

## МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СЛАБОНЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ С ДВУМЯ ПАРАМЕТРАМИ ПОРЯДКА

В. В. Прудников\*, П. В. Прудников, А. А. Федоренко

Омский государственный университет  
644077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 13 февраля 1999 г.

Проведено теоретико-полевое описание фазовых превращений в слабонеупорядоченных системах с двумя взаимодействующими параметрами порядка. Непосредственно для трехмерных систем в двухпетлевом приближении с применением техники суммирования Паде—Бореля проведен ренормгрупповой анализ скейлинговых функций, выделены фиксированные точки, соответствующие устойчивому мультикритическому поведению. Исследовано влияние точечных замороженных примесей на характер фазовых диаграмм систем.

PACS: 64.60.Ak; 64.60.Fr; 64.60.Kw

Существует широкий класс систем, в которых наблюдаемый фазовый переход не может быть описан одним параметром порядка, преобразующимся по одному неприводимому представлению. Особенно много таких примеров в магнитных кристаллах, когда магнитная структура описывается двумя и более неприводимыми представлениями (антиферромагнетики  $\text{Cr}_2\text{TeO}_6$ ,  $\text{KCuF}_3$ ,  $\text{GdAlO}_3$ ,  $\text{MnF}_2$  и другие). Структурные фазовые переходы, которые требуют для описания нескольких параметров порядка, обнаружены в  $\text{KMnF}_3$ , борацитах и других веществах. Фазовые диаграммы подобных систем имеют особую мультикритическую точку, носящую бикритический или тетракритический характер [1, 2]. В первом случае в ней пересекаются две линии фазовых переходов второго рода и одна линия фазового перехода первого рода, во втором — четыре линии фазовых переходов второго рода. В непосредственной окрестности мультикритической точки система демонстрирует специфическое критическое поведение, характеризующееся конкуренцией типов упорядочения. При этом, если реализуется бикритическое поведение, в системе происходит вытеснение одного параметра порядка другим, в то время как тетракритическое поведение допускает наличие смешанной фазы с сосуществующими обоими типами упорядочения.

Модельный гамилтониан однородной системы с двумя связанными параметрами порядка  $\phi$  и  $\psi$ , принадлежащими двум различным неприводимым представлениям размерности  $n$  и  $m$ , имеет вид

$$\mathcal{H}_0 = \int d^d x \left\{ \frac{1}{2} [r_1 \phi^2 + r_2 \psi^2 + (\nabla \phi)^2 + (\nabla \psi)^2] + \frac{u_{10}}{4!} (\phi^2)^2 + \frac{u_{20}}{4!} (\psi^2)^2 + \frac{2u_{30}}{4!} \phi^2 \psi^2 \right\}, \quad (1)$$

$$\phi^2 = \sum_{i=1}^n \phi_i^2, \quad \psi^2 = \sum_{i=1}^m \psi_i^2, \quad (\nabla \phi)^2 = \sum_{i=1}^n (\nabla \phi_i)^2, \quad (\nabla \psi)^2 = \sum_{i=1}^m (\nabla \psi_i)^2.$$

\*E-mail: prudnikov@univer.omsk.su

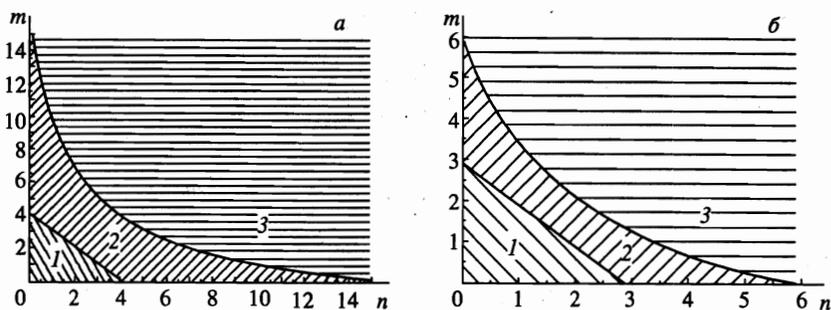


Рис. 1. Области устойчивости фиксированных точек, определенные в [3, 4] в первом порядке  $\epsilon$ -разложения (а) и в [5] в рамках теоретико-полевого подхода в двухпетлевом приближении при  $d = 3$  (б)

