ранга $\chi^{(2)}$ и его зависимость от намагниченности определяются симметрией относительно обращения времени и симметрией поверхности. Свойство обращения времени (без учета диссипации) требует, чтобы величина $\mathrm{Re}\,\chi^{(2)}$ была четной функцией **M**, а $\mathrm{Im}\,\chi^{(2)}$ — нечетной. Из симметрийных соображений следует, что поляризация **P** может быть представлена в виде

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_m, \tag{2.2}$$

где не зависящий от намагниченности вклад есть

$$\mathbf{P}_0 = \chi_1\mathbf{E}(\mathbf{EH}) + \chi_2 E^2\mathbf{N}, \tag{2.2а}$$

а линейно зависящий от **M** —

$$\mathbf{P}_m = \chi_3\mathbf{E}\,(\mathbf{E}[\mathbf{mN}]) + \chi_4 E^2[\mathbf{mN}] + \chi_5[\mathbf{Em}](\mathbf{EN}) + \chi_6[\mathbf{EN}](\mathbf{Em}). \tag{2.2б}$$

Здесь χ_1, χ_2 — нелинейные оптические и $\chi_3, \ldots, \chi_6$ — нелинейные магнитооптические параметры, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ — вектор, характеризующий направление намагниченности, **N** — нормаль к поверхности. Поскольку **P** — полярный вектор, то только две независимые комбинации второго порядка по **E** полярных векторов **N** и **E** образуют полярный вектор $\mathbf{P}_0$ и только четыре независимые комбинации, образованные из **E**, **N** и аксиального вектора **m**, дают $\mathbf{P}_m$.

Соотношение (2.2) следует рассматривать как разложение функции **P**(**E**, **N**, **M**) по **E**, **N** и **M**. При этом мы ограничиваемся слагаемыми, квадратичными по **E** и линейными по **N** и **M**. Параметрами малости являются, очевидно, отношение поля световой волны E к величине внутриатомного поля E^*, отношение $\zeta = E_{surf}/E^*$ приповерхностного электрического поля E_{surf} (нарушающего четность на поверхности) к E^* (для **N**), и величина магнитооптической гиротропии (для **M**), определяемая магнитооптическим параметром Q, который обычно удовлетворяет условию $Q \ll 1$.

Разложение по **N** здесь фактически означает разложение по $\mathbf{N}E_{surf}$, что можно пояснить следующим образом. Предположим, что существует приповерхностный слой, в котором свойства среды изменяются таким образом, что это изменение можно описать при помощи полярного вектора **A**, параллельного вектору **N**. Влияние вектора **A** на оптические свойства среды будем характеризовать величиной E_{surf}, хотя в общем случае, конечно, не следует отождествлять эти величины. Тогда нелинейные оптические свойства можно описать с помощью нелинейной восприимчивости $\chi^{(3)}$ так, что $\mathbf{P} = \chi^{(3)}\mathbf{E}_{surf}\mathbf{E}\mathbf{E}$ или $\mathbf{P} = \tilde{\chi}^{(3)}\mathbf{A}\mathbf{E}$. Вообще говоря, свойства тензоров $\chi^{(3)}$ и $\tilde{\chi}^{(3)}$ могут несколько различаться, но это различие не влияет на дальнейшие рассуждения. Предполагая, что толщина приповерхностного слоя много меньше длины волны света, при помощи δ-функции можно перейти к локальному описанию поверхностной поляризации. Надлежащим образом усредненное произведение $\chi^{(3)}\mathbf{E}_{surf}$ при этом дает поверхностную нелинейную восприимчивость $\chi^{(2)}$. Учет слагаемых более высокого порядка по **N** означает учет вкладов в вектор поляризации типа $\mathbf{P}^5 = \chi^{(5)}\mathbf{E}_{surf}\mathbf{E}_{surf}\mathbf{E}_{surf}\mathbf{E}\mathbf{E}$, которые, очевидно, по крайней мере в ζ^2 раз меньше уже учтенных выше. Последнее следует из известного соотношения $\mathbf{P}^{n+1}/\mathbf{P}^n \sim 1/E^*$ [30]. Возможно существуют случаи, когда $E_{surf} \sim E^*$; при этом разложение по $\mathbf{N}E_{surf}$ неприменимо и рассматриваемая теория не является вполне общей.

Использование разложений (2.2а), (2.2б) уменьшает число параметров, необходимых для описания нелинейных магнитооптических явлений (по сравнению с общей формулой (2.1)). Покажем это, сравнив (2.1) и (2.2), (2.2а). Формула (2.2а), естественно, может быть представлена в матричном виде, так же как (2.1), где полярный тензор третьего ранга в обозначениях Фохта имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{2.3}$$

Напомним, что он является симметричным относительно перестановок индексов j и k. Такой вид тензора $\chi^{(2)}_{ijk}$ соответствует предельной группе симметрии (группе Кюри) ∞m. Этой симметрией обладает, например, однородное электрическое поле. Из (2.2а) следует, что $e_{33} = e_{31} + 2e_{15}$, т.е. тензор $\chi^{(2)}_{ijk}$ $(M = 0)$ в нашем случае определяется двумя независимыми параметрами, а не тремя, как это требуется симметрией ∞m. Однако противоречия между формулами (2.2а) и (2.3) нет, так как (2.2а) соответствует линейному по ζ приближению. Учитывая следующий по ζ член разложения в (2.2а), например, в форме $\mathbf{N}(\mathbf{NE})^2$, получаем $e_{33} = e_{31} + 2e_{15} + O(\zeta^2)$.

Волна на второй гармонике при отражении от среды с центром инверсии, вообще говоря, включает в себя влияние не только поверхностных, но и объемных составляющих поляризации **P**. Однако последние проявляются значительно слабее, особенно в случае металлов [31].

3. СОСТОЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

Чтобы исследовать нелинейные магнитооптические эффекты Керра и сравнить их с соответствующими линейными, необходимо определить состояние поляризации и интенсивность отраженной волны на частотах ω и 2ω. Наиболее просто это сделать в том случае, если отражение происходит от полубесконечной оптически изотропной магнитной среды, направление однородной намагниченности которой характеризуется вектором $\mathbf{m}$ (рис. 1). Основная часть задачи — найти составляющие $E_s^{(r)}$ и $E_p^{(r)}$ электрического поля волны на частоте ω и составляющие $\tilde{E}_s^{(r)}$ и $\tilde{E}_p^{(r)}$ волны на частоте 2ω. Множитель поляризации можно ввести как $\chi = -E_p^{(r)}/E_s^{(r)}$ или $\chi = E_s^{(r)}/E_p^{(r)}$, в зависимости от того, какое из двух направлений, соответственно вдоль s-или p-поляризации, выбирается для отсчета угла поворота плоскости поляризации. Аналогично одному из определений χ должен быть введен множитель поляризации $\tilde{\chi}$ для второй гармоники (тильдой будем обозначать величины, относящиеся ко второй гармонике). Керровское вращение (угол поворота большой оси эллипса поляризации) находится из соотношения [32]

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\,\mathrm{Re}\,\chi}{1 - |\chi|^2}. \tag{3.1}$$

Эллиптичность определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{2}\arcsin\frac{2\,\mathrm{Im}\,\chi}{1 + |\chi|^2}. \tag{3.2}$$

Знаки величин θ и η соответствуют направлению наблюдения против волнового вектора $\mathbf{k}^{(r)}$. Если $0 < \eta < \pi/4$, то волна имеет левую эллиптическую поляризацию, а если $-\pi/4 < \eta < 0$, то правую. В случае линейной поляризации ($\eta = 0$) должно выполняться условие $\mathrm{Im}\,\chi = 0$. Круговая поляризация соответствует $\eta = \pi/4$ (левая) и $\eta = -\pi/4$ (правая). Эти определения распространяются, очевидно, и на нелинейные полярный и меридиональный эффекты Керра, если под входящими в (3.1), (3.2) величинами понимаются те, которые относятся ко второй гармонике. Отметим, что знаки величин θ и η зависят и от представления плоской волны.

Определение экваториального эффекта Керра как относительного изменения $\delta = (I - I_0)/I_0$ интенсивности отраженной волны при переходе среды из состояния с однородной намагниченностью (I) в состояние без намагниченности (I_0) удобно лишь для волны с частотой ω. Аналогичное определение для нелинейного случая, которое используется в [24], дает неограниченное возрастание $\tilde{\delta}$ при уменьшении угла падения.

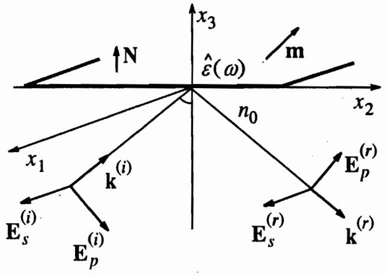

Рис. 1. К определению нормальных мод с частотой ω для полубесконечной магнитной среды

По этой причине удобнее использовать определение

$$\tilde{\delta} = (I - I_0)/(I + I_0). \tag{3.3}$$

По аналогии с (3.3) будет определяться и линейный экваториальный эффект.

Для рассмотрения нелинейных магнитооптических эффектов Керра необходимо использовать результаты решения линейной задачи: матрицу отражения и представления нормальных мод в магнитной среде при ориентациях **m**, которые входят в определение линейных эффектов Керра. В этом случае тензор диэлектрической проницаемости магнитной среды [25]

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = n^2 \begin{bmatrix} 1 & -im_3Q & im_2Q \\ im_3Q & 1 & -im_1Q \\ -im_2Q & im_1Q & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.4}$$

где n — комплексный коэффициент преломления ($\mathrm{Im}\, n > 0$), Q — магнитооптический параметр, линейно зависящий от намагниченности. Магнитная проницаемость предполагается равной единице.

Падающая волна $\mathbf{E}^{(i)} = \mathbf{E}_0^{(i)} \exp\left[i(\mathbf{k}^{(i)}\mathbf{x} - \omega t)\right]$ и отраженная волна $\mathbf{E}^{(r)} = \mathbf{E}_0^{(r)} \times \exp\left[i(\mathbf{k}^{(r)}\mathbf{x} - \omega t)\right]$, распространяющиеся в прозрачной среде ($x_3 < 0$) с коэффициентом преломления $n_0(\omega)$, могут быть представлены в виде волн с s- и p-поляризациями, которые связаны между собой через матрицу отражения

$$\begin{bmatrix} E_s^{(r)} \\ E_p^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_s^{(i)} \\ E_p^{(i)} \end{bmatrix}, \tag{3.5}$$

элементы которой зависят от оптических параметров двух сред. В полубесконечной области магнитной среды два решения уравнения Френеля соответствуют двум нормальным модам. Для каждой из них необходимо знать все три составляющие электрического поля.

4. МАТРИЦА ОТРАЖЕНИЯ И КОМПЛЕКСНЫЕ АМПЛИТУДЫ ПОЛЯ ВОЛНЫ НА ЧАСТОТЕ ω

Далее для трех направлений **m** (рис. 1), соответствующих линейным эффектам Керра, будут приведены элементы матрицы отражения и формулы для комплексных амплитуд поля, которые входят в определение (2.2) нелинейной поверхностной поляризации [25].

4.1. Полярная геометрия, $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$

Намагниченность ортогональна поверхности среды и лежит в плоскости падения. Элементы матрицы отражения:

$$r_{ss} = \frac{X^-}{X^+}, \quad r_{pp} = \frac{Y^-}{Y^+}, \tag{4.1}$$

$$r_{sp} = -r_{ps} = \frac{in_0 n^2 Q}{X^+ Y^+} \cos\varphi, \tag{4.2}$$

где $X^{\pm} = n_0 \cos\varphi \pm \sqrt{n^2 - \alpha^2}$, $Y^{\pm} = n_0\sqrt{n^2 - \alpha^2} \pm n^2 \cos\varphi$, $\alpha = n_0 \sin\varphi$.

Составляющие электрического поля в магнитной среде:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2n_0 \cos\varphi}{X^+} \left[E_s^{(i)} + \frac{in^2 Q}{2Y^+} E_p^{(i)} \right], \\ E_2 &= \frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} \left[\sqrt{n^2 - \alpha^2}\, E_p^{(i)} - \frac{in^2 Q \cos\varphi}{2X^+} E_s^{(i)} \right], \\ E_3 &= -\frac{2n_0 \alpha \cos\varphi}{Y^+} \left[E_p^{(i)} + \frac{in_0 Q}{2X^+} E_s^{(i)} \right]. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Если падающая волна имеет линейную поляризацию, то отраженная будет иметь эллиптическую, причем большая ось эллипса поляризации будет повернута на некоторый угол, который определяется из (3.1).

