

СПОНТАННЫЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ ПРИ РАССЕЯНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА НА ЯДРЕ В ПОЛЕ ДВУХ СВЕТОВЫХ ВОЛН

С. П. Рошупкин*, О. Б. Лысенко

Сумский государственный университет
244007, Сумы, Украина

Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины
244024, Сумы, Украина

Поступила в редакцию 10 марта 1999 г.

В общем релятивистском случае теоретически изучено нерезонансное спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в поле двух эллиптически поляризованных световых волн, распространяющихся в одном направлении. Показано, что имеются две существенно разные кинематические области — неинтерференционная, в которой параметрами многофотонности являются квантовые параметры Бункина—Федорова $\gamma_{1,2}(24)$, и интерференционная, где существенны интерференционные эффекты и роль параметров многофотонности выполняют квантовые интерференционные параметры $\alpha_{\pm}(26)$. Обнаружен спонтанный интерференционный тормозной эффект в двух случаях: в частном случае одинаковых линейных поляризаций обеих волн и в общем случае эллиптических поляризаций волн. Данный эффект имеет место в интерференционной области и связан с вынужденным коррелированным излучением и поглощением фотонов обеих волн. В области умеренно сильных полей определены сечения спонтанного тормозного излучения электрона на ядре в данных кинематических областях. Показано, что парциальное сечение в интерференционной области с коррелированным излучением (поглощением) равного числа фотонов обеих волн может значительно превышать соответствующее сечение в любой другой геометрии.

PACS: 12.20.-m; 11.80.-m; 42.65.-k

1. ВВЕДЕНИЕ

Спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в поле плоской электромагнитной волны в различных частных случаях энергий электрона и интенсивностей волны изучается достаточно давно (см., например, работы [1–6]). При этом основное внимание уделяется изучению резонансов, связанных с выходом функции Грина промежуточного электрона в поле плоской волны на массовую оболочку. Эти резонансы в общем релятивистском случае были рассмотрены в работе [7] (см. также обзор [8]).

В последнее время вызывает интерес изучение элементарных квантовых процессов в суперпозиции нескольких лазерных полей. Так, Карапетян и Федоров [9] в нерелятивистском пределе (в дипольном приближении) изучали вынужденное тормозное излучение и поглощение при рассеянии электронов на ядре в присутствии двух плоских

*E-mail: rosh_sp@ssu.sumy.ua

электромагнитных волн. Данный процесс в общем релятивистском случае в поле двух волн был рассмотрен в работах [10–12], а в поле произвольного числа плоских электромагнитных волн — в [13]. При этом был обнаружен новый физический эффект — интерференционный эффект [11, 12], связанный с коррелированным излучением и поглощением равного числа фотонов обеих волн при рассеянии электрона на ядре в выделенной плоскости на заданные углы (интерференционный эффект был обобщен на произвольное число волн в [13]). Отметим, что вынужденное тормозное излучение и поглощение при рассеянии электрона на электроны в поле двух волн были изучены в работе [14]. Процесс спонтанного излучения фотона электроном в поле двух волн рассматривался ранее, например, в [15–19]. Данный процесс в интерференционной области в поле двух волн изучался в работе [20], а в поле произвольного числа плоских волн — в [21]. При этом был обнаружен спонтанный комбинационный эффект — излучение электроном спонтанного фотона на комбинационных частотах внешних волн.

В настоящей статье рассматривается нерезонансное спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в поле двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся в одном направлении. Подчеркнем, что в данной статье резонансы, связанные с выходом функции Грина промежуточного электрона в поле двух волн на массовую оболочку, не рассматриваются. Здесь же детально изучается спонтанное тормозное излучение в неинтерференционной и интерференционной областях, причем в последней предсказан спонтанный интерференционный тормозной эффект, который имеет место в двух случаях: для одинаковых линейных поляризаций и для эллиптических поляризаций волн. В последнем случае он заключается в жесткой корреляции углов вылета электрона и спонтанного фотона и зависимости спектра излучения от энергии и полярного угла влета начального электрона, а также в вынужденном коррелированном излучении и поглощении (вследствие интерференции волн) фотонов обеих волн. Показано, что парциальное сечение спонтанного тормозного излучения в интерференционной области может значительно превышать соответствующее сечение в любой другой геометрии. Используется релятивистская система единиц: $\hbar = c = 1$.

2. АМПЛИТУДА СПОНТАННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Выберем 4-потенциал внешнего поля в виде суммы двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси z :

$$A = A_1(\varphi_1) + A_2(\varphi_2), \quad (1)$$

где

$$A_j(\varphi_j) = \frac{F_j}{\omega_j} (e_{jx} \cos \varphi_j + \delta_j e_{jy} \sin \varphi_j). \quad (2)$$

Здесь δ_j — параметр эллиптичности ($\delta_j = 0$ — линейная поляризация, $\delta_j^2 = 1$ — циркулярная поляризация волн), $e_{jx} = (0, \mathbf{e}_{jx})$ и $e_{jy} = (0, \mathbf{e}_{jy})$ — 4-векторы поляризации волн, F_j и ω_j — напряженность и частота первой ($j = 1$) и второй ($j = 2$) волн, а аргумент φ_j имеет вид

$$\varphi_j = \omega_j(t - z), \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

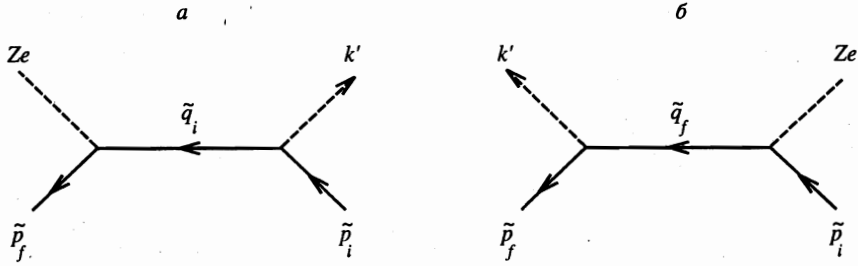


Рис. 1. Спонтанное тормозное излучение электрона на ядре в поле двух световых волн. Сплошные входящие и выходящие линии соответствуют волновым функциям начального и конечного электронов в поле двух волн (функции Волкова), штриховые линии отвечают спонтанному фотону k' и «псевдофотону» ядра, внутренние линии — функции Грина электрона в поле двух волн

Амплитуда спонтанного тормозного излучения электрона на ядре в световом поле (1) имеет вид (см. рис. 1)

$$S_{fi} = -ie^2 \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{\psi}_f(x_2|A) \left[\tilde{\gamma}_0 A_0(x_2) G(x_1 x_2|A) \hat{A}'(x_1, k') + \hat{A}'(x_2, k') G(x_1 x_2|A) \tilde{\gamma}_0 A_0(x_1) \right] \psi_i(x_1|A), \quad (4)$$

где $\psi_i(x_1|A)$ и $\bar{\psi}_f(x_2|A)$ — волновые функции электрона в начальном и конечном состояниях в поле волны (1) (функции Волкова) [22], $G(x_1, x_2|A)$ — функция Грина электрона в поле плоской волны (1) [7, 23–26],

$$A_0(x) = Ze/|x| \quad (5)$$

— кулоновский потенциал ядра Ze , выражение со шляпкой $\hat{A}'(x, k') = \tilde{\gamma}^\mu A'_\mu$ обозначает скалярное произведение матриц Дирака $\tilde{\gamma}^\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) с 4-потенциалом спонтанного фотона

$$A'_\mu(x, k') = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega'}} \varepsilon_\mu^* \exp(ik'x). \quad (6)$$

Здесь ε_μ^* и $k' = \omega' n' = \omega'(1, \mathbf{n}')$ — 4-вектор поляризации и 4-импульс спонтанного фотона. После простых выкладок (см. [7, 22]) выражение для амплитуды (4) можно представить в следующем виде:

$$S_{fi} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} S_{ls}, \quad (7)$$

где парциальная амплитуда с излучением ($l > 0, s > 0$) или поглощением ($l < 0, s < 0$) $|l|$ -фотонов первой волны и $|s|$ -фотонов второй волны имеет вид

$$S_{ls} = -i \frac{8\pi^{5/2} Ze^3}{\sqrt{2\omega' \tilde{E}_i \tilde{E}_f}} \exp(i\phi_{if}) [\bar{u}_f H_{ls} u_i] \frac{\delta(q_0)}{q^2}, \quad (8)$$

$$H_{ls} = \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \left[M_{l-l',s-s'}(\tilde{p}_f, \tilde{q}_i) \frac{\hat{q}_i + m_*}{\hat{q}_i^2 - m_*^2} K_{l',s'}(\tilde{q}_i, \tilde{p}_i) + K_{l',s'}(\tilde{p}_f, \tilde{q}_f) \frac{\hat{q}_f + m_*}{\hat{q}_f^2 - m_*^2} M_{l-l',s-s'}(\tilde{q}_f, \tilde{p}_i) \right]. \quad (9)$$

Здесь $\phi_{i,f}$ — фаза, не зависящая от индексов суммирования, u_i, \bar{u}_f — биспиноры Дирака, $q = (q_0, \mathbf{q})$ — переданный 4-импульс, \tilde{q}_i и \tilde{q}_f — 4-импульсы промежуточных электронов для амплитуды a и амплитуды b (см. рис. 1) соответственно:

$$q = \tilde{p}_f - \tilde{p}_i + k' + lk_1 + sk_2, \quad (10)$$

$$\tilde{q}_i = \tilde{p}_i - k' - l'k_1 - s'k_2, \quad (11)$$

$$\tilde{q}_f = \tilde{p}_f + k' + l'k_1 + s'k_2. \quad (12)$$

В (9)–(12) $k_1 = \omega_1 n = \omega_1(1, \mathbf{n})$ и $k_2 = \omega_2 n = \omega_2(1, \mathbf{n})$ — 4-импульсы фотонов первой и второй волн, \tilde{p}_i и \tilde{p}_f — 4-квазимпульсы электрона до и после рассеяния, а m_* — эффективная масса электрона в поле волны (1):

$$\tilde{p}_j = p_j + \frac{m^2}{4(k_1 p_j)} [(1 + \delta_1^2)\eta_1^2 + (1 + \delta_2^2)\eta_2^2] k_1, \quad j = i, f, \quad (13)$$

$$m_* = m \sqrt{1 + \frac{1}{2}(1 + \delta_1^2)\eta_1^2 + \frac{1}{2}(1 + \delta_2^2)\eta_2^2}. \quad (14)$$

Здесь $p_j = (E_j, \mathbf{p}_j)$ — 4-импульс электрона до ($j = i$) и после ($j = f$) рассеяния, а

$$\eta_{1,2} = \frac{eF_{1,2}}{m\omega_{1,2}} \quad (15)$$

— классический релятивистски-инвариантный параметр, характеризующий интенсивности первой и второй волн.

В выражении (9) операторы $M_{rr'}$, определяющие амплитуду рассеяния электрона (если бы промежуточный электрон был реальным, см. [11]) на ядре в поле двух волн, имеют вид

$$M_{rr'}(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \tilde{\gamma}_0 I_{rr'} + \frac{\omega_1 m^2}{8(k_1 \tilde{p}_1)(k_1 \tilde{p}_2)} B_{rr'} \hat{k}_1 + \frac{m}{4(k_1 \tilde{p}_1)} \tilde{\gamma}_0 \hat{k}_1 \hat{D}_{rr'} + \frac{m}{4(k_1 \tilde{p}_2)} \hat{D}_{rr'} \hat{k}_1 \tilde{\gamma}_0. \quad (16)$$

Здесь $r = l - l'$, $r' = s - s'$, а $\tilde{p}_1 = \tilde{q}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{p}_f$ для амплитуды a и $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{q}_f$ для амплитуды b (см. рис. 1). Операторы $K_{l',s'}$ в (9), определяющие амплитуду спонтанного излучения фотона электроном (если бы промежуточный электрон был реальным, см. [20]) в поле двух волн, равны

$$K_{l',s'}(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \hat{\varepsilon}^* I_{l',s'} + \frac{\omega_1 m^2}{8(k_1 \tilde{p}_1)(k_1 \tilde{p}_2)} B_{l',s'} \hat{k}_1 + \frac{m}{4(k_1 \tilde{p}_1)} \hat{\varepsilon}^* \hat{k}_1 \hat{D}_{l',s'} + \frac{m}{4(k_1 \tilde{p}_2)} \hat{D}_{l',s'} \hat{k}_1 \hat{\varepsilon}^*. \quad (17)$$