Анализ проблемы фазового перехода в такой системе был проведен в работах [3] и (независимо) в [4] в однопетлевом приближении с помощью техники ренормгруппы Вильсона в рамках метода  $\epsilon$ -разложения, где  $\epsilon = 4 - d$  ( $d$  — размерность системы). В работе [3] была предпринята попытка проследить зависимость характера мультикритического поведения от чисел  $n$  и  $m$ . Однако многочисленные исследования систем, характеризующихся одним параметром порядка, проведенные за последние годы, указывают, как правило, на сильное отличие предсказаний однопетлевого приближения, тем более в рамках  $\epsilon$ -разложения, от реального критического поведения. Для выяснения этого вопроса в отношении мультикритических явлений и уточнения зависимости мультикритического поведения от структуры параметров порядка нами в работе [5] в рамках двухпетлевого приближения было осуществлено теоретико-полевоое описание системы, гамильтониан которой имеет вид (1). Была использована массовая теория [6], позволяющая описывать непосредственно трехмерные системы, без применения  $\epsilon$ -разложения. Исследования критических явлений показывают [7], что такой подход наиболее адекватно описывает критическое поведение и его применение совместно с методами суммирования асимптотически сходящихся рядов позволяет достигать высокой точности результатов. Нами в [5] был проведен ренормгрупповой анализ скейлинговых функций в двухпетлевом приближении с применением техники суммирования Паде—Бореля, выделены фиксированные точки, соответствующие устойчивому бикритическому и тетракритическому поведению.

Для системы с двумя взаимодействующими параметрами порядка существуют три типа устойчивых фиксированных точек, соответствующих различным значениям  $n$  и  $m$ , области существования которых на плоскости  $nm$ , полученные в однопетлевом приближении [3, 4], показаны на рис. 1а, а полученные в двухпетлевом приближении [5] показаны на рис. 1б. Существенное изменение картины говорит о слабом соответствии однопетлевого приближения реальному мультикритическому поведению. Отметим, что первый тип соответствует изотропной фиксированной точке, в которой  $u_1^* = u_2^* = u_3^*$  и гамильтониан (1) эффективно совпадает с гамильтонианом системы, обладающей одним  $(n + m)$ -компонентным параметром порядка и полной симметрией  $SO(n + m)$ , более высокой, чем симметрия  $SO(n) \times SO(m)$  исходной системы (проявление обусловленной флуктуациями асимптотической симметрии в мультикритической точке). Для точек второго типа все три значения  $u_i^*$  отличны от нуля и могут не совпадать. Им соответствует самая низкая симметрия исходного гамильтониана:  $SO(n) \times SO(m)$ . Точкам

третьего типа соответствуют развязанные параметры порядка, так как в них  $u_3^* = 0$ . При этом им отвечает также более высокая симметрия  $SO(n) \oplus SO(m)$ . Согласно [5], граница области устойчивости изотропной фиксированной точки проходит теперь по прямой  $n+m = 2.9088$ , т. е. наивысшей асимптотической симметрией системы является  $SO(2)$ , а область существования точек второго типа стала такой узкой, что в ней лежит только пять физически интересных точек. Выявленное в [5] существенное изменение значений фиксированных точек и условий их стабильности вызывает заметное изменение фазовых диаграмм в критической области и приводит к другим видам симметрии системы в мультикритической точке.

