

# МНОГОКРАТНОЕ МАЛОУГЛОВОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЗНАЧЕНИИ БОРНОВСКОГО ПАРАМЕТРА

*С. Г. Богданов, А. З. Меньшиков*

*Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук  
620219, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 11 мая 1999 г.

Осуществлены компьютерные расчеты интенсивности многократного малоуглового рассеяния нейтронов по общей формуле Мольер [8] в широком диапазоне изменения величин борновского параметра, охватывающем режимы дифракции, рефракции и переходную область от дифракции к рефракции. Проведено сравнение с расчетами по приближенным формулам, полученным ранее Малеевым с соавт. [9, 10] в предельных случаях борновского параметра  $\alpha \ll 1$  и  $\alpha \gg 1$  для дифракционного и рефракционного режимов соответственно. Показано, что в широкой области значений  $\alpha$  результаты расчетов по приближенным и по общей формулам совпадают. Для экспериментальной проверки выводов теории использованы данные по измерению малоуглового рассеяния нейтронов на доменной структуре ферромагнетиков. Измерены величины уширения нейтронного пучка на образцах разных толщин и по ним определены эффективные размеры доменов в чистых железе и никеле, подвергнутых термической обработке и пластической деформации, а также в инварных сплавах  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$ . Рассмотрена природа угловой зависимости магнитного малоуглового рассеяния нейтронов на асимптотике.

PACS: 61.12.Ex; 75.60.Ch; 75.50.Bb; 61.10.Wg

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Многократное малоугловое рассеяние — один из основных физических процессов, реализующийся при прохождении корпускулярного или волнового излучения через неоднородные среды. Оно проявляется в уширении первичного пучка в результате рефракции или дифракции высокой кратности на различного рода неоднородностях, эффективный радиус которых  $R_{eff}$  значительно больше длины волны  $\lambda$  падающего излучения ( $R_{eff} \gg \lambda$ ). Впервые это явление рассматривалось в 1926 г. Нардромом [1] на примере многократного преломления рентгеновских лучей. Им была получена формула, связывающая уширение первичного пучка с эффективным размером частиц, на которых происходит рефракция. В последующем эффект изменения ширины кривой рассеяния рентгеновских лучей рассматривали и для процессов дифракции различной кратности [2].

Что касается многократного рассеяния нейтронов, то его проявление впервые обнаружил Юз с соавт. [3] при пропускании нейтронов через немагнитную пластину чистого железа. В этом слу-

чае уширение первичного пучка нейтронов возникало в результате многократной рефракции и дифракции на доменной структуре. Затем более подробно этот эффект изучался в работах [4, 5], где из результатов уширения первичного пучка монохроматических нейтронов определялся эффективный размер доменов. В последнее время этот метод широко используют также и для определения размера рассеивающих частиц в немагнитных порошковых и пористых материалах [6, 7]. Весьма оригинальным в этом отношении является способ, основанный на анализе кривизны линии вблизи нулевого угла рассеяния, разработанный в [7].

Теоретически проблема многократных столкновений частиц была рассмотрена Мольер (см., например, [8]). Найденное ею выражение для интенсивности многократных процессов, записанное в интегральной форме, справедливо для произвольного значения борновского параметра. Однако эта теория не нашла широкого применения для обработки экспериментальных результатов из-за сложности анализа общего выражения. Для его упрощения авторы работ [9, 10] использовали некоторые прибли-

женные решения этой задачи, позволяющие получать выражения для интенсивности многократного рассеяния в более доступной для анализа форме. В частности, в [9] рассмотрен случай, когда  $\alpha \ll 1$  (борновское приближение или дифракционный режим), а в работе [10] — случай  $\alpha \gg 1$  (неборновское приближение или режим рефракции). В том и другом приближениях многократное рассеяние рассматривали как случайные процессы, описываемые гауссовой функцией. Оба решения приводили к заключению, что уширение первичного пучка нейтронов пропорционально квадратному корню из кратности рассеяния:  $\propto (L/l)^{1/2}$ , где  $L$  — толщина образца,  $l$  — длина свободного пробега нейтрона. Это достаточно хорошо совпадало с результатами эксперимента [4–6]. Однако в режиме рефракции при толщине образца больше некоторой критической величины ( $L \gg L_0$ ) был найден еще один закон, а именно, линейная зависимость уширения от толщины. Но его экспериментальное подтверждение, сделанное в работе [11], было подвергнуто сомнению самими же авторами из-за большой ошибки эксперимента, связанной с неидентичностью доменной структуры у образцов разной толщины. Кроме того, совершенно открытым оставался вопрос о характере зависимости уширения от толщины в области перехода от рефракции к дифракции, когда параметр  $\alpha$  близок к единице. В этой области оставалась также неопределенной угловая зависимость интенсивности многократного рассеяния при больших векторах рассеяния.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы методом численных расчетов по формуле Мольер изучить процесс многократного малоуглового рассеяния нейтронов в широком диапазоне изменения размеров частиц или борновского параметра  $\alpha$ , охватывающем режимы дифракции и рефракции, а также переходную область от дифракции к рефракции. На основании этих расчетов и анализа более простых аналитических выражений, полученных в работах [9, 10], обсудить результаты экспериментальных исследований эффектов многократного магнитного рассеяния нейтронов на доменной структуре в ряде ферромагнитных материалов, таких как чистые железо и никель, а также в инварных сплавах  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$ .