Здесь $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{q}_i$ для амплитуды a и $\tilde{p}_1 = \tilde{q}_f$, $\tilde{p}_2 = \tilde{p}_f$ для амплитуды b . В выражениях (16), (17) функции $I_{rr'}$, $B_{rr'}$ и 4-вектор (впервые введенные в работе [11], см. также [12, 13]) имеют следующий вид:

$$D_{rr'} = \eta_1 (e_1^* I_{r+1,r'} + e_1 I_{r-1,r'}) + \eta_2 (e_2^* I_{r,r'+1} + e_2 I_{r,r'-1}), \quad (18)$$

$$e_j = e_{jx} + i\delta_j e_{jy}, \quad j = 1, 2,$$

$$B_{rr'} = \eta_1^2 [2(1+\delta_1^2)I_{rr'} + (1-\delta_1^2)(I_{r+2,r'} + I_{r-2,r'})] + \eta_2^2 [2(1+\delta_2^2)I_{rr'} + (1-\delta_2^2)(I_{r,r'+2} + I_{r,r'-2})] + 2\eta_1\eta_2 [d_- I_{r-1,r'-1} + d_* I_{r+1,r'+1} + d_+ I_{r-1,r'+1} + d_*^* I_{r+1,r'-1}], \quad (19)$$

$$d_{\pm} = (1 \pm \delta_1 \delta_2) \cos \Delta + i(\delta_1 \pm \delta_2) \sin \Delta, \quad \Delta = \angle(\mathbf{e}_{1x}, \mathbf{e}_{2x}), \quad (20)$$

$$I_{rr'} \equiv I_{rr'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1; \chi_2, \gamma_2, \beta_2; \tau_-, \tau_+, \alpha_+, \alpha_-) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^{2\pi} d\phi_2 \exp [i(\Phi - r\phi_1 - r'\phi_2)], \quad (21)$$

$$\Phi = \gamma_1 \sin(\phi_1 - \chi_1) + \beta_1 \sin(2\phi_1) + \gamma_2 \sin(\phi_2 - \chi_2) + \beta_2 \sin(2\phi_2) + \alpha_+ \sin(\phi_1 + \phi_2 - \tau_-) + \alpha_- \sin(\phi_1 - \phi_2 - \tau_+). \quad (22)$$

Аргументы функций $I_{rr'}$ равны

$$\operatorname{tg} \tau_{\pm} = \frac{\operatorname{Im} d_{\pm}}{\operatorname{Re} d_{\pm}} = \frac{\delta_1 \pm \delta_2}{1 \pm \delta_1 \delta_2} \operatorname{tg} \Delta, \quad \operatorname{tg} \chi_j = \delta_j \frac{e_{jy} g_j}{e_{jx} g_j}, \quad (23)$$

$$g_j \equiv g_j(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \frac{\tilde{p}_2}{(k_j \tilde{p}_2)} - \frac{\tilde{p}_1}{(k_j \tilde{p}_1)},$$

$$\gamma_j \equiv \gamma_j(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \eta_j m \sqrt{(e_{jx} g_j)^2 + \delta_j^2 (e_{jy} g_j)^2}, \quad (24)$$

$$\beta_j \equiv \beta_j(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \frac{1}{8} (1 - \delta_j^2) \eta_j^2 m^2 \left[\frac{1}{k_j \tilde{p}_2} - \frac{1}{k_j \tilde{p}_1} \right], \quad j = 1, 2, \quad (25)$$

$$\alpha_{\pm} \equiv \alpha_{\pm}(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \eta_1 \eta_2 \frac{|d_{\mp}| m^2}{2(k_1 \pm k_2)} \left(\frac{1}{\tilde{p}_1} - \frac{1}{\tilde{p}_2} \right). \quad (26)$$

Подчеркнем, что значения целочисленных индексов r, r' в формулах (18), (19), (21), а также 4-импульсов \tilde{p}_1, \tilde{p}_2 в (18), (19), (21)–(26) равны соответствующим значениям в (16) и (17) (см. текст после этих формул). Отметим, что функции (21), (22) можно представить в виде разложения в ряды по функциям Бесселя целочисленного порядка J_r [11]:

$$I_{rr'} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{j'=-\infty}^{\infty} \exp [-i(j\tau_- + j'\tau_+)] J_j(\alpha_+) J_{j'}(\alpha_-) L_{r-j-j'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) L_{r'+j'-j}(\chi_2, \gamma_2, \beta_2). \quad (27)$$

Функции $L_{r-j-j'}$ и $L_{r'+j'-j}$ определяются соответственно параметрами первой и второй волн и описывают многофотонные процессы в поле одной волны [11, 27–29]:

$$L_r(\chi, \gamma, \beta) = \exp(-ir\chi) \sum_{r'=-\infty}^{\infty} \exp(2ir'\chi) J_{r-2r'}(\gamma) J_{r'}(\beta). \quad (28)$$

Отметим, что γ_j (24) — известный квантовый параметр многофотонности Бункина—Федорова [27–29]. Квантовые параметры β_j (25) играют существенную роль для линейных поляризаций волн при больших энергиях электрона (для циркулярных поляризаций волн, а также для эллиптических поляризаций, но в дипольном приближении по взаимодействию электрона с электрическими полями обеих волн $\beta_j = 0$), а α_{\pm} (26) — квантовые интерференционные параметры, определяющие интерференционные эффекты в процессах рассеяния электрона на ядре и спонтанного излучения фотона электроном в поле двух волн. Подчеркнем также, что в (16), (17) функции $I_{rr'}$ (27) определяют многофотонные процессы в поле двух волн и их детальный анализ дан в работе [11]. Здесь лишь отметим, что если $\alpha_{\pm} \gtrsim 1$, то становятся существенными процессы коррелированного излучения и поглощения фотонов обеих волн. Если же $\alpha_{\pm} \ll 1$ (что выполняется в дипольном приближении, а для произвольных энергий электрона — в области оптических частот возможно для не очень больших интенсивностей волн, $\eta_1 \eta_2 \ll \omega_{1,2} E_i / (m^2 v_i)$), и кроме этого для произвольных интенсивностей линейно поляризованных обеих волн при $\Delta = \pi/2$, см. (26), (20), а также [11, 12]), то влиянием интерференционных процессов можно пренебречь ($j = j' = 0$) и функции $I_{rr'}$ (27) распадаются на произведение функций, определяющих независимое излучение и поглощение фотонов первой и второй волн:

$$I_{rr'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1; \chi_2, \gamma_2, \beta_2; 0, 0, 0, 0) = L_r(\chi_1, \gamma_1, \beta_1) L_{r'}(\chi_2, \gamma_2, \beta_2). \quad (29)$$

Выражения (7)–(9) для амплитуды спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре справедливы при произвольных значениях интенсивностей и частот обеих волн и для скоростей электронов $v_{i,f} \gg Z/137$. Нетрудно показать, что при выключении одной из волн (например, при $F_2 = 0$) выражения (7)–(9) будут определять амплитуду спонтанного тормозного излучения электрона в поле одной волны [7], а если выключить обе волны ($F_1 = F_2 = 0$) — обычную амплитуду спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля [22].

Следует также отметить, что при равных частотах волн ($\omega_1 = \omega_2$) и одинаковых поляризациях ($\delta_1 = \delta_2$) выражения (7)–(9) должны переходить в выражение для амплитуды спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле одной волны, напряженность F и векторы поляризации $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ которой связаны с исходными параметрами волн следующими соотношениями:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \Delta}, \quad (30)$$

$$\mathbf{e}_x = \frac{1}{F}(F_1 \mathbf{e}_{1x} + F_2 \mathbf{e}_{2x}), \quad \mathbf{e}_y = \frac{1}{F}(F_1 \mathbf{e}_{1y} + F_2 \mathbf{e}_{2y}). \quad (31)$$

Поэтому предположим, что частоты волн отличаются друг от друга на величину $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. Тогда выражения для 4-импульсов (10)–(12) примут вид

$$q = \tilde{p}_f - \tilde{p}_i + k' + [l + s(1 + \Delta\omega/\omega_1)] k_1, \quad (32)$$

$$\tilde{q}_i = \tilde{p}_i - k' - [l' + s'(1 + \Delta\omega/\omega_1)] k_1, \quad (33)$$

$$\tilde{q}_f = \tilde{p}_f + k' + [l' + s'(1 + \Delta\omega/\omega_1)] k_1. \quad (34)$$

Из выражений (32)–(34) видно, что если

$$|\Delta\omega|/\omega_1 \ll 1, \quad (35)$$

то этим слагаемым можно пренебречь. Тогда можно ввести в рассмотрение новые числа фотонов $\tau = l + s$, $\tau' = l' + s'$ и просуммировать амплитуду (7)–(9) вначале по всем значениям s , а затем по всем значениям s' . При этом следует воспользоваться легко проверяемыми соотношениями

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} I_{\tau-\tau'+s'-s, s-s'} = \exp(-i\alpha_- \sin \tau_+) L_{\tau-\tau'}(\chi, \gamma, \beta),$$

$$\sum_{s'=-\infty}^{\infty} I_{\tau'-s', s'} = \exp(-i\alpha'_- \sin \tau_+) L_{\tau'}(\chi', \gamma', \beta'),$$
(36)

где

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{\gamma_1 \sin \chi_1 + \gamma_2 \sin \chi_2}{\gamma_1 \cos \chi_1 + \gamma_2 \cos \chi_2}, \quad \gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2\gamma_1 \gamma_2 \cos(\chi_1 - \chi_2)},$$
(37)

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 + \alpha_+ = \frac{1}{8}(1 - \delta_1^2)m^2 \left[\frac{1}{k_1 \tilde{p}_2} - \frac{1}{k_1 \tilde{p}_1} \right] (\eta_1^2 + \eta_2^2 + 2\eta_1 \eta_2 \cos \Delta).$$
(38)

Отметим, что в (36) параметры со штрихами отличаются от соответствующих параметров без штрихов значениями 4-импульсов \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 (см. текст после формул (16) и (17)). С учетом всего этого получим

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} M_{\tau-\tau'+s'-s, s-s'} \rightarrow \exp(-i\alpha_- \sin \tau_+) M_{\tau-\tau'},$$

$$\sum_{s'=-\infty}^{\infty} K_{\tau'-s', s'} \rightarrow \exp(-i\alpha'_- \sin \tau_+) K_{\tau'}$$
(39)

и окончательно

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} H_{\tau-s, s} \rightarrow \exp[-i\alpha_- (\tilde{p}_f, \tilde{p}_i) \sin \tau_+] H_{\tau},$$
(40)

где $M_{\tau-\tau'}$ и $K_{\tau'}$ определяют амплитуды рассеяния электрона на ядре и спонтанного излучения фотона электроном в поле одной волны, а H_{τ} с учетом (8) — амплитуду спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле одной волны [7, 8]. Отметим, что фаза в (40) велика ($|\alpha_-| \gg 1$), однако при получении вероятности она компенсируется умножением на комплексно-сопряженную величину. Итак, в рамках (35) получаем хорошо изученный процесс спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле плоской волны [7]. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что частоты волн не близки, т. е. примем противоположное (35) условие:

$$|\Delta\omega|/\omega_1 \gtrsim 1.$$
(41)

Кроме того, будем предполагать, что частоты волн удовлетворяют условиям

$$\omega_1 > \omega_2, \quad \omega_{1,2} \ll \begin{cases} m, & \text{если } E_i \gtrsim m, \\ mv_i^2/2, & \text{если } v_i \ll 1. \end{cases}$$
(42)

Так как величина параметров Бункина—Федорова γ_j (24) сильно зависит от кинематики рассеяния электрона и излучения спонтанного фотона, то, как и в работах [11–13, 20, 21], выделим две кинематические области: неинтерференционную, в которой основными параметрами многофотонности являются квантовые параметры Бункина—Федорова, и интерференционную, где влияние этих параметров в силу особой кинематики не проявляется (все восемь параметров γ_j равны нулю) и многофотонные процессы определяются в основном квантовыми интерференционными параметрами α_{\pm} (26), т. е. процессы вынужденного излучения и поглощения определяются взаимодействием электрона с интерференционным полем обеих волн.

3. АМПЛИТУДА СПОНТАННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ОБЛАСТИ

В интерференционной области в общем случае произвольных интенсивностей должны выполняться следующие соотношения:

для амплитуды a (рис. 1)

$$\begin{aligned} e_{jx}g_j(\vec{p}_f, \vec{q}_i) &= e_{jy}g_j(\vec{p}_f, \vec{q}_i) = 0, \\ e_{jx}g_j(\vec{q}_i, \vec{p}_i) &= e_{jy}g_j(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = 0, \quad j = 1, 2; \end{aligned} \quad (43a)$$

для амплитуды b

$$\begin{aligned} e_{jx}g_j(\vec{q}_f, \vec{p}_i) &= e_{jy}g_j(\vec{q}_f, \vec{p}_i) = 0, \\ e_{jx}g_j(\vec{p}_f, \vec{q}_f) &= e_{jy}g_j(\vec{p}_f, \vec{q}_f) = 0, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (43b)$$

Здесь 4-векторы g_j определяются выражением (23). В силу (43a), (43b) квантовые параметры Бункина—Федорова (24) и фазы χ_j (23) равны нулю

$$\gamma_j(\vec{p}_f, \vec{q}_i) = \gamma_j(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = 0, \quad (44)$$

$$\gamma_j(\vec{q}_f, \vec{p}_i) = \gamma_j(\vec{p}_f, \vec{q}_f) = 0, \quad j = 1, 2,$$

$$\chi_j(\vec{p}_f, \vec{q}_i) = \chi_j(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = 0, \quad (45)$$

$$\chi_j(\vec{q}_f, \vec{p}_i) = \chi_j(\vec{p}_f, \vec{q}_f) = 0, \quad j = 1, 2.$$

Условия (43) для произвольных интенсивностей волн могут выполняться в двух случаях:

1) в частном случае одинаковых линейных поляризаций обеих волн ($\Delta = 0$, $\mathbf{e}_{1x} = \mathbf{e}_{2x} = \mathbf{e}_x$) при рассеянии электрона и вылете спонтанного фотона в плоскости перпендикулярной вектору поляризации обеих волн (плоскость yz : $\mathbf{e}_x \mathbf{k}' = \mathbf{e}_x \mathbf{p}_i = \mathbf{e}_x \mathbf{p}_f = 0$, см. разд. 5);

2) в общем случае эллиптических поляризаций обеих волн, когда соответствующие векторы \mathbf{g}_j (см. (43)) направлены вдоль или против направления распространения обеих волн \mathbf{n} , т. е. перпендикулярно плоскости поляризации ($\mathbf{e}_{jx}, \mathbf{e}_{jy}$) (см. разд. 6).