Исследуем влияние точечных замороженных примесей на мультикритическое поведение системы с двумя взаимодействующими параметрами порядка. Известно [8], что неупорядоченность системы, создаваемая присутствием замороженных примесей, проявляется в виде случайных возмущений локальной критической температуры или в виде случайных полей. Благодаря тому что случайное поле нарушает симметрию системы по отношению к изменению знака параметра порядка, статистические свойства этих неупорядоченных систем существенно различаются. Ферро- и антиферромагнитные системы, содержащие немагнитные атомы примеси в отсутствие внешнего магнитного поля, могут служить примером неупорядоченных систем с возмущением типа случайной критической температуры, в то время как в однородном магнитном поле присутствие немагнитных атомов примеси в анизотропных антиферромагнетиках проявляется в виде случайных полей [9]. В данной работе исследуется мультикритическое поведение систем с беспорядком типа случайной температуры. Подобное поведение может реализоваться в неупорядоченных системах, в которых, как в MnAs [10], последовательность фазовых переходов описывается введением двух взаимодействующих параметров порядка различной природы, соответствующих структурному и ферромагнитному фазовым переходам, или в XY-подобных антиферромагнетиках типа  $\text{Cr}_2\text{TeO}_6$ ,  $\text{KCuF}_3$  и т. д. [11], в которых мультикритическая точка возникает при нулевом значении внешнего магнитного поля. В ряде случаев описание мультикритического поведения неупорядоченных бинарных сплавов, состоящих из магнитных атомов двух сортов со смешанным обменным взаимодействием, может соответствовать введению беспорядка типа случайной критической температуры в системе со связанными параметрами порядка [12, 13].

Ранее исследование влияния неупорядоченности типа случайной температуры на мультикритическое поведение систем уже проводилось в работах [12–14] в рамках метода  $\epsilon$ -разложения в однопетлевом приближении. Однако выше на примере однородной системы наглядно показано слабое соответствие предсказаний однопетлевого приближения реальному мультикритическому поведению. В случае неупорядоченных систем можно ожидать еще более существенных отличий, на что указывают исследования неупорядоченных систем, характеризующихся одним параметром порядка [15, 16]. Для неупорядоченных описываемых моделью Изинга систем в однопетлевом приближении возникает случайное вырождение в системе ренормгрупповых уравнений для вершин взаимодействия. Это не позволяет в данном приближении исследовать поведение единственного класса неупорядоченных систем, в которых присутствие примеси реально сказывается на характеристиках их критического поведения. В настоящей работе предлагаются результаты применения теоретико-полевого подхода в двухпетлевом приближении непосредственно для трехмерных систем.

Гамильтониан системы с двумя взаимодействующими параметрами порядка, содер-

жащей замороженные примеси типа случайной температуры, может быть представлен в виде

$$\mathcal{H}[\phi, \psi] = \mathcal{H}_0[\phi, \psi] + \mathcal{H}_{imp}[\phi, \psi], \quad (2)$$

где  $\mathcal{H}_0[\phi, \psi]$  — гамильтониан однородной системы (1), а слагаемое  $\mathcal{H}_{imp}[\phi, \psi]$ , задающее взаимодействие примесей с флуктуациями параметров порядка, может быть определено как

$$\mathcal{H}_{imp}[\phi, \psi] = \frac{1}{2} \int d^d x [V_1(x)\phi^2 + V_2(x)\psi^2]. \quad (3)$$

Здесь  $V_i(x)$  — потенциалы случайного поля примесей с гауссовым распределением, корреляторы которых в случае точечных примесей определяются выражениями

$$\begin{aligned} \langle\langle V_i(x) \rangle\rangle &= 0, \quad \langle\langle V_1(x)V_1(x') \rangle\rangle = -u_{40}\delta(x-x'), \\ \langle\langle V_2(x)V_2(x') \rangle\rangle &= -u_{50}\delta(x-x'), \quad \langle\langle V_1(x)V_2(x') \rangle\rangle = -u_{60}\delta(x-x'). \end{aligned} \quad (4)$$

Применение метода реплик позволяет легко провести усреднение по случайному распределению примесей и свести задачу статистического описания слабонеупорядоченной системы к задаче статистического описания однородной системы с эффективным гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{repl}[\phi, \psi] = \sum_{\alpha=1}^k \mathcal{H}_0[\phi_\alpha, \psi_\alpha] + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^k \sum_{\beta=1}^k [u_{40}\phi_\alpha^2\phi_\beta^2 + u_{50}\psi_\alpha^2\psi_\beta^2 + 2u_{60}\phi_\alpha^2\psi_\beta^2], \quad (5)$$