4.2. Меридиональная геометрия, m = (0, 1, 0)

Намагниченность параллельна поверхности среды и лежит в плоскости падения. Этот эффект, как и полярный, состоит в появлении эллиптичности и поворота плоскости поляризации отраженной волны, если падающая волна линейно поляризована. Элементы r_{ss} и r_{pp} определяются согласно (4.1),

$$r_{sp} = r_{ps} = \frac{i\alpha n_0 n^2 Q \cos\varphi}{X^+ Y^+ \sqrt{n^2 - \alpha^2}}. \tag{4.4}$$

Составляющие электрического поля в магнитной среде:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2n_0 \cos\varphi}{X^+} \left[E_s^{(i)} + \frac{i\alpha n^2 Q}{2Y^+ \sqrt{n^2 - \alpha^2}} E_p^{(i)} \right], \\ E_2 &= \frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} \left[\sqrt{n^2 - \alpha^2}\, E_p^{(i)} + \frac{i\alpha n^2 Q \cos\varphi}{2X^+ \sqrt{n^2 - \alpha^2}} E_s^{(i)} \right], \\ E_3 &= -\frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} \left[\alpha E_p^{(i)} - \frac{iQ}{X^+} \left(Y^+ + \frac{\alpha^2 n_0}{2\sqrt{n^2 - \alpha^2}} \right) E_s^{(i)} \right]. \end{aligned} \tag{4.5}$$

4.3. Экваториальная геометрия, m = (1, 0, 0)

Намагниченность параллельна поверхности среды и ортогональна плоскости падения. Равенство $r_{sp} = r_{ps} = 0$ означает, что отраженная волна имеет такую же поляризацию, как и падающая. Элемент r_{ss} определяется из (4.1), и второй диагональный элемент

$$r_{pp} = \frac{Y^-}{Y^+} \left[1 - \frac{in_0^2 n^2 Q}{Y^- Y^+} \sin 2\varphi \right]. \tag{4.6}$$

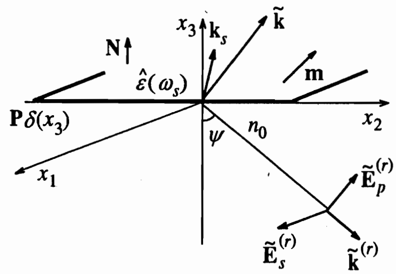

Рис. 2. Волны с частотой ω_s, обусловленные нелинейной поверхностной поляризацией $\mathbf{P}$

Комплексные амплитуды поля в магнитной среде:

$$
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{2n_0\cos\varphi}{X^+}\,E_s^{(i)},\\
E_2 &= \frac{2n_0\cos\varphi}{Y^+}\left[\sqrt{n^2-\alpha^2}-\frac{i\alpha n^2 Q}{Y^+}\cos\varphi\right]E_p^{(i)},\\
E_3 &= -\frac{2n_0\cos\varphi}{Y^+}\left[\alpha+\frac{in^2Q}{Y^+}\left(n_0+\sqrt{n^2-\alpha^2}\cos\varphi\right)\right]E_p^{(i)}.
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

Очевидно, что экваториальный эффект имеет место только при наклонном падении.

5. НОРМАЛЬНЫЕ МОДЫ С ЧАСТОТОЙ 2ω

Поверхностная поляризация $\mathbf{P} = (\mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_m)\exp[i(k_{0s}\alpha x_2 - \omega_s t)]$, где $\omega_s = 2\omega$ и волновое число $k_{0s} = \omega_s/c$, является источником плоских волн с частотой ω_s, затухающих в полубесконечной магнитной среде (рис. 2). Для нахождения состояния поляризации этой волны необходимо решить уравнение Максвелла в двух областях.

В области магнитной среды ($x_3 > 0$)

$$
\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{H}} = -i\omega_s\varepsilon_0\hat{\varepsilon}(\omega_s)\tilde{\mathbf{E}}, \quad \operatorname{rot}\tilde{\mathbf{E}} = i\omega_s\mu_0\tilde{\mathbf{H}}, \tag{5.1}
$$

где в тензоре диэлектрической проницаемости

$$
\hat{\varepsilon}(\omega_s) = \tilde{n}^2\begin{bmatrix} 1 & -im_3\tilde{Q} & im_2\tilde{Q} \\ -im_3\tilde{Q} & 1 & -im_1\tilde{Q} \\ -im_2\tilde{Q} & im_1\tilde{Q} & 1 \end{bmatrix}
$$

коэффициент преломления $\tilde{n} = n(\omega_s)$ и магнитооптический параметр $\tilde{Q} = Q(\omega_s)$.

В области прозрачной среды ($x_3 < 0$) с коэффициентом преломления $\tilde{n}_0 = n_0(\omega_s)$

$$
\operatorname{rot}\tilde{\mathbf{H}} = -i\omega_s\varepsilon_0\tilde{n}_0^2\tilde{\mathbf{E}}, \quad \operatorname{rot}\tilde{\mathbf{E}} = i\omega_s\mu_0\tilde{\mathbf{H}}. \tag{5.2}
$$

Граничные условия на поверхности ($x_3 = 0$) могут быть получены аналогично тому, как это сделано в [33]. Результатом являются следующие соотношения:

$$
\begin{aligned}
&\tilde{E}_1^+ - \tilde{E}_1^- = 0, && \tilde{E}_2^+ - \tilde{E}_2^- = -i\alpha\tilde{n}^{-2}k_{0s}\varepsilon_0^{-1}P_3,\\
&\tilde{H}_1^+ - \tilde{H}_1^- = \omega_s\left(m_1\tilde{Q}P_3 - iP_2\right), && \tilde{H}_2^+ - \tilde{H}_2^- = \omega_s\left(m_2\tilde{Q}P_3 + iP_1\right).
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

Уравнения (5.1), решение которых имеет вид плоской волны $\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{E}}_0 \exp[i(\mathbf{kx} - \omega_s t)]$ с волновым вектором $\tilde{\mathbf{k}} = k_{0s}(0, \alpha, \gamma)$, сводятся к волновому уравнению в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 + \gamma^2 - \tilde{n}^2 & i\tilde{n}^2 m_3 \tilde{Q} & -i\tilde{n}^2 m_2 \tilde{Q} \\ -i\tilde{n}^2 m_3 \tilde{Q} & \gamma^2 - \tilde{n}^2 & -\alpha\gamma + i\tilde{n}^2 m_1 \tilde{Q} \\ i\tilde{n}^2 m_2 \tilde{Q} & -\alpha\gamma - i\tilde{n}^2 m_1 \tilde{Q} & \alpha^2 - \tilde{n}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_1 \\ \tilde{E}_2 \\ \tilde{E}_3 \end{bmatrix} = 0, \tag{5.4}$$

