

# ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА—БРИЛЛЮЭНА В ПЛАЗМЕ С ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

*K. Ю. Вагин\*, В. П. Силин\*\*, С. А. Урюпин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 июня 1999 г.

В условиях, когда для описания ионно-звуковых возмущений плотности электронов можно использовать уравнения двухтемпературной гидродинамики, в рамках представлений о параметрической неустойчивости развита теория вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна (ВРМБ) в плазме с ионно-звуковой турбулентностью. Найдены временной инкремент абсолютной неустойчивости и коэффициент пространственного усиления рассеянной волны. Дано описание зависимости пороговой плотности потока излучения от угла между волновым вектором рассеяния и направлением анизотропии турбулентных шумов. В плазме с высоким уровнем турбулентных шумов предсказано новое явление запрета ВРМБ, обусловленное аномальным турбулентным нагревом ионов.

PACS: 42.65.Es, 52.35.Fp, Nx, Qz, Ra, 52.40.Nk

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучению явления вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна посвящено большое число как экспериментальных (см., например, [1–5]), так и теоретических [6–9] работ. В общем случае теоретическое описание этого явления базируется на совместном рассмотрении уравнений для полей падающей и рассеянной волн и уравнения для возмущения плотности электронов, создаваемого полем звуковой волны. Наиболее детально эти уравнения изучены в ламинарной плазме, когда процессы рассеяния электронов и ионов определяются парными столкновениями заряженных частиц. Обычно различают два режима ВРМБ. В одном из них возмущение плотности электронов определяется пондеромоторным воздействием билинейной комбинации полей падающей и рассеянной волн. В другом возмущение плотности обусловлено конкуренцией двух физических явлений: неоднородного нагрева электронов при электрон-ионных столкновениях в полях падающей и рассеянной волн и электронного теплопереноса. В таком случае говорят о тепловом механизме ВРМБ. При этом возмущение плотности электро-

нов существенно зависит от своеобразия переноса тепла в том или ином состоянии плазмы. Теория теплового ВРМБ наиболее детально разработана в тех условиях, когда длины свободного пробега электронов настолько малы по сравнению с длиной волны ионно-звуковых волн, что для описания переноса тепла можно использовать классическую теорию переноса тепла [10]. Сравнительно недавно теория ВРМБ получила развитие в условиях нелокального электронного переноса тепла в ламинарной плазме [11–13]. Установленная теоретически существенная зависимость теплового ВРМБ от определяющих теплоперенос особенностей рассеяния электронов привела к обнаружению качественно новых закономерностей рассеяния в плазме с ионно-звуковой турбулентностью [14]. В такой плазме закономерности электронного переноса тепла в значительной мере определяются рассеянием электронов на ионно-звуковых колебаниях плотности заряда. В [14] дана теория ВРМБ в случае достаточно больших углов рассеяния  $\theta_0$ , когда нарушено условие

$$4Zk_0^2l_t l_{ei} \sin^2(\theta_0/2) \ll 1, \quad (1.1)$$

где  $Z$  — кратность ионизации ионов,  $k_0$  — волновое число основной волны,  $l_t$  и  $l_{ei}$  — длины свободного пробега электронов при рассеянии на ион-

---

\*E-mail: vagin@sci.lebedev.ru

\*\*E-mail: silin@sci.lpi.ac.ru

но-звуковых колебаниях плотности заряда и ионах. В условиях, когда выполняется неравенство обратное (1.1), корректное описание рассеяния достигается с использованием представлений о нелокальном переносе тепла в турбулентной плазме.

Вместе с тем представляет интерес рассеяние на небольшие углы, когда выполнено условие (1.1). Теория ВРМБ на небольшие углы дана в настоящем сообщении. Такая теория существенно отличается от изложенной в [14], во-первых, возможностью использовать детально разработанную теорию локального переноса в турбулентной плазме, а во-вторых, возможностью самосогласованно учитывать изменение турбулентных шумов из-за длинноволновых ионно-звуковых возмущений температур и плотностей частиц плазмы. Последнее, в частности, позволило не только дать последовательное описание ВРМБ как параметрической неустойчивости, но и выявить условия его запрета из-за аномально эффективного турбулентного нагрева ионов. При рассеянии изменение частоты  $\Delta\omega$  определяется частотой звука  $\omega_s$ ,

$$\Delta\omega = \omega_s = 2k_0 v_s \sin \frac{\theta_0}{2}, \quad (1.2)$$

где  $v_s$  — скорость звука. Поскольку обычно  $4Zk_0^2 l_t l_{ei} > 1$ , то из (1.2) и неравенства (1.1) следует ограничение на величину относительного изменения частоты:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll \sqrt{\frac{m}{m_i}} \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \sqrt{\frac{l_{ei}}{l_t}} \ll 1, \quad (1.3)$$

где  $\omega_0$  — частота волны накачки,  $m$  и  $m_i$  — массы соответственно электрона и иона,  $\nu_{ei}$  — частота электрон-ионных столкновений. Неравенство (1.3) означает, что для экспериментального наблюдения рассеяния на малые углы необходимо использовать лазеры с достаточно малой шириной линии излучения. Вместе с тем, в силу неравенства  $l_t \ll l_{ei}$  реализовать условия (1.1) и (1.3) в турбулентной плазме проще, чем аналогичные условия в ламинарной плазме. Тем самым ограничение на рассматриваемый далее диапазон углов рассеяния в турбулентной плазме оказывается менее жестким, чем в ламинарной.

Во втором разделе приведены необходимые сведения о гидродинамических уравнениях турбулентной плазмы, находящейся в высокочастотном электромагнитном поле. Основываясь на этих уравнениях, в третьем разделе дано описание затухания ионно-звуковых колебаний, имеющих длины волн много большие характерных масштабов турбулентных флюктуаций плотности заряда. Для плазмы без высокочастотного поля указаны условия, в ко-

торых благодаря относительно большому затуханию на ионах, звуковые возмущения гидродинамических величин не приводят к развитию неустойчивости. Явление ВРМБ рассматривается в четвертом разделе. Описание рассеяния в пределе (1.1) достигается с помощью уравнений поля, дополненных системой гидродинамических уравнений, позволяющих найти возмущения плотности электронов в плазме с ионно-звуковой турбулентностью. При этом обсуждаются условия, в которых как квазистационарный спектр турбулентности, так и электронные потоки успевают устанавливаться за характерное время изменения ионно-звуковых возмущений плотности. В этих условиях дано последовательное описание ВРМБ, когда подавлено развитие гидродинамической неустойчивости турбулентной плазмы. Найдена зависимость отвечающей порогу ВРМБ плотности потока излучения от угла  $\theta$  между волновым вектором рассеяния и осью анизотропии турбулентных шумов. Дано описание зависимости порога ВРМБ от степени неизотермичности плазмы и от вида распределения турбулентных шумов в пространстве волновых векторов. Показано, что в плазме с высоким уровнем турбулентных шумов существуют направления, вдоль которых ВРМБ запрещено. Это качественно новое явление запрета ВРМБ возникает благодаря аномально эффективному турбулентному нагреву ионов. Установлен коэффициент пространственного усиления рассеянной волны. В пятом разделе приведены оценки, демонстрирующие возможность экспериментального наблюдения ВРМБ на малые углы.

## 2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

Рассмотрим неизотермическую плазму с ионно-звуковой турбулентностью в высокочастотном поле вида

$$\frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \quad (2.1)$$

где функция  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  слабо изменяется во времени за период поля  $2\pi/\omega_0$ . Основную частоту будем считать много большей плазменной частоты электронов  $\omega_{Le}$ . Это позволяет пренебречь влиянием низкочастотных турбулентных флюктуаций плотности заряда на быстропеременное движение электронов с частотой  $\omega_0$  (см., например, [15]). Вместе с тем, медленные макроскопические движения электронов и ионов в значительной мере определяются ионно-звуковой турбулентностью, и для их описания воспользуемся системой гидродинамических уравнений для плотности электронов  $n$ , скорости движе-

ния плазмы  $\mathbf{u}$ , температур электронов  $T$  и ионов  $T_i$  [16–18]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\mathbf{u}) = 0, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) u_k = - \frac{Z}{nm_i} \frac{\partial}{\partial r_k} p + \\ \frac{Z\eta}{nm_i} \left( \Delta u_k + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r_k} \operatorname{div} \mathbf{u} \right) - \frac{Ze^2}{4nm_i \omega_0^2} \times \\ \times \left\{ n \frac{\partial}{\partial r_k} |\mathbf{E}|^2 - \frac{\partial}{\partial r_j} [n(E_k E_j^* + E_k^* E_j)] \right\}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \left( T + \frac{e^2}{6k_B m \omega_0^2} |\mathbf{E}|^2 \right) + + \frac{2}{3nk_B} \operatorname{div} \mathbf{q} \times \\ \times \frac{2}{3} T \operatorname{div} \mathbf{u} = \nu_{ei} \frac{e^2}{3k_B m \omega_0^2} |\mathbf{E}|^2 - \nu_T T, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) T_i + \frac{2}{3} T_i \operatorname{div} \mathbf{u} = Z \nu_T T. \quad (2.5)$$

В этих уравнениях  $e$  — заряд электрона,  $\eta = nk_B T_i / Z \nu_{ii}$  — коэффициент вязкости,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\nu_{ii}$  — частота ион-ионных столкновений,  $p = nk_B T + + nk_B T_i / Z$  — давление,

$$\nu_{ei} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\pi} Z \Lambda e^4 n}{\sqrt{m} (k_B T)^{3/2}} \quad (2.6)$$