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Интенсивность многократного малоуглового рассеяния в общем случае для произвольного значения борновского параметра  $\alpha$  рассчитывалась по форму-

ле Мольер [8], записанной в следующей форме:

$$I(q, L) = \frac{S}{2\pi} \int_0^\infty \Lambda J_0\left(\Lambda \frac{q}{k}\right) \exp\left[-\left(1 - \frac{\sigma_\Lambda}{\sigma_0}\right) \frac{L}{l}\right] d\Lambda, \quad (1)$$

где

$$\sigma_\Lambda = \frac{2\pi}{k^2} \int_0^\infty J_0\left(\Lambda \frac{q}{k}\right) \sigma(q) dq, \quad \sigma_0 = \sigma_\Lambda|_{\Lambda=0}, \quad (2)$$

$S$  — площадь поперечного сечения пучка,  $q = 4\pi \sin \theta / \lambda$  — переданный импульс нейтрона,  $\theta$  — угол рассеяния,  $k = 2\pi / \lambda$  — волновое число,  $J_0(x)$  — функция Бесселя,  $\sigma(q) \equiv d\sigma/d\Omega$  — дифференциальное сечение однократного рассеяния, которое вычисляется как квадрат амплитуды рассеяния. Следуя [12], в общем случае его можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sigma(q) = & \\ = k^2 R^4 & \left\{ \left[ \int_0^1 \left( \cos\left(\alpha \sqrt{1-x^2}\right) - 1 \right) J_0(qRx) x dx \right]^2 + \right. \\ & \left. + \left[ \int_0^1 \sin\left(\alpha \sqrt{1-x^2}\right) J_0(qRx) x dx \right]^2 \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Полное сечение однократного рассеяния на одну частицу,  $\sigma_0$ , согласно [13], выражается формулой

$$\sigma_0 = 4\pi R^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \frac{\cos \alpha - 1}{\alpha^2} \right), \quad (4)$$

где  $\alpha$  — борновский параметр, определяемый как

$$\alpha \equiv 2\nu = \frac{U}{E} kR, \quad (5)$$

$U$  — энергия, связанная с неоднородностью,  $E$  — энергия нейтрона,  $R$  — радиус неоднородности. В другой записи этот же параметр  $\alpha$  выглядит следующим образом [10]:

$$\alpha = 2\lambda R \delta(Nb), \quad (6)$$

где  $\delta(Nb)$  — контраст,  $\delta(Nb) = |N_1 b_1 - N_0 b_0|$ . Здесь  $N$  — ядерная плотность,  $b$  — амплитуда когерентного рассеяния нейтронов. Индексы 0 и 1 относятся к матрице и неоднородности соответственно.

В качестве приближенных решений задачи многократного рассеяния нейтронов использовались формулы из работ [9, 10], записанные в следующей форме:

$$I(q, L) = I_0(q, L) + I_1(q, L) + I_2(q, L), \quad (7)$$

где для  $\alpha \ll 1$

$$I_0(q, L) = I_0(0, L) \exp(-q^2/q_1^2), \quad (8)$$

$$q_1 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{BL}{l_d}}. \quad (9)$$

При этом параметр  $B$  определялся как  $B \simeq \ln(4L/l_d) + \ln \ln(4L/l_d)$ , где  $l_d = 1/(n\sigma_d)$  — длина свободного пробега,  $n$  — объемная плотность неоднородностей,  $\sigma_d = \pi\alpha^2 R^2/2$  — интегральное сечение однократного рассеяния.