которое разрешимо только для значений параметра γ, являющихся решениями уравнения Френеля:

$$\gamma^4 - \left[2\left(\tilde{n}^2 - \alpha^2\right) - \tilde{n}^2\tilde{Q}^2(1 - m_3^2)\right]\gamma^2 - 2\tilde{n}^2\tilde{Q}^2 m_2 m_3 \alpha\gamma +$$
$$+ \left(\tilde{n}^2 - \alpha^2\right)^2 - \tilde{n}^2\tilde{Q}^2\left[\tilde{n}^2 - (1 - m_2^2)\alpha^2\right] = 0. \tag{5.5}$$

Поскольку среда предполагается полубесконечной, то из четырех корней уравнения (5.5) физический смысл имеют только те, которые соответствуют двум уходящим от поверхности волнам — нормальным модам. Их вид зависит от направления вектора $\mathbf{m}$. Далее будут приведены представления нормальных мод в первом приближении по $\tilde{Q}$ для ориентаций $\mathbf{m}$, соответствующих определению трех магнитооптических эффектов Керра.

Полярный эффект, $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$. Из (5.5) следует, что

$$\gamma_{1,2} = \sqrt{\tilde{n}^2 - \alpha^2} \mp \frac{1}{2}\tilde{n}\tilde{Q},$$

а уравнение (5.4) дает две моды:

$$\tilde{\mathbf{E}}^{(1,2)} = \tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(1,2)} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}^{(1,2)}\mathbf{x}\right)\left(\pm\xi, 1, -\alpha\left(\tilde{n}^2 - \alpha^2\right)^{-1}\gamma_{1,2}\right),$$
$$\tilde{\mathbf{H}}^{(1,2)} = \frac{\xi k_{0s}\tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(1,2)}}{\omega_s \mu_0} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}^{(1,2)}\mathbf{x}\right)(\xi\gamma_{1,2}, \pm\gamma_{1,2}, \mp\alpha), \tag{5.6}$$

где $\xi = i\tilde{n}\sqrt{\tilde{n}^2 - \alpha^2}$, $\tilde{\mathbf{k}}^{(j)} = k_{0s}(0, \alpha, \gamma_j)$, верхний знак соответствует первой моде, а нижний — второй.

Меридиональный эффект, $\mathbf{m} = (0, 1, 0)$. Для нахождения нормальных мод из (5.4) необходимы точные значения

$$\gamma_{1,2} = \sqrt{\tilde{n}^2 - \alpha^2 - \frac{1}{2}\tilde{n}^2\tilde{Q}^2 \mp \tilde{n}\tilde{Q}\sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{4}\tilde{n}^2\tilde{Q}^2}},$$

тогда

$$\tilde{\mathbf{E}}^{(1,2)} = \tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(1,2)} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}^{(1,2)}\mathbf{x}\right)\left(\frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}\left(\tilde{n}^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}{\alpha\gamma_{1,2}\left(\tilde{n}^2 - \alpha^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}, 1, \frac{\tilde{n}^2 - \gamma_{1,2}^2}{\alpha\gamma_{1,2}}\right),$$
$$\tilde{\mathbf{H}}^{(1,2)} = \frac{k_{0s}\tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(1,2)}}{\omega_s\mu_0} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}^{(1,2)}\mathbf{x}\right)\left(-\frac{\tilde{n}^2}{\gamma_{1,2}}, \frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}\left(\tilde{n}^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}{\alpha\left(\tilde{n}^2 - \alpha^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}, -\frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}\left(\tilde{n}^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}{\gamma_{1,2}\left(\tilde{n}^2 - \alpha^2 - \gamma_{1,2}^2\right)}\right). \tag{5.7}$$

Экваториальный эффект, $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$. Из (5.5) следует, что

$$\gamma_{1,2} \approx \gamma = \sqrt{\tilde{n}^2 - \alpha^2}$$

и нормальные моды

$$
\begin{aligned}
&\tilde{\mathbf{E}}^{(1)} = \tilde{\mathbf{E}}_{01}^{(1)} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}\right)(1,0,0), \\
&\tilde{\mathbf{H}}^{(1)} = \frac{k_{0s}\tilde{\mathbf{E}}_{01}^{(1)}}{\omega_s\mu_0} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}\right)(0,\gamma,-\alpha), \\
&\tilde{\mathbf{E}}^{(2)} = \tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(2)} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}\right)\left(0,1,-\frac{\alpha\gamma + i\tilde{n}^2\tilde{Q}}{\tilde{n}^2-\alpha^2}\right), \\
&\tilde{\mathbf{H}}^{(2)} = \frac{k_{0s}\tilde{\mathbf{E}}_{02}^{(2)}}{\omega_s\mu_0} \exp\left(i\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}\right)\left(\frac{\tilde{n}^2\left(\gamma + i\alpha\tilde{Q}\right)}{\tilde{n}^2-\alpha^2}, 0, 0\right).
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

Здесь первая мода имеет s-поляризацию, а вектор $\tilde{\mathbf{E}}^{(2)}$ лежит в плоскости падения, но не ортогонален волновому вектору.

Из (5.2) следует, что в прозрачной среде ($x_3 < 0$) распространяется только одна плоская волна $\tilde{\mathbf{E}}^{(r)} = \tilde{\mathbf{E}}_0^{(r)} \exp\left[i\left(\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x} - \omega_s t\right)\right]$ с волновым вектором $\tilde{k}^{(r)} = k_{0s}\tilde{n}_0(0, \sin\psi, \cos\psi)$ (рис. 2). В отличие от нормальных мод в магнитной среде, эту волну можно представить в виде суперпозиции волн с s- и p-поляризациями. В частности, на поверхности

$$
\begin{aligned}
&\tilde{\mathbf{E}}^{(r)} = \left(\tilde{\mathbf{E}}_s^{(r)}, \tilde{\mathbf{E}}_p^{(r)}\cos\psi, \tilde{\mathbf{E}}_p^{(r)}\sin\psi\right), \\
&\tilde{\mathbf{H}}^{(r)} = \frac{k_{0s}\tilde{n}_0}{\omega_s\mu_0}\left(\tilde{\mathbf{E}}_p^{(r)}, -\tilde{\mathbf{E}}_s^{(r)}\cos\psi, -\tilde{\mathbf{E}}_s^{(r)}\sin\psi\right).
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

Граничные условия (5.3) выполняются, если имеет место соотношение

$$
\sin\psi = \frac{n_0}{\tilde{n}_0}\sin\varphi,
\tag{5.10}
$$

которое можно назвать законом отражения для волны с частотой ω_s. Если коэффициент преломления прозрачной среды не зависит от частоты, то $\psi = \varphi$.

