

## ОСОБЕННОСТИ КОГЕРЕНТНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРИМЕСНОГО АТОМА В ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

*А. М. Башаров\**

*Московский инженерно-физический институт  
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 июля 1999 г.

Показано, что при когерентном возбуждении оптически разрешенного перехода в примесном атоме фотонного кристалла в условиях подавления одного из обычных каналов релаксации спектральными особенностями фотонного кристалла активируются новые релаксационные механизмы с участием кванта когерентного поля, которые существенно меняют динамику атомной системы, приводя к заселению уровней примесного атома, не принадлежащих когерентно возбуждаемому атомному переходу. Это приводит при определенных условиях к созданию инверсной населенности на не взаимодействующем с когерентной накачкой оптически разрешенном переходе, на частоте которого никаких щелей в плотности фотонных состояний может и не быть.

PACS: 42.70.Qs, 42.65.-k, 42.50.Lc

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Развивающиеся технологии создания фотонных кристаллов [1-3] — сред с запрещенными зонами в плотности фотонных состояний — стимулируют интерес к динамике возбужденных примесных атомов, частоты излучательных переходов которых как раз и оказываются в запрещенных зонах. В настоящее время получены среды, в которых ширина щели в плотности фотонных состояний достигает порядка 30% от центральной частоты в щели, а сами щели находятся в областях от микроволнового до видимого диапазонов. Одним из основных представителей фотонных кристаллов являются периодические диэлектрические структуры. Специфические особенности распространения электромагнитного излучения в периодических диэлектрических структурах находят применение в таких важных устройствах, как микролазеры [1, 4, 5], некоторые типы оптических волокон [6] и т. п. Кроме того, с общефизической точки зрения фотонные кристаллы дают уникальную возможность управления «включением» или «выключением» тех или иных фундаментальных электромагнитных взаимодействий. Тем самым фотонные кристаллы находят не только разнообразные технические приложения, но и представляют огромный интерес для фундаментальных исследований, среди которых работы по изучению динамики примесных атомов выделяются тем, что фотонные кристаллы позволяют реализовать разнообразные ситуации, когда частота того или иного атомного перехода попадает в щель в плотности фотонных состояний. В результате подавляются одни каналы взаимодействий и активируются другие.

---

\*E-mail: ashat@ashat.mephi.su, ashat@amicom.ru

Часть работ по динамике примесных атомов в фотонных кристаллах [7–13] посвящена механизмам релаксации примесных атомов, частоты переходов которых находятся в щели в плотности фотонных состояний. В работе [7] исследовался квадрупольный механизм излучательной релаксации возбужденных примесных атомов. В [7–9] изучался механизм резонансного диполь-дипольного взаимодействия примесных атомов и концепция локализованных фотонов. Аналитически решаемая модель спонтанного излучения примесных атомов предложена в [10]. В серии работ [11, 12] рассматривается влияние диполь-дипольного взаимодействия между примесными атомами на появление плотности фотонных состояний в запрещенной зоне и на сверхизлучение ансамбля одинаковых примесных атомов. В работе [13] обсуждается электродипольный двухатомный механизм спонтанного излучения примесного атома.

В других работах изучено взаимодействие когерентного излучения с примесными атомами, на частоте перехода которых отсутствуют фотоны. Авторы [14] исследовали оптическую бистабильность и фазовые переходы в случае, когда и несущая частота когерентной волны, и возбужденный уровень примесных атомов находились (по разные стороны) вдали от края щели в плотности фотонных состояний. В работе [15] изучалось спонтанное излучение трехуровневой системы, в которой частота одного оптически разрешенного перехода находилась в щели в плотности фотонных состояний, а смежный оптически запрещенный переход накачивался когерентной волной. В этих и других работах когерентная накачка «работала» в условиях доминирующей роли тех или иных обсуждавшихся ранее [7–12] релаксационных процессов.

В данной статье обсуждается ситуация, когда когерентное возбуждение примесного атома фотонного кристалла с широкой щелью в плотности фотонных состояний приводит к появлению новых каналов релаксации. Показано, что эти новые каналы релаксации при когерентном возбуждении перехода, на частоте которого отсутствуют фотоны, могут при определенных условиях сформировать инверсную заселенность на обычном переходе, частота которого не попадает ни в какие щели в плотности фотонных состояний, и другие особенности примесного кристалла. Кроме того, те же механизмы релаксации могут обеспечить и заселение уровня примесного атома, расположенного в щели в плотности фотонных состояний при обычном когерентном возбуждении смежного атомного перехода, лежащего вне спектральных особенностей фотонного кристалла.

Суть механизма релаксации, лежащего в основе новых каналов релаксации при когерентном возбуждении атомного перехода в фотонном кристалле, иллюстрирует рис. 1. Наряду с когерентным возбуждением оптически разрешенного перехода  $E_a \rightarrow E_b$  электромагнитной волной частоты  $\Omega_{coh}$  (рис. 1а) в поле этой волны идут спонтанные двухквантовые процессы: одновременно с поглощением кванта  $\hbar\Omega_{coh}$  когерентного поля происходит испускание кванта  $\hbar\omega_q$ ,  $\omega_q - \Omega_{coh} \approx (E_a - E_c)/\hbar$ , (рис. 1б) такого, что осуществляется двухквантовый переход  $E_a \rightarrow E_c$  [16]. Скорость такого перехода пропорциональна интенсивности когерентной волны, однако в обычных условиях она все же меньше скорости спонтанного одноквантового оптически разрешенного перехода. Поэтому в обычных средах подобная двухквантовая релаксация, как правило, никак не проявляется. Ситуация меняется в фотонных кристаллах. Несмотря на свою малость, указанный двухквантовый релаксационный процесс ведет к заселению уровня  $E_c$ , уход с которого затруднен по обычным релаксационным каналам, так как он расположен в щели в плотности фотонных состояний. Аналогичный процесс с поглощением кванта  $\hbar\Omega_{coh}$  и одновременном испускании кванта  $\hbar\omega_p$ ,  $\Omega_{coh} - \omega_p \approx (E_a - E_c)/\hbar$ , ведет к опустошению указанного уровня (рис. 1в). Конкуренция указанных процессов будет

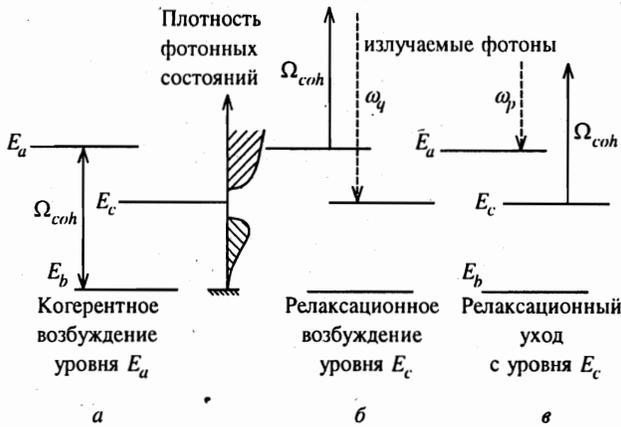


Рис. 1. Двухквантовый механизм заселения уровня в щели в плотности фотонных состояний