содержащим  $k$  образов («реплик») исходной однородной составляющей  $\mathcal{H}_0$  и ряд дополнительных слагаемых с примесными вершинами  $u_{40}$ ,  $u_{50}$ ,  $u_{60}$ , которые задают эффективное взаимодействие через поле примесей  $(k \times n)$ - и  $(k \times m)$ -компонентных параметров порядка. Данная статистическая модель термодинамически эквивалентна исходной неупорядоченной модели в пределе  $k \rightarrow 0$ .

Как известно, в рамках теоретико-полевого подхода [17] асимптотическое критическое поведение и структура фазовых диаграмм во флуктуационной области определяется ренормгрупповым уравнением Каллана—Симанчика для вершинных частей неприводимых функций Грина. Для вычисления  $\beta$ -функций (скейлинговых функций) как функций перенормированных вершин взаимодействия  $u_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), входящих в ренормгрупповое уравнение, мы применили стандартный метод, основанный на диаграммной технике Фейнмана и процедуре перенормировки [7]. В результате в рамках двухпетлевого приближения мы получили следующие выражения для  $\beta$ -функций:

$$\beta_1(u) = -u_1 + \frac{n+8}{6}u_1^2 + \frac{m}{6}u_3^2 + 24u_1u_4 - \frac{41n+190}{243}u_1^3 - \frac{2m}{27}u_3^3 - \frac{23m}{243}u_1u_3^2 -$$

$$- \frac{184m}{81}u_1u_3u_6 - \frac{16m}{9}u_3^2u_6 - \frac{400n+2096}{81}u_1^2u_4 - \frac{5920}{27}u_1u_4^2 - \frac{8m}{9}u_3^2u_4,$$

$$\beta_2(u) = -u_2 + \frac{(m+8)}{6}u_2^2 + \frac{n}{6}u_3^2 + 24u_2u_5 - \frac{41m+190}{243}u_2^3 - \frac{2n}{27}u_3^3 - \frac{23n}{243}u_2u_3^2 -$$

$$- \frac{184n}{81}u_2u_3u_6 - \frac{16n}{9}u_3^2u_6 - \frac{400m+2096}{81}u_2^2u_5 - \frac{5920}{27}u_2u_5^2 - \frac{8n}{9}u_3^2u_5,$$

$$\beta_3(u) = -u_3 + \frac{2}{3}u_3^2 + \frac{n+2}{6}u_1u_3 + \frac{m+2}{6}u_2u_3 + 4u_3u_4 + 4u_3u_5 + 16u_3u_6 -$$

$$- \frac{5(n+m)+72}{486}u_3^3 - \frac{23(n+2)}{486}u_1^2u_3 - \frac{23(m+2)}{486}u_2^2u_3 - \frac{n+2}{9}u_1u_3^2 - \frac{(m+2)}{9}u_2u_3^2 -$$

$$- \frac{20(n+m)+432}{81}u_3^2u_6 - \frac{8(n+3)}{9}u_3^2u_4 - \frac{8(m+3)}{9}u_3^2u_5 - \frac{368}{27}u_3u_4^2 - \frac{368}{27}u_3u_5^2 -$$

$$- \frac{92(n+2)}{81}u_1u_3u_4 - \frac{92(m+2)}{81}u_2u_3u_5 - \frac{8(n+2)}{3}u_1u_3u_6 - \frac{8(m+2)}{3}u_2u_3u_6 -$$

$$- 64u_3u_6^2 - 64u_3u_4u_6 - 64u_3u_5u_6,$$

$$\beta_4(u) = -u_4 + 16u_4^2 + \frac{n+2}{3}u_1u_4 + \frac{m}{3}u_3u_6 - \frac{3040}{27}u_4^3 - \frac{2m}{27}u_3^2u_6 - \frac{8m}{3}u_3u_6^2 -$$