— частота электрон-ионных столкновений,  $\Lambda$  — кулоновский логарифм,  $\nu_T$  — турбулентная частота релаксации температуры,  $\mathbf{q}$  — тепловой поток электронов. Уравнения (2.2)–(2.5) записаны в предположении, что плотность электрического тока  $\mathbf{j}$  равна нулю и выполнено условие электронейтральности  $n = Z n_i$ , где  $n_i$  — плотность ионов. Условие  $\mathbf{j} = 0$  часто используется при рассмотрении гидродинамики лазерной плазмы. В том случае, когда квазистационарное состояние ионно-звуковой турбулентности устанавливается из-за конкуренции черенковского излучения волн электронами и индуцированного рассеяния волн на тепловых ионах, явный вид теплового потока  $\mathbf{q}$  в (2.4) и турбулентной частоты  $\nu_T$  в (2.4), (2.5) зависит от соотношения между возбуждающей турбулентностью плотностью силы  $\mathbf{R}$  (П.1) и величиной [19, 20]

$$R_{NL} = \frac{1}{6\pi} m n v_s \omega_{Li} \frac{r_{De}^2}{r_{Di}^2}, \quad (2.7)$$

где  $v_s = \omega_{Li} r_{De}$  — скорость звука,  $r_{De(i)}$  — дебаевский радиус электронов (ионов),  $\omega_{Li}$  — ленгмиоровская частота ионов. С помощью условия отсутствия тока  $\mathbf{j} = 0$  и соотношений (П.2), (П.4), исключаем из  $\mathbf{R}$  (П.1) неизвестное квазистационарное электрическое поле. В этом случае плотность силы  $\mathbf{R}$  и

градиент температуры электронов  $\nabla T$  направлены вдоль единичного вектора  $\mathbf{n} = \nabla T / |\nabla T|$ . При этом из (П.5) для  $R \gg R_{NL}$  находим

$$R = \frac{3}{2} p |\nabla \ln T|, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{q} = - \frac{128}{3\pi} \beta_{\parallel} p v_s \sqrt{\frac{R}{R_{NL}}} \mathbf{n} \equiv - \mathbf{n} q, \quad (2.9)$$

где  $\beta_{\parallel} = 0.25$ . Если  $R \ll R_{NL}$ , то тепловой поток (П.3) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{q} = - p v_s \left\{ \frac{25}{4} \times \right. \\ \left. \times \left( 1 - \beta_{\parallel}(\alpha) + \frac{\alpha}{12} \right) + \frac{128}{3\pi} \beta_{\parallel}(\alpha) \right\} \mathbf{n} \equiv - \mathbf{n} q, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где  $\beta_{\parallel}(\alpha) = \beta_{\parallel} + C_{\beta} \alpha$ ,  $\beta_{\parallel} = 0.177$ ,  $C_{\beta} = 0.062$ , а  $\alpha$  — малый параметр,

$$\alpha = \frac{\ln 2}{\ln(3\pi R_{NL}/8R)} \ll 1. \quad (2.11)$$

Входящая в выражения (2.10), (2.11) плотность силы  $R$  связана с модулем градиента температуры электронов соотношением

$$\frac{p |\nabla \ln T|}{R} = \frac{2}{3} + \frac{\pi}{16\beta_{\parallel}(\alpha)} \left( 1 - \beta_{\parallel}(\alpha) + \frac{\alpha}{12} \right). \quad (2.12)$$

В этих же предельных случаях для турбулентной частоты релаксации температуры с учетом (2.8), (2.12) имеем

$$\nu_T = \frac{2}{3} a_T v_s \frac{R}{p} = a_* v_s |\nabla \ln T|, \quad (2.13)$$

где при  $R \ll R_{NL}$  имеем  $a_T = 1$ ,  $a_* = [1 + (3\pi/32\beta_{\parallel}) (1 - \beta_{\parallel})]^{-1} = 0.42$ , а при  $R \gg R_{NL}$  имеем  $a_* = a_T = 1.3$ . Отметим, что в последнем выражении для  $\nu_T$  в (2.13) в пределе  $R \ll R_{NL}$  удержаны лишь старшие слагаемые по малому параметру (2.11). С учетом соотношений (2.6)–(2.13) система уравнений (2.2)–(2.5) для плазмы в заданном поле накачки (2.1) является замкнутой и позволяет изучать гидродинамические движения бестоковой плазмы.

Турбулентную частоту релаксации температуры (2.13) по порядку величины можно записать в следующем виде:

$$\nu_T \sim \frac{Zm}{m_i} \nu_t \sqrt{1 + \frac{R}{R_{NL}}},$$

где  $\nu_t$  — турбулентная частота релаксации импульса электронов:

$$\nu_t = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{R}{nm v_s}, \quad R \ll R_{NL}, \quad (2.14)$$

$$\nu_t = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{\sqrt{RR_{NL}}}{nmv_s}, \quad R \gg R_{NL}. \quad (2.15)$$

В условиях аномального переноса  $\nu_t \gg \nu_{ei}$ . Тем самым и частота  $\nu_T$  значительно превышает  $\nu_e \sim (m/m_i)\nu_{ei}$  — частоту релаксации температуры в ламинарной плазме. Неравенство

$$\nu_T \gg \nu_e \quad (2.16)$$

позволяет не учитывать вклад электрон-ионных столкновений в обмен тепла между электронами и ионами в уравнениях (2.4), (2.5).

С целью описания процесса ВРМБ в турбулентной плазме как параметрической неустойчивости определим ниже основное состояние. Будем считать, что плазма, находящаяся в высокочастотном поле (2.1), в основном состоянии характеризуется плотностью электронов  $n_0$ , а также температурой электронов  $T_0$  и ионов  $T_{i0}$ . Пусть  $L_T$  — характерный масштаб неоднородности температуры электронов в основном состоянии, определяемый формулой

$$\frac{1}{L_T} = |\nabla \ln T_0|. \quad (2.17)$$

Воспользуемся системой уравнений (2.2)–(2.5) для описания взаимодействия высокочастотного излучения с неизотермической плазмой, гидродинамическим движением которой можно пренебречь,  $\mathbf{u} = 0$ . Тогда плотность плазмы следует считать не зависящей от времени, а эволюция температур электронов и ионов в рассматриваемом основном состоянии описывается уравнениями

$$\frac{\partial}{\partial t} T_0 + \frac{2}{3n_0 k_B} \operatorname{div} \mathbf{q}_0 = (\nu_{ei})_0 \frac{e^2}{3k_B m \omega_0^2} |\mathbf{E}_0|^2 - a_* \frac{v_{s0}}{L_T} T_0, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T_{i0} = Z a_* \frac{v_{s0}}{L_T} T_0, \quad (2.19)$$

непосредственно вытекающими из (2.4), (2.5), (2.13), (2.17). В уравнениях (2.18)–(2.19) величины  $\mathbf{q}_0$ ,  $(\nu_{ei})_0$ ,  $v_{s0}$  определяются параметрами плазмы в основном состоянии, а амплитуда поля накачки  $\mathbf{E}_0$  считается заданной. Из уравнения (2.19) видно, что в неизотермической плазме с квазистационарным спектром ионно-звуковой турбулентности реализуется сравнительно быстрый нагрев ионов. Согласно уравнению (2.19) характерное время удвоения температуры ионов составляет  $|\partial \ln T_{i0}/\partial t|^{-1} \sim (T_{i0}/ZT_0)L_T/v_{s0}$ . По мере нагрева ионов степень неизотермичности плазмы  $ZT_0/T_{i0}$  уменьшается и на временах порядка  $L_T/v_{s0}$  температура ионов  $T_{i0}$  становится сравнимой с  $ZT_0$ . На столь больших временах при описании состояния плазмы с ионно-звуковой

турбулентностью необходимо учитывать сравнительно большое черенковское затухание звука на ионах, приводящее к существенному изменению электронного теплопереноса и отличию теплового потока от описываемого выражениями (2.9), (2.10). В дальнейшем, отвлекаясь от рассмотрения временных интервалов больших  $L_T/v_{s0}$ , ограничимся изучением ВРМБ в сильно неизотермической плазме, когда черенковским затуханием звука на ионах можно пренебречь.

При изучении ВРМБ наряду с описывающими основное состояние плазмы уравнениями (2.18), (2.19) понадобятся уравнения для малых возмущений плотности  $\delta n = n - n_0$ , температур электронов  $\delta T = T - T_0$  и ионов  $\delta T_i = T_i - T_{i0}$ , изменяющихся на пространственных масштабах много меньших масштабов неоднородности основного состояния. В дальнейшем при рассмотрении ВРМБ во избежание усложнения формул будем опускать индекс «0» у величин  $n_0$ ,  $T_0$  и  $T_{i0}$ , характеризующих основное состояние плазмы. Тогда для мелкомасштабных возмущений гидродинамических параметров плазмы можно записать следующие уравнения, непосредственно вытекающие из исходных (2.2)–(2.5), (2.9), (2.10), (2.13):

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{4}{3} \frac{Z\eta}{m_i n} \Delta \frac{\partial}{\partial t} - v_s^2 \Delta \right\} \delta n = \\ & = \frac{Znk_B}{m_i} \Delta \left\{ \delta T + \frac{\delta T_i}{Z} \right\} + \frac{Ze^2}{2m_i m \omega_0^2} \times \\ & \times \left\{ \Delta \delta |\mathbf{E}|^2 - \frac{\partial^2}{\partial r_k \partial r_j} \delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j) \right\}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \delta T + \frac{2}{3nk_B} \operatorname{div} \delta \mathbf{q} - \frac{2T}{3n} \frac{\partial}{\partial t} \delta n = \\ & = \nu_{ei} \frac{2e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{3k_B m \omega_0^2} - \delta[\nu_T T], \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta T_i - \frac{2T_i}{3n} \frac{\partial}{\partial t} \delta n = Z \delta[\nu_T T]. \quad (2.22)$$