Для слагаемых  $I_1$  и  $I_2$  были использованы следующие выражения [5]:

$$I_1(q, L) = \frac{1}{2} S L n \frac{d\sigma_{as}}{d\Omega}, \quad (10a)$$

$$I_2(qL) \simeq \frac{4\nu^2}{\pi} S L n \frac{d\sigma_{as}}{d\Omega} \frac{1}{qR}, \quad (10б)$$

где  $d\sigma_{as}/d\Omega = \alpha^2 k^2/2q^4$  — дифференциальное сечение однократного рассеяния на асимптотике для сферических частиц радиуса  $R$  с гладкими поверхностями.

В случае  $\nu \gg 1$  (режим рефракции и дифракции в неборновском приближении) дифференциальное и полное сечения однократного рассеяния рассчитывались согласно [13] по формулам

$$\frac{d\sigma_r}{d\Omega} = k^2 R^4 \left[ \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + (qR)^2)^2} + \frac{J_1^2(qR)}{(qR)^2} - \frac{2\alpha}{\alpha^2 + (qR)^2} \frac{J_1(qR)}{qR} \sin \sqrt{\alpha^2 + (qR)^2} \right], \quad (11)$$

$$\sigma_r = 2\pi R^2. \quad (12)$$

В выражении (11) первое слагаемое описывает явление рефракции, второе — фраунгоферову дифракцию, а третье имеет интерференционную природу.

Пренебрегая третьим слагаемым в (11), авторы работы [10] получили разные выражения для интенсивности многократного рассеяния при  $L \ll L_0$  и  $L \gg L_0$ , где  $L_0$  — некоторая критическая толщина

$$L_0 = l_r \alpha^2 \ln \alpha. \quad (13)$$

Здесь  $l_r = 1/(n\sigma_r)$  — длина свободного пробега нейтрона в рефракционном режиме. При  $L \ll L_0$  выражения для интенсивности многократных процессов и, соответственно, уширения первичного пучка нейтронов оказались похожими на аналогичные выражения для дифракционного режима:

$$I_0^r(q, L) = \frac{S}{2\pi} \left( \frac{k}{q_2} \right)^2 \exp \left( -\frac{q^2}{2q_2^2} \right), \quad (14)$$

$$q_2 = \frac{\alpha}{2R} \sqrt{\frac{L}{l_r} \ln \frac{L}{2l_r}}, \quad (15)$$

а выражение для  $I_1^r(q, L)$  совпадает с формулой (10a)<sup>1)</sup>.

Для образцов толщиной  $L \gg L_0$  интенсивность многократного рассеяния описывалась формулами другого типа:

$$I^d(q, L) = \frac{S}{2\pi} \frac{k^2 q_3}{(q^2 + q_3^2)^{3/2}}, \quad (16)$$

$$q_3 = \left( 1 + \frac{1}{\pi} \right) \frac{1}{2R} \frac{L}{l_r}. \quad (17)$$

Здесь интенсивность многократного рассеяния на асимптотике пропорциональна  $q^{-3}$ , а уширение имеет линейную зависимость от толщины образца.

Поэтому кроме сравнения результатов расчета по общим и приближенным формулам интересно было проверить справедливость выводов о существовании различных видов зависимостей уширения от толщины и интенсивностей от волнового вектора для рефракционного режима при  $L < L_0$  и  $L > L_0$ .