$$- \frac{400(n+2)}{81}u_1u_4^2 - \frac{23(n+2)}{243}u_1^2u_4 - \frac{5m}{243}u_3^2u_4 - \frac{184m}{81}u_3u_4u_6,$$

$$\beta_5(u) = -u_5 + 16u_5^2 + \frac{m+2}{3}u_2u_5 + \frac{n}{3}u_3u_6 - \frac{3040}{27}u_5^3 - \frac{2n}{27}u_3^2u_6 - \frac{8n}{3}u_3u_6^2 -$$

$$- \frac{400(m+2)}{81}u_2u_5^2 - \frac{23(m+2)}{243}u_2^2u_5 - \frac{5n}{243}u_3^2u_5 - \frac{184n}{81}u_3u_5u_6,$$

$$\beta_6(u) = -u_6 + 8u_6^2 + \frac{n+2}{6}u_1u_6 + \frac{m+2}{6}u_2u_6 + \frac{n}{6}u_3u_4 + \frac{m}{6}u_3u_5 + 4u_4u_6 +$$

$$+ 4u_5u_6 - \frac{64}{3}u_6^3 - \frac{4(n+2)}{3}u_1u_6^2 - \frac{4(m+2)}{3}u_2u_6^2 - \frac{23(n+2)}{486}u_1^2u_6 - \frac{23(m+2)}{486}u_2^2u_6 -$$

$$- \frac{368}{27}u_4^2u_6 - \frac{368}{27}u_5^2u_6 - 32u_4u_6^2 - 32u_5u_6^2 - \frac{n}{27}u_3^2u_4 - \frac{4n}{9}u_3u_4^2 - \frac{m}{27}u_3^2u_5 -$$

$$- \frac{4m}{9}u_3u_5^2 - \frac{5(n+m)}{486}u_3^2u_6 - \frac{20(n+m)}{81}u_3u_6^2 - \frac{92(n+2)}{81}u_1u_4u_6 - \frac{92(m+2)}{81}u_2u_5u_6 -$$

$$- \frac{16n}{9}u_3u_4u_6 - \frac{16m}{9}u_3u_5u_6.$$

(6)

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотически сходящимися, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области  $r_1, r_2 \rightarrow 0$  достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (6). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации мы применили обобщенный метод Паде—Бореля, используемый для суммирования асимптотически сходящихся рядов. При этом прямое и обратное преобра-

зования Бореля, обобщенные на шестипараметрический случай и сохраняющие симметрию системы, имеют вид

$$f(u_1, \dots, u_6) = \sum_{i_1, \dots, i_6} c_{i_1, \dots, i_6} u_1^{i_1} u_2^{i_2} u_3^{i_3} u_4^{i_4} u_5^{i_5} u_6^{i_6} = \int_0^{\infty} e^{-t} F(u_1 t, \dots, u_6 t) dt, \quad (7)$$

$$F(u_1, \dots, u_6) = \sum_{i_1, \dots, i_6} \frac{c_{i_1, \dots, i_6}}{(i_1 + \dots + i_6)!} u_1^{i_1} u_2^{i_2} u_3^{i_3} u_4^{i_4} u_5^{i_5} u_6^{i_6}.$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной  $\lambda$

$$\tilde{F}(u_1, \dots, u_6, \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \sum_{i_1, \dots, i_6} \frac{c_{i_1, \dots, i_6}}{k!} u_1^{i_1} u_2^{i_2} u_3^{i_3} u_4^{i_4} u_5^{i_5} u_6^{i_6} \delta_{i_1 + \dots + i_6, k}, \quad (8)$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке  $\lambda = 1$ . В двухпетлевом приближении для вычисления  $\beta$ -функций мы использовали аппроксимант [2/1]. Природа мультикритического поведения определяется существованием устойчивой фиксированной точки, удовлетворяющей системе уравнений

$$\beta_i(u_1^*, u_2^*, u_3^*, u_4^*, u_5^*, u_6^*) = 0 \quad (i = 1, \dots, 6). \quad (9)$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию, чтобы собственные значения  $b_i$  матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(u_1^*, u_2^*, u_3^*, u_4^*, u_5^*, u_6^*)}{\partial u_j} \quad (10)$$

лежали в правой комплексной полуплоскости.