Здесь  $\delta |\mathbf{E}|^2$  и  $\delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j)$  — возмущения билинейных комбинаций компонент высокочастотного поля,  $\delta \mathbf{q}$  — возмущение плотности теплового потока электронов:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{q} = -q \left\{ \frac{\nabla \delta T}{|\nabla T|} - \frac{1}{2} \frac{\nabla T (\nabla \delta T \cdot \nabla T)}{|\nabla T|^3} + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} \left( \frac{\delta n}{n} + \frac{2}{3} \frac{\delta T_i}{T_i} \right) \frac{\nabla T}{|\nabla T|} \right\}, \quad R \gg R_{NL}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\delta \mathbf{q} = -q \left\{ \frac{\nabla T \times [\nabla \delta T \times \nabla T]}{|\nabla T|^3} + \frac{\delta n}{n} \frac{\nabla T}{|\nabla T|} \right\} - \\ - p v_s \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \times \\ \times \left[ \frac{\nabla T (\nabla \delta T \cdot \nabla T)}{|\nabla T|} + \frac{\delta T_i}{T_i} \frac{\nabla T}{|\nabla T|} \right], \quad R \ll R_{NL}, \quad (2.24)$$

где численный коэффициент  $b = (25/4)(1/12 - C_\beta) + (128/3\pi)C_\beta = 0.97$ , а

$$\delta[\nu_T T] = a_* v_s \frac{\nabla T \cdot \nabla \delta T}{|\nabla T|} \quad (2.25)$$

— возмущение электрон-ионного теплообмена. Отметим, что выражение (2.24) написано с необходимой нам в дальнейших вычислениях точностью до членов второго порядка по малому параметру  $\alpha$  (2.11).

### 3. ДЛИННОВОЛНОВЫЕ ИОННО-ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПЛАЗМЕ С КОРОТКОВОЛНОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

В этом разделе остановимся на рассмотрении длинноволнового звука в плазме с ионно-звуковой турбулентностью. Обозначим через  $\mathbf{k}$  волновой вектор длинноволновых ионно-звуковых колебаний. Примем, что волновой вектор звуковых колебаний удовлетворяет условию

$$Zk^2 l_t l_{ei} \ll 1, \quad (3.1)$$

где  $l_{ei} = v_T/\nu_{ei}$  и  $l_t = v_T/\nu_t$  — длины свободного пробега электронов с тепловой скоростью  $v_T$  соответственно при электрон-ионных столкновениях и при рассеянии электронов ионно-звуковыми колебаниями плотности заряда.

Как известно (см., например, [19]), турбулентные шумы сосредоточены в области сравнительно больших волновых чисел, для которых

$$k_t > \frac{\nu_{ii} \omega_{Le} r_{De}^2}{\omega_{Li}^2 r_{De}^3}. \quad (3.2)$$

В отличие от вектора  $\mathbf{k}$  для волновых векторов турбулентных флюктуаций плотности заряда в (3.2) используется обозначение  $\mathbf{k}_t$ . Из сравнения неравенств (3.1) и (3.2) видно, что в наиболее интересном случае, когда

$$\frac{\omega_{Le}}{\omega_{Li}} \left( \frac{ZT}{T_i} \right)^{1/2} \left( \frac{Zl_t}{l_{ei}} \right)^{1/2} > 1, \quad (3.3)$$

рассматриваемые нами длинноволновые возмущения не попадают в область турбулентности, так как

$k < k_t$ . Следует подчеркнуть, что турбулентные шумы с волновыми векторами  $k_t \sim 1/r_{De}$  из интервала (3.2) определяют процессы переноса в плазме [19] и, тем самым, существенно влияют на длинноволновые возмущения гидродинамических величин.

Для рассмотрения длинноволнового звука воспользуемся уравнениями (2.2)–(2.5), в которых нет высокочастотного поля. Примем, что длинноволновое возмущение плотности электронов имеет вид

$$\frac{1}{2} \delta n \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \text{с.с.} \quad (3.4)$$

В дальнейшем будем рассматривать такие возмущения, волновой вектор  $\mathbf{k}$  которых удовлетворяет условию

$$kL \gg 1, \quad (3.5)$$

где  $L$  — наименьший масштаб неоднородности гидродинамических величин  $n$ ,  $T$  и  $T_i$  в основном состоянии, а период  $2\pi/\omega$  много меньше характерного времени изменения этих величин в основном состоянии плазмы. Кроме того, будем считать, что частота возмущений много меньше как турбулентной частоты релаксации импульса электронов,  $\omega \ll \nu_t$ , так и  $1/t_s$  — обратного времени установления квазистационарного спектра турбулентности в области  $k_t \sim 1/r_{De}$ :

$$\omega \ll t_s^{-1} \sim \frac{\omega_{Li}^2}{\omega_{Le}} \frac{R/R_{NL}}{\sqrt{1+R/R_{NL}}}. \quad (3.6)$$

В рамках (3.1), (3.5), (3.6), во-первых, распределение турбулентных шумов с  $k_t \sim 1/r_{De}$ , определяющих электронные потоки и частоту релаксации энергии, успевает следовать за медленным изменением гидродинамических величин. Во-вторых, для описания процессов переноса можно использовать выражения для установившихся потоков заряда и тепла (П.2)–(П.5). В связи с использованием гидродинамических уравнений для ионов отметим, что такой подход имеет смысл, если

$$\nu_{ii} \gg \omega, k v_{Ti}, \quad (3.7)$$

где  $v_{Ti}$  — тепловая скорость ионов.

Согласно уравнениям (2.2)–(2.5) возмущение плотности сопровождается возмущениями остальных гидродинамических величин:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta \mathbf{u} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \text{с.с.}, \\ \frac{1}{2} \delta T_{(i)} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Принимая во внимание неравенство (3.5) для малых возмущений  $\delta n$ ,  $\delta T_{(i)}$ ,  $\delta \mathbf{u}$ , из (2.2)–(2.5) имеем линеаризованную систему уравнений

$$\omega \delta n = n(\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u}), \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \omega \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u} &= \frac{k^2 k_B}{nm_i} \{ Z\delta(nT) + \delta(nT_i) \} - \\ &- \frac{4i}{3} \frac{Z\eta}{nm_i} k^2 \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\omega \delta T - \frac{2}{3nk_B} \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{q} - \frac{2}{3} T \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u} = -i\delta[\nu_T T], \quad (3.11)$$

$$\omega \delta T_i - \frac{2}{3} T_i \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u} = iZ\delta[\nu_T T]. \quad (3.12)$$

В уравнениях (3.11), (3.12) явный вид возмущения теплового потока  $\delta \mathbf{q}$  и возмущения доли энергии  $\delta[\nu_T T]$ , передаваемой от электронов к ионам, зависит от отношения  $R$  к  $R_{NL}$  (2.7). Используя (2.23) при  $R \gg R_{NL}$ , находим

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{q} &= -ik^2 \chi_t(\theta) \delta T - \frac{32}{\pi} \beta_{||} p v_s k \cos \theta \times \\ &\times \sqrt{\frac{3}{2} \frac{p}{R_{NL} L_T}} \left( \frac{\delta n}{n} + \frac{2\delta T_i}{3T_i} \right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где  $\theta$  — угол между волновым вектором возмущений  $\mathbf{k}$  и единичным вектором  $\nabla T / |\nabla T|$ , вдоль которого распространяется тепловой поток (2.9),  $\chi_t(\theta)$  — коэффициент эффективной теплопроводности,

$$\chi_t(\theta) = \frac{32}{\pi} \beta_{||} n k_B v_s \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p}{R_{NL}}} L_T (1 + \sin^2 \theta). \quad (3.14)$$

В свою очередь, принимая во внимание выражения (2.24) при  $R \ll R_{NL}$ , имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{q} &= -ik^2 \chi_t(\theta) \delta T - p v_s k \cos \theta \times \\ &\times \left[ (a + b\alpha) \frac{\delta n}{n} + \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \frac{\delta T_i}{T_i} \right], \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \chi_t(\theta) &= n k_B v_s L_T \times \\ &\times \left[ (a + b\alpha) \sin^2 \theta + \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \cos^2 \theta \right], \end{aligned} \quad (3.16)$$

где  $\alpha$  определяется формулой (2.11), а  $a$  — численный коэффициент:

$$a = \frac{25}{4} (1 - \beta_{||}) + \frac{128}{3\pi} \beta_{||} = 7.55. \quad (3.17)$$

В этих же предельных случаях с точностью до малых поправок порядка  $1/kL \ll 1$  или  $\alpha^2 \ll 1$  для возмущения слагаемого, описывающего обмен энергией между электронами и ионами (2.25), с учетом (2.13) имеем соотношение

$$\frac{\delta[\nu_T T]}{\nu_T T} = i \frac{\delta T}{T} k L_T \cos \theta. \quad (3.18)$$

Согласно (3.18) мелкомасштабные (3.5) гидродинамические возмущения (3.4), (3.8) приводят к увеличению относительного изменения доли энергии, передаваемой от электронов к ионам в  $k L_T |\cos \theta| \gg 1$

раз для углов  $\theta$  не близких к  $\pi/2$ . Как видно из определения (2.13) и соотношений (2.8), (2.12), появление в (3.18) дополнительного параметра  $k L_T \cos \theta$  обусловлено тем, что проекция масштаба неоднородности возмущений на направление неоднородности в невозмущенном состоянии определяется величиной  $1/k \cos \theta$ , а не  $L_T$ .