определять реальное заселение уровня  $E_c$ . При достаточной изолированности примесного атома, удаленности его уровня  $E_c$  от краев щели в плотности фотонных состояний и достаточной интенсивности когерентной волны другие релаксационные каналы [7–13] можно не учитывать. Однако при этом и уход с уровня  $E_c$  с испусканием кванта  $\hbar\omega_p$  также оказывается несущественным, в силу того что частоты этих фотонов оказываются в щели в плотности фотонных состояний, так как

$$\omega_p \approx \Omega_{coh} - (E_a - E_c)/\hbar \approx (E_a - E_b)/\hbar - (E_a - E_c)/\hbar = (E_c - E_b)/\hbar.$$

Тем не менее указанный процесс необходимо иметь в виду при выходе за рамки представления энергетической структуры примесного атома тремя уровнями  $E_a$ ,  $E_b$  и  $E_c$ . Отметим, что при выборе обозначения для того или иного энергетического уровня мы придерживаемся соглашения, по которому пара уровней  $E_a$  и  $E_b$  или  $E_c$  и  $E_b$  образует оптически разрешенные переходы, а уровни  $E_a$  и  $E_c$  принадлежат оптически запрещенному (двухквантовому) переходу.

Заселение уровня  $E_c$ , расположенного в щели в плотности фотонных состояний, и создание на переходе  $E_c \rightarrow E_b$  инверсной населенности — не единственное проявление двухквантовой релаксации в фотонных кристаллах. Весьма интересным на наш взгляд является другой процесс, сопровождающий когерентное возбуждение самого перехода  $E_c \rightarrow E_b$ . В настоящей статье рассматривается когерентное возбуждение оптически разрешенного перехода  $E_c \rightarrow E_b$  за счет трехфотонного резонансного взаимодействия с когерентной волной частоты  $\Omega \approx (E_c - E_b)/3\hbar$ , которая не попадает в щель в плотности фотонных состояний. Тогда описанный выше двухквантовый механизм приводит к заселению возбужденного уровня  $E_a$  смежного оптически разрешенного перехода  $E_a \rightarrow E_b$  (рис. 2). При этом никаких ограничений на последующую релаксацию с уровня  $E_a$  не требуется. При определенных условиях на переходе  $E_a \rightarrow E_b$  может возникнуть инверсная заселенность, однако ее появление и величина строго связаны с релаксационными параметрами задачи. Разумеется, возможны и другие варианты когерентного возбуждения примесного атома и двухквантовых процессов релаксации, приводящие к появлению инверсной населенности на каком-либо переходе.

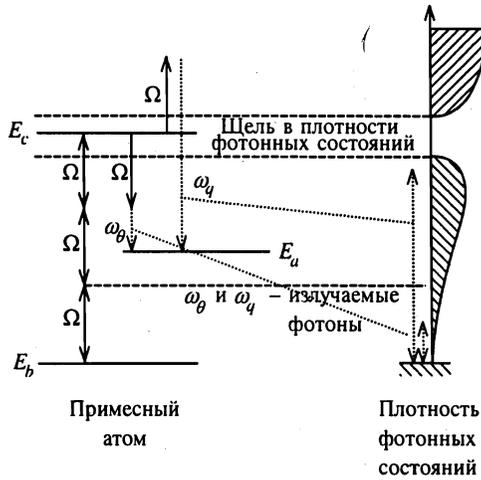


Рис. 2. Релаксационные процессы при трехфотонном возбуждении примесного уровня, расположенного в щели в плотности фотонных состояний

Обсуждаемые в статье эффекты носят достаточно общий характер для задач о когерентном возбуждении примесных атомов в фотонных кристаллах, поскольку для любых других конфигураций смежных переходов всегда можно подобрать такие частоты возбуждающего когерентного поля, которые обеспечат эффективное протекание соответствующих [16] двухквантовых релаксационных процессов при условии, что некоторые обычные каналы релаксации будут подавлены спектральными особенностями фотонных кристаллов.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 сформулированы постановка задачи и эффективный гамильтониан. В разд. 3 получены кинетические уравнения для трехуровневого примесного атома V-конфигурации для случаев, когда один из возбужденных уровней расположен в щели в плотности фотонных состояний, а один из оптически разрешенных переходов резонансно взаимодействует с когерентной волной. В разд. 4 и 5 изучена динамика когерентного возбуждения примесного атома и определены условия возникновения инверсной населенности на смежном оптически разрешенном переходе при различных конфигурациях уровней примесного атома и положениях щели в плотности фотонных состояний. В разд. 5 также описан эффект просветления среды, индуцированный двухквантовой релаксацией и когерентной накачкой оптически разрешенного перехода. В Заключении кратко обсуждается случай Λ-конфигурации уровней примесного атома, когда когерентная волна резонансно взаимодействует с оптически разрешенным переходом, не связанным с основным атомным уровнем, а смежный оптически разрешенный переход находится под действием спектральных особенностей фотонного кристалла. Показано, что в этом случае двухквантовый механизм следует рассматривать как дополнительный канал релаксации уровня, расположенного в щели в плотности фотонных состояний.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН

Рассмотрим сначала ситуацию, когда электромагнитное излучение с напряженностью электрического поля  $E$

$$E = \mathcal{E}e^{-i\Phi} + \mathcal{E}^*e^{i\Phi}, \quad \Phi = \Omega t + \varphi_0, \quad (1)$$

находится в трехфотонном резонансе ( $\Omega \approx (E_c - E_b)/3\hbar$ ) с оптически разрешенным переходом  $E_c \rightarrow E_b$  примесного атома, возбужденный уровень которого  $E_c$  расположен в щели в плотности фотонных состояний, а уровень  $E_b$  является основным. Относительно других атомных уровней предположим, что только с некоторым уровнем  $E_a$ , принадлежащим смежному оптически разрешенному переходу  $E_a \rightarrow E_b$ , поле (1) образует двухквантовые резонансы: двухфотонный резонанс ( $\Omega + \omega_\theta \approx (E_c - E_a)/\hbar$ ) с участием квантов  $\omega_\theta$  фотонного термостата  $H_\theta$  и комбинационный резонанс ( $\omega_q - \Omega \approx (E_c - E_a)/\hbar$ ) с участием квантов другого фотонного термостата  $H_q$  (рис. 2).