Итак, в интерференционной области (43) параметры γ_j равны нулю и функции $I_{r,r'}$ (27), определяющие амплитуду спонтанного тормозного излучения (7)–(9), переходят в функции $J_{r,r'}$ [11]:

$$\begin{aligned}
 I_{rr'}(0, 0, \beta_1; 0, 0, \beta_2; \tau_+, \tau_-, \alpha_+, \alpha_-) &\rightarrow J_{r_+, r_-}(\beta_1, \beta_2; \chi_+, \chi_-, \alpha_+, \alpha_-) = \\
 &= \exp[-i(r_+\chi_- + r_-\chi_+)] \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{j'=-\infty}^{\infty} \exp[i(j\chi_+ + j'\chi_-)] \times \\
 &\times J_{r_+ - j - j'}(\alpha_+) J_{r_- - j + j'}(\alpha_-) J_j(\beta_1) J_{j'}(\beta_2), \quad (46)
 \end{aligned}$$

где приняты обозначения

$$\chi_+ = \tau_- + \tau_+, \quad \chi_- = \tau_- - \tau_+, \quad r_+ = \frac{1}{2}(r + r'), \quad r_- = \frac{1}{2}(r - r'). \quad (47)$$

Отсюда видно, что в интерференционной области числа фотонов, излучаемых и поглощаемых электроном из обеих волн, коррелируют между собой так, чтобы полусумма и полуразность этих чисел (r и r') были бы целыми числами (r_+ и r_-).

Перепишем выражения (7)–(12), (16)–(19) для амплитуды спонтанного тормозного излучения с учетом переобозначения индексов суммирования (47). При этом сумма и разность целочисленных индексов l', s' и l, s может быть как четной:

$$\begin{aligned}
 l' + s' &= 2s_+, \quad l + s = 2l_+, \\
 l' - s' &= 2s_-, \quad l - s = 2l_-, \quad (48)
 \end{aligned}$$

так и нечетной:

$$\begin{aligned}
 l' + s' &= 2s_+ - 1, \quad l + s = 2l_+ - 1, \\
 l' - s' &= 2s_- - 1, \quad l - s = 2l_- - 1. \quad (49)
 \end{aligned}$$

В рамках (48) получим коррелированное излучение (поглощение) равного числа фотонов обеих волн и 4-импульсы (10)–(12) перейдут в следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 q &\rightarrow q_{(0)} = \bar{p}_f - \bar{p}_i + k' + l_+(k_1 + k_2) + l_-(k_1 - k_2), \\
 \bar{q}_i &\rightarrow \bar{q}_{i(0)} = \bar{p}_i - k' - s_+(k_1 + k_2) - s_-(k_1 - k_2), \\
 \bar{q}_f &\rightarrow \bar{q}_{f(0)} = \bar{p}_f + k' + s_+(k_1 + k_2) + s_-(k_1 - k_2). \quad (50)
 \end{aligned}$$

При этом $I_{l's'} \rightarrow J_{s_+, s_-}$, $I_{l'\pm 2, s'}$ $\rightarrow J_{s_+, s_- \pm 1}$, $I_{l', s' \pm 2}$ $\rightarrow J_{s_+ \pm 1, s_- \mp 1}$, $I_{l' \pm 1, s' \pm 1} \rightarrow J_{s_+ \pm 1, s_-}$, $I_{l' \pm 1, s' \mp 1} \rightarrow J_{s_+, s_- \pm 1}$, а $D_{l's'}$ $\rightarrow 0$ (4-вектор $D_{l's'}$ отличен от нуля лишь в условиях (49)). Для случая (49) вместо (50) получим

$$\begin{aligned}
 q &\rightarrow q_{(1)} = \bar{p}_f - \bar{p}_i + k' + (l_+ - 1/2)(k_1 + k_2) + (l_- - 1/2)(k_1 - k_2), \\
 \bar{q}_i &\rightarrow \bar{q}_{i(1)} = \bar{p}_i - k' - (s_+ - 1/2)(k_1 + k_2) - (s_- - 1/2)(k_1 - k_2), \\
 \bar{q}_f &\rightarrow \bar{q}_{f(1)} = \bar{p}_f + k' + (s_+ - 1/2)(k_1 + k_2) + (s_- - 1/2)(k_1 - k_2). \quad (51)
 \end{aligned}$$

При этом $I_{l'+1, s'}$ $\rightarrow J_{s_+, s_-}$, $I_{l', s'+1}$ $\rightarrow J_{s_+, s_- - 1}$, $I_{l'-1, s'}$ $\rightarrow J_{s_+ - 1, s_- - 1}$, $I_{l', s'-1}$ $\rightarrow J_{s_+ - 1, s_-}$ и $I_{l's'} \rightarrow 0$, $D_{l's'} \rightarrow 0$. Из (50) и (51) видно, что в интерференционной области электрон в процессе торможения на ядре и излучения спонтанного фотона коррелированно излучает (поглощает) соответственно равное ($s = \pm l$, $s' = \pm l'$) или отличное на единицу ($s = \pm(l+1)$, $s' = \pm(l'+1)$) число фотонов первой и второй волн (процессы с излучением (поглощением) другого числа фотонов обеих волн подавлены). Формально это выглядит так, что электрон вынужденно излучает (поглощает) соответственно как бы целое

и полуцелое число фотонов комбинационных частот ($\omega_1 \pm \omega_2$) (хотя в действительности таких фотонов нет). Окончательно амплитуда спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в интерференционной области примет следующий вид:

$$S_{fi} = \sum_{l_+ = -\infty}^{\infty} \sum_{l_- = -\infty}^{\infty} [S_{l_+, l_-}^{(0)} + S_{l_+, l_-}^{(1)}], \quad (52)$$

где $S_{l_+, l_-}^{(0)}$ и $S_{l_+, l_-}^{(1)}$ — парциальные амплитуды с коррелированным излучением (поглощением) равного и отличного на единицу числа фотонов обеих волн, определяющиеся выражением (8), в котором следует сделать замены $q \rightarrow q^{(0)}$, $H_{ls} \rightarrow H_{l_+, l_-}^{(0)}$ и $q \rightarrow q^{(1)}$, $H_{ls} \rightarrow H_{l_+, l_-}^{(1)}$ соответственно. При этом

$$H_{l_+, l_-}^{(0)} = \sum_{s_+ = -\infty}^{\infty} \sum_{s_- = -\infty}^{\infty} [T_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(0,0)} + T_{l_+, -s_+, l_-, -s_-+1}^{(1,1)}], \quad (53)$$

$$H_{l_+, l_-}^{(1)} = \sum_{s_+ = -\infty}^{\infty} \sum_{s_- = -\infty}^{\infty} [T_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(1,0)} + T_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(0,1)}],$$

$$T_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(a,b)} = M_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(a)} (\tilde{p}_f, \tilde{q}_{i(b)}) \frac{\hat{q}_{i(b)} + m_*}{\hat{q}_{i(b)}^2 - m_*^2} K_{s_+ s_-}^{(b)} (\tilde{q}_{i(b)}, \tilde{p}_i) + \\ + K_{s_+ s_-}^{(b)} (\tilde{p}_f, \tilde{q}_{f(b)}) \frac{\hat{q}_{f(b)} + m_*}{\hat{q}_{f(b)}^2 - m_*^2} M_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(a)} (\tilde{q}_{f(b)}, \tilde{p}_i). \quad (54)$$

Здесь $a, b = 0, 1$ и

$$K_{s_+ s_-}^{(0)} (\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \hat{\varepsilon}^* J_{s_+ s_-} + \frac{\omega_1 m^2}{8 (k_1 \tilde{p}_1) (k_1 \tilde{p}_2)} B_{s_+ s_-}^{(0)} \hat{k}_1, \quad (55)$$

$$K_{s_+ s_-}^{(1)} (\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \frac{m}{4 (k_1 \tilde{p}_1)} \hat{\varepsilon}^* \hat{k}_1 \hat{D}_{s_+ s_-}^{(1)} + \frac{m}{4 (k_1 \tilde{p}_2)} \hat{D}_{s_+ s_-}^{(1)} \hat{k}_1 \hat{\varepsilon}^*, \quad (56)$$

$$M_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(0)} (\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \tilde{\gamma}_0 J_{l_+, -s_+, l_-, -s_-} + \frac{\omega_1 m^2}{8 (k_1 \tilde{p}_1) (k_1 \tilde{p}_2)} B_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(0)} \hat{k}_1, \quad (57)$$

$$M_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(1)} (\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \frac{m}{4 (k_1 \tilde{p}_1)} \tilde{\gamma}_0 \hat{k}_1 \hat{D}_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(1)} + \frac{m}{4 (k_1 \tilde{p}_2)} \hat{D}_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}^{(1)} \hat{k}_1 \tilde{\gamma}_0. \quad (58)$$

В выражениях (55)–(58) функции $B_{rr'}^{(0)}$ и 4-вектор $D_{rr'}^{(1)}$ имеют следующий вид:

$$B_{rr'}^{(0)} = \eta_1^2 [2(1 + \delta_1^2) J_{rr'} + (1 - \delta_1^2)(J_{r+1, r'+1} + J_{r-1, r'-1})] + \\ + \eta_2^2 [2(1 + \delta_2^2) J_{rr'} + (1 - \delta_2^2)(J_{r+1, r'-1} + J_{r-1, r'+1})] + \\ + 2\eta_1 \eta_2 [d_- J_{r-1, r'} + d_-^* J_{r+1, r'} + d_+ J_{r, r'-1} + d_+^* J_{r, r'+1}], \quad (59)$$

$$D_{rr'}^{(1)} = \eta_1 (e_1^* J_{rr'} + e_1 J_{r-1, r'-1}) + \eta_2 (e_2^* J_{r, r'-1} + e_2 J_{r-1, r'}). \quad (60)$$

Отметим, что оператор, определяющий коррелированное излучение и поглощение отличного на единицу числа фотонов обеих волн (53), пропорционален интенсивностям внешних полей, $H_{l_+, l_-}^{(1)} \propto \eta_{1,2}$, и в пределе $\eta_{1,2} \rightarrow 0$ исчезает, чем отличается от оператора $H_{l_+, l_-}^{(0)}$, который в пределе слабых полей $\eta_{1,2} \rightarrow 0$ переходит в выражение, определяющее амплитуду спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешних полей.

4. СПОНТАННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В НЕИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ОБЛАСТИ

Рассмотрим спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в неинтерференционной области, когда не выполняются условия (43), т. е. в такой кинематической области, где квантовые параметры Бункина—Федорова γ_j (24) не малы и являются основными параметрами многофотонности. Отметим, что данная область является достаточно широкой. В ней исключаются лишь рассеяние электрона на заданные углы и вылет спонтанного фотона в плоскости перпендикулярной вектору поляризации обеих волн (для одинаковых линейных поляризаций волн см. разд. 5), а также в плоскости начального импульса электрона и волнового вектора (см. разд. 6).

Рассмотрим вначале случай релятивистских энергий электрона. Тогда в неинтерференционной области квантовые параметры (24)–(26) имеют следующий порядок величины:

$$\gamma_{1,2} \sim \eta_{1,2} m / \omega_{1,2}, \quad \beta_{1,2} \sim \gamma_{1,2} \xi_{1,2}, \quad \alpha_{\pm} \sim \gamma_1 \xi_2 \sim \gamma_2 \xi_1, \quad (61)$$

где

$$\xi_{1,2} = \eta_{1,2} m / |\mathbf{p}_i| \quad (62)$$

— классический параметр, определяющий интегральные характеристики процесса в неинтерференционной области [8, 11–13]. В области умеренно сильных полей $\xi_{1,2} \ll 1$, что для интенсивностей полей в зависимости от энергии электрона эквивалентно следующим условиям:

$$\eta_{1,2} \ll \begin{cases} 1, & \text{если } E_i \sim m, \\ E_i/m, & \text{если } E_i \gg m. \end{cases} \quad (63)$$

В условиях (63) квантовые параметры таковы, что $\beta_{1,2} \ll \gamma_{1,2}$, $\alpha_{\pm} \ll \gamma_{1,2}$, и многофотонные процессы в основном будут определяться соответствующими квантовыми параметрами Бункина—Федорова ($l' \lesssim \gamma_1$, $s' \lesssim \gamma_2$). Учитывая, что $l' \omega_1 / E_{i,f} \lesssim \xi_1 \ll 1$, $s' \omega_2 / E_{i,f} \lesssim \xi_2 \ll 1$, получим, что в области умеренно сильных полей (63) выражение для амплитуды спонтанного тормозного излучения (8)–(17) существенно упрощается. Так, выражения для 4-импульсов (10)–(12) и амплитуд (16), (17) примут следующий вид:

$$q = p_f - p_i + k', \quad q_i = p_i - k', \quad q_f = p_f + k', \quad (64)$$

$$M_{l',s',s-s'} = \tilde{\gamma}_0 I_{l-l',s-s'}, \quad K_{l',s'} = \hat{\varepsilon}^* I_{l',s'}. \quad (65)$$

Из (64) видно, что в области умеренно сильных полей резонансы, связанные с выходом функции Грина промежуточного электрона в поле волн на массовую оболочку, не возникают ($q_i^2 \neq m^2$, $q_f^2 \neq m^2$), т. е. интервал полей (63) определяет также нерезонансную область.