6. НЕЛИНЕЙНЫЙ ПОЛЯРНЫЙ ЭФФЕКТ КЕРРА

В случае $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$ выражения (5.6) для нормальных мод и граничные условия (5.3) дают следующие представления s- и p-составляющих отраженной волны на частоте ω_s через составляющие нелинейной поверхностной поляризации:

$$
\begin{aligned}
&\tilde{E}_s^{(r)} = \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0\tilde{X}^+}\left[P_1 + \frac{i\tilde{Q}}{2\tilde{Y}^+}\left(P_2\tilde{n}^2\cos\psi - \alpha\tilde{n}_0P_3\right)\right], \\
&\tilde{E}_p^{(r)} = \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0\tilde{Y}^+}\left[\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}P_2 + \alpha P_3 - \frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}}{2\tilde{X}^+}P_1\right],
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

где $\tilde{X}^+ = \tilde{n}_0\cos\psi + \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}$, $\tilde{Y}^+ = \tilde{n}_0\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} + \tilde{n}^2\cos\psi$, $\alpha = n_0\sin\varphi$. Согласно (2.2) в конфигурации полярного эффекта Керра составляющие $\mathbf{P}$ равны

$$P_1 = \chi_1 E_1 E_3 + (\chi_5 + \chi_6) E_2 E_3,$$
$$P_2 = \chi_1 E_2 E_3 - (\chi_5 + \chi_6) E_1 E_3,$$
$$P_3 = \chi_2 (E_1^2 + E_2^2) + (\chi_1 + \chi_2) E_3^2,$$

где комплексные амплитуды E_1, E_2, E_3 известны из (4.3). Таким образом, s- и p-составляющие отраженной волны на частоте ω_s становятся определенными через s- и p-составляющие падающей волны $\mathbf{E}^{(i)}$ и оптические параметры сред. В частности, если падающая волна имеет s-поляризацию (рис. 1), то

$$\begin{aligned} \tilde{E}_s^{(r)} &= \frac{\alpha k_{0s}}{2\varepsilon_0 \tilde{X}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{X^+} E_s^{(i)} \right)^2 \left[\chi_1 \frac{n_0 Q}{Y^+} + \chi_2 \frac{\tilde{n}_0 \tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \right], \\ \tilde{E}_p^{(r)} &= \frac{i\alpha k_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{X^+} E_s^{(i)} \right)^2 \chi_2, \end{aligned} \tag{6.2}$$

а если p-поляризацию, то

$$\begin{aligned} \tilde{E}_s^{(r)} &= \frac{\alpha k_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{X}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} E_p^{(i)} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \chi_1 \left[\frac{n^2 Q}{X^+} + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \left(\sqrt{n^2 - \alpha^2}\, \tilde{n}^2 \cos\psi + \alpha^2 \tilde{n}_0 \right) \right] + \right. \\ &\left. + \chi_2 \frac{\tilde{n}_0 n^2 \tilde{Q}}{2\tilde{Y}^+} - i(\chi_5 + \chi_6) \sqrt{n^2 - \alpha^2} \right\}, \\ \tilde{E}_p^{(r)} &= -\frac{i\alpha k_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} E_p^{(i)} \right)^2 \left[\chi_1 \left(\sqrt{(\tilde{n}^2 - \alpha^2)(n^2 - \alpha^2)} - \alpha^2 \right) - \chi_2 n^2 \right]. \end{aligned} \tag{6.3}$$

В обоих случаях отраженная волна с частотой ω_s является эллиптически поляризованной. Подстановка параметра $\tilde{\chi}$, найденного из (6.2) или (6.3), в формулы (3.1) и (3.2) дает необходимый результат: угол вращения плоскости поляризации и эллиптичность на второй гармонике. В первом приближении по углу падения φ соответствующие формулы для комплексного угла $\tilde{\theta}+i\tilde{\eta}$ выглядят достаточно компактно. Действительно, если падающая волна имеет s-поляризацию (рис. 2) и угол $\tilde{\theta}_s$ отсчитывается от направления p-поляризации ($\tilde{\chi} = \tilde{E}_s^{(r)}/\tilde{E}_p^{(r)}$), то

$$\tilde{\theta}_s + i\tilde{\eta}_s = \frac{1}{2i} \left[\frac{n_0 \tilde{n} Q}{n(n_0 + n)} \frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\tilde{n}_0 \tilde{Q}}{\tilde{n}_0 + \tilde{n}} \right]. \tag{6.4}$$

Керровский угол $\tilde{\theta}_p + i\tilde{\eta}_p$ (p-поляризация падающей волны и $\tilde{\chi} = \tilde{E}_s^{(r)}/\tilde{E}_p^{(r)}$) в данном приближении также не зависит от φ:

$$\tilde{\theta}_p + i\tilde{\eta}_p = i\tilde{n} \left\{ \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nQ}{n_0 + n} + \tilde{Q} \right) - i \frac{\chi_5 + \chi_6}{\chi_1} \right] \left(\tilde{n} - n \frac{\chi_2}{\chi_1} \right)^{-1} - \frac{\tilde{n}_0 \tilde{Q}}{2\tilde{n}\,(\tilde{n}_0 + \tilde{n})} \right\}. \tag{6.5}$$

Приведем в качестве примера характерные зависимости угла поворота плоскости поляризации и эллиптичности от угла падения φ (рис. 3*а*) для линейного (θ, η) и нелинейного $(\tilde{\theta}, \tilde{\eta})$ эффектов Керра при $\tilde{n}_0 = n_0 = 1$, $\tilde{n} = n = 2.36 \pm 3.48i$, $\tilde{Q} = Q = -0.034 + 0.003i$ (n и Q соответствуют железу), $\chi_2/\chi_1 = 0.1$, $\chi_j/\chi_1 = 0.01i$, $\operatorname{Im}\chi_1 = 0$, $j = 3, \ldots, 6$ (значения этих отношений близки к приведенным в [34, 35]).