Рассмотрение уравнений (3.9)–(3.18) позволяет получить следующее дисперсионное уравнение, связывающее комплексную частоту  $\omega$  с волновым вектором возмущений  $\mathbf{k}$ :

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} &\omega^2 + 2i\omega\gamma_i - k^2 v_{sT}^2 - \omega_s^2 \left( 1 - \frac{\nu_T}{\omega} k L_T \cos \theta \right) \times \\ &\times \left( \omega - \omega_s a_q \frac{q}{pv_s} \cos \theta \right) \times \\ &\times \left[ i \frac{k^2}{nk_B} \chi_t(\theta) - \frac{ZT}{T_i} k L_T \frac{\nu_T}{pv_s} \frac{\omega_s}{\omega} \times \right. \\ &\left. \times \left( \frac{\partial q}{\partial \ln R} \right) \cos^2 \theta \right]^{-1} \end{aligned} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (3.19)$$

где  $\omega_s = kv_s$  — частота ионно-звуковых колебаний с длиной волны много большей дебаевского радиуса электронов,  $a_q = 1$  при  $R \ll R_{NL}$  и  $a_q = 13/12$  при  $R \gg R_{NL}$ ,

$$\gamma_i = \frac{2}{3} k^2 \frac{Z}{nm_i} \eta \quad (3.20)$$

— декремент затухания звука на ионах. При получении уравнения (3.19) учтено, что

$$k L_T \gg 1, \quad (3.21)$$

$$ZT/T_i \gg 1. \quad (3.22)$$

Неравенство (3.22) отвечает условиям существования ионно-звуковой турбулентности [19, 20]. Следует отметить, что в рамках (3.22) отличие выражения для скорости звука  $v_{sT} = \sqrt{k_B/m_i(ZT + 5T_i/3)}$ , являющегося изотермическим для электронов и адабатическим для ионов [16], от скорости ионного звука  $v_s = \sqrt{Zk_B T/m_i}$  мало и далее им пренебрегается.

В пределе  $R \gg R_{NL}$  неравенство (3.21) обеспечивает выполнение уравнения (3.19) при всех значениях угла  $\theta$ . В противоположном пределе,  $R \ll R_{NL}$ , и для малых углов  $\theta \ll \alpha$  уравнение (3.19) имеет место, если

$$\alpha^2 \max(k L_T, ZT/T_i) \gg 1. \quad (3.23)$$

В этом же пределе, но при  $\theta \gg \alpha$  условие применимости (3.19) менее жесткое,

$$\alpha^2 ZT/T_i + k L_T \sin^2 \theta \gg 1. \quad (3.24)$$

Дисперсионное уравнение (3.19) имеет решения, описывающие звуковые колебания в плазме с частотой  $\omega$ , отличающейся от частоты звука  $\omega_s$  на малую мнимую поправку  $\omega \simeq \omega_s + i\gamma$ ,  $|\gamma| \ll \omega_s$ . Пренебрегая при дальнейшем рассмотрении малым изменением частоты ионно-звуковых колебаний, из (3.19) находим

$$\gamma = -\gamma_s(\theta) \equiv -\gamma_i - \gamma_e(\theta), \quad (3.25)$$

где функция  $\gamma_e(\theta)$ , характеризующая взаимодействие ионно-звуковых волн с электронами, имеет вид

$$\gamma_e(\theta) = \frac{\nu_t}{2} \frac{\omega_{Li}^2}{\omega_{Le}^2} \psi(\theta) \left(1 - a_* \cos \theta\right) \left(1 - a_q \frac{q}{pv_s} \cos \theta\right). \quad (3.26)$$

Определяющая величину  $\gamma_e(\theta)$  (3.26) функция  $\psi(\theta)$  существенно зависит от коэффициента теплопроводности в турбулентной плазме  $\chi_t(\theta)$  (3.14), (3.16) и положительна для всех значений угла  $\theta$ . Явный вид функции  $\psi(\theta)$  в (3.26) зависит от отношения  $R/R_{NL}$ . При  $R \ll R_{NL}$

$$\begin{aligned} \psi(\theta) &= \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{\pi}a_*} \left[ a \sin^2 \theta + \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \cos^2 \theta \right] \times \\ &\times \left\{ \left[ a \sin^2 \theta + \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \cos^2 \theta \right]^2 + \right. \\ &\left. + \left[ \frac{a_*}{kL_T} \frac{ZT}{T_i} \frac{b}{\ln 2} \alpha^2 \cos^2 \theta \right]^2 \right\}^{-1} > 0, \end{aligned} \quad (3.27)$$

а в противоположном пределе,  $R \gg R_{NL}$ ,

$$\begin{aligned} \psi(\theta) &= \frac{\sqrt{2}\pi}{48\beta_{||}} (2 - \cos^2 \theta) \times \\ &\times \left[ (2 - \cos^2 \theta)^2 + \left( \frac{a_*}{kL_T} \frac{ZT}{T_i} \cos^2 \theta \right)^2 \right]^{-1} > 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

В той области углов, где  $\gamma_e(\theta) > 0$ , выражение (3.26) описывает затухание ионно-звуковых волн на электронах, а для тех углов, где  $\gamma_e(\theta) < 0$ , имеет место генерация волн.

Как уже указывалось ранее [18], наличие аномального переноса приводит к необходимости рассмотрения устойчивости возникающих гидродинамических структур. Из выражения (3.25) видно, что плазма с развитой ионно-звуковой турбулентностью устойчива по отношению к рассматриваемым нами малым возмущениям вида (3.4), (3.8), если выполнено неравенство

$$\gamma_i > \max(-\gamma_e(\theta)). \quad (3.29)$$

В пределе  $R \ll R_{NL}$  (3.29) может быть представлена в виде

$$\min \left( 1, \frac{kL_T}{0.84ZT/T_i} \right) \frac{1.3}{\alpha^2} \frac{\Lambda_i}{\Lambda} \left( \frac{ZT}{T_i} \right)^{5/2} \times \sqrt{\frac{Zm}{m_i}} < k^2 l_t l_{ei}, \quad (3.30)$$

напротив, при  $R \gg R_{NL}$  условию (3.29) отвечает соотношение

$$\frac{0.04}{1 + \frac{0.1}{kL_T} \frac{ZT}{T_i}} \frac{\Lambda_i}{\Lambda} \sqrt{\frac{R}{R_{NL}}} \left( \frac{ZT}{T_i} \right)^{5/2} \times \sqrt{\frac{Zm}{m_i}} < k^2 l_t l_{ei}, \quad (3.31)$$

где  $\Lambda_i$  — ионный кулоновский логарифм. При рассмотрении неравенств (3.30) и (3.31) необходимо помнить, что они должны выполняться совместно с условием (3.1).

#### 4. ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА—БРИЛЛЮЭНА

Обращаясь к рассмотрению рассеяния электромагнитного излучения в плазме с ионно-звуковой турбулентностью, представим высокочастотное поле (2.1) в виде суммы поля накачки

$$\frac{1}{2} \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega_0 t + i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) + \text{с.с.} \quad (4.1)$$

и рассеянной волн

$$\frac{1}{2} \mathbf{E}_{-1} \exp(-i\omega_{-1} t + i\mathbf{k}_{-1} \cdot \mathbf{r}) + \text{с.с.}, \quad (4.2)$$

частоты  $\omega_0$  и  $\omega_{-1}$  которых связаны с волновыми векторами  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_{-1}$  соотношениями

$$\omega_0^2 = \omega_{Le}^2 + k_0^2 c^2, \quad \omega_{-1}^2 = \omega_{Le}^2 + k_{-1}^2 c^2, \quad (4.3)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Частоты и волновые векторы падающей и рассеянной волн различаются на частоту  $\omega$  и волновой вектор  $\mathbf{k}$  возмущений плотности электронов,

$$\omega_{-1} = \omega_0 - \omega, \quad \mathbf{k}_{-1} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}. \quad (4.4)$$

При этом само возмущение плотности имеет вид (3.4).

Считая поле  $\mathbf{E}_0$  основной волны заданным, для определения амплитуды  $\mathbf{E}_{-1}$  поля рассеянной волны воспользуемся уравнением

$$\begin{aligned} &\left[ \omega_{-1}^2 - k_{-1}^2 c^2 - \omega_{Le}^2 \left( 1 + i \frac{\nu_{ei}}{\omega_{-1}} \right) \right] \mathbf{E}_{-1}^* = \\ &= \frac{\delta n}{2n} \omega_{Le}^2 \mathbf{E}_0^*, \end{aligned} \quad (4.5)$$

в которое входит подлежащая самосогласованному определению амплитуда возмущений плотности электронов. Падающая  $\mathbf{E}_0$  и рассеянная  $\mathbf{E}_{-1}$  волны представляют собой плоские поперечные электромагнитные волны, для которых выполнены условия  $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{E}_0 = \mathbf{k}_{-1} \cdot \mathbf{E}_{-1}$ , и, как видно из (4.5), направления векторов  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{E}_{-1}$  совпадают. Для отыскания  $\delta n$  воспользуемся приведенной во втором разделе системой гидродинамических уравнений (2.20)–(2.22), которая в случае возмущений (3.4), (3.8) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \{\omega^2 + 2i\omega\gamma_i - \omega_s^2\} \delta n &= \frac{Znk_B}{m_i} k^2 \left\{ \delta T + \frac{\delta T_i}{Z} \right\} + \\ &+ \frac{Z}{2m_i} k^2 \frac{e^2 \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*}{m\omega_0^2}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \omega_s \delta T - \frac{2}{3} \omega_s T \frac{\delta n}{n} - \frac{2}{3nk_B} \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{q} &= \\ = i\nu_{ei} \frac{2e^2 \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*}{3k_B m \omega_0^2} + a_* k v_s \delta T \cos \theta, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\omega_s \delta T_i - \frac{2}{3} \omega_s T_i \frac{\delta n}{n} = -a_* k v_s Z \delta T \cos \theta. \quad (4.8)$$

В уравнениях (4.7), (4.8) пренебрежено малым отличием частоты  $\omega$  от частоты звука  $\omega_s$ . В отличие от системы (3.9)–(3.12), описывающей длинноволновые звуковые возмущения в турбулентной плазме, система (4.6)–(4.8) содержит слагаемые пропорциональные  $\mathbf{E}_{-1}^*$  и совместно с уравнением (4.5) описывает рассеяние поля накачки (4.1) на низкочастотных длинноволновых звуковых возмущениях плотности заряда.