Так как аргументы функций $I_{l',s'}$ и $I_{l-l',s-s'}$ в (65) не зависят от индексов суммирования, амплитуду (9) с учетом (65) можно легко просуммировать по всем значениям целочисленных индексов l' и s' . Окончательно амплитуда (8), (9) примет следующий вид:

$$S_{ls} = I_{ls} \exp(i\phi_{if}) S_{**}, \quad (66)$$

где S_* — амплитуда спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля [22], а функции I_{ls} определяются выражениями (27), (28), в аргументах которых (23)–(26) следует положить $\vec{p}_1 = p_i$, $\vec{p}_2 = p_f$, т. е.

$$\gamma_{1,2} = \gamma_{1,2}(p_f, p_i), \quad \beta_{1,2} = \beta_{1,2}(p_f, p_i), \quad \alpha_{\pm} = \alpha_{\pm}(p_f, p_i). \quad (67)$$

С учетом вида амплитуды (66) парциальное дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле двух волн получается легко:

$$d\sigma_{ls} = |I_{ls}|^2 d\sigma_*. \quad (68)$$

Здесь $d\sigma_*$ — дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре с испусканием фотона заданных частоты и направления и с вылетом конечного электрона в заданном направлении (без внешнего поля) [22]. Отметим, что полученное выражение справедливо для ультрарелятивистских электронов, движущихся в начальном или конечном состояниях в узком конусе с фотонами внешних полей для не слишком малых углов ($\theta_{i,f}^2 \gg \eta_{1,2} m / E_{i,f}$) и несправедливо для ультрарелятивистских электронов, если они движутся в узком конусе со спонтанным фотоном (соответствующее выражение в поле одной волны было получено в работе [2]).

Из (68) видно, что в области умеренно сильных полей (63) сечение спонтанного тормозного излучения факторизуется на произведение вероятности излучения (поглощения) l -фотонов первой волны и s -фотонов второй волны на сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля. Таким образом, процессы излучения спонтанного фотона и излучения (поглощения) фотонов обеих волн при торможении электрона на ядре происходят независимо друг от друга. При этом процессы излучения и поглощения фотонов первой и второй волн, вообще говоря, коррелируют друг с другом посредством квантовых интерференционных параметров α_{\pm} .

Отметим, что при $\gamma_{1,2} \ll \xi_{1,2}^{-1} \gg 1$ и $\gamma_{1,2} \ll \xi_{2,1}^{-1} \gg 1$, что для интенсивностей полей в зависимости от энергии электрона эквивалентно условиям

$$\eta_{1,2}^2 \ll \begin{cases} \omega_{1,2}/m, & \text{если } E_i \sim m, \\ \omega_{1,2}E_i/m^2, & \text{если } E_i \gg m, \end{cases} \quad \eta_1\eta_2 \ll \begin{cases} \omega_{1,2}/m, & \text{если } E_i \sim m, \\ \omega_{1,2}E_i/m^2, & \text{если } E_i \gg m, \end{cases} \quad (69)$$

квантовые параметры малы: $\beta_{1,2} \ll 1$ и $\alpha_{\pm} \ll 1$ (см. (61)). Поэтому функции I_{ls} (27), (28) в (68) разбиваются на произведение независимых функций Бесселя (см. (29)) и парциальное сечение принимает следующий вид:

$$d\sigma_{ls} = J_l^2(\gamma_1) J_s^2(\gamma_2) d\sigma_*. \quad (70)$$

Итак, для интенсивностей (69) излучение (поглощение) фотонов первой и второй волн, а также излучение спонтанного фотона при торможении электрона на ядре происходят независимо друг от друга. Подчеркнем, что условия (69) значительно более жесткие, чем условия (63). Так как в области умеренно сильных полей (63) энергия конечного электрона не зависит от числа поглощенных или излученных фотонов обеих волн, парциальные сечения (68), (70) можно легко просуммировать по всем возможным процессам поглощения и излучения. В итоге получим ожидаемый результат, что полное сечение совпадает с сечением спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на

ядре без внешнего поля, т. е. в результате суммирования все существенно квантовые вклады, как и в случае одной волны [7], полностью компенсируются:

$$d\sigma = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} d\sigma_{ls} = d\sigma_*. \quad (71)$$

Теперь рассмотрим случай нерелятивистских энергий электрона. При этом будем также предполагать, что скорости осцилляций электрона в поле обеих волн малы по сравнению со скоростью света:

$$v_{i,f} \ll 1, \quad v_{F_{1,2}} = \eta_{1,2} \ll 1. \quad (72)$$

В условиях (72) выражения для амплитуды (8), (9) существенно упрощаются и после аналогичных в релятивистском случае выкладок амплитуда принимает форму (66), при которой законы сохранения энергии и переданного импульса имеют вид

$$\frac{\mathbf{p}_f^2}{2m} - \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + b\mathbf{n}(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) + \omega' + l\omega_1 + s\omega_2 = 0, \quad \mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i + \mathbf{k}', \quad (73)$$

где

$$b = \frac{1}{4} [(1 + \delta_1^2) \eta_1^2 + (1 + \delta_2^2) \eta_2^2]. \quad (74)$$

Аргументы $\chi_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$ функций I_{ls} даются выражениями (23) и (24), в которых

$$\mathbf{g}_{1,2} = \frac{\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i}{\omega_{1,2} m}, \quad (75)$$

а параметры $\beta_{1,2}$ и α_{\pm} равны:

$$\beta_{1,2} = \frac{1}{8} (1 - \delta_{1,2}^2) \eta_{1,2}^2 \frac{\mathbf{n}(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)}{\omega_{1,2}}, \quad \alpha_{\pm} = \eta_1 \eta_2 |d_{\mp}| \frac{\mathbf{n}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)}{2(\omega_1 \pm \omega_2)}. \quad (76)$$

Легко видеть, что закон сохранения энергии в форме (73) справедлив для интенсивностей волн

$$\eta_{1,2}^2 \gtrsim v_i, \quad (77)$$

т. е. когда скорости осцилляций электрона в волнах значительно превышают его скорость поступательного движения ($\eta_{1,2} \gg v_i$). Перепишем закон сохранения энергии (73) в форме стандартного квадратного уравнения относительно скорости электрона в конечном состоянии:

$$v_f^2 + 2b_f v_f - c_i = 0. \quad (78)$$

Здесь использованы обозначения

$$b_f = b \cos \theta_f, \quad c_i = v_i^2 + 2bv_i \cos \theta_i - \frac{2(l\omega_1 + s\omega_2 + \omega')}{m}, \quad \theta_{i,f} = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{p}_{i,f}). \quad (79)$$

Решения уравнения (78) существенно зависят от знаков коэффициентов b_f и c_i . При $c_i > 0$ есть единственный физический корень (для любых значений b_f), а для $c_i < 0$ —

два корня (при $b_f < 0$). Подчеркнем, что знак коэффициента b_f зависит от угла рассеяния электрона относительно направления распространения обеих волн: $b_f \geq 0$ для $\theta_f \leq \pi/2$ и $b_f < 0$ для $\theta_f > \pi/2$. Знак же коэффициента c_i зависит как от полярного угла θ_i , так и от суммарного числа излученных и поглощенных фотонов обеих волн. Окончательно решения уравнения (79) имеют вид

$$v_f = \begin{cases} v_1 \equiv -b_f + \sqrt{b_f^2 + c_i} & \text{для } c_i > 0 \text{ и любых } \theta_f, \\ v_{1,2} \equiv -b_f \pm \sqrt{b_f^2 + c_i} & \text{для } c_i < 0, \theta_f > \pi/2. \end{cases} \quad (80)$$

Учитывая это, δ -функцию в амплитуде спонтанного тормозного излучения для случаев одного или двух корней уравнения (78) можно представить в следующем виде:

$$\delta(\dots) = \frac{\delta(v_f - v_1)}{m\sqrt{b_f^2 + c_i}}, \quad \delta(\dots) = \frac{\delta(v_f - v_1) + \delta(v_f - v_2)}{m\sqrt{b_f^2 + c_i}}. \quad (81)$$

Учитывая нерелятивистский предел (66), выражения (80), (81), проводя соответствующие усреднения и суммирование по поляризациям фотона и электрона, а также интегрируя по импульсам конечных электронов, получим следующее выражение для дифференциального сечения спонтанного тормозного излучения соответственно для случаев одного и двух корней уравнения (79):

$$d\sigma_{1s} = \frac{1}{\pi^2} Z^2 r_0^2 \alpha_0 Y_{1s}(v_1) \frac{d\omega'}{\omega'} d\Omega_{\mathbf{k}'} d\Omega, \quad (82)$$

$$d\sigma_{1s} = \frac{1}{\pi^2} Z^2 r_0^2 \alpha_0 [Y_{1s}(v_1) + Y_{1s}(v_2)] \frac{d\omega'}{\omega'} d\Omega_{\mathbf{k}'} d\Omega. \quad (83)$$

Здесь r_0 — классический радиус электрона, α_0 — постоянная тонкой структуры, а функции $Y_{1s}(v_f)$ равны

$$Y_{1s}(v_f) = |I_{1s}|^2 \frac{(mv_f)^2}{v_i \sqrt{b_f^2 + c_i}} \frac{[\mathbf{q}\mathbf{n}']^2}{q^4}. \quad (84)$$

Из выражений (24), (75), (76) видно, что в области интенсивностей (77) квантовые параметры таковы, что $\beta_{1,2} \sim \alpha_{\pm} \gtrsim mv_i^2/\omega_{1,2} \gg 1$, $\gamma_{1,2} \sim \beta_{1,2}\eta_{1,2}^{-1} \gg \beta_{1,2}$. В силу этого в данной области интенсивностей в основном будут иметь место многоквантовые процессы с числом фотонов первой и второй волн $l \sim mv_i^2/\omega_1\eta_1$ и $s \sim mv_i^2/\omega_2\eta_2$.

Теперь обратимся к рассмотрению области интенсивностей, отвечающей условию, противоположному условию (77):

$$\eta_{1,2}^2 \ll v_i, \quad \text{но } \eta_{1,2} \gtrsim v_i. \quad (85)$$

Здесь закон сохранения энергии (73) принимает вид

$$\frac{\mathbf{p}_f^2}{2m} - \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \omega' + l\omega_1 + s\omega_2 = 0. \quad (86)$$

Выражение для парциальной вероятности получается из соотношения (82), в котором следует положить $b_f = 0$, а в коэффициенте c_i (79) пренебречь вторым слагаемым:

$$d\sigma_{1s} = \frac{1}{\pi^2} Z^2 r_0^2 \alpha_0 |I_{1s}|^2 \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \frac{m^2 [\mathbf{q}\mathbf{n}']^2}{q^4} \frac{d\omega'}{\omega'} d\Omega_{\mathbf{k}'} d\Omega. \quad (87)$$

Здесь квантовые параметры Бункина—Федорова меньше, чем в области (77), однако тоже велики: $\gamma_{1,2} \sim \eta_{1,2} m v_i / \omega_{1,2} \gtrsim m v_i^2 / \omega_{1,2} \gg 1$. Поэтому в области интенсивностей (85), когда скорости осцилляций электрона в волнах одного порядка со скоростью поступательного движения, будут иметь место в основном процессы излучения и поглощения большого числа фотонов обеих волн: $l \sim m v_i^2 / \omega_1$ и $s \sim m v_i^2 / \omega_2$. Отметим, что если интенсивности волн удовлетворяют более жестким, чем первое неравенство в (85), условиям

$$\eta_{1,2}^2 \ll \frac{\omega_{1,2}}{m v_i}, \quad \eta_1 \eta_2 \ll \frac{\omega_{1,2}}{m v_i}, \quad (88)$$

то $\beta_{1,2} \ll 1$, $\alpha_{\pm} \ll 1$ и, следовательно, в (82) можно положить $|I_{ls}|^2 = J_l^2(\gamma_1) J_s^2(\gamma_2)$. Поэтому неравенства (88) являются условиями применимости дипольного приближения, в отличие от обычно используемого в нерелятивистских подходах к подобным задачам достаточно мягкого условия (72). Это связано с тем, что в сильных полях, когда $\eta_{1,2} \sim v_i$, характерная длина волны спонтанного фотона по порядку величины равна $(\gamma_{1,2} \omega_{1,2})^{-1}$, а не $\omega_{1,2}^{-1}$. Отметим, что в рамках (88) второе неравенство в (85) может иметь место, однако для достаточно больших частот волн $\omega_{1,2} \gg m v_i^3$. Например, для $v_i = 0.1$ частоты $\omega_{1,2}$ много больше 0.5 кэВ и лишь на границе применимости борновского приближения, когда $v_i \sim Z \cdot 10^{-2}$, получим $\omega_{1,2} \gg 0.5 \cdot Z^3$ эВ, т.е. можно попасть в область оптических частот.