### 2.1. Зависимость уширения нейтронного пучка от толщины образца

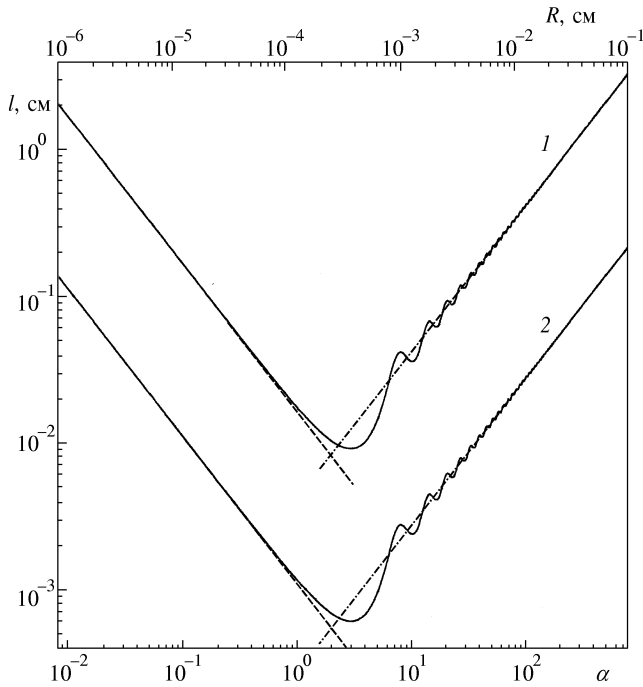
Численные расчеты уширения нейтронного пучка за счет многократных процессов были выполнены для гипотетического образца, представляющего собой систему сферических частиц одинакового размера, равномерно распределенных в вакууме. При этом плотность ядер внутри частицы принималась равной  $N = 8 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , а амплитуда когерентного рассеяния нейтронов полагалась равной  $b = 1 \cdot 10^{-12} \text{ см}$ . Согласно принципу Бабинне, эту же систему можно представить как матрицу с соответствующей плотностью, в которой равномерно распределены поры радиусом  $R$ . В том и в другом случаях ядерный контраст составляет  $\delta(NB) = NB$ . Толщина образца  $L$  принималась равной 2 и 10 см. Расчеты были сделаны для приближенных к экспериментальным условиям длин волн нейтронов  $\lambda = 0.5$  и 1 нм. Размер частиц или пор варьировался в пределах от 10 нм до 1 мм. Объемная доля неоднородностей  $\rho$  принималась равной 0.02 и 0.3, что справедливо для систем с низкой и высокой концентрациями неоднородностей соответственно.

Длина свободного пробега нейтронов вычислялась по формуле

$$l = \frac{1}{n\sigma_0}, \quad (18)$$

где  $1/n = 4\pi R^3/(3\rho)$ , а  $\sigma_0$  описывается формулой (4). Длина свободного пробега была рассчитана как

<sup>1)</sup> Выражение для  $I_1^r(q, L)$  получено Ю. Н. Скрыбиним.



**Рис. 1.** Зависимости длины свободного пробега нейтрона  $l$  от величины борновского параметра  $\alpha$ , рассчитанные по различным формулам: (18), (4) — сплошные линии, (19) — штриховые, (20) — штрихпунктирные. Вверху приведена шкала для радиуса неоднородности. Расчеты проведены для значений объемной концентрации неоднородностей  $\rho = 0.02$  (1) и 0.3 (2)

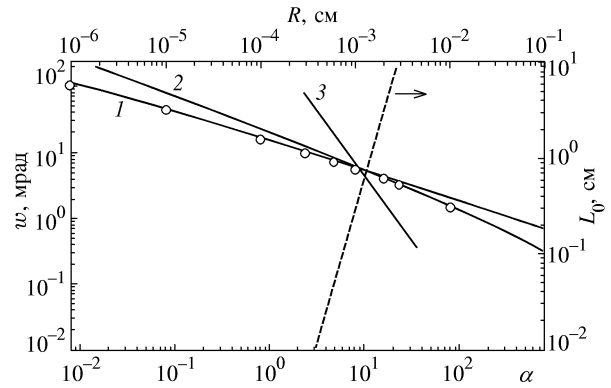
функция  $\alpha$  или  $R$  и изображена на рис. 1 в логарифмическом масштабе сплошной линией для двух значений  $\rho$ : 0.02 (1) и 0.3 (2). Здесь же штриховыми линиями и штрихпунктиром показаны длины свободного пробега  $l_d$  и  $l_r$ , вычисленные по приближенным формулам, справедливым в режимах дифракции и рефракции соответственно:

$$l_d = \frac{2}{3} \frac{1}{\rho \lambda^2 N^2 b^2 R}, \quad (19)$$

$$l_r = \frac{2}{3} \frac{R}{\rho}. \quad (20)$$

Видно, что линии  $l_d$  и  $l_r$  пересекаются при  $\alpha = 2$  ( $\nu = 1$ ), в то время как истинная кривая  $l(R)$  имеет минимум при несколько большем значении  $\alpha$  и проявляет осциллирующий характер в интервале  $\alpha \simeq 2-20$ . Кроме того, характер кривых мало зависит от объемной концентрации неоднородностей  $\rho$ .