Исходный гамильтониан системы запишем в виде

$$H = H_0 + V_{coh} + V_v + V_{ca}^\theta + V_{ca}^q + V_{ab} + H_\Omega + H_l + H_\theta + H_q, \quad (2)$$

где  $H_0$  — гамильтониан изолированного примесного атома,  $V_{coh}$ ,  $V_v$ ,  $V_{ab}$ ,  $V_{ca}^\theta$  и  $V_{ca}^q$  — соответственно, операторы взаимодействия примесного атома с когерентным полем (1), квантами фотонного термостата с центральной частотой  $\Omega$ , квантами фотонных термостатов, резонансными оптически разрешенному переходу  $E_a \rightarrow E_b$ , и квантами фотонного термостата, двухквантово резонансными (совместно с волной (1)) оптически запрещенному переходу  $E_c \rightarrow E_a$ :

$$V_{coh} = -\mathcal{E}e^{-i\Phi} \sum_{\alpha, \alpha'} d_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}^+ a_{\alpha'} + \text{H.c.}, \quad V_v = -i \sum_{\alpha, \alpha'} \int d\omega_\Omega K(\omega_\Omega) d_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}^+ a_{\alpha'} b_{\omega_\Omega} + \text{H.c.},$$

$$V_{ab} = -i \sum_{\alpha, \alpha'=a,b} \int d\omega_l K(\omega_l) d_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}^+ a_{\alpha'} b_{\omega_l} + \text{H.c.},$$

$$V_{ca}^\theta = -i \sum_{\alpha, \alpha'} \int d\omega_\theta K(\omega_\theta) d_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}^+ a_{\alpha'} b_{\omega_\theta} + \text{H.c.},$$

$$V_{ca}^q = -i \sum_{\alpha, \alpha'} \int d\omega_q K(\omega_q) d_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'}^+ a_{\alpha'} b_{\omega_q} + \text{H.c.}$$

Через  $H_\Omega$ ,  $H_l$ ,  $H_\theta$  и  $H_q$  обозначены гамильтонианы соответствующих фотонных термостатов, которые, согласно [17], можно рассматривать как независимые и которые мы также будем считать марковскими, полагая, что их центральные частоты не попадают в щель в плотности фотонных состояний и расположены достаточно далеко от краев этой щели (см. ниже условия (7)). Будем применять индекс « $th$ » для обозначения принадлежности какой-либо величины к характеристикам термостата:

$$H_{th} = \int d\omega_{th} \hbar \omega_{th} b_{\omega_{th}}^\dagger b_{\omega_{th}}, \quad th = \Omega, l, \theta, q.$$

Другие величины представляют собой операторы рождения  $a_\alpha^+$  и уничтожения  $a_\alpha$  атома в квантовом состоянии  $\alpha$ , рождения  $b_{\omega_{th}}^+$  и уничтожения  $b_{\omega_{th}}$  фотонов термостатов, константы связи  $K(\omega)$  и матричные элементы  $d_{\alpha\alpha'}$  атомного оператора дипольного момента  $d$ . Поляризационными и пространственными эффектами пренебрегаем.

Подчеркнем, что роль щели в плотности фотонных состояний состоит в отсутствии в исходном гамильтониане (2) оператора взаимодействия с фотонным термостатом, центральная частота которого совпадает с частотой перехода  $E_c \rightarrow E_b$ . Предположение о достаточном удалении уровня  $E_c$  от краев этой щели и малой плотности примесных атомов (в нашем случае мы рассматриваем только один примесный атом) позволяет не учитывать релаксационные механизмы на основе резонансного диполь-дипольного взаимодействия одинаковых атомов, взаимодействия с немарковским термостатом и т. п. [7–12]. Квадрупольный [7] и двухатомный [13] механизмы можно не учитывать в силу их малости по сравнению с включенными в (2).

Методом унитарного преобразования [16,18] получим из (2) эффективный гамильтониан задачи. Для этого матрицу плотности системы преобразуем при помощи преобразования  $\tilde{\rho} = e^{-iS} \rho e^{iS}$ . Новая матрица плотности будет удовлетворять уравнению

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho} = [\tilde{H}, \tilde{\rho}], \tag{3}$$

в котором преобразованный гамильтониан

$$\tilde{H} = e^{-iS} (H_0 + V_{coh} + V_v + V_{ca}^\theta + V_{ca}^q + V_{ab} + H_\Omega + H_l + H_\theta + H_q) e^{iS} - i\hbar e^{-iS} \frac{\partial}{\partial t} e^{iS}, \tag{4}$$

как и эрмитов оператор  $S$ , определяющий преобразование, разложим в ряд по когерентному и вакуумному полям

$$S = S^{(10)} + S^{(01)} + S^{(11)} + \dots,$$

$$\tilde{H} = \tilde{H}^{(00)} + \tilde{H}^{(10)} + \tilde{H}^{(01)} + \tilde{H}^{(11)} + \dots,$$

где левый индекс каждой пары  $(m, n)$  относится к когерентному полю, а правый индекс — к вакуумному полю. При  $n \geq 1$  разбиваем  $S^{(m,n)}$  и  $\tilde{H}^{(m,n)}$  на четыре слагаемых

$$S^{(m,n)} = S_\Omega^{(m,n)} + S_l^{(m,n)} + S_\theta^{(m,n)} + S_q^{(m,n)}, \quad \tilde{H}^{(m,n)} = \tilde{H}_\Omega^{(m,n)} + \tilde{H}_l^{(m,n)} + \tilde{H}_\theta^{(m,n)} + \tilde{H}_q^{(m,n)},$$

соответственно вкладом каждого из учитываемых фотонных термостатов. Поскольку

$$\tilde{H} = H - i[S, H] - \frac{1}{2} [S, [S, H]] + \frac{i}{6} [S, [S, [S, H]]] + \dots - i\hbar e^{-iS} \frac{\partial}{\partial t} e^{iS},$$

имеем

$$\tilde{H}^{(0,0)} = H_0 + H_l + H_\theta,$$

$$\tilde{H}^{(1,0)} = V_{coh} - i [S^{(1,0)}, \tilde{H}^{(0,0)}] + \hbar \frac{\partial}{\partial t} S^{(1,0)},$$

$$\tilde{H}_{th}^{(0,1)} = V_{th} - i [S_{th}^{(0,1)}, \tilde{H}^{(0,0)}] + \hbar \frac{\partial}{\partial t} S_{th}^{(0,1)},$$

$$\tilde{H}_{th}^{(1,1)} = -\frac{i}{2} [S_{th}^{(0,1)}, V_{coh}] - \frac{i}{2} [S_{th}^{(1,0)}, V_{th}] - \frac{i}{2} [S_{th}^{(0,1)}, \tilde{H}^{(1,0)}]. -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{i}{2} [S^{(1,0)}, \tilde{H}_{th}^{(0,1)}] - i [S_{th}^{(1,1)}, \tilde{H}^{(0,0)}] + \hbar \frac{\partial}{\partial t} S_{th}^{(1,1)}, \\
 \tilde{H}^{(2,0)} &= -\frac{i}{2} [S^{(1,0)}, V_{coh}] - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}, \tilde{H}^{(1,0)}] - i [S^{(2,0)}, H_0] + \hbar \frac{\partial}{\partial t} S^{(2,0)}, \\
 \tilde{H}^{(3,0)} &= -\frac{i}{2} [S^{(2,0)}, V_{coh}] - \frac{i}{2} [S^{(1,0)}, \tilde{H}^{(2,0)}] - \frac{i}{2} [S^{(2,0)}, \tilde{H}^{(1,0)}] - \frac{1}{12} [S^{(1,0)}, [S^{(1,0)}, V_{coh}]] + \\
 & + \frac{1}{12} [S^{(1,0)}, [S^{(1,0)}, \tilde{H}^{(1,0)}]] - i [S^{(3,0)}, H_0] + \hbar \frac{\partial}{\partial t} S^{(3,0)}.
 \end{aligned}$$

Здесь индекс *th* отмечает один из фотонных термостатов.