Теперь рассмотрим последний случай, когда скорости осцилляций электрона в волнах малы по сравнению со скоростью поступательного движения:

$$\eta_{1,2} \ll v_i. \quad (89)$$

Здесь можно пренебречь энергиями излучаемых и поглощаемых фотонов обеих волн: $|l| \omega_1 / m v_i^2 \lesssim \eta_1 / v_i \ll 1$ и $|s| \omega_2 / m v_i^2 \lesssim \eta_2 / v_i \ll 1$. Поэтому закон сохранения энергии (86) приобретает стандартный вид:

$$\frac{\mathbf{p}_f^2}{2m} - \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \omega' = 0, \quad (90)$$

а парциальное сечение (87) факторизуется, т.е. принимает вид (68), где $d\sigma_*$ — нерелятивистский предел спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешних полей.

5. СПОНТАННЫЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ В ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ВЕКТОРУ ПОЛЯРИЗАЦИИ ВОЛН

Рассмотрим спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в интерференционной области для линейно поляризованных обеих волн:

$$\delta_1^2 = \delta_2^2 = 0, \quad \Delta = 0, \quad \mathbf{e}_{1x} = \mathbf{e}_{2x} \equiv \mathbf{e}_x \quad (91)$$

(первый возможный случай, см. текст после формулы (45)). Пусть рассеяние электрона и излучение спонтанного фотона имеют место в плоскости, перпендикулярной вектору поляризации обеих волн (плоскость yz), тогда $\mathbf{e}_x \mathbf{k}' = \mathbf{e}_x \mathbf{p}_i = \mathbf{e}_x \mathbf{p}_f = 0$. В этом случае

выполняются соотношения (44), (45), т. е. квантовые параметры Бункина—Федорова и соответствующие фазы равны нулю. Итак, в данной области для произвольных интенсивностей обеих волн квантовые параметры Бункина—Федорова малы, если соответствующие углы между импульсами электронов до и после рассеяния и вектором поляризации ($\varphi_{i,f} = \angle(\mathbf{p}_{i,f}, \mathbf{e}_x)$), а также импульсом спонтанного фотона и вектором поляризации ($\psi' = \angle(\mathbf{k}', \mathbf{e}_x)$) близки к $\pi/2$:

$$\left| \varphi_{i,f} - \frac{\pi}{2} \right| \ll \frac{\omega_{1,2}}{mv_{i,f}\eta_{1,2}} \lesssim 1, \quad \left| \psi' - \frac{\pi}{2} \right| \ll \frac{\omega_{1,2}E_{i,f}}{m\omega'\eta_{1,2}} \lesssim 1. \quad (92)$$

Амплитуда спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в условиях (92) определяется выражениями (52)–(60) с учетом (91). Отметим, что неинтерференционная область, в которой основными параметрами многофотонности являются квантовые параметры Бункина—Федорова, определяется противоположными неравенствам (92) условиями.

Рассмотрим вначале в условиях (92) спонтанное тормозное излучение для релятивистских энергий электрона. Здесь многофотонные процессы определяются функциями $J_{l_+, -s_+, l_-, -s_-}$ (46), а основными параметрами многофотонности являются квантовые параметры α_+ и α_- (см. (26) при условиях (91)). Поэтому в интерференционной области наряду с рассеянием электрона на ядре и излучением спонтанного фотона в основном будут происходить процессы вынужденного коррелированного излучения (поглощения) равного и различающегося на единицу числа фотонов обеих волн ($l_{\pm} \lesssim \alpha_{\pm}$, см. текст после формулы (51)). В силу этого доля энергии, излучаемая или поглощаемая электроном в начальном или конечном состояниях из обеих волн, по порядку величины будет равна $l_{\pm}(\omega_1 \pm \omega_2)/E_{i,f} \lesssim \zeta_{int}$, где ζ_{int} — классический интерференционный параметр, определяющий интегральные характеристики процесса в области (92):

$$\zeta_{int} = \xi_1 \xi_2 v_i. \quad (93)$$

Здесь параметры $\xi_{1,2}$ даются выражением (62). Определим область умеренно сильных полей для интерференционной области (92) следующим условием для классического интерференционного параметра: $\zeta_{int} \ll 1$, что для произведения интенсивностей обеих волн примет вид

$$\eta_1 \eta_2 \ll \begin{cases} 1, & \text{если } E_{i,f} \sim m, \\ (E_{i,f}/m)^2, & \text{если } E_{i,f} \gg m. \end{cases} \quad (94)$$

Отметим, что для $\eta_{1,2} < 1$ условия (94) мягче, чем аналогичные условия в неинтерференционной области (63). Учитывая (94), в выражениях для квадратов 4-импульсов (50), (51) можно пренебречь энергиями фотонов комбинационных частот по сравнению с энергией электрона. В силу этого $\tilde{q}_i^2 \neq m_*^2$, $\tilde{q}_f^2 \neq m_*^2$, и, следовательно, область умеренно сильных полей (94) является нерезонансной. Если в области (94) $\eta_1 \sim \eta_2$, то $\tilde{p}_{i,f} = p_{i,f}$ и 4-импульсы (50), (51) примут вид (64). Подчеркнем, что при получении из амплитуды (52), (53) сечения в $d\sigma_{i,l}^{(0)}$ возникнут слагаемые пропорциональные $\eta_{1,2}^0$, $\eta_{1,2}^2$, $\eta_1 \eta_2$ и более высоким степеням интенсивностей волн, а в $d\sigma_{i,l}^{(1)}$ — слагаемые пропорциональные $\eta_{1,2}^2$, $\eta_1 \eta_2$ и более высоким степеням этих параметров. Поэтому в силу (94) амплитудой $H_{i,l}^{(1)}$ (53) можно пренебречь, а в $H_{i,l}^{(0)}$ (53) можно пренебречь функцией

$B_{rr'}^{(0)}$ (59) и 4-вектором $D_{rr'}^{(1)}$ (60) и провести суммирование по s_+ и s_- . В результате получим

$$S_{i,l,-}^{(1)} = 0, \quad S_{i,l,-}^{(0)} = J_{i,l,-}(\beta_1, \beta_2; 0, 0, \alpha_+, \alpha_-) S_*, \quad (95)$$

где S_* — амплитуда спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля [22], а функции $J_{i,l,-}$ определяются выражением (46), в аргументах которого (25), (26) следует положить $\vec{p}_1 = p_i$, $\vec{p}_2 = p_f$ и учесть (91):

$$\beta_j = \eta_j^2 \frac{m^2}{8\omega_j} \left(\frac{1}{\kappa_f} - \frac{1}{\kappa_i} \right), \quad j = 1, 2, \quad (96)$$

$$\alpha_{\pm} = \eta_1 \eta_2 \frac{m^2}{2(\omega_1 \pm \omega_2)} \left(\frac{1}{\kappa_i} - \frac{1}{\kappa_f} \right), \quad \kappa_{i,f} = E_{i,f} - \mathbf{np}_{i,f}. \quad (97)$$

Из выражения для амплитуды (95) легко получить парциальное дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии релятивистского электрона на ядре в поле двух умеренно сильных волн (94) в интерференционной области (92):

$$d\sigma_{i,l,-}^{(0)} = |J_{i,l,-}(\beta_1, \beta_2; 0, 0, \alpha_+, \alpha_-)|^2 d\sigma_*, \quad (98)$$

где $d\sigma_*$ — дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре с испусканием фотона заданных частоты и направления и с вылетом конечного электрона в заданном направлении (без внешнего поля) [22]. Подчеркнем, что в парциальном сечении (98) целочисленные индексы l_{\pm} означают излучение (поглощение) равного числа ($s = \pm l$) фотонов обеих волн, в этом отличие (98) от выражений (68), (70) для неинтерференционной области, где подобная корреляция между индексами l и s отсутствует. Из (98) видно, что в области умеренно сильных полей (94) парциальное сечение факторизуется на произведение вероятности коррелированного излучения (поглощения) равного числа фотонов обеих волн на сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля. При этом существенно, что данная корреляция между числом фотонов обеих волн в интерференционной области неустранима, т. е. сечение (98) не может быть представлено в виде произведения вероятностей излучения (поглощения) в каждой из двух волн по отдельности, как это может иметь место в неинтерференционной области (см. (70)).

Отметим, что в области интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям противоположным (69), т. е. при

$$\eta_{1,2}^2 \gtrsim \begin{cases} \omega_{1,2}/m, & \text{если } E_i \sim m, \\ \omega_{1,2}E_i/m^2, & \text{если } E_i \gg m, \end{cases} \quad \eta_1 \eta_2 \gtrsim \begin{cases} \omega_{1,2}/m, & \text{если } E_i \sim m, \\ \omega_{1,2}E_i/m^2, & \text{если } E_i \gg m, \end{cases} \quad (99)$$

квантовые параметры такие, что $\beta_{1,2} \gtrsim 1$ и $\alpha_{\pm} \gtrsim 1$, и, следовательно $\gamma_{1,2} \gg \alpha_{\pm} \gtrsim 1$, $\gamma_{1,2} \gg \beta_{1,2} \gtrsim 1$ (см. (61), (67), (96), (97)). В силу этого для интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям (99), (63) несложно показать [30], что парциальное сечение (68) в неинтерференционной области будет значительно меньше соответствующего сечения (98) в интерференционной области:

$$\frac{d\sigma_{ls}}{d\sigma_{i,l,-}^{(0)}} = \frac{|I_{ls}|^2}{|J_{i,l,-}|^2} \sim (\gamma_1 \gamma_2)^{-1} \ll 1, \quad \text{если } l_+ \sim l \ll \gamma_1, \quad l_- \sim s \ll \gamma_2. \quad (100)$$

Итак, настраивая прибор на одновременную регистрацию (в плоскости перпендикулярной вектору поляризации волн) спонтанного фотона и конечного электрона, получим, что процесс спонтанного тормозного излучения с многофотонным коррелированным излучением (поглощением) равного числа фотонов обеих волн может быть доминирующим по сравнению со спонтанным тормозным излучением при рассеянии электрона на ядре в поле двух волн в неинтерференционной области. Парциальное сечение (98) можно просуммировать по всем процессам излучения и поглощения. Получим результат, аналогичный результату для неинтерференционной области, т. е. при суммировании все существенно квантовые вклады полностью компенсируются (см. (71)):

$$d\sigma = \sum_{l_+ = -\infty}^{\infty} \sum_{l_- = -\infty}^{\infty} d\sigma_{l_+, l_-}^{(0)} = d\sigma_*. \quad (101)$$

Теперь рассмотрим область нерелятивистских энергий электрона в условиях (72). Здесь доля энергии фотонов комбинационных частот, излучаемая или поглощаемая электроном в начальном или конечном состояниях из обеих волн, по порядку величины будет равна $2l_{\pm}(\omega_1 \pm \omega_2)/mv_i^2 \lesssim \zeta_{int}$, где в нерелятивистском пределе ζ_{int} (93) равно

$$\zeta_{int} = \eta_1 \eta_2 v_i^{-1}. \quad (102)$$

В условиях (72) интерференционная амплитуда (52), (53) существенно упрощается и после вычислений, аналогичных проведенному для релятивистского случая, принимает вид нерелятивистского предела (95):

$$S_{l_+, l_-}^{(1)} = 0, \quad S_{l_+, l_-}^{(0)} = J_{l_+, l_-}(\beta_1, \beta_2; 0, 0, \alpha_+, \alpha_-) S_*^{v \ll 1}, \quad (103)$$

где $S_*^{v \ll 1}$ формально имеет вид нерелятивистского предела амплитуды спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля [22] с учетом закона сохранения энергии и переданного импульса в форме:

$$\frac{p_f^2}{2m} - \frac{p_i^2}{2m} + b\mathbf{n}(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) + \omega' + l_+(\omega_1 + \omega_2) + l_-(\omega_1 - \omega_2) = 0, \quad \mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i + \mathbf{k}', \quad (104)$$

где

$$b = \frac{1}{4} (\eta_1^2 + \eta_2^2). \quad (105)$$

Параметры $\beta_{1,2}$ и α_{\pm} в функциях J_{l_+, l_-} (103) равны

$$\beta_{1,2} = \eta_{1,2}^2 \frac{\mathbf{n}(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)}{8\omega_{1,2}}, \quad \alpha_{\pm} = \eta_1 \eta_2 \frac{\mathbf{n}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)}{2(\omega_1 \pm \omega_2)}. \quad (106)$$

Закон сохранения энергии в форме (104) справедлив для интенсивностей волн

$$\eta_{1,2}^2 \gtrsim v_i, \quad (107)$$

т. е. когда скорости осцилляций электрона в волнах значительно превышают его скорость поступательного движения ($\eta_{1,2} \gg v_i$). В дальнейшем можно провести рассуждения и вычисления так же, как для нерелятивистского предела в неинтерференционной

области (см. (78)–(84)). Поэтому получим следующее выражение для дифференциального сечения спонтанного тормозного излучения в интерференционной области (92) соответственно для случаев одного и двух корней закона сохранения энергии (104):

$$d\sigma_{l,l-}^{(0)} = \frac{1}{\pi^2} Z^2 r_0^2 \alpha_0 T_{l,l-}(v_1) \frac{d\omega'}{\omega'} d\Omega_{\mathbf{k}'} d\Omega, \quad (108)$$

$$d\sigma_{l,l-}^{(0)} = \frac{1}{\pi^2} Z^2 r_0^2 \alpha_0 [T_{l,l-}(v_1) + T_{l,l-}(v_2)] \frac{d\omega'}{\omega'} d\Omega_{\mathbf{k}'} d\Omega, \quad (109)$$

где скорости $v_{1,2}$ даются выражениями (80), а функции $T_{l,l-}(v_f)$ равны

$$T_{l,l-}(v_f) = |J_{l,l-}(\beta_1, \beta_2; 0, 0, \alpha_+, \alpha_-)|^2 \frac{(mv_f)^2}{v_i \sqrt{b_f^2 + c_i}} \frac{[\mathbf{q}\mathbf{n}']^2}{q^4}. \quad (110)$$

При этом в выражении для c_i (79) следует сделать замены $l\omega_1 \rightarrow l_+(\omega_1 + \omega_2)$ и $s\omega_2 \rightarrow l_-(\omega_1 - \omega_2)$. Из выражений (106) видно, что в области интенсивностей (107) квантовые параметры таковы, что $\beta_{1,2} \sim \alpha_{\pm} \gtrsim mv_i^2/\omega_{1,2} \gg 1$, $\gamma_{1,2} \sim \beta_{1,2}\eta_{1,2}^{-1} \gg \beta_{1,2}$. В силу этого в данной области интенсивностей в основном будут иметь место многоквантовые процессы с числом фотонов $l_{\pm} \sim mv_i^2/\omega_{1,2}\eta_{1,2} \gg 1$. Отметим, что парциальные сечения (108), (109) в интерференционной области значительно больше соответствующих сечений (82), (83) в неинтерференционной области.