Для выяснения вида зависимостей уширения первичного пучка нейтронов от размера неоднородностей сначала были проведены расчеты углового уширения пучка нейтронов с использованием фор-



**Рис. 2.** Зависимости уширения первичного пучка нейтронов от размера неоднородностей или борновского параметра  $\alpha$  для гипотетического образца толщиной  $L = 2$  см в дифракционном (1) и рефракционном (2 и 3) режимах для объемной концентрации неоднородностей  $\rho = 0.3$ . Штриховой линией показана критическая толщина  $L_0$ , введенная в [10] для определения области применимости зависимости  $w_3(L)$

мул (9), (15), (17), полученных в дифракционном и рефракционном режимах,

$$w_1 = 0.325 \sqrt{\rho} N b \lambda^2 \sqrt{\frac{L}{R} \left( \ln \frac{4L}{l_d} + \ln \ln \frac{4L}{l_d} \right)}, \quad (21a)$$

$$\alpha \ll 1,$$

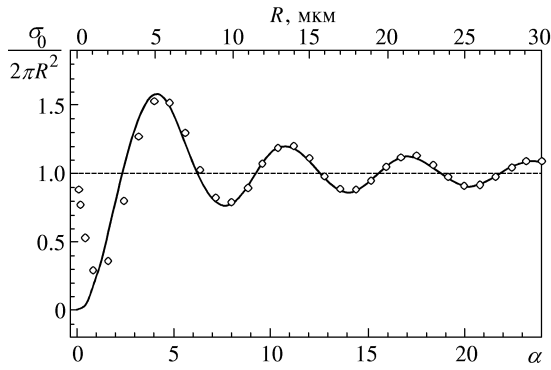
$$w_1 = 0.459 \sqrt{\rho} N b \lambda^2 \sqrt{\frac{L}{R} \left( \ln \frac{L}{2l_r} + \ln \ln \frac{L}{2l_r} \right)}, \quad (21b)$$

$$\alpha \gg 1, \quad L \ll L_0,$$

$$w_3 = 0.241 \rho \lambda \frac{L}{R^2}, \quad \alpha \gg 1, \quad L \gg L_0, \quad (21v)$$

где  $w_i$  — ширина линии на полувысоте. Результаты вычислений для объемной концентрации неоднородностей  $\rho = 0.3$  приведены на рис. 2 (сплошные линии 1, 2, 3). Похожие зависимости были получены и для  $\rho = 0.02$ . Штриховой линией показана зависимость критической толщины  $L_0$  от радиуса неоднородности  $R$  или борновского параметра  $\alpha$ , рассчитанная по формуле (13). Оказалось, что интервал размеров, где практически может выполняться условие  $L \gg L_0$  и где следует применять зависимость  $w_3(R)$ , очень мал и соответствует параметру  $\alpha \sim 2-10$ .

Естественно, что достоверность полученных выше зависимостей может быть проверена численными расчетами по общим формулам (1)–(3), которые справедливы для произвольного значения борнов-



**Рис. 3.** Интегральное сечение однократного рассеяния, рассчитанное по общей формуле (4) (сплошная линия) и в рефракционном пределе по формуле (2) с учетом (точки) и без учета (штриховая линия) интерференционного слагаемого в формуле (11) для однократного дифференциального сечения рассеяния нейтронов

ского параметра  $\alpha$ . Для этой цели сначала вычислялось дифференциальное сечение однократного рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  для каждого размера частиц  $R$ , а затем рассчитывался фурье-образ сечения рассеяния  $\sigma_\Delta$ . На заключительной стадии определялись угловая зависимость сечения многократного рассеяния  $I(q)$  и полная ширина этой кривой на половине ее высоты,  $w(R)$ . Расчеты были проведены для толщины образца  $L = 2$  см, которая удовлетворяла условию  $L \gg L_0$  при  $R \simeq 5 \cdot 10^{-4}$  см. Результаты такого расчета показаны точками на рис. 2. Видно, что значения  $w(R)$ , полученные с использованием формулы Мольер, хорошо ложатся на участки кривых  $w_1(R)$  и  $w_2(R)$ , рассчитанных по приближенным формулам (21а) и (21б). Более того, существует лишь монотонная зависимость уширения от размера, и никаких аномалий в переходной области не наблюдается. Аналогичные вычисления, выполненные для образца толщиной  $L = 10$  см и для длины волны  $\lambda = 1$  нм, показали ту же закономерность. Это позволяет сделать вывод, что зависимость  $w_3(L)$  при  $L \gg L_0$  в действительности не существует, хотя математическое решение задачи в работе [10] при допущении малости вклада от третьего слагаемого в формуле (11) было выполнено правильно.