Потребуем, чтобы выполнялись следующие условия, отвечающие имеющимся в задаче резонансным процессам и приближению медленно меняющихся амплитуд:

$$\tilde{H}^{(1,0)} = \tilde{H}_\Omega^{(0,1)} = \tilde{H}_\theta^{(0,1)} = \tilde{H}_q^{(0,1)} = 0, \quad \tilde{H}_l^{(0,1)} = -i \int d\omega_l K(\omega_l) d_{ab} a_a^+ a_b b_{\omega_l} + \text{H.c.},$$

$$\tilde{H}^{(2,0)} = \sum E_\alpha^{(2)} a_\alpha^+ a_\alpha, \quad \tilde{H}^{(3,0)} = u_{cb} a_c^+ a_b e^{-3i\Phi} + \text{H.c.} + \sum E_\alpha^{(3)} a_\alpha^+ a_\alpha,$$

в которых  $E_\alpha^{(2)}$ ,  $E_\alpha^{(3)}$  и  $u_{cb}$  не содержат осциллирующих экспонент  $e^{is\Phi}$ ,  $s = \pm 1, \pm 2, \dots$ . Справедливость принятых условий подтверждается отсутствием в  $S^{(m,n)}$  резонансных знаменателей:

$$\begin{aligned}
 S^{(10)} &= -i \sum \frac{d_{\alpha\alpha'} \mathcal{E} e^{-i\Phi} a_\alpha^+ a_{\alpha'}}{\hbar(\omega_{\alpha\alpha'} - \Omega)} + \text{H.c.}, \quad S_l^{(01)} = - \int d\omega_l \frac{K(\omega_l) d_{ba} a_b^+ a_a b_{\omega_l}}{\hbar(\omega_{ab} + \omega)} + \text{H.c.}, \\
 S_{th}^{(01)} &= \sum_{\alpha\alpha'} \int d\omega_{th} \frac{K(\omega_{th}) d_{\alpha\alpha'} a_\alpha^+ a_{\alpha'} b_{\omega_{th}} \theta(E_{\alpha'} - E_\alpha)}{\hbar(\omega_{\alpha\alpha'} - \omega_{th})} + \text{H.c.}, \quad th = \Omega, \theta, q, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$S^{(2,0)} = \frac{i}{4\hbar\Omega} \sum_\alpha \Pi_\alpha(\Omega) (\mathcal{E}^2 e^{-2i\Phi} - \mathcal{E}^{*2} e^{2i\Phi}) a_\alpha^+ a_\alpha,$$

где  $\omega_{\alpha\alpha'} = (E_\alpha - E_{\alpha'})/\hbar$  и использовано обычное [18] обозначение для параметра, определяющего штарковский сдвиг уровней:

$$\Pi_\alpha(\Omega) = \sum_{\alpha'} \frac{|d_{\alpha\alpha'}|^2}{\hbar} \left( \frac{1}{\omega_{\alpha\alpha'} + \Omega} + \frac{1}{\omega_{\alpha\alpha'} - \Omega} \right).$$

После несложных вычислений получаем эффективный гамильтониан задачи в следующем виде:

$$H^{eff} = H_0 + H^{St} + V^{(3)} + V_\Omega + V_l + V_\theta + V_q + H_\Omega + H_l + H_\theta + H_q, \quad (6)$$

в котором  $H^{St}$  описывает динамический эффект Штарка,  $V^{(3)}$  определяет трехфотонное когерентное возбуждение перехода  $E_c \rightarrow E_b$ ,  $V_l$  определяет релаксационные переходы  $E_a \leftrightarrow E_b$ ,  $V_\theta$  и  $V_q$  определяют релаксационные переходы  $E_c \leftrightarrow E_a$  в примесном атоме за счет взаимодействия с термостатом, а  $V_\Omega$  отвечает за дополнительное уширение спектральных линий при учете квантовых флуктуаций в эффекте Штарка:

$$H^{St} = \sum |\mathcal{E}|^2 \Pi_\alpha(\omega) a_\alpha^+ a_\alpha, \quad V^{(3)} = u_{cb} a_c^+ a_b \mathcal{E}^3 e^{-3i\Phi} + \text{H.c.},$$

$$u_{cb} = \frac{d_{cb}}{8\hbar\Omega} (\Pi_b(\Omega) - \Pi_c(\Omega)) + \frac{1}{12\hbar^2} \times \\ \times \sum_{\alpha\beta} d_{c\alpha} d_{\alpha\beta} d_{\beta b} \left( \frac{2}{(\omega_{c\alpha} - \Omega)(\omega_{\beta b} - \Omega)} - \frac{1}{(\omega_{c\alpha} - \Omega)(\omega_{\alpha\beta} - \Omega)} - \frac{1}{(\omega_{\alpha\beta} - \Omega)(\omega_{\beta b} - \Omega)} \right),$$

$$V_{th} = -i\hbar \int d\omega_{th} K(\omega_{th}) [f_{th}(t) R_{th}^+ b_{\omega_{th}} - f_{th}^*(t) R_{th} b_{\omega_{th}}^+],$$

$$R_l = a_b^+ a_a, \quad f_l(t) = d_{ba}/\hbar, \quad R_\Omega = \sum a_\alpha^+ a_\alpha \Pi_\alpha(\Omega), \quad f_\Omega(t) = -\mathcal{E}^* e^{i\Phi}/\hbar,$$

$$R_\theta = a_a^+ a_c, \quad f_\theta(t) = \mathcal{E} e^{-i\Phi} \Pi_{ac}(\Omega)/\hbar, \quad R_q = a_a^+ a_c, \quad f_q(t) = \mathcal{E}^* e^{i\Phi} \Pi_{ca}(-\Omega)/\hbar.$$

Введенный параметр  $\Pi_{ac}(\Omega)$  определяет оператор двухфотонного взаимодействия [18]:

$$\Pi_{ac}(\Omega) = \sum_{\beta} \frac{d_{a\beta} d_{\beta c}}{\hbar} \left( \frac{1}{\omega_{\beta a} + \Omega} + \frac{1}{\omega_{\beta c} - \Omega} \right).$$

Отметим, что индексы  $\alpha, \alpha'$  и  $\beta$  нумеруют все энергетические уровни примесного атома.

Эффективный гамильтониан (6) позволяет стандартными методами выделить из него релаксационный оператор и получить окончательные кинетические уравнения, описывающие динамику примесного атома в фотонном кристалле в процессе его когерентного возбуждения.