Теперь обратимся к рассмотрению области интенсивностей

$$\eta_{1,2}^2 \ll v_i. \quad (111)$$

В этих условиях $\zeta_{int} = \eta_1\eta_2v_i^{-1} \ll 1$, т. е. попадаем в область умеренно сильных полей. Поэтому здесь можно пренебречь энергиями излучаемых и поглощаемых фотонов, а также можно положить $b_f = 0$, $c_i = v_i$. Поэтому закон сохранения энергии (104) приобретает стандартный вид (90) и выражение для парциальной вероятности получается из (108):

$$d\sigma_{l,l-}^{(0)} = |J_{l,l-}(\beta_1, \beta_2; 0, 0, \alpha_+, \alpha_-)|^2 d\sigma_*^{v \ll 1}, \quad (112)$$

где $d\sigma_*^{v \ll 1}$ — нерелятивистский предел спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешних полей. Отсюда видно, что для полей (111) парциальное сечение умножается на произведение вероятности коррелированного излучения (поглощения) равного числа фотонов обеих волн на сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля. Парциальное сечение легко просуммировать по всем процессам излучения и поглощения. В результате получим, что при суммировании все существенно квантовые вклады полностью компенсируются (см. (71)). Отметим также, что для интенсивностей полей, удовлетворяющих неравенствам

$$\eta_{1,2}^2 \gtrsim \omega_{1,2}/mv_i, \quad \eta_1\eta_2 \gtrsim \omega_{1,2}/mv_i, \quad (113)$$

$\beta_{1,2} \gtrsim 1$ и $\alpha_{\pm} \gtrsim 1$ и, следовательно, $\gamma_{1,2} \gg \alpha_{\pm} \gtrsim 1$, $\gamma_{1,2} \gg \beta_{1,2} \gtrsim 1$ (см. (61), (106)). В силу этого для интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям (113), (72) несложно показать (см. (100)), что нерелятивистский предел парциального сечения (68) в неинтерференционной области будет значительно меньше соответствующего сечения (112) в интерференционной области, т. е. последний процесс может быть доминирующим.

6. СПОНТАННЫЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ВОЛН

Рассмотрим спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в интерференционной области (43) для эллиптических поляризаций обеих волн, т. е. в общем случае (см. текст после формулы (45)). В этом случае выполняются соотношения (44), (45), т. е. квантовые параметры Бункина—Федорова и соответствующие фазы равны нулю. В данной области для произвольных интенсивностей обеих волн квантовые параметры Бункина—Федорова будут малы, если углы между соответствующими векторами \mathbf{g}_j (23) и направлением распространения обеих волн малы:

$$\psi_j \ll \frac{\omega_{1,2}}{mv_{i,f}\eta_{1,2}} \lesssim 1. \quad (114)$$

Из (43) следуют четыре условия, определяющие кинематику рассеяния электрона и вылета спонтанного фотона в случае произвольных интенсивностей волн: для амплитуды a (рис. 1)

$$\begin{cases} \mathbf{g}_j^2(\tilde{p}_f, \tilde{q}_i) = (\mathbf{n}\mathbf{g}_j(\tilde{p}_f, \tilde{q}_i))^2, \\ \mathbf{g}_j^2(\tilde{q}_i, \tilde{p}_i) = (\mathbf{n}\mathbf{g}_j(\tilde{q}_i, \tilde{p}_i))^2, \end{cases} \quad j = 1, 2; \quad (115a)$$

и для амплитуды b

$$\begin{cases} \mathbf{g}_j^2(\tilde{q}_f, \tilde{p}_i) = (\mathbf{n}\mathbf{g}_j(\tilde{q}_f, \tilde{p}_i))^2, \\ \mathbf{g}_j^2(\tilde{p}_f, \tilde{q}_j) = (\mathbf{n}\mathbf{g}_j(\tilde{p}_f, \tilde{q}_j))^2, \end{cases} \quad j = 1, 2. \quad (115b)$$

Отметим, что если учесть, что $k_j g_j = 0$ и в силу этого $g_0 = g_z$, то условия (43) можно записать в релятивистски-инвариантном виде:

$$g_j^2(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = 0, \quad (116)$$

где 4-импульсы $\tilde{p}_{1,2}$ принимают четыре возможных набора значений из (115a), (115b). Подчеркнем также, что первые уравнения в (115) отвечают амплитуде рассеяния электрона на ядре в поле волн (см. (9), (16)), а вторые — амплитуде излучения фотона электроном в поле волн (см. (9), (17)). Подставляя в (115) явный вид векторов \mathbf{g}_j (23) с соответствующими импульсами p_1 и p_2 , получим, что кинематика рассеяния электрона и вылета спонтанного фотона для амплитуд a и b одинакова. При этом рассеяние электрона и излучение спонтанного фотона происходят в одной плоскости, образованной начальным импульсом электрона и направлением распространения обеих волн. При этом соответствующие азимутальные углы равны, а полярные углы связаны следующими соотношениями:

$$a_f = a_i, \quad a_{i,f} = (|\mathbf{p}_{i,f}|/\kappa_{i,f}) \sin \theta_{i,f} \quad (117)$$

для рассеяния электрона и

$$\text{ctg}(\theta'/2) = a_i, \quad \theta' = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{k}') \quad (118)$$

для угла вылета спонтанного фотона. В (117) $\kappa_{i,f}$ определяются выражением (97). Подчеркнем, что соотношения (117) и (118) совпадают с соответствующими условиями в

интерференционной области для вынужденного тормозного излучения и поглощения электрона на ядре в поле двух волн [11] и спонтанного излучения фотона электроном в поле двух волн [20] соответственно.

Рассмотрим вначале в интерференционной области (114) спонтанное тормозное излучение для релятивистских энергий электрона и умеренно сильных полей $\zeta_{int} \ll 1$, т. е. в условиях (94). Тогда справедливы рассуждения, приведенные в разд. 5 (см. текст после (92) до формулы (95)). В силу этого поправками, связанными с коррелированным излучением и поглощением фотонов обеих волн, можно пренебречь и выражения (50), (51) для 4-импульсов перейдут в выражение (64), т. е. закон сохранения энергии примет стандартный вид

$$E_f = E_i - \omega'. \quad (119)$$

Проанализируем кинематическое условие (117), из которого легко получить следующие соотношения:

$$v_f = \frac{|\mathbf{p}_f|}{E_f} = \frac{a_i}{\sin \theta_f + a_i \cos \theta_f}, \quad \kappa_f = \frac{\operatorname{tg} \theta_f}{a_i + \operatorname{tg} \theta_f} E_f. \quad (120)$$

Из выражения для скорости конечного электрона (120) с учетом (119) после простых преобразований получим для определения угла рассеяния электрона следующее уравнение:

$$a_i(v_f^{-1} + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_f}{2} - 2 \operatorname{tg} \frac{\theta_f}{2} + a_i(v_f^{-1} - 1) = 0, \quad (121)$$

где

$$v_f = \sqrt{1 - \left(\frac{m}{E_i - \omega'} \right)^2}. \quad (122)$$

Решением уравнения (121) будут два возможных угла рассеяния конечного электрона:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_f}{2} = \frac{1}{a_i(v_f^{-1} + 1)} \left[1 \pm \sqrt{\frac{(\omega'_{max} - \omega')(2E_i - \omega'_{max} - \omega')}{(E_i - \omega')^2 - m^2}} \right], \quad (123)$$

где

$$\omega'_{max} = E_i - m\sqrt{1 + a_i^2} \quad (124)$$

— максимально возможная частота спонтанного фотона. Из (123) видно, что спектр излучения в интерференционной области (114) ограничен сверху величиной ω'_{max} , в отличие от спектров в интерференционной области (92) и неинтерференционной области (см. разд. 4), где максимально возможная частота спонтанного фотона равна $E_i - m$. Подчеркнем, что верхняя граница частоты спонтанного фотона (124) существенно зависит от энергии и углов влета начального электрона. Как функция полярного угла начального электрона она имеет минимум равный нулю для полярного угла

$$\theta_{i*} = \arccos v_i \quad (125)$$

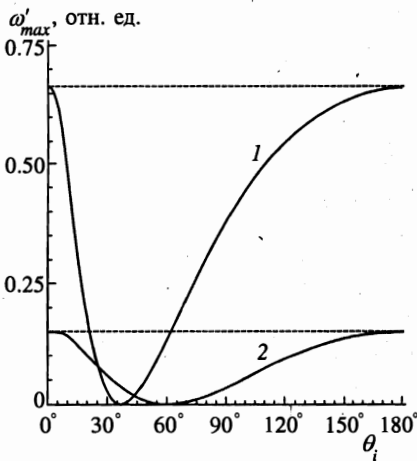


Рис. 2

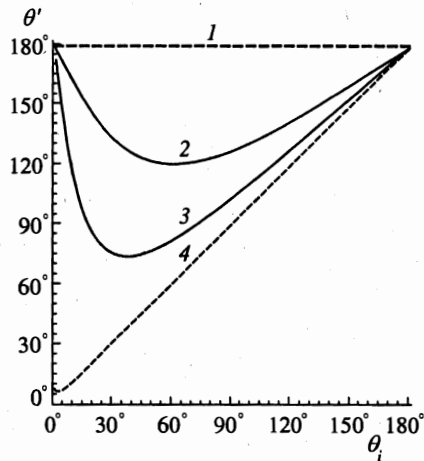


Рис. 3

Рис. 2. Зависимости максимальной частоты спонтанного фотона (в единицах энергии покоя электрона) от полярного угла влета начального электрона (124). Кривая 1 соответствует скорости электрона $v_i = 0.8$, кривая 2 — $v_i = 0.5$. Минимум находится в точке $\cos \theta_i = v_i$. Штриховые линии отвечают максимальной частоте спонтанного фотона для соответствующих скоростей без внешнего поля волн

Рис. 3. Зависимости угла вылета спонтанного фотона θ' от полярного угла начального электрона θ_i (118) для различных скоростей начального электрона. Прямые штриховые линии соответствуют нерелятивистским электронам, $v_i = 0.01$ (1) и ультрарелятивистским электронам $v_i = 0.999$ (4). Сплошные кривые соответствуют скоростям электрона $v_i = 0.5$ (2) и $v_i = 0.8$ (3)

(θ_{i*} — критический угол, при котором электрон не излучает) и принимает максимальное значение, равное $E_i - m$ для $\theta_i = 0, \pi$ (см. рис. 2). Поэтому при стремлении $\theta_i \rightarrow \theta_{i*}$ (слева и справа) излучение резко убывает ($\omega'_{max} \rightarrow 0$) и в узкой области углов вблизи критического угла ($(\theta_i - \theta_{i*})^2 \ll 1$) практически отсутствует ($\omega'_{max}/m \ll 1$). Как будет показано ниже, в этом случае имеем рассеяние электрона на нулевой угол без излучения и поглощения фотонов обеих волн (см. текст после формулы (137)). Таким образом, электрон излучает, если его полярный угол влета лежит в интервале

$$0 \leq \theta_i < \theta_{i*} \quad \text{и} \quad \theta_{i*} < \theta_i \leq \pi, \tag{126}$$

причем не очень близко к критическому углу. Отметим, что значение критического угла θ_{i*} возрастает с уменьшением скорости начального электрона, принимая значения от $\theta_{i*} \approx \sqrt{2(1-v_i)} \ll 1$ (для ультрарелятивистских энергий электрона) до $\theta_{i*} \approx \pi/2$ (для нерелятивистских энергий электрона).