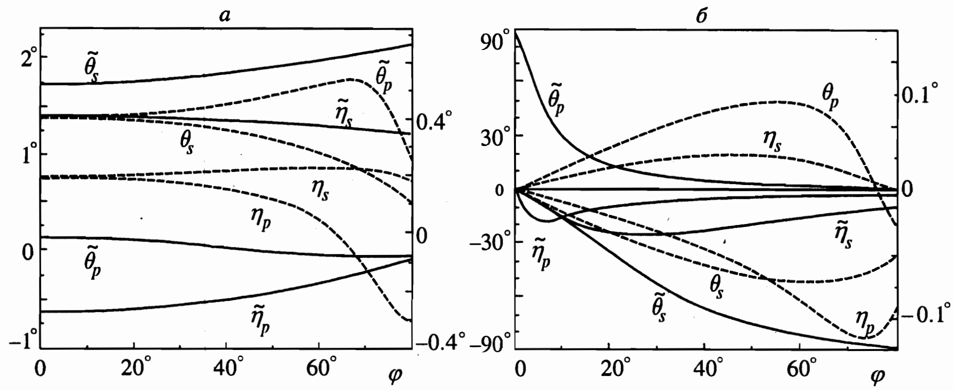

Рис. 3. Угол поворота плоскости поляризации и эллиптичность для нелинейного (сплошные линии) и линейного (штриховые линии, относящиеся к правой шкале) полярного (*а*) и меридионального (*б*) эффектов Керра при s- и p-поляризациях падающей волны

При s-поляризации падающей волны за направление отсчета угла $\tilde{\theta}_s$ было выбрано направление p-поляризации. Как видно из графиков, поляризации отраженных волн на частотах ω и ω_s в этом случае близки к ортогональным. Необходимо отметить, что при нормальном падении нелинейная поляризация **P** имеет только одну отличную от нуля составляющую P_3, и, как следует из (6.1), (6.2) и (6.3), отраженная волна вообще отсутствует, поскольку $\alpha = 0$. Однако множитель поляризации $\tilde{\chi}$ отличен от нуля из-за линейной зависимости составляющих поля от α. Это означает, что при $\varphi \to 0$ угол поворота плоскости поляризации и эллиптичность могут иметь достаточно большие значения (что видно из рис. 3), в то время как интенсивность отраженной волны становится бесконечно малой.

7. НЕЛИНЕЙНЫЙ МЕРИДИОНАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ КЕРРА

Если падающая волна линейно поляризована и $\mathbf{m} = (0, 1, 0)$, то отраженные волны на частотах ω и ω_s будут эллиптически поляризованы, причем большие оси эллипсов поляризации будут повернуты на некоторые углы (керровское вращение) относительно s-поляризации этих волн. Чтобы найти керровский угол и эллиптичность для второй гармоники, необходимо подставить выражения (5.7) для нормальных мод в граничные условия (5.3) и учесть разложения (5.9). В результате s- и p-составляющие отраженной волны с частотой ω_s будут следующими:

$$\tilde{E}_s^{(r)} = \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{X}^+}\left[P_1 + \frac{i\alpha\tilde{n}^2\tilde{Q}\cos\psi}{2\tilde{Y}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}P_2 - iQ\left(1+\frac{\alpha^2\tilde{n}_0}{2\tilde{Y}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}\right)P_3\right],$$
$$\tilde{E}_p^{(r)} = \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+}\left[\alpha P_3 + \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}\,P_2 + \frac{i\alpha\tilde{n}^2\tilde{Q}}{2\tilde{X}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}\,P_1\right], \tag{7.1}$$

где, согласно (2.2), составляющие нелинейной поверхностной поляризации равны

$$P_1 = \chi_1 E_1 E_3 + (\chi_3+\chi_4)E_1^2 + (\chi_4+\chi_6)E_2^2 + (\chi_4-\chi_5)E_3^2,$$
$$P_2 = \chi_1 E_2 E_3 + (\chi_3-\chi_6)E_1 E_2,$$
$$P_3 = \chi_2(E_1^2+E_2^2) + (\chi_1+\chi_2)E_3^2 + (\chi_3+\chi_5)E_1 E_3,$$

а комплексные амплитуды E_1, E_2, E_3 находятся из (4.5).

Если падающая волна имеет s-поляризацию, то

$$\begin{aligned}\tilde{E}_s^{(r)} &= -\frac{k_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{X}^+}\left(\frac{2n_0\cos\varphi}{X^+}E_s^{(i)}\right)^2\left[\chi_1 Q\left(1+\frac{\alpha^2 n_0}{2Y^+\sqrt{n^2-\alpha^2}}\right)-\right.\\ &\left.-\chi_2\tilde{Q}\left(1+\frac{\alpha^2\tilde{n}_0}{2\tilde{Y}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}\right)-i(\chi_3+\chi_4)\right],\\ \tilde{E}_p^{(r)} &= \frac{i\alpha k_{0s}}{\varepsilon_0\tilde{Y}^+}\left(\frac{2n_0\cos\varphi}{X^+}E_s^{(i)}\right)^2\chi_2,\end{aligned} \tag{7.2}$$

а если p-поляризацию, то

$$\begin{aligned}\tilde{E}_s^{(r)} &= \frac{k_{0s}}{\varepsilon_0\tilde{X}^+}\left(\frac{2n_0\cos\varphi}{Y^+}E_p^{(i)}\right)^2\left\{\chi_1\left[\alpha^2\tilde{Q}\left(1+\frac{\alpha^2\tilde{n}_0+\tilde{n}^2\sqrt{n^2-\alpha^2}\cos\psi}{2\tilde{Y}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}\right)+\right.\right.\\ &\left.\left.+\frac{\alpha^2 n^2 Q}{2X^+\sqrt{n^2-\alpha^2}}\right]+\chi_2 n^2\tilde{Q}\left(1+\frac{\alpha^2\tilde{n}_0}{2\tilde{Y}^+\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2}}\right)+i\chi_4 n^2-i\chi_5\alpha^2+i\chi_6(n^2-\alpha^2)\right\},\\ \tilde{E}_p^{(r)} &= \frac{i\alpha k_{0s}}{\varepsilon_0\tilde{Y}^+}\left(\frac{2n_0\cos\varphi}{Y^+}E_p^{(i)}\right)^2\left[\chi_1\left(\alpha^2-\sqrt{(\tilde{n}^2-\alpha^2)(n^2-\alpha^2)}\right)+\chi_2 n^2\right].\end{aligned} \tag{7.3}$$