Рассмотрим стоящий в правой части (4.6) вклад в возмущение давления

$$k_B n (\delta T + \delta T_i / Z), \quad (4.9)$$

обусловленный возмущениями температур электронов  $\delta T$  и ионов  $\delta T_i$ . Из уравнения (4.8) получаем для возмущения температуры ионов

$$\delta T_i = \frac{2}{3} T_i \frac{\delta n}{n} - a_* Z \delta T \cos \theta. \quad (4.10)$$

Первое слагаемое в правой части (4.10) обуславливает адиабатический вклад ионов в скорость звука, хорошо известный в гидродинамике ламинарной плазмы. Как уже было показано в предыдущем разделе, в рамках условия (3.22) этот вклад в скорость звука мал по сравнению с изотермическим вкладом электронов. Далее эти вкладом пренебрегаем. В отличие от ламинарной плазмы в турбулентной плазме описываемое вторым слагаемым правой части (4.10) приращение температуры ионов благодаря обмену

энергией с электронами не мало. Такое существенное увеличение вклада электрон-ионного теплообмена в  $\delta T_i$  вызвано, во-первых, увеличением частоты релаксации температуры в турбулентной плазме (2.16) по сравнению с ламинарной плазмой, а во-вторых, увеличением относительного изменения доли энергии (3.18), передаваемой от электронов к ионам, реализующимся при  $kL_T |\cos \theta| \gg 1$ . С учетом (4.10) и сделанных замечаний для возмущения давления получаем

$$k_B n (\delta T + \delta T_i / Z) = k_B n (1 - a_* \cos \theta) \delta T. \quad (4.11)$$

Для  $R > R_{NL}$ , когда  $a_* = 1.3$ , из правой части (4.11) следует, что существуют такие углы  $\theta$ , для которых вклад в возмущение давления (4.9) находится в противофазе с возмущением температуры электронов  $\delta T$ . Это имеет место тогда, когда, во-первых, вклад в возмущение ионной температуры  $\delta T_i$ , обусловленный теплообменом с электронами, по модулю превышает  $|Z\delta T|$ , а во-вторых, находится в противофазе с  $\delta T$ .

Вклад в последнее слагаемое левой части уравнения (4.7) электронной теплопроводности (3.14), (3.16), входящей в дивергенцию теплового потока электронов (3.13), (3.15), может быть записан (по порядку величины) в виде

$$\frac{k^2}{nk_B} \chi_t(\theta) \delta T \sim k v_{eff}(k) \delta T. \quad (4.12)$$

Здесь  $v_{eff}(k) \sim (kL_T) \sqrt{1 + R/R_{NL}} v_s$  характеризует эффективную скорость выноса тепла за счет электронного теплопереноса из области действия греющего поля. Первое слагаемое левой части (4.7), отвечающее изменению  $\delta T$  во времени, дается выражением  $k v_s \delta T$ . С учетом (3.21) оно мало по сравнению с (4.12). Далее, последнее слагаемое в правой части (4.7), описывающее обмен энергией между электронами и ионами, по порядку величины также определяется выражением  $\sim k v_s \delta T$  и также дает малый по сравнению с (4.12) вклад в электронный баланс тепла. С учетом всего этого, подставляя (4.10) в (4.7) и используя (3.13)–(3.16), (3.26)–(3.28), из уравнения (4.7) находим возмущение температуры электронов

$$\delta T = \frac{e^2 \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*}{k_B m \omega_0^2} \frac{\psi(\theta)}{k^2 l_t l_{ei}} - 2i \frac{\gamma_e(\theta)}{\omega_s} T \frac{\delta n}{n}. \quad (4.13)$$

При написании (4.13) пренебрежено малыми величинами порядка  $1/kL_T$ , дающими малые поправки к вещественной частоте  $\omega_s$ . Первое слагаемое в правой части (4.13) описывает возмущение температуры электронов  $\delta T$ , вызванное смешением поля

рассеянной волны  $\mathbf{E}_{-1}^*$  с полем накачки  $\mathbf{E}_0$ , и отвечает балансу неоднородного нагрева электронов при обратном тормозном поглощении такого интерференционного поля и электронного теплопереноса. Второе слагаемое в правой части (4.13) отвечает малому диссипативному вкладу электронов в инкремент ионного звука  $\gamma_s(\theta)$ .

Исключая с помощью (4.10), (4.13)  $\delta T$  и  $\delta T_i$ , вместо системы (4.6)–(4.8) запишем одно уравнение для определения возмущения плотности, создаваемого билинейной комбинацией полей падающей и рассеянной волн:

$$\begin{aligned} [\omega^2 - \omega_s^2 + 2i\omega\gamma_s(\theta)] \frac{\delta n}{n} = & \frac{1}{2} \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^* \left( \frac{e\omega_s}{m\omega_0 v_T} \right)^2 \times \\ & \times \left[ 1 + 2(1 - a_* \cos \theta) \frac{\psi(\theta)}{k^2 l_{tl} l_{ei}} \right]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Слагаемые в квадратных скобках в правой части формулы (4.14) имеют различную природу. Первое из них — единица — возникает из-за пондеромоторного воздействия полей. Второе, которое содержит в знаменателе малый параметр  $k^2 l_{tl} l_{ei} \ll 1$  (см. (3.1)), описывает возмущение плотности из-за вклада в возмущение давления (4.11), порожденного билинейной интерференционной комбинацией полей  $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*$ .

Совместное рассмотрение уравнений (4.5) и (4.14) позволяет получить следующее дисперсионное уравнение, описывающее параметрическую неустойчивость и связывающее частоту  $\omega$ , вообще говоря комплексную, с волновым вектором возмущений  $\mathbf{k}$

$$\begin{aligned} -(\omega - \Delta + i\gamma_E) [\omega^2 - \omega_s^2 + 2i\omega\gamma_s(\theta)] = & \\ = & \frac{\omega_s^2}{8\omega_0 r_{De}^2} v_E^2 \left[ 1 + 2(1 - a_* \cos \theta) \frac{\psi(\theta)}{k^2 l_{tl} l_{ei}} \right], \end{aligned} \quad (4.15)$$

где  $v_E = |e\mathbf{E}_0/m\omega_0|$  — амплитуда скорости осциляций электрона в поле основной волны,

$$\Delta = \frac{c^2}{2\omega_0} (2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 - k^2), \quad \gamma_E = \nu_{ei} \frac{\omega_{Le}^2}{2\omega_0^2}. \quad (4.16)$$

При получении уравнения (4.15), так же как и при рассмотрении звуковых возмущений в отсутствие поля накачки, считались выполненными условия (3.21)–(3.24). Помимо этих неравенств, при выводе уравнения (4.15) использовано ограничение

$$\omega \ll \omega_0, \quad (4.17)$$

которое заведомо выполнено при  $\omega \sim \omega_s \ll \omega_0$ .

Для полноты картины отметим, что нерелятивистское движение плазмы со скоростью  $u \ll c$  приводит к доплеровскому сдвигу частоты  $\omega$  и учитывается заменой  $\omega$  на  $\omega' = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}$  в уравнении (4.15).

Далее будем считать  $\omega \simeq \omega_s + i\gamma$ , где  $|\gamma| \ll \omega_s$  (не следует путать с  $\gamma$  из третьего раздела). Будем рассматривать условия, при которых для расстройки резонанса  $\Delta$  выполнено равенство

$$\Delta = \omega_s$$

и процесс ВРМБ идет наиболее эффективно. Тогда для определения мнимой поправки  $\gamma$  из (4.15) имеем

$$(\gamma + \gamma_E) [\gamma + \gamma_s(\theta)] = \frac{1}{4} W_E(\theta), \quad (4.18)$$

где  $\gamma_s(\theta)$  описывается соотношениями (3.25)–(3.28), а

$$W_E(\theta) = \frac{\omega_s}{4\omega_0} \frac{v_E^2}{r_{De}^2} \left[ 1 + 2(1 - a_* \cos \theta) \frac{\psi(\theta)}{k^2 l_{tl} l_{ei}} \right]. \quad (4.19)$$

Как уже указывалось в третьем разделе, определяющая  $W_E(\theta)$  функция  $\psi(\theta)$  (3.27), (3.28) существенно зависит от коэффициента теплопроводности в турбулентной плазме  $\chi_t(\theta)$  (3.14), (3.16) и положительна для всех значений угла  $\theta$ .

Выражение (4.19) описывает нелинейное взаимодействие рассеянной (4.2) и звуковой (3.4) волн, и именно его знак характеризует возможность развития ВРМБ. При положительном знаке (4.19) ВРМБ возможно, а при отрицательном — невозможно. Поскольку в обсуждаемых условиях (3.1) параметр  $k^2 l_{tl} l_{ei} \ll 1$ , основной вклад в нелинейное взаимодействие дает вклад в возмущение давления (4.11), что отвечает тепловому механизму ВРМБ. Поэтому при  $R > R_{NL}$  для углов  $\theta$ , при которых вклад в возмущение давления и порождающая его билинейная комбинация  $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*$  сдвинуты по фазе на  $180^\circ$ , т. е.  $(1 - a_* \cos \theta) < 0$ , знак нелинейного взаимодействия отрицателен и развитие ВРМБ невозможно. Следует отметить, что для достаточно высокой степени неизотермичности плазмы, когда выполнено условие  $ZT/T_i > 0.5L_T(l_{tl} l_{ei})^{-1/2} > 1$ , даже в рамках (3.1) ВРМБ определяется пондеромоторным механизмом и возможность его запрета не реализуется.