Теперь выясним, под какими углами вылетает спонтанный фотон. Из (118) видно, что угол вылета спонтанного фотона существенно зависит от энергии и угла влета начального электрона (см. рис. 3). Как функция полярного угла начального электрона угол вылета спонтанного фотона для критического угла $\theta_i = \theta_{i*}$ принимает минимальное значение (при котором излучение отсутствует), равное

$$\theta'_{min} = 2 \arcsin(m/E_i) = 2\theta_{i*}. \tag{127}$$

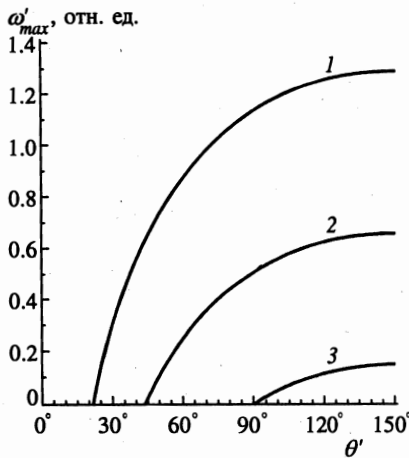


Рис. 4. Зависимости максимальной частоты спонтанного фотона (в единицах энергии покоя электрона) от угла вылета спонтанного фотона (129). Кривая 1 соответствует скорости электрона $v_i = 0.9$, $\theta'_{min} = 51.7^\circ$; кривая 2 — $v_i = 0.8$, $\theta'_{min} = 73.7^\circ$; кривая 3 — $v_i = 0.5$, $\theta'_{min} = 120^\circ$

Поэтому при данной энергии начального электрона E_i и различных углах его влета (126) угол вылета спонтанного фотона заключен в интервале

$$\theta'_{min} < \theta' \leq \pi, \tag{128}$$

т.е. имеет нижнюю границу, определяемую энергией начального электрона. Существенно подчеркнуть, что каждому направлению вылета спонтанного фотона соответствует своя верхняя граница спектра излучения. Эту зависимость легко получить из выражений (118), (125):

$$\omega'_{max} = E_i - \frac{m}{\sin(\theta'/2)}, \tag{129}$$

где для данной энергии начального электрона угол вылета θ' выбирается из интервала (128). Из (118), (124), (129) видно, что путем непрерывного изменения полярного угла вылета начального электрона (при заданной энергии) можно непрерывно менять верхнюю границу частоты спонтанного фотона и его угол вылета (см. рис. 4).

Наличие верхней границы для частоты спонтанного фотона приводит к тому, что энергия электрона в конечном состоянии имеет нижний предел

$$E_{f min} = E_i - \omega'_{max} = m\sqrt{1 + a_i^2}. \tag{130}$$

Очевидно, что для критического угла $\theta_i = \theta_i^*$ (где $\omega'_{max} = 0$) минимальная энергия (130) имеет максимум (см. рис. 5). В силу этого энергия конечного электрона заключена в интервале

$$E_{f min} \leq E_f \leq E_i. \tag{131}$$

Теперь разберемся, под какими углами вылетает конечный электрон. На рис. 6 приведен график зависимости полярного угла вылета конечного электрона от частоты спонтанного фотона при заданных энергии и полярном угле влета начального электрона. На рисунке видно, что каждой частоте соответствуют два возможных угла вылета электрона,

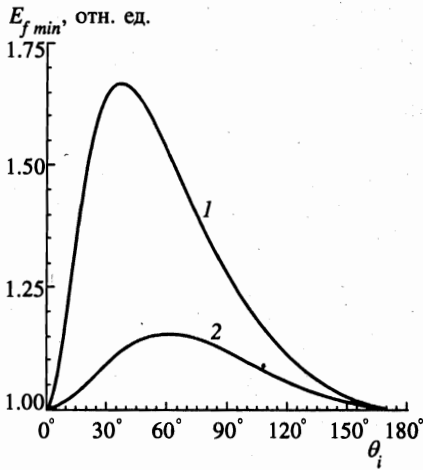


Рис. 5

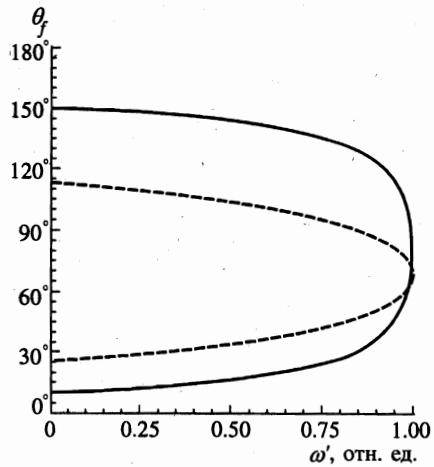


Рис. 6

Рис. 5. Зависимости минимальной энергии конечного электрона (в единицах энергии покоя электрона) от полярного угла влета начального электрона (130). Кривая 1 соответствует скорости $v_i = 0.8$; кривая 2 — $v_i = 0.5$. Максимум находится в точке $\cos \theta_i = v_i$

Рис. 6. Зависимости полярного угла вылета конечного электрона от частоты спонтанного фотона (в единицах ω'_{max}) (123). Штриховая кривая соответствует начальным параметрам $v_i = 0.5$, $\theta_i = 25^\circ$; сплошная — $v_i = 0.5$, $\theta_i = 150^\circ$

причем с увеличением частоты спонтанного фотона угол вылета конечного электрона вначале меняется слабо и лишь вблизи максимальной частоты изменение угла вылета электрона становится существенным. Отметим, что данная тенденция усиливается с ростом энергии электрона. Найдем угол вылета конечного электрона при $\omega' = \omega'_{max}$. Тогда с учетом (123) нетрудно убедиться, что

$$\text{ctg } \theta_f = a_i. \tag{132}$$

Принимая во внимание (132), а также (118), получим

$$\theta_f = \theta' / 2. \tag{133}$$

Данное выражение связывает углы вылета конечного электрона и спонтанного фотона, излучаемого на максимальной частоте, в случае произвольных энергий и углов начального электрона. Подчеркнем, что график зависимости угла вылета конечного электрона от угла влета начального электрона (132) имеет точно такой же вид, как соответствующий график для угла вылета спонтанного фотона (118) (см. рис. 3), только уменьшенный вдоль оси ординат в два раза.

Парциальное сечение спонтанного тормозного излучения в рассматриваемом релятивистском случае в области умеренно сильных полей (94) имеет вид

$$d\sigma_{l,l-}^{(0)} = |J_{l,l-}(\beta_1, \beta_2; \chi_+, \chi_-, \alpha_+, \alpha_-)|^2 d\sigma_*, \tag{134}$$

где $d\sigma_*$ — дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре (без внешнего поля) [22] с испусканием фотона заданных частоты (с верхней границей ω'_{max}) и направления (118) и с вылетом конечного электрона в заданном направлении (123). Здесь функции J_{l, l_-} имеют вид (46), а их аргументы равны

$$\beta_j = \frac{1}{8}(1 - \delta_j^2)\eta_j^2 \frac{m^2}{\omega_j} \left[\frac{a_i + \operatorname{tg} \theta_f}{(E_i - \omega') \operatorname{tg} \theta_f} - \frac{1}{\kappa_i} \right], \quad j = 1, 2, \quad (135)$$

$$\alpha_{\pm} = \eta_1 \eta_2 \frac{|d_{\mp}| m^2}{2(\omega_1 \pm \omega_2)} \left[\frac{1}{\kappa_i} - \frac{a_i + \operatorname{tg} \theta_f}{(E_i - \omega') \operatorname{tg} \theta_f} \right]. \quad (136)$$

В случае циркулярных поляризаций обеих волн ($\delta_1^2 = \delta_2^2 = 1$) квантовые параметры и функции J_{l, l_-} переходят в функции Бесселя целочисленного порядка $J_{l_{\pm}}$. Поэтому выражение для парциального сечения (134) существенно упрощается:

$$d\sigma_{l_{\pm}}^{(0)} = J_{l_{\pm}}^2(\alpha_{\pm}) d\sigma_*. \quad (137)$$

Здесь знаки «+» и «-» отвечают противоположным ($\delta_1 = -\delta_2 = 1$, и в силу этого $|d_-| = 2$, $|d_+| = 0$) и одинаковым ($\delta_1 = \delta_2 = 1$, и в силу этого $|d_-| = 0$, $|d_+| = 2$) поляризациям волн соответственно, а индекс l_{\pm} — коррелированному излучению и поглощению равного числа фотонов обеих волн ($s = \pm l$). Из (134), (137) видно, что в области умеренно сильных полей (94) парциальное сечение спонтанного тормозного излучения в интерференционной области (114) факторизуется на сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре (без внешнего поля) и вероятность коррелированного излучения (поглощения) равного числа фотонов обеих волн. При этом последняя для циркулярных поляризаций обеих волн дается квадратом функции Бесселя, а параметром многофотонности является квантовый интерференционный параметр α_{\pm} . Важно отметить, что вероятности (134), (137) не могут быть представлены в виде произведения вероятностей излучения (поглощения) фотонов каждой из волн в отдельности.

Подчеркнем, что для критического угла влета начального электрона ($\theta_i = \theta_{i*}$) $\omega'_{max} = 0$ и из (123) или (127), (133) следует, что при этом электрон рассеивается на нулевой угол ($\theta_f = \theta_i$). С учетом этого из (135), (136) следует, что в рассматриваемом случае $\alpha_{\pm} = \beta_{1,2} = 0$, т. е. будут происходить лишь процессы излучения (поглощения) нулевого числа фотонов волн ($l_{\pm} = 0$). Поэтому многофотонное коррелированное излучение (поглощение) равного числа фотонов обеих волн имеет смысл рассматривать, когда угол влета начального электрона не близок к критическому углу и $\omega'_{max} \sim m$. При заданных начальной энергии электрона и полярных углах влета, не близких к критическому углу (125), сечения (134), (137) будут определять многофотонное коррелированное излучение (поглощение) равного числа фотонов обеих волн со спектром излучения спонтанного фотона, ограниченным сверху заданной частотой ω'_{max} (124), и коррелированным вылетом спонтанного фотона и конечного электрона в плоскости начального импульса электрона и волнового вектора на заданные углы (118) (ограниченные снизу углом θ'_{min}) и (123) соответственно. При этом независимо от энергии и угла влета начального электрона спонтанный фотон максимальной частоты вылетает под углом, равным удвоенному значению угла вылета конечного электрона (133) (углы вылета конечного электрона в этом случае ограничены сверху значением $\pi/2$). Очень важно подчеркнуть,

что для интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям (99), (63), парциальные сечения (134), (137) в интерференционной области значительно больше соответствующих сечений (68) в неинтерференционной области (см. текст у формул (99), (100)).

Теперь рассмотрим область ультрарелятивистских энергий начальных электронов $E_i \gg m$. Тогда $a_i \approx \text{ctg}(\theta_i/2)$, и из (124), (130) получим для максимальной энергии спонтанного фотона и минимальной энергии конечного электрона следующие выражения:

$$\omega'_{max} = E_i - \frac{m}{\sin(\theta_i/2)}, \quad E_{f min} = \frac{m}{\sin(\theta_i/2)}. \quad (138)$$

Подчеркнем, что формулы (138) получены в предположении $\theta_i^2 \gg m^2/E_i^2$, т. е. вдали от критического угла ($\theta_{i*} \approx m/E_i$). Отметим, что для частот спонтанного фотона, не близких к максимальной частоте (138), конечный электрон в основной области спектра излучения может рассеиваться в узком конусе вдоль волнового вектора и вдоль направления начального импульса электрона:

$$\theta_f = \begin{cases} \theta_i \pm \frac{m^2 \sin \theta_i}{2E_i^2(1 - \omega'/\omega'_{max})^2} \approx \theta_i, \\ \frac{m^2 \text{tg}(\theta_i/2)}{2E_i^2(1 - \omega'/\omega'_{max})^2} \ll 1. \end{cases} \quad (139)$$

При этом спонтанный фотон вылетает в узком конусе вдоль направления импульса начального электрона (см. (118), $a_i^{-1} = \text{tg}(\theta_i/2) + (1 - v_i)/\sin \theta_i \approx \text{tg}(\theta_i/2)$):

$$\theta' = \theta_i \pm \frac{m^2}{2E_i^2} \text{ctg} \theta_i \cos \theta_i \approx \theta_i. \quad (140)$$

Если же спонтанный фотон излучается на максимальной частоте, то

$$\theta_f = \theta_i/2, \quad (141)$$

что следует также из (133), (140). Итак, в ультрарелятивистском случае энергия и угол влета начального электрона влияют лишь на угол раствора узкого конуса вылета спонтанного фотона и конечного электрона. При этом спонтанный фотон всегда излучается в узком конусе вдоль начального импульса электрона, а для конечного электрона, который может быть как ультрарелятивистским, так и нерелятивистским (см. (138)), возможны три случая геометрии вылета:

1) конечный электрон вылетает в узком конусе вдоль начального импульса электрона;

2) конечный электрон вылетает в узком конусе вдоль волнового вектора;

3) конечный электрон вылетает под углом (141).