Полученная система просуммированных  $\beta$ -функций для каждого значения  $n$  и  $m$  содержит широкое разнообразие фиксированных точек. В таблице приведены устойчивые фиксированные точки системы для наиболее физически интересных значений  $n$  и  $m$ , а также ряд неустойчивых в двухпетлевом приближении фиксированных точек, которые будут полезны для последующего анализа. В таблице приведены также собственные значения матрицы устойчивости для соответствующих фиксированных точек.

Анализ характера фиксированных точек и их устойчивости позволяет сделать следующий общий вывод: присутствие примесей в системе приводит к флуктуационному расщеплению связи параметров порядка и осуществлению лишь единственного типа устойчивого мультикритического поведения — тетракритического с общей симметрией системы  $SO(n) \oplus SO(m)$ . При этом в случае однокомпонентных параметров порядка ( $n = m = 1$ ) наличие примесей существенно и приводит к критическому поведению с индексами, соответствующими индексам неупорядоченной модели Изинга [16]. Что касается случаев с  $n = 1, m = 2$ ,  $n = 2, m = 2$ , хотя проведенные расчеты и показывают, что стабильна фиксированная точка с отличными от нуля значениями примесных вершин  $u_4^*, u_5^*$  для обоих параметров порядка, мы склонны считать, что в более высоких порядках приближения стабильной становится точка, в которой при общем эффекте расщепления связи параметров порядка значения примесных вершин лишь для однокомпонентных параметров порядка отличны от нуля. Указанием на это, с одной

**Значения фиксированных точек неупорядоченной системы и собственных значений матрицы устойчивости**

$n$	$m$	$u_1^*$	$u_2^*$	$u_3^*$	$u_4^*$	$u_5^*$	$u_6^*$	$b_i \quad (i = 1, \dots, 6)$
1	1	1.58892	1.58892	0	-0.03448	-0.03448	0	0.4612 ± 0.222i, 0.0362, 0.4612 ± 0.222i, 0.0362
1	2	1.58892	0.93832	0	-0.03448	-0.00026	0	0.4612 ± 0.222i, 0.0183, 0.0183, 0.6671, 0.0017
1	2	1.58892	0.93498	0	-0.03448	0	0	0.4612 ± 0.222i, 0.0172, 0.0172, 0.6673, -0.0017
1	3	1.58892	0.82962	0	-0.03448	0	0	0.4612 ± 0.222i, 0.0834, 0.0834, 0.1315, 0.6814
1	3	1.58892	1.28357	0	-0.03448	-0.07098	0	0.4612 ± 0.222i, 0.3266, 0.3266, 5.9782, -3.1324
2	2	0.93832	0.93832	0	-0.00026	-0.00026	0	0.6671, 0.0017, 0.0017, 0.0005, 0.0005, 0.6671
2	2	0.93498	0.93498	0	0	0	0	0.6673, -0.0017, -0.0017, -0.0017, -0.0017, 0.6673
2	3	0.93832	0.82962	0	-0.00026	0	0	0.6671, 0.0017, 0.0659, 0.0659, 0.1315, 0.6814
2	3	0.93498	0.82962	0	0	0	0	0.6673, -0.0017, 0.1315, 0.6814, 0.0648, 0.0648
3	3	0.82962	0.82962	0	0	0	0	0.6814, 0.1315, 0.1315, 0.6814, 0.1315, 0.1315

стороны, может служить слабая устойчивость фиксированных точек первого типа при слабой неустойчивости фиксированных точек второго типа, с другой стороны, аналогичная ситуация возникает при анализе влияния примесей на критическое поведение систем с одним параметром порядка в двухпетлевом приближении [18]. В случаях с  $n, m \geq 3$  устойчива только однородная фиксированная точка, совпадающая с точкой третьего типа однородной системы и имеющая тетракритический характер. Таким образом, когда параметры порядка системы характеризуются числом компонент большим или равным двум, присутствие примесей не сказывается на характеристиках их критического поведения, а мультикритическое поведение носит тетракритический характер.