### 3. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ПРИМЕСНОГО АТОМА

Перечислим основные исходные предположения для введенных в рассмотрение фотонных термостатов  $H_\Omega, H_l$  и  $H_\theta$  и констант связи:

$$\langle b_{th}^+(t) b_{th}(t') \rangle = N_{th} \delta(t - t'), \quad \langle b_{th}(t) b_{th}^+(t') \rangle = (1 + N_{th}) \delta(t - t'),$$

$$\langle b_{th}^+(t) b_{th}^+(t') \rangle = \langle b_{th}(t) b_{th}(t') \rangle = 0, \quad b_{th}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega_{th} \exp[-i\omega_{th}(t - t_0)] b_{\omega_{th}}, \quad (7)$$

$$K(\omega_{th}) = \sqrt{\kappa_{th}/2\pi},$$

где  $N_{th}$  — плотность фотонов соответствующего термостата,  $t_0$  — некоторый начальный момент времени, к которому относятся фотонные операторы  $b_{\omega_{th}}$  и  $b_{\omega_{th}}^+$ . Таким образом, фотонные термостаты задачи рассматриваются как широкополосные, а константы связи удовлетворяют марковскому приближению — они не зависят от частоты, а определяются значением центральной частоты соответствующего фотонного термостата. Предположим далее, что операторы фотонных термостатов эволюционируют как операторы невзаимодействующих систем и определяют винеровские процессы

$$B_{th}(t, t_0) = \int_{t_0}^t dt' b_{th}(t'), \quad [B_{th}(t, t_0), B_{th'}^+(t, t_0)] = (t - t_0) \delta_{th th'},$$

инкременты которых удовлетворяют обычной алгебре Ито:

$$dB_{th}^+(t)dB_{th'}(t) = N_{th}dt \delta_{th th'}, \quad dB_{th}(t)dB_{th'}^+(t) = (1 + N_{th})dt \delta_{th th'},$$

$$\begin{aligned} dB_{th}(t)dB_{th'}(t) &= dB_{th}^+(t)dB_{th'}^+(t) = dB_{th}(t)dt = \\ &= dt dB_{th}(t) = dB_{th}^+(t)dt = dt dB_{th}^+(t) = dt dt = 0, \end{aligned}$$

где индексы  $th'$ , как и  $th$ , нумеруют фотонные термостаты, т. е. принимают значения  $\Omega, l, q$  и  $\theta$ .

Сделанные допущения позволяют обычными методами [16, 19, 20] написать кинетическое уравнение для матрицы плотности примесного атома в виде

$$\frac{d}{dt} \rho^+ \widehat{\mathcal{F}} \rho = \frac{i}{\hbar} [\rho, H_0 + H^{St} + V^{(3)}] \quad (8)$$

с релаксационным оператором в стандартной форме Линдблада

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{F}} \rho = & - \sum_{th=\Omega, l, \theta} \frac{\kappa_{th}}{2} |f_{th}(t)|^2 (1 + N_{th}) (2R_{th}\rho R_{th}^+ - \rho R_{th}^+ R_{th} - R_{th}^+ R_{th}\rho) - \\ & - \sum_{th=\Omega, l, \theta} \frac{\kappa_{th}}{2} |f_{th}(t)|^2 N_{th} (2R_{th}^+\rho R_{th} - \rho R_{th} R_{th}^+ - R_{th} R_{th}^+\rho). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь и далее знак «тильда» над преобразованной матрицей плотности мы опускаем. Следует подчеркнуть, что метод унитарного преобразования дает гораздо более наглядную и полную физическую картину различных типов релаксационных процессов, включая двухквантовые [16], чем выводы релаксационного оператора из уравнений Блоха [21, 22] или при помощи техники квантовых скачков [23].

Недиагональные матричные элементы матрицы плотности примесного атома удобно представить в виде

$$\rho_{cb} = r_{cb} \exp(-3i\Phi), \quad \rho_{ca} = r_{ca} \exp(-i\omega_{ca}t), \quad \rho_{ab} = r_{ab} \exp(-i\omega_{ab}t),$$

тогда из (8) и (9) получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} r_{cb} - i(\Delta - \Delta_{cb}|\mathcal{E}|^2) r_{cb} &= \frac{i}{\hbar} (\rho_{cc} - \rho_{bb}) u_{cb} \mathcal{E}^3 - \gamma_{cb} |\mathcal{E}|^2 r_{cb}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{bb} &= \gamma_a^{(0)} \rho_{aa} + \frac{i}{\hbar} (r_{cb}^* u_{cb} \mathcal{E}^3 - r_{cb} u_{cb}^* \mathcal{E}^{*3}), \\ \frac{d}{dt} \rho_{cc} &= -\gamma_c |\mathcal{E}|^2 \rho_{cc} - \frac{i}{\hbar} (r_{cb}^* u_{cb} \mathcal{E}^3 - r_{cb} u_{cb}^* \mathcal{E}^{*3}), \\ \frac{d}{dt} \rho_{aa} &= -\gamma_a^{(0)} \rho_{aa} + \gamma_c |\mathcal{E}|^2 \rho_{cc}, \\ \frac{d}{dt} r_{ca} + i\Delta_{ca} |\mathcal{E}|^2 r_{ca} &= -(\gamma_{ca}^{(0)} + \gamma_{ca} |\mathcal{E}|^2) r_{ca}, \\ \frac{d}{dt} r_{ab} + i\Delta_{ab} |\mathcal{E}|^2 r_{ab} &= -(\gamma_{ab}^{(0)} + \gamma_{ab} |\mathcal{E}|^2) r_{ab}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \Delta &= 3\Omega - \omega_{cb}, \quad \Delta_{cb} = \Pi_c(\Omega) - \Pi_b(\Omega), \quad \Delta_{ca} = \Pi_c(\Omega) - \Pi_a(\Omega), \quad \Delta_{ab} = \Pi_a(\Omega) - \Pi_b(\Omega), \\ \gamma_{cb} &= \kappa_\Omega (\Pi_c(\Omega) - \Pi_b(\Omega))^2 / 2\hbar^2 + \gamma_c / 2, \quad \gamma_{ab}^{(0)} = \gamma_{ca}^{(0)} = \gamma_a^{(0)} / 2 = \kappa_l |d_{ab}|^2 / 2\hbar^2, \\ \gamma_{ca} &= \kappa_\Omega (\Pi_c(\Omega) - \Pi_a(\Omega))^2 / 2\hbar^2 + \gamma_c / 2, \quad \gamma_{ab} = \kappa_\Omega (\Pi_a(\Omega) - \Pi_b(\Omega))^2 / 2\hbar^2, \\ \gamma_c &= \kappa_q |\Pi_{ca}(-\Omega)|^2 / \hbar^2 + \kappa_\theta |\Pi_{ca}(\Omega)|^2 / \hbar^2. \end{aligned} \tag{11}$$

Напомним, что в случае трехмерной геометрии спонтанного излучения

$$\gamma_a^{(0)} = \frac{4|d_{ab}|^2 \omega_{ab}^3}{3\hbar c^3 (2J_a + 1)},$$

где  $d_{ab}$  — приведенный дипольный момент перехода  $E_a \rightarrow E_b$ , а  $J_a$  — угловой момент уровня  $E_a$ .

При написании уравнений (10) предположено, что фотонные термостаты — вакуумные, в них отсутствуют фотоны  $N_{th} = 0$ .