В уравнении (4.18) абсолютная величина декремента  $|\gamma_s(\theta)|$  мала по сравнению с частотой  $\omega_s$ , которая сама невелика в рассматриваемом здесь пределе (3.1) достаточно больших длин волн. Для таких параметров лазерной плазмы величина  $|\gamma_s(\theta)|$  может оказаться как больше, так и меньше  $2\pi/\tau$  — обратной длительности лазерных импульсов, используемых для исследования ВРМБ. Поэтому представляет интерес обсудить обе возможности. Остановимся вначале на рассмотрении такой ситуации, когда длительность импульса накачки  $\tau$  велика и справедливо неравенство

$$|\gamma_s(\theta)|\tau \gg 2\pi. \quad (4.20)$$

Будем рассматривать условия, при которых суммарный декремент затухания звука на ионах и электронах  $\gamma_s(\theta)$  положителен при всех значениях угла  $\theta$ , т. е. выполнено неравенство (3.29), и в плазме не развивается гидродинамическая неустойчивость. Тогда отвечающий возможности ВРМБ корень квадратного уравнения (4.18) имеет вид

$$\gamma = -\frac{1}{2} [\gamma_E + \gamma_s(\theta)] + \sqrt{\gamma_E^2 - \gamma_s^2(\theta) + W_E(\theta)}. \quad (4.21)$$

Согласно (4.21) пороговое для ВРМБ значение интенсивности излучения находится из соотношения

$$W_E(\theta) = 4\gamma_E\gamma_s(\theta) > 0. \quad (4.22)$$

Как показывают оценки, для большинства лазерных плазм справедливо условие  $|\gamma_s(\theta)| \ll \gamma_E$ , и решение (4.21) вблизи порога можно представить в следующем простом виде:

$$\gamma \simeq -\gamma_s(\theta) + \frac{W_E(\theta)}{4\gamma_E}. \quad (4.23)$$

Далее, используя соотношения (3.20), (3.25), (3.27), (3.28), (4.16), представим условие (4.22) в виде

$$\frac{(v_E^2)_{th}}{v_T^2} = 8 \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \frac{\gamma_i + \gamma_e(\theta)}{\omega_s} \times \frac{1}{1 + 2(1 - a_* \cos \theta)\psi(\theta)/k^2 l_t l_{ei}} > 0. \quad (4.24)$$

Перейдем к обсуждению выражения (4.24), определяющего интенсивность излучения накачки, при которой возникает ВРМБ. Как обычно в теории ВРМБ, наличие в правой части (4.24) двух малых параметров,  $\nu_{ei}/\omega_0$  и  $\gamma_s(\theta)/\omega_s$ , позволяет видеть, что ВРМБ возникает при сравнительно небольшой интенсивности излучения, когда амплитуда скорости осцилляций электрона в поле основной волны значительно меньше тепловой скорости электронов. При обсуждении соотношения (4.24) удобно ввести угол рассеяния  $\theta_0$  между волновыми векторами падающей  $\mathbf{k}_0$  и рассеянной  $\mathbf{k}_{-1}$  волн, который уже использовался нами в формулах (1.1), (1.2). При этом для определяющего рассеяние волнового вектора  $\mathbf{k}$  звуковых волн имеем

$$k = 2k_0 \sin \frac{\theta_0}{2}.$$

С учетом этого определения и в том случае, когда

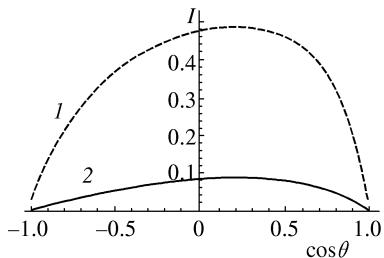
выполнены условия (3.30), (3.31), из (4.24) приближенно находим

$$\begin{aligned} \frac{(v_E^2)_{th}}{v_T^2} &= \frac{32}{3} \times \\ &\times \frac{(T_i/ZT)(\nu_{ei}/\nu_{ii})(k_0 v_s/\omega_0) \sin(\theta_0/2)}{1 + (1 - a_* \cos \theta)\psi(\theta)/(2k_0^2 l_t l_{ei} \sin^2(\theta_0/2))} > 0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

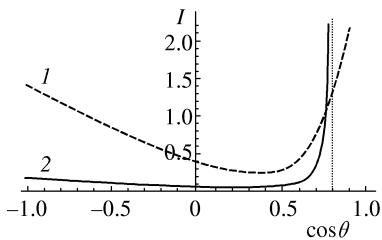
Из (4.25) следует, что по мере уменьшения существенной зависимости, отвечающей порогу плотности потока излучения от  $\theta$  — угла между вектором рассеяния и осью анизотропии турбулентных шумов — запрет на ВРМБ снимается. Такая зависимость проявляется особенно ярко в пределе  $R > R_{NL}$ , когда, как уже отмечалось при обсуждении уравнения (4.14) и соотношения (4.19), на  $180^\circ$  изменяется сдвиг фазы между вкладом в возмущение давления (4.9) и билинейной комбинацией полей  $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_{-1}^*$ . Изменение фазового синхронизма при малых  $\theta_0$  приводит к тому, что вместо раскачки ионно-звуковых колебаний плотности имеет место их подавление. Следствием подавления ионно-звуковых колебаний является запрет на ВРМБ под теми углами  $\theta$ , где отрицательно выражение (4.25). Функции

$$I(\theta) = \frac{(v_E^2)_{th}}{v_T^2} \frac{\omega_0}{8\nu_{ei}} \frac{\omega_s}{\gamma_i}$$

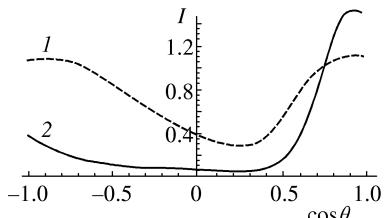
во всем диапазоне углов  $\theta$  приведены на рис. 1–3 для значений параметра  $(\nu_t/2\gamma_i)(\omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2)$ , отвечающего выполнению условия (3.29). Согласно рис. 1 при малом силовом воздействии на электроны, когда  $R \ll R_{NL}$  и  $(\nu_t/2\gamma_i)(\omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2) = 0.02$ , порог ВРМБ минимален для тех возмущений плотности электронов, волновой вектор которых  $\mathbf{k}$  направлен вдоль  $\mathbf{R}$ . Для векторов  $\mathbf{k}$ , ориентированных в поперечных к  $\mathbf{R}$  направлениях, порог ВРМБ значительно выше. Напротив, при  $R \gg R_{NL}$  и  $(\nu_t/2\gamma_i)(\omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2) = 2$  и сравнительно небольшой неизотермичности, когда, например,  $kL_T = ZT/T_i = 10$ , порог ВРМБ минимален для векторов  $\mathbf{k}$ , направленных под большими углами к  $\mathbf{R}$  (см. рис. 2). Для направлений  $\mathbf{k}$  близких к  $\mathbf{R}$  порог ВРМБ резко увеличивается. Такое увеличение особенно значимо при  $k^2 l_t l_{ei} \ll 1$  и, как следует из (4.19), (4.24), (4.25) и рис. 2, может приводить к запрету ВРМБ в той области углов, где  $W_E(\theta) < 0$ . Следует подчеркнуть, что формула (4.25) имеет смысл лишь в той области углов  $\theta$ , где ее знаменатель положителен. Условие обращения в нуль знаменателя (4.25) отвечает граничному углу  $\theta_*$ , разделяющему пространство углов  $\theta$  на область, где ВРМБ может развиваться, и на область, в которой ВРМБ запрещено. Из (4.23) следует, что



**Рис. 1.** Зависимость порога ВРМБ от угла между вектором ионно-звуковых волн и вектором плотности силы  $\mathbf{R}$ . Кривые  $I(\theta)$  получены при  $\alpha = 0.3$ ,  $ZT/T_i = 10$ ,  $kL_T = 50$ ,  $(\nu_t/2\gamma_i)(\omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2) = 0.02$  и  $k^2 l_t l_{ei} = 0.1$  (1),  $0.01$  (2)



**Рис. 2.** Вид функции  $I(\theta)$  при  $R = 16R_{NL}$ ,  $kL_T = 10$ ,  $(\nu_t/2\gamma_i)(\omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2) = 2$ . Остальные параметры те же, что и на рис. 1



**Рис. 3.** Вид функции  $I(\theta)$  при  $R = 16R_{NL}$ . В отличие от рис. 2, неизотермичность плазмы в 5 раз выше,  $ZT/T_i = 50$ . Остальные параметры те же

для векторов  $\mathbf{k}$ , попадающих в область углов, при которых  $W_E(\theta) < 0$ , декремент  $\gamma$  отрицателен и нарастания возмущений нет. Зависимости, представленные на рис. 2, претерпевают существенное изменение с увеличением неизотермичности плазмы. Как показано на рис. 3, при выбранных параметрах плазмы увеличение неизотермичности в 5 раз снимает запрет на ВРМБ для  $\mathbf{k}$ , ориентированных вдоль  $\mathbf{R}$ , а наименьшие значения порога ВРМБ имеют место для  $\mathbf{k}$ , направленных поперек  $\mathbf{R}$ .

Рассмотрим представляющий интерес для приложений коэффициент пространственного усиления ВРМБ. Для этого при анализе дисперсионного уравнения (4.15) примем, что частота  $\omega$  действитель-

на и  $\omega = \omega_s$ ,  $\Delta = \omega_s$ , а волновой вектор имеет малую мнимую часть  $-i\mathbf{G}$ ,  $G \ll k$ . Тогда для коэффициента пространственного усиления вдоль направления распространения рассеянной волны  $G_{-1} = \mathbf{k}_{-1} \cdot \mathbf{G}/k_{-1}$  находим

$$G_{-1} = \frac{\nu_{ei}\omega_{Le}^2}{2\omega_0 k_0 c^2} \left\{ \frac{v_E^2}{(v_E^2)_{th}} - 1 \right\}, \quad (4.26)$$

где зависимость функции  $(v_E^2)_{th}$  от угла  $\theta$  описывается выражением (4.24). Согласно (4.26) пространственное усиление рассеянной волны наиболее эффективно для тех углов  $\theta$ , под которыми реализуется наибольшее превышение порога ВРМБ. Вместе с тем, так как при выводе соотношения (4.26) считалось  $G_{-1} \ll k_{-1}$  (или  $G \ll k$ ), в условиях его применимости превышение порога ВРМБ не должно быть аномально большим.