Фазовые диаграммы для гамильтониана однородной системы (1) в приближении среднего поля (без учета флуктуаций) хорошо известны [3]. Так, в случае  $u_3^2 < u_1 u_2$  реализуется тетракритическая точка, и, следовательно, возможно существование смешанной фазы с  $\phi \neq 0$  и  $\psi \neq 0$ . В противоположном случае с  $u_3^2 \geq u_1 u_2$  фазовая диаграмма имеет бикритическую точку и смешанная фаза не возникает. Однако учет флуктуаций, как было показано в [3, 5], может существенно изменить характер фазовой диаграммы в критической области. Для этого должен быть исследован фазовый портрет системы на основании решения системы уравнений ( $r = r_1 = r_2$ )

$$r \frac{\partial u_i}{\partial r} = \beta_i(u_j), \quad (11)$$

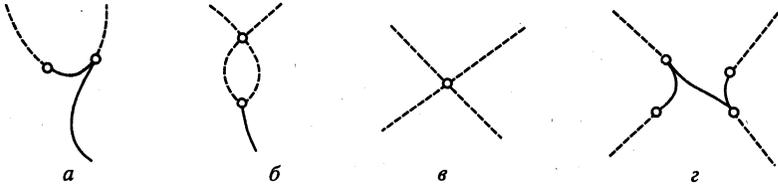


Рис. 2. Возможные типы фазовых диаграмм. Сплошные линии соответствуют кривым фазовых переходов первого рода, штриховые — переходам второго рода

задающей фазовые траектории в пространстве вершин  $u_i$ . При  $\tau \rightarrow 0$  в зависимости от затравочных значений вершин  $u_{i0}$  фазовые траектории или покидают область устойчивости гамильтониана (1) с реализацией фазового перехода первого рода, или приходят в устойчивую фиксированную точку из набора рассмотренных выше с определенной симметрией системы. В своем движении фазовые траектории могут пересекать области, в которых для вершин выполняется условие тетра- или бикритичности. В результате на фазовых диаграммах, соответствующих теории среднего поля, в критической области появляются включения кривых фазовых переходов первого рода.

Определение областей для значений вершин  $u_i$  репличного гамильтониана неупорядоченной системы (5), в которых он стабилен, усложняется необходимостью рассмотрения предела  $k \rightarrow 0$ . Однако, учитывая, что примесные вершины  $u_{40}, u_{50}, u_{60}$  пропорциональны  $c(1-c)$ , где  $c$  — концентрация атомов примеси, и ограничиваясь рассмотрением слабонеупорядоченных систем, мы полагаем выполняемость прежних условий стабильности ( $u_{10} > 0, u_{20} > 0, u_{30} > -(u_{10}u_{20})^{1/2}$ ), а также условий тетракритичного или бикритичного поведения, как и для однородной системы. Дополнительным условием для примесных вершин  $u_{40}, u_{50}, u_{60}$  можно лишь считать требование их отрицательности, вытекающее из положительности соответствующих корреляторов в (4). В связи с этим при построении фазового портрета и возможных фазовых диаграмм для слабонеупорядоченных систем с учетом влияния флуктуаций в мультикритической области при решении уравнений (11) с просуммированными методом Паде—Бореля  $\beta$ -функциями из (6) достаточно следить лишь за перемещением значений вершин  $u_1, u_2, u_3$ , рассматривая их зависимость от вершин  $u_4, u_5, u_6$  как от параметров.