Определяя множитель поляризации $\tilde{\chi}$ из (7.1) или (7.2), (7.3) и подставляя его в (3.1), (3.2), легко получить угол поворота плоскости поляризации $\tilde{\theta}$ и эллиптичность $\tilde{\eta}$ отраженной волны. При малых значениях φ и s-поляризации падающей волны

$$\tilde{\chi} = -\frac{\tilde{E}_p^{(r)}}{\tilde{E}_s^{(r)}} = \frac{in_0\varphi}{\tilde{n}}\,\frac{\chi_2}{\chi_1 Q-\chi_2\tilde{Q}-i(\chi_3+\chi_4)}, \tag{7.4}$$

а при p-поляризации

$$\tilde{\chi} = \frac{\tilde{E}_s^{(r)}}{\tilde{E}_p^{(r)}} = \frac{n\tilde{n}}{i\tilde{n}_0\varphi}\,\frac{\chi_2\tilde{Q}+i(\chi_4+\chi_6)}{\chi_2 n-\chi_1\tilde{n}}. \tag{7.5}$$

На рис. 3*б* показано, как $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\eta}$ зависят от поляризации падающей волны и угла падения в случае линейного и нелинейного меридиональных эффектов Керра. Значения необходимых параметров были выбраны такими же, при которых построены графики на рис. 3*а*.

8. НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭКВАТОРИАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ КЕРРА

Для вычисления интенсивностей, входящих в определение (3.3) этого эффекта, необходимы комплексные амплитуды $\tilde{E}_s^{(r)}$ и $\tilde{E}_p^{(r)}$, которые находятся после подстановки нормальных мод (5.8) в граничные условия (5.3) при $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_p^{(r)} &= \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+} \left\{ \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} P_2 + \alpha P_3 - \frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \left[\alpha \cos\psi P_2 - \left(\tilde{n}_0 + \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \cos\psi \right) P_3 \right] \right\}, \\ \tilde{E}_s^{(r)} &= \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{X}^+} P_1, \end{aligned} \tag{8.1}$$

где, как следует из (2.2), составляющие нелинейной поляризации

$$\begin{aligned} P_1 &= \chi_1 E_1 E_3 - (\chi_3 - \chi_6) E_1 E_2, \\ P_2 &= \chi_1 E_2 E_3 - (\chi_4 + \chi_6) E_1^2 - (\chi_3 + \chi_4) E_2^2 - (\chi_4 - \chi_5) E_3^2, \\ P_3 &= \chi_2 (E_1^2 + E_2^2) + (\chi_1 + \chi_2) E_3^2 - (\chi_3 + \chi_5) E_2 E_3 \end{aligned}$$

определяются через комплексные амплитуды E_1, E_2, E_3 в соответствии с (4.7). Независимо от того, имеет ли падающая волна s- или p-поляризацию, справедливо соотношение $\tilde{E}_s^{(r)} = 0$, т. е. отраженная волна с частотой ω_s будет иметь только p-составляющую (см. рис. 2). Это свойство имеет место и в случае пленок, что подтверждено экспериментально [7]. Если падающая волна имеет s-поляризацию, то

$$\begin{aligned} \tilde{E}_p^{(r)} = & \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{X^+} E_s^{(i)} \right)^2 \times \\ & \times \left\{ \chi_2 \left[\alpha + \frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \left(\tilde{n} + \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \cos\psi \right) \right] - (\chi_4 + \chi_6) \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \right\}, \end{aligned} \tag{8.2}$$

а для p-поляризации

$$\begin{aligned} \tilde{E}_p^{(r)} = & \frac{ik_{0s}}{\varepsilon_0 \tilde{Y}^+} \left(\frac{2n_0 \cos\varphi}{Y^+} E_p^{(i)} \right)^2 \left\{ \chi_1 \left[-in^2 Q \left(\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \left(1 - \frac{2\alpha^2 \cos\varphi}{Y^+} \right) - \right.\right.\right. \\ & \left.\left. - \frac{2\alpha^2}{Y^+} \left(n_0 + \sqrt{n^2-\alpha^2} \cos\varphi \right) \right) + \alpha \left[\alpha^2 - \sqrt{(\tilde{n}^2-\alpha^2)(n^2-\alpha^2)} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{i\alpha^2\tilde{n}^2\tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \left[\tilde{n}_0 + \left(\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} + \sqrt{n^2-\alpha^2} \right) \cos\psi \right] \right] + \chi_2 n^2 \left[\alpha + \frac{2i\alpha^2 n_0 Q}{Y^+} + \right. \\ & \left. + \frac{i\tilde{n}^2\tilde{Q}}{\tilde{Y}^+} \left(\tilde{n}_0 + \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \cos\psi \right) \right] + \chi_3 \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} \left[\alpha^2 - \sqrt{(\tilde{n}^2-\alpha^2)(n^2-\alpha^2)} \right] - \\ & \left. - \chi_4 n^2 \sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} + \chi_5 \alpha^2 \left(\sqrt{\tilde{n}^2-\alpha^2} + \sqrt{n^2-\alpha^2} \right) \right\}. \end{aligned} \tag{8.3}$$

Чтобы определить интенсивность отраженной волны I_0, необходимо все зависящие от намагниченности параметры $(Q, \tilde{Q}, \chi_3, \ldots, \chi_6)$ положить равными нулю.

После вычисления интенсивности с помощью (8.1) или (8.2), (8.3) и подстановки ее в (3.3) получается характеристика $\tilde{\delta}$ нелинейного экваториального эффекта Керра.

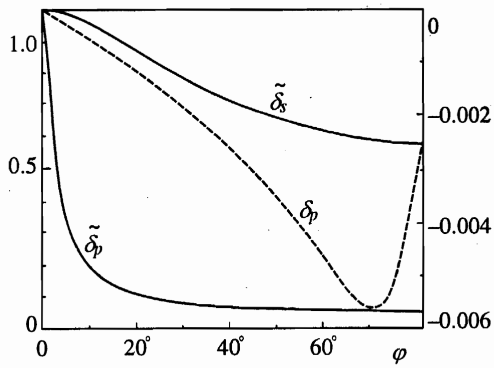

Рис. 4. Зависимости нелинейного (сплошные линии) и линейного (штриховая линия, правая шкала) экваториальных эффектов Керра от угла падения и поляризации падающей волны

Отметим, что имеет место асимптотическое разложение $\tilde{\delta} = 1 + O(\varphi^2)$ при $\varphi \to 0$, в то время как относительное изменение интенсивности $(I - I_0)/I_0 \sim \varphi^{-2}$.