Обсудим ВРМБ в пределе, противоположном (4.20), когда длительность импульса поля накачки (4.1) мала по сравнению с характерным временем изменения амплитуд гидродинамических возмущений в плазме,

$$|\gamma_s(\theta)|\tau \ll 2\pi. \quad (4.27)$$

Определим пороговое для ВРМБ значение интенсивности поля накачки, как это принято для коротких импульсов, из соотношения

$$\gamma\tau = 2\pi, \quad (4.28)$$

где  $\gamma$  определяется формулой (4.21). Тогда для пороговой интенсивности поля накачки получаем следующее выражение:

$$\frac{(v_E^2)_{th,\tau}}{v_T^2} = 8 \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \frac{2\pi}{\omega_s\tau} \left[ 1 + \frac{2\pi}{\gamma_E\tau} \right] \times \left[ 1 + 2(1 - a_* \cos \theta) \frac{\psi(\theta)}{k^2 l_t l_{ei}} \right]^{-1} > 0. \quad (4.29)$$

Как и в случае (4.24), из формулы (4.29), условий  $|\gamma| \ll \omega_s$  и (4.28) следует, что амплитуда скорости осцилляций электронов, отвечающая пороговому значению интенсивности поля накачки, также мала по сравнению с тепловой скоростью электронов. Следует отметить, что сравнительно невысокое значение пороговой плотности потока энергии (4.29) поля накачки с длительностью импульса (4.27) превышает значение соответствующей величины (4.24) для длинного импульса в

$$\frac{(v_E^2)_{th,\tau}}{(v_E^2)_{th}} = \frac{2\pi}{\max |\gamma_s(\theta)|\tau} \left[ 1 + \frac{2\pi}{\gamma_E\tau} \right] \gg 1 \quad (4.30)$$

раз. Таким образом, для возможности развития ВРМБ в лазерных импульсах малой длительности

необходимы более высокие значения плотности потока энергии этих полей, чем это требуется в случае импульсов большой длительности. Так же как и в случае больших длительностей импульса накачки, пороговое значение величины (4.29) существенно зависит от угла между векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{k}$ . В силу (3.29), (4.27) соответствующие зависимости подобны приведенным на рис. 1–3.

В заключение этого раздела отметим, что и в случае предела коротких импульсов поля накачки (4.27) для коэффициента пространственного усиления ВРМБ вблизи порога справедлива формула (4.26), в которой  $(v_E^2)_{th}$  следует заменить на  $(v_E^2)_{th,\tau}$  согласно (4.29).

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Остановимся на рассмотрении условий, в которых возможно наблюдение ВРМБ в плазме с ионно-звуковой турбулентностью. Согласно неравенству (3.5) характерный масштаб определяющих возмущение гидродинамических величин должен быть меньше пространственного масштаба изменения самих величин. Это означает, что угол рассеяния  $\theta_0$  должен быть не слишком малым,

$$2 \sin \frac{\theta_0}{2} \approx \theta_0 \gg 1.5 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{10^{-2}}{L_T [\text{см}]} \right] \left[ \frac{2 \cdot 10^{15}}{\omega_0 [\text{с}^{-1}]} \right], \quad (5.1)$$

где принято  $L \sim L_T$ . Вообще говоря, еще одно ограничение снизу на величину  $\theta_0$  дают неравенства (3.30), (3.31). Однако в наиболее интересном случае лазерных импульсов небольшой длительности, когда  $|\gamma_s(\theta)|\tau \ll 2\pi$ , такого ограничения нет. С другой стороны, использование гидродинамического описания возмущений предполагает малость параметра  $Zk^2l_{tei}$  (3.1) по сравнению с единицей, что дает

$$\theta_0 < 0.1 \left( \frac{\Lambda}{5} \right)^{1/2} \left[ \frac{10^{-2}}{L_T [\text{см}]} \right]^{1/4} \left[ \frac{2 \cdot 10^{15}}{\omega_0 [\text{с}^{-1}]} \right] \times \\ \times \left[ \frac{ZT}{10T_i} \right]^{1/4} \left[ \frac{R}{p} L_T \right]^{1/4} \left[ \frac{100}{T [\text{эВ}]} \right]^{9/8} \left[ \frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{20}} \right]^{5/8}. \quad (5.2)$$

Еще одно ограничение изложенной выше теории связано с предположением о малости характерного времени установления квазистационарного спектра турбулентных шумов по сравнению со временем изменения возмущений гидродинамических величин (см. (3.6)). В рамках неравенств (3.1), (3.6) спектр турбулентных шумов и электронные потоки успевают следовать за сравнительно медленным из-

менением возмущений. Неравенство (3.6) дает еще одно ограничение сверху на величину угла  $\theta_0$ :

$$\theta_0 < 0.2 \left[ \frac{10^{-2}}{L_T [\text{см}]} \right]^{1/2} \left[ \frac{2 \cdot 10^{15}}{\omega_0 [\text{с}^{-1}]} \right] \left[ \frac{10T_i}{ZT} \right]^{1/2} \times \\ \times \left[ \frac{R}{p} L_T \right]^{1/2} \left[ \frac{100}{T [\text{эВ}]} \right]^{1/4} \left[ \frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{20}} \right]^{1/4}. \quad (5.3)$$

Рассмотрим ограничения (5.1)–(5.3) в случае лазерной плазмы железа в условиях, характерных для эксперимента [21, 22], когда  $T = 200$  эВ,  $n = 10^{20}$  см<sup>-3</sup>,  $Z = 5$ ,  $L_T = 100$  мкм,  $ZT/T_i = 20$ . Для таких параметров плазмы неравенства (5.1), (5.2) налагают следующие ограничения на величину угла рассеяния в градусах:

$$0.2^\circ < \theta_0 < 4^\circ, \quad (5.4)$$

а неравенство (5.3) оказывается более слабым, чем (5.2). Отметим, что для  $k \approx k_0\theta_0$  выполнены также и неравенства (3.7), допускающие возможность гидродинамического описания ионов. Следовательно, обнаруженные выше особенности анизотропии порога ВРМБ в турбулентной плазме должны наблюдаться в интервале сравнительно малых углов рассеяния. Для столь малых углов  $\theta_0$  волновой вектор рассеяния  $\mathbf{k}$  практически перпендикулярен волновому вектору падающей волны  $\mathbf{k}_0$ . Это означает, что для волн, распространяющихся вдоль  $\mathbf{n}$  — направления анизотропии ионно-звуковой турбулентности, — особенности рассеяния будут определяться векторами  $\mathbf{k}$  практически ортогональными  $\mathbf{n}$ . Напротив, если  $\mathbf{k}_0 \perp \mathbf{n}$ , то рассеяние на малые углы определяется векторами  $\mathbf{k}$ , ориентированными вдоль  $\mathbf{n}$ .

Для полноты картины напомним следующее. Вне интервала углов (5.4) волновой вектор рассеяния велик настолько, что выполнено неравенство

$$Zk^2l_{tei} \gg 1. \quad (5.5)$$

Для описания рассеяния в рамках соотношения (5.5) необходимо учитывать нелокальность электронного переноса тепла. В том случае, когда распределение турбулентных шумов задано, теория ВРМБ в условиях (5.5) дана в недавно опубликованной работе [14].

Заканчивая обсуждение особенностей рассеяния на малые углы, отметим также, что, как видно из соотношения (4.29), для приведенных в этом разделе параметров плазмы и в случае импульсов излучения с  $2\pi/\gamma_E \ll \tau \ll 2\pi/|\gamma_s|$  порог ВРМБ не превышает  $\sim 10^{10}\text{--}10^{11}(2\pi/|\gamma_s|\tau)$  Вт/см<sup>2</sup>. Отсюда, в частности, при  $\gamma_s \sim 10^8$  с<sup>-1</sup> и  $\tau \sim 1$  нс пороговая плотность потока энергии составляет  $\sim 10^{12}\text{--}10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>.