Теперь выпишем уравнения для матрицы плотности в случае, когда волна (1) находится в однофотонном резонансе с атомным переходом  $E_a \rightarrow E_b$ ,  $\Omega \approx (E_a - E_b) / \hbar$ , причем никаких ограничений спектральные особенности фотонного кристалла на указанный переход не накладывают (рис. 1). Пусть энергетический уровень  $E_c$  находится в щели в плотности фотонных состояний достаточно далеко от его краев, так что механизмы релаксации [7–13] малы по сравнению с обсуждаемым двухквантовым механизмом. Тогда для величин  $r_{ab} = \rho_{ab} \exp(i\Phi)$ ,  $\rho_{aa}$ ,  $\rho_{bb}$  и  $\rho_{cc}$  имеем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} r_{ab} - i(\Delta - \Delta_{ab} |\mathcal{E}|^2) r_{ab} &= -\frac{i}{\hbar} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) d_{ab} \mathcal{E} - (\gamma_a^{(0)} / 2 + \gamma_{ab} |\mathcal{E}|^2) r_{ab}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{bb} &= \gamma_a^{(0)} \rho_{aa} - \frac{i}{\hbar} (r_{ab}^* d_{ab} \mathcal{E} - r_{ab} d_{ab}^* \mathcal{E}^*), \\ \frac{d}{dt} \rho_{aa} &= -(\gamma_a^{(0)} + \gamma_a |\mathcal{E}|^2) \rho_{aa} + \frac{i}{\hbar} (r_{ab}^* d_{ab} \mathcal{E} - r_{ab} d_{ab}^* \mathcal{E}^*), \\ \frac{d}{dt} \rho_{cc} &= \gamma_a |\mathcal{E}|^2 \rho_{aa}. \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь введенные величины имеют другие значения (в отличие от (11)):

$$\begin{aligned} \Delta &= \Omega - \omega_{ab}, \quad \Delta_{ab} = \Pi_a(\Omega) - \Pi_b(\Omega), \quad \gamma_{ab} = \kappa_\Omega (\Pi_a(\Omega) - \Pi_b(\Omega))^2 / 2\hbar^2 + \gamma_a / 2, \\ \gamma_a &= \kappa_q |\Pi_{ac}(-\Omega)|^2 / \hbar^2, \quad \gamma_a^{(0)} = \kappa_l |d_{ab}|^2 / \hbar^2. \end{aligned} \tag{13}$$

#### 4. ДИНАМИКА ЗАСЕЛЕНИЯ УРОВНЯ $E_a$ . ВОЗНИКНОВЕНИЕ ИНВЕРСИИ

В данном разделе речь пойдет о ситуации, схематически изображенной на рис. 2. Система уравнений (10), (11), описывающая трехфотонное возбуждение перехода  $E_c \rightarrow E_b$  в условиях роли двухквантовых каналов релаксации, позволяет анализировать различные эффекты типа оптических нутаций, индукций, эхо-явлений [24], сопровождающие когерентную накачку перехода  $E_c \rightarrow E_b$ . Здесь же мы только обсудим возбуждение уровня  $E_a$ .

Система уравнений (10), (11) имеет стационарное решение, из которого мы выпишем величины, относящиеся к переходу  $E_a \rightarrow E_b$ :

$$\rho_{aa} = \frac{\gamma_c |\mathcal{E}|^2 \Gamma}{\gamma_a^{(0)} \gamma_c |\mathcal{E}|^2 + \gamma_c |\mathcal{E}|^2 \Gamma + 2\gamma_a^{(0)} \Gamma}, \quad \rho_{bb} = \frac{\gamma_a^{(0)} \Gamma + \gamma_a^{(0)} \gamma_c |\mathcal{E}|^2}{\gamma_a^{(0)} \gamma_c |\mathcal{E}|^2 + \gamma_c |\mathcal{E}|^2 \Gamma + 2\gamma_a^{(0)} \Gamma}, \quad \rho_{ab} = 0,$$

$$\Gamma = \frac{2\gamma_{cb} |u_{cb}|^2 |\mathcal{E}|^8 / \hbar^2}{\gamma_{cb}^2 |\mathcal{E}|^4 + (\Delta - \Delta_{cb} |\mathcal{E}|^2)^2}.$$

Следует отметить, что накачка уровня  $E_a$  при когерентном возбуждении перехода  $E_c \rightarrow E_b$  осуществляется без появления когерентности на переходе  $E_a \rightarrow E_b$ . Это отличает рассматриваемую ситуацию от любых других схем возбуждения перехода  $E_a \rightarrow E_b$  когерентными полями.

Оценим возможность стационарной инверсии на переходе  $E_a \rightarrow E_b$ . Видно, что в основном она определяется соотношением параметров  $\gamma_c |\mathcal{E}|^2$  и  $\gamma_a^{(0)}$ . В наиболее благоприятном случае имеем оценку

$$\frac{\gamma_c |\mathcal{E}|^2}{\gamma_a^{(0)}} \sim \left( \frac{\omega_q}{\omega_{ab}} \right)^3 \frac{\Lambda^2}{\delta^2},$$

где  $\Lambda \sim \mathcal{E}d/\hbar$  — характерная энергия взаимодействия, а  $\delta$  — наименьшая отстройка от нерезонансного уровня. Проведенное рассмотрение резонансных процессов накладывает ограничение  $\Lambda^2 \ll \delta^2$ . За счет подбора частот и величин дипольного момента примесного атома это условие может быть ослаблено, однако мы должны считать, что  $\gamma_c |\mathcal{E}|^2 < \gamma_a^{(0)}$ . Отсюда следует, что в стационарном режиме на переходе  $E_a \rightarrow E_b$  инверсия не возникает, хотя в случае ансамбля примесных атомов доля атомов, возбужденных на уровень  $E_a$ , достаточно велика, порядка

$$\frac{\gamma_c |\mathcal{E}|^2}{\gamma_c |\mathcal{E}|^2 + 2\gamma_a^{(0)}},$$

что может достигать 10% от общего числа примесных атомов.

Нестационарный режим возбуждения уровня  $E_a$  рассмотрим для простейшего случая включения поля (1) в момент  $t = 0$ , полагая  $\mathcal{E}(t) = 0$  при  $t < 0$  и  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E} = \text{const}$  при  $t \geq 0$ . В качестве начальных условий возьмем отвечающие равновесному состоянию примесного атома:

$$\rho_{aa} \Big|_{t=0} = \rho_{cc} \Big|_{t=0} = \rho_{cb} \Big|_{t=0} = \rho_{ca} \Big|_{t=0} = \rho_{ab} \Big|_{t=0} = 0, \quad \rho_{bb} \Big|_{t=0} = 1.$$

Из (10), (11) следует, что населенность уровня  $E_a$  ведет себя так, как это представлено на рис. 3.

Колебания населенности уровня  $E_a$  отражают осцилляции Раби накачиваемого перехода  $E_c \rightarrow E_b$ . Видно, что для типичных значений параметров населенность уровня выходит на стационарный режим с заселением уровня  $E_a$  порядка 10%.

В отличие от стационарного режима перенаселенность  $\rho_{aa} - \rho_{bb}$  уровней в течение некоторого интервала времени может иметь инверсную населенность, что показывает рис. 4.