На рис. 4 показаны зависимости $\tilde{\delta}$ от φ для s- и p-поляризаций падающей волны. Для сравнения аналогично определена характеристика δ линейного экваториального эффекта. Все параметры соответствуют тем, для которых построены графики на рис. 3.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К основным результатам данной работы можно отнести найденные для полубесконечной магнитной среды аналитические выражения, характеризующие s- и p-составляющие отраженной волны на второй гармонике через оптические и магнитооптические параметры сред при условии, что направления однородной намагниченности соответствуют тем трем, которые приняты в классификации линейных магнитооптических эффектов Керра. Все результаты даны в линейном приближении по параметрам, зависящим от намагниченности. Получены формулы, связывающие s- и p-составляющие отраженной волны на второй гармонике с нелинейной поверхностной электрической поляризацией, что позволяет определить угол поворота плоскости поляризации (керровское вращение) и эллиптичность этой волны при произвольной поляризации падающей волны.

Найдены выражения, характеризующие нелинейные магнитооптические эффекты Керра: полярный, меридиональный и экваториальный. Для известных значений параметров приведены зависимости этих эффектов от угла падения, когда падающая волна имеет s- или p-поляризацию. Показано, что они значительно превосходят соответствующие линейные магнитооптические эффекты Керра. Хотя более актуальной задачей является применение описанного здесь метода к слоистым средам, полученные нами результаты могут быть полезны для иллюстрации особенностей нелинейных магнитооптических эффектов Керра.

Литература

1. Ru-Pin Pan, H. D. Wei, and Y. R. Shen, Phys. Rev. B **39**, 1229 (1989).
2. J. Reif, J. C. Zink, C. M. Schneider, and J. Kirschner, Phys. Rev. Lett. **67**, 2878 (1991).
3. G. Spierings, V. Koutsos, H. A. Wierenga, M. W. J. Prins, D. Abraham, and Th. Rasing, Surf. Sci. **287**, 747 (1993).
4. U. Pustogowa, W. Hübner, and K. H. Bennemann, Phys. Rev. B **49**, 10031 (1994).
5. H. A. Wierenga, W. de Jong, M. W. J. Prins, Th. Rasing, R. Vollmer, A. Kirilyuk, H. Schwabe, and J. Kirschner, Phys. Rev. Lett. **74**, 1462 (1995).
6. B. Koopmans, M. Groot Koerkamp, Th. Rasing, and H. van den Berg, Phys. Rev. Lett. **74**, 3692 (1995).
7. R. Vollmer, A. Kirilyuk, H. Schwabe, J. Kirschner, H. A. Wierenga, W. de Jong, and Th. Rasing, J. Magn. Magn. Mater. **148**, 295 (1995).
8. G. Spierings, V. Koutsos, H. A. Wierenga, M. W. J. Prins, D. Abraham, and Th. Rasing, J. Magn. Magn. Mater. **121**, 109 (1993).
9. H. A. Wierenga, M. W. J. Prins, and Th. Rasing, Physica B **204**, 281 (1995).
10. T. M. Crawford, C. T. Rogers, T. J. Silva, and Y. K. Kim, J. Appl. Phys. **81**, 4354 (1997).
11. T. M. Crawford, C. T. Rogers, T. J. Silva, and Y. K. Kim, IEEE Trans. Magn. **38**, 3598 (1997).
12. H. A. Wierenga, W. de Jong, M. W. J. Prins, Th. Rasing, R. Vollmer, A. Kirilyuk, H. Schwabe, and J. Kirschner, Phys. Rev. Lett. **74**, 1462 (1995).
13. T. A. Luce, W. Hubner, and K. H. Bennemann, Phys. Rev. Lett. **77**, 2810 (1996).
14. A. Kirilyuk, Th. Rasing, R. Megy, and P. Beauvillain, Phys. Rev. Lett. **77**, 4608 (1996).
15. Н. Н. Ахмедиев, А. К. Звездин, Письма в ЖЭТФ **38**, 167 (1983).
16. Н. Н. Ахмедиев, С. Б. Борисов, А. К. Звездин, И. Л. Любчанский, Ю. В. Мелихов, ФТТ **27**, 1075 (1985).
17. А. М. Агальцов, В. С. Горелик, А. К. Звездин, В. А. Мурашов, Д. Н. Раков, Труды ФИАН **5**, 37 (1989).
18. M. Fiebig, D. Fröhlich, B. B. Krichevtsov, and R. V. Pisarev, Phys. Rev. Lett. **73**, 2127 (1994).
19. А. Акципетров, О. В. Брагинская, Д. А. Есиков, КЭ **20**, 259 (1990).
20. R. V. Pisarev, B. B. Krichevtsov, V. N. Gridnev, V. P. Klin, D. Fröhlich, and Ch. Pahlke-Lerch, J. Phys. C **5**, 8621 (1993).
21. G. Petrocelli, S. Martelucci, and M. Richetta, Appl. Phys. Lett. **71**, 1931 (1993).
22. V. V. Pavlov, R. V. Pisarev, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, Phys. Rev. Lett. **78**, 2004 (1997).
23. J. Reif, C. Rau, and E. Matthias, Phys. Rev. Lett. **71**, 1931 (1993).
24. A. K. Zvezdin, Physica A **241**, 444 (1997).
25. A. K. Zvezdin and V. A. Kotov, *Modern Magneto-Optics and Magneto-Optical Materials*, IOP Publishing, UK (1997).
26. P. S. Pershan, Phys. Rev. **130**, 919 (1963).
27. S. Kielich and R. Zavodny, Opt. Acta **20**, 867 (1973).
28. E. B. Graham and R. E. Raab, Phil. Mag. B **66**, 269 (1992).
29. С. С. Гиргель, Т. В. Демидова, Опт. и спектр. **62**, 63 (1987).
30. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, Наука, Москва (1989).
31. W. Hübner and K. H. Bennemann, Phys. Rev. B **40**, 5973 (1989).
32. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light*, North-Holland, Amsterdam (1977).
33. B. Jérôme and Y. R. Shen, Phys. Rev. E **48**, 4556 (1993).
34. U. Pustogowa, W. Hübner, and K. H. Bennemann, Phys. Rev. B **48**, 8607 (1993).
35. U. Pustogowa, W. Hübner, and K. H. Bennemann, Surf. Sci. **307–309**, 1129 (1994).