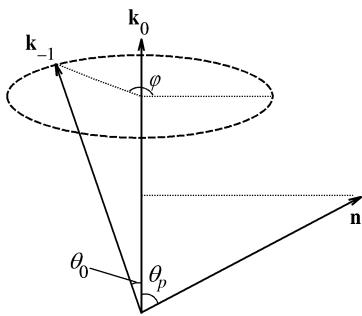
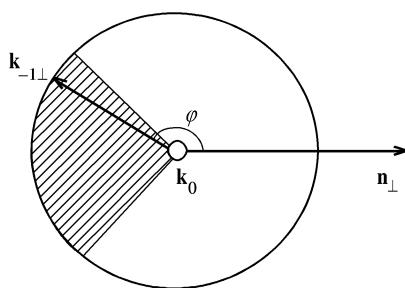


Рис. 4. Объемная диаграмма рассеяния

Рис. 5. Диаграмма рассеяния в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{k}_0$ . В заштрихованной области азимутальных углов  $\varphi$  вектора  $\mathbf{k}_{-1}$  ВРМБ запрещено

До сих пор не обсуждены условия запрета ВРМБ. Остановимся на этом качественно новом явлении специально. Как было показано, при  $Zk^2l_{tei} \ll 1$  или (5.2) запрет ВРМБ возникает в пределе больших значений возбуждающей турбулентности эффективной плотности силы  $\mathbf{R}$ , когда  $R \gg R_{NL}$ . При этом запрет возникает тогда, когда угол  $\theta$  между направлением единичного вектора  $\mathbf{n} = \nabla T / |\nabla T|$  (определяющего ось анизотропии ионно-звуковой турбулентности) и разностью  $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_{-1}$  (волновых векторов поля накачки  $\mathbf{k}_0$  и рассеянной волны  $\mathbf{k}_{-1}$ ) оказывается равным или меньшим  $\theta_*$ . Угол  $\theta_*$  определяется из условия обращения в нуль знаменателя формулы (4.25) и разделяет область углов  $\theta$  на две части — разрешенную для реализации ВРМБ, когда  $\theta_* < \theta < \pi$ , и запрещенную, когда  $0 \leq \theta \leq \theta_*$ . Пусть  $\theta_p$  — угол между векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{k}_0$ , который можно назвать углом падения. Выберем полярную ось сферической системы координат вдоль вектора  $\mathbf{k}_0$ . Тогда направление вектора  $\mathbf{k}_{-1}$ , задающее направление наблюдения рассеянной волны, будет определяться полярным углом  $\theta_0$  (углом рассеяния) и азимутальным углом  $\varphi$ , отсчитанным от проекции вектора  $\mathbf{n}$  на плоскость, перпендикулярную  $\mathbf{k}_0$  (см. рис. 4). Для экспериментального наблюдения запрета на ВРМБ

необходимо выполнение следующего условия:

$$\cos \varphi \leq \frac{\cos \theta_p \sin(\theta_0/2) - \cos \theta_*}{\sin \theta_p \cos(\theta_0/2)}, \quad (5.6)$$

обеспечивающего выполнение неравенства  $0 \leq \theta \leq \theta_*$ . Поскольку построенная нами при (3.1) теория ВРМБ справедлива для малых углов рассеяния (5.2), в нулевом приближении по малому вкладу величин порядка  $\theta_0 \ll 1$  (5.6) можно записать в виде

$$\pi - \arccos \left( \frac{\cos \theta_*}{\sin \theta_p} \right) \leq \varphi \leq \pi + \arccos \left( \frac{\cos \theta_*}{\sin \theta_p} \right), \quad (5.7)$$

где угол падения  $\theta_p$  заключен в области

$$\pi/2 - \theta_* \leq \theta_p \leq \pi/2 + \theta_*. \quad (5.8)$$

В частности, при обсуждаемых условиях теплового ВРМБ

$$\theta_* = \arccos \frac{1}{a_*} \simeq 40^\circ, \quad (5.9)$$

а неравенство (5.8) имеет вид

$$50^\circ \leq \theta_p \leq 130^\circ. \quad (5.10)$$

На рисунке 5 заштрихованная область графически иллюстрирует диапазон азимутальных углов  $\varphi$  вектора  $\mathbf{k}_{-1}$ , в котором выполнено (5.7) и ВРМБ запрещено. Здесь  $\mathbf{k}_{-1\perp}$  и  $\mathbf{n}_\perp$  — компоненты векторов  $\mathbf{k}_{-1}$  и  $\mathbf{n}$ , перпендикулярные  $\mathbf{k}_0$ . Из (5.7) следует, что максимальная ширина области азимутальных углов  $\varphi$  вектора  $\mathbf{k}_{-1}$ , в которой ВРМБ запрещено, составляет

$$\pi - \theta_* \leq \varphi \leq \pi + \theta_* \quad (5.11)$$

и реализуется, когда угол падения  $\theta_p \simeq \pi/2$ , т. е. волна накачки падает практически перпендикулярно оси анизотропии турбулентности. При условиях теплового ВРМБ неравенства (5.11) имеют вид

$$140^\circ \leq \varphi \leq 220^\circ.$$

Экспериментальное нахождение граничных значений углов  $\theta_p$  и  $\varphi$ , при которых возникает запрет на ВРМБ, позволит найти  $\theta_*$  и проверить не только численное значение константы  $a_*$ , но и — что самое главное — экспериментально проверить давно сделанное в литературе утверждение об аномально эффективном нагреве ионов в плазме с ионно-звуковой турбулентностью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

(проекты 96-02-16779, 99-02-18075), программы Государственной поддержки ведущих научных школ (проект 96-15-96750) и федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники гражданского назначения» — подпрограмма «Физика квантовых и волновых процессов».

### ПРИЛОЖЕНИЕ

В сильно неизотермической плазме число ионов, взаимодействующих с ионно-звуковыми волнами согласно механизму черенковского рассеяния, сравнительно невелико и их влиянием на спектр турбулентности можно пренебречь. В такой плазме квазистационарное состояние ионно-звуковой турбулентности устанавливается под влиянием таких процессов, как черенковское излучение волн электронами и индуцированное рассеяние волн на тепловых ионах. В этих условиях закономерности электронного переноса зависят от соотношения возбуждающей турбулентность эффективной плотности силы

$$\mathbf{R} = en\mathbf{E}_q - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} p \quad (\text{П.1})$$

и характеризующей влияние индуцированного рассеяния волн на ионах плотности силы  $R_{NL}$  (см. (2.7)), где  $\mathbf{E}_q$  — квазистационарное электрическое поле в плазме. Когда  $R \ll R_{NL}$ , плотность тока и теплового потока электронов описываются соотношениями [19]

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = & env_s \left\{ \left[ \frac{3}{2} \left( 1 - \beta_{||}(\alpha) + \frac{\alpha}{12} \right) + \frac{16}{\pi} \beta_{||}(\alpha) \right] \times \right. \\ & \left. \times \mathbf{n} - \frac{24}{\pi} (\beta_{||}(\alpha) \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\zeta} \mathbf{n} + \beta_{\perp} \mathbf{n} \times [\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{n}]) \right\}, \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q} = & pv_s \left\{ \left[ \frac{15}{4} \left( 1 - \beta_{||}(\alpha) + \frac{\alpha}{12} \right) + \frac{64}{\pi} \beta_{||}(\alpha) \right] \times \right. \\ & \left. \times \mathbf{n} - \frac{160}{\pi} (\beta_{||}(\alpha) \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\zeta} \mathbf{n} + \beta_{\perp} \mathbf{n} \times [\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{n}]) \right\}, \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ ,  $\boldsymbol{\zeta} = (p/R)\partial \ln T / \partial \mathbf{r}$ ,  $\beta_{\perp} = 0.02$ . В противоположном предельном случае, когда  $R \gg R_{NL}$ , электронные потоки имеют вид [19]

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = & \frac{16}{\pi} env_s \sqrt{\frac{R}{R_{NL}}} \times \\ & \times \left\{ \beta_{||} \mathbf{n} - \frac{3}{2} (\beta_{||} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\zeta} \mathbf{n} + \beta_{\perp} \mathbf{n} \times [\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{n}]) \right\}, \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q} = & \frac{64}{\pi} pv_s \sqrt{\frac{R}{R_{NL}}} \times \\ & \times \left\{ \beta_{||} \mathbf{n} - \frac{5}{2} (\beta_{||} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\zeta} \mathbf{n} + \beta_{\perp} \mathbf{n} \times [\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{n}]) \right\}, \quad (\text{П.5}) \end{aligned}$$

где  $\beta_{\perp} = 0.80$ . Выражения (П.2)–(П.5) позволяют рассматривать электронные потоки заряда и тепла как вдоль, так и поперек оси анизотропии турбулентных шумов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. H. A. Baldis and C. J. Walsh, Phys. Fluids **26**, 3426 (1983).
2. K. Tanaka, L. M. Goldman, W. Seka, R. W. Short, and E. A. Williams, Phys. Fluids **27**, 2960 (1984).
3. P. E. Young, K. G. Estabrook, W. L. Kruer, E. A. Williams, P. J. Wegner, R. P. Drake, H. A. Baldis, and T. W. Johnston, Phys. Fluids B **2**, 1907 (1990).
4. G. P. Banfi, K. Eidmann, and R. Sigel, Opt. Commun. **52**, 35 (1984).
5. J. Handke, S. A. H. Rizvi, and B. Kronast, Appl. Phys. **25**, 109 (1981).
6. S. J. Karttunen and R. R. E. Salomaa, Phys. Lett. A **88**, 350 (1982).
7. J. F. Drake, P. K. Kaw, Y. C. Lee, G. Sekmidt, C. S. Liu, and M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids **17**, 778 (1974).
8. W. M. Manheimer and D. G. Colombant, Phys. Fluids **24**, 2319 (1981).
9. W. L. Kruer, Phys. Fluids **23**, 1273 (1980).
10. L. Spitzer, Jr., and R. Harm, Phys. Rev. **89**, 977 (1953).
11. R. W. Short and E. M. Epperlein, Phys. Rev. Lett. **68**, 3307 (1992).
12. P. K. Shukla, Phys. Fluids B **5**, 4253 (1993).
13. A. V. Maximov and V. P. Silin, Phys. Lett. A **192**, 67 (1994).
14. К. Н. Овчинников, В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **113**, 629 (1998).
15. В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **98**, 117 (1990).
16. А. В. Максимов, В. П. Силин, М. В. Чеготов, Физика плазмы **16**, 575 (1990).
17. В. П. Силин, С. А. Урюпин, Физика плазмы **22**, 790 (1996).

18. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, Физика плазмы **13**, 1097 (1987).
19. V. Yu. Bychenkov, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, Phys. Rep. **164**, 119 (1988).
20. V. Yu. Bychenkov, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, *Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion XIII*, 1990, p. 239.
21. L. L. Losev and V. I. Soskov, Opt. Commun. **135**, 71 (1998).
22. А. А. Антипов, А. З. Грасюк, С. В. Ефимовский, С. В. Курбасов, Л. Л. Лосев, В. И. Сосков, КЭ **25**, 31 (1998).