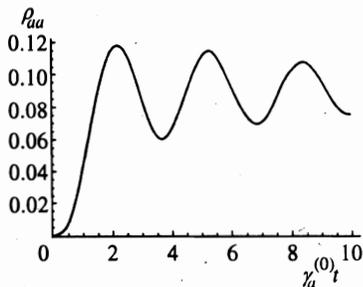


Рис. 3

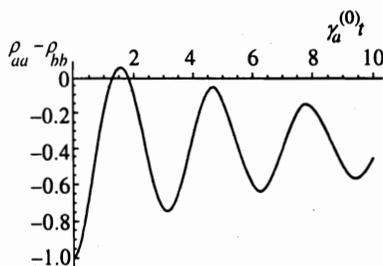


Рис. 4

Рис. 3. Заселение уровня  $E_a$  в нестационарном режиме. Положено  $\gamma_c |\mathcal{E}|^2 = 2\gamma_{cb} |\mathcal{E}|^2 = 0.2\gamma_a^{(0)}$ ,  $u_{cb} |\mathcal{E}|^3 / \hbar = \gamma_a^{(0)}$ ,  $\Delta = \Delta_{cb} |\mathcal{E}|^2$

Рис. 4. Появление инверсной населенности на переходе  $E_a \rightarrow E_b$  в нестационарном режиме. Значения параметров те же, что и для рис. 3

Видно, что инверсия перехода  $E_a \rightarrow E_b$  приходится на первый максимум колебаний. С ростом значения амплитуды напряженности электрического поля волны число «пиков», в течение которых имеет место инверсия перехода  $E_a \rightarrow E_b$  возрастает. Эффект становится более ярким, если по каким-либо причинам растет отношение  $\gamma_c |\mathcal{E}|^2 / \gamma_a^{(0)}$ . Подчеркнем, что в отсутствие двухквантовой релаксации всегда выполняется неравенство  $\rho_{aa} - \rho_{bb} \leq 0$ . Более того, населенность уровня  $E_a$  всегда равна нулю (для принятых начальных условий).

Таким образом, в течение коротких интервалов времени в режиме нестационарной когерентной накачки перехода  $E_c \rightarrow E_b$  на частоте смежного перехода  $E_a \rightarrow E_b$  среда из примесных атомов в фотонном кристалле становится активной (усиливающей). При этом на самом переходе отсутствует какая-либо когерентность.

### 5. ДИНАМИКА ЗАСЕЛЕНИЯ УРОВНЯ $E_c$ . ЭФФЕКТ ПРОСВЕТЛЕНИЯ СРЕДЫ

Теперь рассмотрим ситуацию, когда электромагнитная волна когерентно взаимодействует с переходом  $E_a \rightarrow E_b$ :  $\Omega \approx (E_a - E_b) / \hbar$ , а в щели в плотности фотонных состояний находится уровень  $E_c$ , принадлежащий смежному оптически разрешенному переходу. В отсутствие двухквантовой релаксации система уравнений (12), (13) переходит в обычные уравнения Блоха для однофотонного резонанса. Однако наличие уровня  $E_c$ , обычный уход с которого затруднен в силу спектральных особенностей фотонного кристалла, делает необходимым учет даже слабых двухквантовых релаксационных процессов, поскольку для них этот уровень выступает как своеобразная «ловушка» — попав на него, примесный атом остается в таком состоянии достаточно долго. Уравнения (12), (13) позволяют проанализировать все особенности динамики обычных оптически разрешенных переходов, связанные с наличием подобных «ловушек». Здесь мы остановимся на некоторых из них.

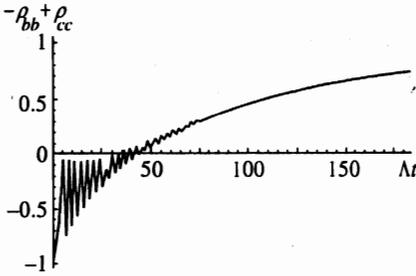


Рис. 5. Динамика перенаселенности перехода  $E_c \rightarrow E_b$ . Положено  $\Lambda = |\mathcal{E}d_{ab}/\hbar| = 10\gamma_a^{(0)} = 50\gamma_a = 100\gamma_{ab}$ ,  $\Delta = \Delta_{ab}|\mathcal{E}|^2$

Стационарное решение системы (12), (13) имеет исключительно простой вид

$$\rho_{cc} = 1, \quad \rho_{bb} = 0, \quad \rho_{aa} = 0, \quad \rho_{ab} = 0, \quad \rho_{bc} = 0,$$

который подтверждает термин «ловушка» для уровня примесного атома, расположенного в щели в плотности фотонных состояний. Видно, что переход  $E_c \rightarrow E_b$  становится полностью инвертированным. Однако излучение на нем подавлено спектральными особенностями фотонного кристалла. Рисунок 5 иллюстрирует выход на данное стационарное состояние при включении поля (1) в момент  $t = 0$ :  $\mathcal{E}(t) = 0$  при  $t < 0$  и  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E} = \text{const}$  при  $t \geq 0$ . Осцилляции отражают осцилляции Раби перехода  $E_a \rightarrow E_b$ . Время выхода на стационарный режим в достаточно интенсивном поле (1) порядка

$$\frac{\hbar^2}{\kappa_q |\mathcal{E}\Pi_{ac}(-\Omega)|^2}.$$

Таким образом, если примесный атом фотонного кристалла имеет хотя бы один уровень, связанный с основным оптически разрешенным переходом и попадающий в щель в плотности фотонных состояний, то при когерентной накачке любого оптически разрешенного перехода, содержащего основной энергетический уровень, происходит «просветление» этого перехода — опустошение энергетических уровней этого перехода и заселение уровня, расположенного в щели в плотности фотонных состояний. Это непосредственно сказывается на распространении когерентной волны (1) в такой среде — по истечении некоторого времени, необходимого для перекачки возбуждения на уровень  $E_c$ , примесные атомы становятся «прозрачными» для волны (1), поскольку они перестают с ней взаимодействовать. Однако спустя еще некоторый промежуток времени в игру вступают релаксационные механизмы [7–13], которыми мы пренебрегали по сравнению с двухквантовыми каналами релаксации, но которые необходимо учитывать на достаточно протяженном интервале времени. Такое рассмотрение следует провести отдельно. Для простейших механизмов релаксации перехода  $E_c \rightarrow E_b$  типа квадрупольного [7] или двухатомного [13] их учет может быть осуществлен посредством добавления в правые части уравнений (12) слагаемых, пропорциональных константе скорости  $\gamma_c^{(2)}$  указанных процессов:

$$\frac{d}{dt} \rho_{bb} \propto \gamma_c^{(2)} \rho_{cc}, \quad \frac{d}{dt} \rho_{cc} \propto -\gamma_c^{(2)} \rho_{cc}. \tag{14}$$

Тогда стационарное решение системы (12)–(14) слегка изменяется:

$$\rho_{cc} \simeq 1 - \varepsilon(2 + \gamma_a^{(0)}/\Gamma), \quad \rho_{bb} \simeq \varepsilon(1 + \gamma_a^{(0)}/\Gamma), \quad \rho_{aa} \simeq \varepsilon,$$

где

$$\varepsilon = \frac{\gamma_c^{(2)}}{\gamma_a |\mathcal{E}|^2} \ll 1, \quad \Gamma = 2 \frac{|d_{ab} \mathcal{E} / \hbar|^2 (\gamma_a^{(0)} / 2 + \gamma_{ab} |\mathcal{E}|^2)}{(\gamma_a^{(0)} / 2 + \gamma_{ab} |\mathcal{E}|^2)^2 + (\Delta - \Delta_{ab} |\mathcal{E}|^2)^2}$$

Таким образом, даже с учетом релаксации перехода  $E_c \rightarrow E_b$  смежный переход имеет ничтожно малую перенаселенность:

$$\rho_{aa} - \rho_{bb} = -\varepsilon \gamma_a^{(0)} / \Gamma \sim \varepsilon \gamma_a^{(0)2} / 4\Lambda^2, \quad \Lambda = |d_{ab} \mathcal{E} / \hbar|^2 \gg \gamma_a^{(0)},$$

и эффект просветления среды имеет доминирующее значение. Подчеркнем, что в предложенной схеме просветления среды электромагнитная волна резонансно взаимодействует с примесными атомами фотонного кристалла и распространяется вне щели в плотности фотонных состояний, в отличие от работы [25], в которой обсуждался иной механизм просветления среды при взаимодействии атомов  $\Lambda$ -конфигурации самого фотонного кристалла с мощным электромагнитным полем, частота которого находилась в запрещенной области. Представляются также очевидными и не требующими отдельного обсуждения отличия описанного механизма просветления среды от известного эффекта просветления среды, связанного с насыщением резонансного перехода [26].