Из-за того что для систем с двумя параметрами порядка присутствие примесей привело к существенному ограничению на возможные типы устойчивых фиксированных точек, заметно изменяется по сравнению с однородными системами и число видов возможных фазовых диаграмм. Принципиальный момент изменения связан с тем, что в неупорядоченных системах не может реализоваться фазовая диаграмма, содержащая бикритическую точку. Критические флуктуации и флуктуации локальной критической температуры в неупорядоченных системах для взаимодействующих полей, затравочные значения вершин которых удовлетворяют условию бикритичности  $u_{30}^2 \geq u_{10}u_{20}$ , разрушают как устойчивость бикритического поведения, так и связь параметров порядка. В результате фазовые диаграммы, имеющие бикритический характер за пределами критической области, будут содержать в критической области включения кривых фазовых переходов первого рода с реализацией диаграммы, изображенной на рис. 2а. Численное решение уравнений (11) показало, что при любых затравочных значениях вершин  $u_{i0}$ , лежащих в бикритической области, не существует фазовых траекторий, переводящих их в устойчивую фиксированную точку, носящую тетракритический характер. В

результате предсказанная в работе [13] фазовая диаграмма, изображенная на рис. 2б, не реализуется. Если же затравочные значения вершин системы удовлетворяют условию тетракритичности, то возможны только фазовые диаграммы, изображенные на рис. 2в и 2г. Таким образом, из всего многообразия фазовых диаграмм, приводимых в работах [3, 5] и реализуемых в однородных системах с двумя параметрами порядка, в неупорядоченных системах реализуются только три вида фазовых диаграмм, приведенных на рис. 2а, в, г.

В заключение выразим надежду, что выявленные отличия в мультикритическом поведении однородных и неупорядоченных систем с конкурирующими параметрами порядка найдут свое отражение в постановке и анализе экспериментальных работ по мультикритическому поведению соответствующих систем.

Исследования поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (грант 97-02-16124).

## Литература

1. К. С. Александров, А. Т. Анистратов, Б. В. Безносиков, Н. В. Федосеева, *Фазовые переходы в кристаллах галоидных соединений АВХ<sub>3</sub>*, Наука, Новосибирск (1981).
2. Y. Shapira, in *Multicritical phenomena*, Plenum press, London—New York (1984), p. 35.
3. И. Ф. Люксютов, В. Л. Покровский, Д. Е. Хмельницкий, *ЖЭТФ* **69**, 1817 (1975).
4. J. M. Kosterlitz, D. R. Nelson, and M. E. Fisher, *Phys. Rev. B* **13**, 412 (1976).
5. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. А. Федоренко, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 900 (1998).
6. G. Parisi, *J. Stat. Phys.* **23**, 49 (1980).
7. E. Brezin, J. C. Le Guillou, and J. Zinn-Justin, in *Phase transitions and critical phenomena*, ed. by C. Domb and M. S. Green, Acad. Press, London—New York—San Francisco (1976), vol. 6, p. 125.
8. В. С. Доценко, *УФН* **165**, 481 (1995).
9. S. Fishman and A. Aharony, *J. Phys. C* **12**, L729 (1979).
10. В. Е. Найш, Ю. Н. Скрыбин, В. Н. Сыромятников, *Физика металлов и металловед.* **52**, 1147 (1981).
11. D. Mukamel, *Phys. Rev. B* **14**, 1303 (1976).
12. Y. A. Izyumov, Y. N. Skryabin, and V. M. Laptev, *Phys. Stat. Sol. B* **87**, 441 (1978).
13. В. М. Лаптев, Ю. Н. Скрыбин, *ФТТ* **22**, 2949 (1980).
14. А. А. Лисянский, А. Э. Филиппов, *УФЖ* **32**, 626 (1987).
15. G. Jug, *Phys. Rev. B* **27**, 609 (1983).
16. I. O. Mayer, *J. Phys. A* **22**, 2815 (1989).
17. D. Amit, *Field theory the renormalization group and critical phenomena*, McGraw-Hill, New York (1976).
18. В. В. Прудников, А. Н. Вакилов, *ЖЭТФ* **101**, 1853 (1992).