Подчеркнем, что первые два случая (139) справедливы для частот спонтанного фотона, не близких к верхней границе, т. е. при выполнении неравенства

$$\left(1 - \frac{\omega'}{\omega'_{max}}\right)^2 \gg \frac{m^2}{E_i^2}, \quad (142)$$

а случай (141) — при выполнении противоположного (142) неравенства, т. е. при излучении спонтанного фотона на максимальной частоте. Парциальное сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре дается выражениями (134),

(137) с учетом (139)–(141). Эти выражения в рассматриваемых случаях справедливы для не очень малых углов между импульсами спонтанного фотона и ультрарелятивистского электрона (начального и конечного):

$$(\theta' - \theta_{i,f})^2 \gg \eta_1 \eta_2 \frac{m^2}{\omega' E_{i,f}} \ll 1, \quad (143)$$

а также для не очень малых углов между волновым вектором и импульсом конечного ультрарелятивистского электрона:

$$\theta_f^2 \gg \eta_1 \eta_2 \frac{m^2}{E_f^2} \ll 1. \quad (144)$$

С учетом (139), (140) из (143), (144) получим следующее ограничение на произведение интенсивностей полей:

$$\eta_1 \eta_2 \ll m^2 \omega' / E_i^3. \quad (145)$$

Отметим, что неравенство (145) значительно более жесткое, чем соответствующее условие, определяющее область умеренно сильных полей (94), тем не менее в его рамках могут выполняться условия $\alpha_{\pm} \gtrsim 1$, $\beta_{1,2} \gtrsim 1$ (см. (135), (136)). В силу этого парциальные сечения (134), (137) в ультрарелятивистском пределе энергий электронов могут значительно превышать соответствующие сечения в любой другой геометрии (см. (100)). Итак, настраивая прибор на одновременную регистрацию (в плоскости начального импульса электрона и волнового вектора) спонтанного фотона в узком конусе с импульсом начального ультрарелятивистского электрона (140) и спектром частот, ограниченным сверху частотой ω'_{max} (138), и конечного электрона под углами θ_f (139) (в условиях (142)) или (141) (когда $\omega' = \omega'_{max}$), получим, что процесс спонтанного тормозного излучения с многофотонным коррелированным излучением (поглощением) равного числа фотонов обеих волн может быть доминирующим по сравнению со спонтанным тормозным излучением при рассеянии ультрарелятивистского электрона на ядре в поле двух волн в неинтерференционной области.

Теперь обратимся к рассмотрению нерелятивистского предела энергий электронов (72). Разберемся вначале с кинематикой излучения спонтанного фотона и вылета конечного электрона. Из (118) видно, что в нерелятивистском пределе скоростей электрона $a_i \approx v_i \sin \theta_i \ll 1$ и, следовательно, спонтанный фотон независимо от энергии и угла влета начального электрона вылетает в узком конусе противоположно волновому вектору \mathbf{k}_1 :

$$\theta' = \pi - 2v_i \sin \theta_i \approx \pi. \quad (146)$$

Интерференционное условие (117) принимает вид

$$v_f \sin \theta_f = v_i \sin \theta_i. \quad (147)$$

Ограничимся рассмотрением таких интенсивностей волн, когда квадрат скорости осцилляций электрона в поле обеих волн значительно меньше скорости их поступательного движения (111) (отметим, что при этом скорости осцилляций и скорость поступательного движения электрона могут быть величинами одного порядка: $\eta_{1,2} \sim v_i$). В этом

случае находимся в области умеренно сильных полей ($\zeta_{int} = \eta_1 \eta_2 v_i^{-1} \ll 1$). Поэтому здесь можно пренебречь энергиями излучаемых и поглощаемых фотонов комбинационных частот и закон сохранения энергии (104) приобретает стандартный вид (90), откуда найдем

$$v_f = v_i \sqrt{1 - \frac{2\omega'}{mv_i^2}}. \quad (148)$$

В силу этого из (117) получим, что электрон рассеивается под углами, удовлетворяющим соотношению

$$\sin \theta_f = \sin \theta_i / \sqrt{1 - \frac{2\omega'}{mv_i^2}}. \quad (149)$$

Учитывая, что левая часть (149) не может быть больше единицы, найдем ограничение сверху на частоту спонтанного фотона:

$$\omega'_{max} = \frac{1}{2} mv_i^2 \cos^2 \theta_i. \quad (150)$$

Отметим, что аналогичный результат получается как нерелятивистский предел (124). Подчеркнем, что вид зависимости угла вылета конечного электрона от частоты спонтанного фотона при заданных углах влета начального электрона (149) подобен таковому в релятивистском случае (см. рис. 6). Важно отметить, что критический угол влета электрона (при котором $\omega'_{max} = 0$) составляет $\theta_{i*} = \pi/2$, поэтому, как уже отмечалось выше для релятивистских энергий, следует задавать углы влета начального электрона вдали от критического угла, т. е. когда $\omega' \sim mv_i^2/2$. Если спонтанный фотон излучается на максимальной частоте (для любого угла влета начального электрона), то, как следует из (149), электроны будут вылетать под углом $\theta_f = \pi/2$.

Выражение для парциальной вероятности в рассматриваемом случае получается из (134)–(136):

$$d\sigma_{i,l}^{(0)} = |J_{i,l}(\beta_1, \beta_2; \chi_+, \chi_-, \alpha_+, \alpha_-)|^2 d\sigma_*^{v \ll 1}, \quad (151)$$

где $d\sigma_*^{v \ll 1}$ — дифференциальное сечение спонтанного тормозного излучения для нерелятивистских электронов (без внешнего поля) [22] с испусканием фотона заданной частоты (с верхней границей ω'_{max}) и направления (146) и с вылетом конечного электрона в заданном направлении (149). Здесь функции $J_{i,l}$ имеют вид (46), а их аргументы равны

$$\beta_j = \frac{1}{8} (1 - \delta_j^2) \eta_j^2 \frac{mv_i}{\omega_j} \left[\sqrt{1 - \frac{2\omega'}{mv_i^2}} \cos \theta_f - \cos \theta_i \right], \quad j = 1, 2, \quad (152)$$

$$\alpha_{\pm} = \eta_1 \eta_2 \frac{|d_{\mp}| mv_i}{2(\omega_1 \pm \omega_2)} \left[\cos \theta_i - \sqrt{1 - \frac{2\omega'}{mv_i^2}} \cos \theta_f \right]. \quad (153)$$

Для циркулярных поляризаций обеих волн ($\delta_1^2 = \delta_2^2 = 1$) квантовые параметры $\beta_{1,2}$ равны нулю и выражение для парциального сечения (151) существенно упрощается:

$$d\sigma_{i\pm}^{(0)} = J_{i\pm}^2(\alpha_{\pm}) d\sigma_*^{v \ll 1}. \quad (154)$$

Из (151), (154) видно, что для полей (111) парциальное сечение спонтанного тормозного излучения факторизуется на произведение вероятности коррелированного излучения (поглощения) равного числа фотонов обеих волн на сечение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля. При этом парциальное сечение легко просуммировать по всем процессам излучения и поглощения фотонов волн. В результате получим, что при суммировании все существенные квантовые вклады полностью компенсируются (см. (71)). Отметим также, что для интенсивностей полей, удовлетворяющих неравенствам (113), $\beta_{1,2} \gtrsim 1$ и $\alpha_{\pm} \gtrsim 1$ и, следовательно, $\gamma_{1,2} \gg \alpha_{\pm} \gtrsim 1$, $\gamma_{1,2} \gg \beta_{1,2} \gtrsim 1$ (см. (61), (106)). В силу этого для интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям (113), (72), несложно показать (см. (100)), что нерелятивистский предел парциального сечения (68) в неинтерференционной области будет значительно меньше соответствующего сечения (151) в интерференционной области. Итак, настраивая прибор на одновременную регистрацию (в плоскости начального импульса электрона и волнового вектора) спонтанного фотона в узком конусе противоположно волновому вектору \mathbf{k}_1 (146) со спектром частот, ограниченным сверху частотой ω'_{max} (150), и конечного электрона под углами (149) или $\theta_f = \pi/2$ (когда $\omega' = \omega'_{max}$), получим, что процесс спонтанного тормозного излучения с многофотонным коррелированным излучением (поглощением) равного числа фотонов обеих волн может быть доминирующим по сравнению со спонтанным тормозным излучением нерелятивистского электрона на ядре в поле двух волн в неинтерференционной области.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное изучение спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле двух световых волн, распространяющихся в одном направлении, показывает следующее.

1. Процесс спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле двух волн существенно зависит от кинематики рассеяния электрона и излучения спонтанного фотона, в силу чего можно выделить две кинематические области: неинтерференционную (если не выполняются условия (43)), в которой основными параметрами многофотонности являются квантовые параметры Бункина—Федорова (24), и интерференционную (если выполняются условия (43)), где роль параметров многофотонности выполняют квантовые интерференционные параметры α_{\pm} (26).

2. В неинтерференционной области для умеренно сильных полей ($\xi_{1,2} \ll 1$, см. (63)) парциальное сечение умножается на произведение сечения спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре без внешнего поля на вероятность излучения (поглощения) определенного количества фотонов первой и второй волн (68). В нерелятивистском пределе энергий электронов найдено условие применимости дипольного приближения (88), отличное от обычно применяемого в подобных задачах.

3. Обнаружен спонтанный интерференционный тормозной эффект для одинаковых линейных поляризаций обеих волн, который имеет место при рассеянии электрона и излучении спонтанного фотона в плоскости перпендикулярной вектору поляризации волн. В этом случае электрон в процессе торможения на ядре и излучения спонтанного фотона коррелированно излучает и поглощает равное число фотонов обеих волн. Для умеренно сильных полей ($\xi_{int} \ll 1$, см. (94)) парциальное сечение умножается на произведение сечения спонтанного тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре

без внешнего поля на вероятность коррелированного излучения (поглощения) равного числа фотонов обеих волн (98) (которая дается квадратом модуля функций $J_{l,l}$ (46)). При этом последняя не может быть представлена в виде произведения вероятностей излучения (поглощения) фотонов в каждой из волн в отдельности, как в неинтерференционной области. Для интенсивностей волн, удовлетворяющих условиям (63), (99) (в релятивистском случае) и условиям (72), (113) (в нерелятивистском случае) парциальное сечение в интерференционной области будет значительно больше соответствующего сечения в неинтерференционной области.

4. Обнаружен спонтанный интерференционный тормозной эффект в общем случае (для эллиптических поляризаций обеих волн), который имеет место при рассеянии электрона и излучении спонтанного фотона в плоскости начального импульса электрона и волнового вектора на заданные углы (117), (118). При этом электрон вынужденно коррелированно излучает и поглощает вследствие интерференции волн равное число фотонов обеих волн. Данный эффект проанализирован в области умеренно сильных полей ($\xi_{int} \ll 1$). Показано существование верхней границы для частоты спонтанного фотона ω'_{max} (124), которая зависит от энергии и полярного угла влета начального электрона. Углы вылета электрона и спонтанного фотона жестко коррелированы и сильно зависят от энергии начального электрона (133). Показано, что парциальное сечение с коррелированным излучением (поглощением) равного числа фотонов обеих волн и излучением спонтанного фотона заданной энергии и в заданном направлении, а также с рассеянием электрона на заданный угол (коррелированный с углом вылета спонтанного фотона) может значительно превышать соответствующее сечение в любой другой геометрии.

Литература

1. И. В. Лебедев, *Опт. и спектр.* **32**, 120 (1972).
2. А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, *ЖЭТФ* **70**, 477 (1976).
3. Р. В. Карапетян, М. В. Федоров, *ЖЭТФ* **75**, 816 (1978).
4. А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, П. А. Эминов, *ЖЭТФ* **78**, 530 (1980).
5. В. П. Крайнов, С. П. Рошупкин, *ЖЭТФ* **84**, 1302 (1983).
6. С. П. Рошупкин, *Изв. Вузов, Физика* **26**, 18 (1983).
7. С. П. Рошупкин, *ЯФ* **41**, 1244 (1985).
8. S. P. Roshchupkin, *Laser Phys.* **5**, 837 (1996).
9. Р. В. Карапетян, М. В. Федоров, *КЭ* **4**, 2203 (1977).
10. R. L. Gorodinskii and S. P. Roshchupkin, *Laser Phys.* **2**, 602 (1992).
11. С. П. Рошупкин, *ЖЭТФ* **106**, 102 (1994).
12. С. П. Рошупкин, *ЖЭТФ* **109**, 337 (1996).
13. S. P. Roshchupkin and A. I. Voroshilo, *Laser Phys.* **7**, 873 (1997).
14. O. I. Denisenko and S. P. Roshchupkin, *Phys. Scripta* **50**, 339 (1994).
15. И. М. Тернов, В. Г. Багров, Ю. И. Клименко, *Изв. Вузов, Физика* **2**, 50 (1968).
16. И. В. Лебедев, *Опт. и спектр.* **29**, 948 (1970).
17. Ю. И. Клименко, В. В. Кулиш, А. И. Худомьясов, *Изв. Вузов, Физика* **11**, 12 (1974).
18. Ю. И. Клименко, В. В. Кулиш, И. И. Федосов, А. И. Худомьясов, *Изв. Вузов, Физика* **4**, 136 (1976).
19. В. И. Радионов, *ЖЭТФ* **81**, 187 (1981).
20. A. I. Voroshilo and S. P. Roshchupkin, *Laser Phys.* **7**, 466 (1997).

21. С. П. Рошупкин, А. И. Ворошило, Вісник Сумського держуніверситету 1(7), 126 (1997).
22. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
23. J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
24. L. S. Brown and T. W. B. Kibble, *Phys. Rev.* **133**, A705 (1964).
25. H. R. Reiss and J. H. Eberly, *Phys. Rev.* **151**, 1058 (1966).
26. В. П. Яковлев, ЖЭТФ **51**, 617 (1966).
27. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965).
28. М. М. Денисов, М. В. Федоров, ЖЭТФ **53**, 1340 (1967).
29. Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров, УФН **107**, 559 (1972).
30. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).