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы продемонстрировали, как подавление обычных каналов релаксации в примесных атомах фотонных кристаллов выдвигает на передний план новые релаксационные каналы, основанные на двухквантовых релаксационных механизмах, сопровождающих воздействие на примесные атомы когерентных полей. В рассмотренных примерах двухквантовая релаксация приводила к заселению уровней, расположенных как в щели в плотности фотонных состояний, так и вне ее. Мы ограничились  $V$ -конфигурацией энергетических уровней примесного атома, участвующих в резонансных процессах накачки и двухквантовой релаксации, хотя в параметрах резонансных процессов формально учтены все энергетические уровни примесного атома. Между тем доминирующая роль двухквантовой релаксации должна проявляться и в других ситуациях. Причем в зависимости от конкретных условий двухквантовые каналы релаксации могут приводить не к заселению уровня, расположенного в щели в плотности фотонных состояний, а к его дезактивации.

Примером может служить ситуация, рассмотренная в работе [15], где частота перехода  $E_b \rightarrow E_a$ , принадлежащего  $\Lambda$ -конфигурации примесных уровней  $E_a < E_c < E_b$ , попадала в зону действия спектральных особенностей фотонного кристалла, а переход  $E_b \rightarrow E_c$  накачивался когерентной волной. Авторы [15] предполагали, что частота перехода  $E_b \rightarrow E_a$  лежит вблизи края щели в плотности фотонных состояний, поэтому скорость релаксации перехода  $E_b \rightarrow E_a$  не слишком подавлена. Воздействие когерентного поля в [15] рассматривается как когерентный контроль релаксационного механизма перехода  $E_b \rightarrow E_a$ . Тем не менее и в такой ситуации необходимо учитывать двухквантовые каналы релаксации, которые, в отличие от рассмотренных в данной статье, приводят к дополнительной дезактивации уровня  $E_b$ . В зависимости от параметров в случае, рассмотренном в работе [15], роль двухквантовой релаксации может быть весьма существенной, она может конкурировать с процессами, учтенными в этой работе. Однако

такая ситуация нуждается в отдельном исследовании. Важную роль учета двухквантовой релаксации в ситуации, аналогичной рассмотренной в [15], проиллюстрируем для случая, когда уровень  $E_b$  находится в широкой щели в плотности фотонных состояний вдали от краев щели. Это предположение позволяет вообще пренебречь релаксацией перехода  $E_b \rightarrow E_a$ . Тогда при первоначально возбужденном уровне  $E_b$  основной уровень  $E_a$  в рамках подхода [15] оставался бы пустым, а возбуждение когерентной волной передавалось бы от уровня  $E_b$  к уровню  $E_c$  и обратно. Однако при учете двухквантовой релаксации в случае  $E_b - E_c < E_c - E_a$  примесный атом будет уходить из состояния  $E_c$  на основной уровень  $E_a$ . Это приведет к тому, что вслед за опустошением уровня  $E_c$  населенность на уровне  $E_b$  также будет уменьшаться и за время порядка

$$\tau_{rel} = \frac{\hbar^2}{\kappa_\theta |\mathcal{E} \Pi_{ca}(\omega_{bc})|^2}$$

примесный атом из возбужденного состояния  $E_b$ , находящегося в щели в плотности фотонных состояний, перейдет в основное состояние  $E_a$ . Здесь  $\mathcal{E}$  — амплитуда когерентного поля, находящегося в однофотонном резонансе с переходом  $E_b \rightarrow E_c$ ,  $\kappa_\theta$  — константа связи с фотонным термостатом с центральной частотой  $\omega_\theta = \omega_{ca} - \omega_{bc}$ . Для оценок можно воспользоваться формулами

$$\kappa_\theta = \frac{2\hbar\omega_\theta^3}{c^3}, \quad \tau_{rel} = \frac{\hbar c^4}{4\pi I \omega_\theta^3 |\Pi_{ca}(\omega_{bc})|^2},$$

где  $I$  — интенсивность когерентной волны, усредненная за период  $2\pi/\omega_{bc}$  быстрых колебаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке INTAS (грант № 96-0339).

## Литература

1. *Photonic gap materials*, ed. by C. M. Soukoulis, NATO ASI Ser. E, Vol. 315, Kluwer Academic, Dordrecht (1996).
2. C. T. Chan, S. Datta, K. M. Ho, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **49**, 1988 (1994).
3. U. Gruning, V. Lehmann, and C. M. Engelhardt, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 3254 (1995).
4. S. John and T. Quang, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3419 (1995).
5. M. Salora, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and M. J. Bloemer, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1368 (1994).
6. J. C. Knight, T. A. Birks, R. F. Cregan, P. St. J. Russell, and J.-P. de Sandro, *Opt. Materials* **11**, 143 (1998).
7. S. John and J. Wang, *Phys. Rev. B* **43**, 12772 (1991).
8. R. F. Nabiev, P. Yeh, and J. J. Sanchez-Mondragon, *Phys. Rev. A* **47**, 3380 (1993).
9. G. Kweon and N. M. Lawandy, *J. Mod. Opt.* **41**, 311 (1994).
10. V. I. Rupasov and M. Singh, *J. Phys. A* **29**, L205 (1996).
11. V. I. Rupasov and M. Singh, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 338 (1996).
12. V. I. Rupasov and M. Singh, *Phys. Lett. A* **222**, 258 (1996).
13. А. М. Башаров, *ЖЭТФ* **115**, 30 (1999).
14. S. John and T. Quang, *Phys. Rev. A* **54**, 4479 (1996).
15. T. Quang, M. Woldeyohannes, S. John, and G. S. Agarval, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5238 (1997).

16. А. М. Башаров, ЖЭТФ **102**, 1126 (1992).
17. M. Lax, Phys. Rev. **145**, 110 (1966).
18. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, Москва (1990).
19. C. W. Gardiner, *Quantum noise*, Springer, Berlin (1991).
20. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986).
21. О. Kocharovskaya, Shi-Yao Zhu, M. O. Scully, P. Mandel, and Y. V. Radeonychev, Phys. Rev. A **49**, 4928 (1994).
22. О. Kocharovskaya, P. Mandel, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **74**, 2451 (1995).
23. H. J. Carmichael, Phys. Rev. A **56**, 5065 (1997).
24. Э. А. Маныкин, В. В. Самарцев, *Оптическая эхо-спектроскопия*, Наука, Москва (1984).
25. Yu. V. Rostovtsev, A. V. Matsko, and M. O. Scully, Phys. Rev. A **57**, 4919 (1998).
26. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1975).