Чтобы показать влияние третьего слагаемого в выражении (11) на конечный результат вычислений полного сечения рассеяния нейтронов, был проведен численный расчет сечения однократного рассеяния в области кроссовера. На рис. 3 показаны некоторые зависимости этого сечения в относительных единицах. Первая из них, представленная сплошной линией, рассчитана по общей формуле (4). Вто-

рая зависимость, показанная точками, получена по формуле (2) с использованием выражения (11), где учтены все слагаемые, включая и интерференционный член. Видно, что при  $\alpha > 2$  эти две зависимости очень близки. Но если в формуле (11) пренебречь третьим слагаемым, то получим выражение  $\sigma_0 = 2\pi R^2$ , представленное штриховой линией на рис. 3, которое в области значений  $\alpha$  от 2 до 30 существенно отличается от истинного сечения рассеяния, изображенного сплошной линией. Поэтому пренебрежение интерференционным слагаемым в формуле (11) приводит к значительным неточностям при расчете полного сечения рассеяния в указанном интервале значений  $\alpha$ .

Подобные неточности наблюдаются и в расчетах уширения первичного пучка. В табл. 1 представлены величины уширения первичного пучка, вычисленные по формуле (1) с использованием дифференциального сечения однократного рассеяния (11) с учетом (колонка 3) и без учета (колонка 5) третьего слагаемого; для сравнения приведены также результаты расчета по формулам (21). Видно, что если третье слагаемое не учитывается ( $w(2)$ , колонка 5), то при  $\alpha < 10$  (выполняется условие  $L \gg L_0$ ) значения уширения нейтронного пучка действительно близки к тем, что получены из формулы для  $w_3(L)$  (колонка 6). Если же при расчетах это слагаемое принять во внимание, то полученные значения  $w$  ( $w(3)$ , колонка 3) ближе к величинам уширений, соответствующим кривой  $w_2(R)$  (колонка 4). В то же время с ростом  $\alpha$  вклад интерференционного слагаемого в сечение (11) уменьшается, и величины, приведенные в колонках 3 и 5, сравниваются между собой и становятся близкими к значениям  $w_2(R)$ , рассчитанным по формуле (21б).

Следовательно, вывод о существовании критической толщины  $L_0$  и зависимостей  $w_3 \propto L$  и  $I(q) \propto q^{-3}$  при  $L \gg L_0$ , сделанный в [10], следует объяснить неучетом интерференционного слагаемого в сечении однократного рассеяния в рефракционном режиме. Однако это пренебрежение интерференционным слагаемым не искажает главный результат, вытекающий из численных расчетов уширения по общей формуле Мольер. Он состоит в том, что приближенные формулы, полученные в [9, 10] для уширения в дифракционном режиме при любых  $L$  и рефракционном режиме при  $L < L_0$ , в совокупности могут быть использованы во всей области изменения  $\alpha$ , в том числе и в переходной от дифракции к рефракции. При этом дифракционное приближение применимо вплоть до  $\alpha \sim 10$ –15, а при больших значениях  $\alpha$  справедливы формулы, полученные в рефракционном приближении.

**Таблица 1.** Уширение пучка, рассчитанное по формулам (1), (2) с использованием сечения однократного рассеяния в рефракционном пределе (11) при учете (колонка 3) и без учета (колонка 5) интерференционного слагаемого в сечении (11), и результаты, полученные по формулам (21)

$\alpha$	$R$ , мкм	$w(3)$ , мрад	$w_2$ , мрад	$w(2)$ , мрад	$w_3$ , мрад
1	2	3	4	5	6
2.4	3	15	13	83	81
4.8	6	10	8.5	24	20
8	10	6.4	6.3	11	7.2
16	20	5.0	4.2	5.0	1.8
24	30	3.5	3.3	3.5	0.8
80	100	1.4	1.6	1.4	0.07

## 2.2. Угловая зависимость множественного рассеяния

Обратимся теперь к проверке выводов приближенных теорий [9, 10] относительно предсказанных зависимостей интенсивности множественного рассеяния от переданного импульса. Как видно из выражения (7), интенсивность множественного рассеяния была представлена в виде суммы трех слагаемых  $I_0$ ,  $I_1$  и  $I_2$ . Первое из них хорошо описывает уширение первичного пучка нейтронов за счет множественных процессов, благодаря тому что форма кривой множественного рассеяния (1) оказалась близкой к гауссовой. Расхождения между кривыми  $I(q)$ , вычисленными по общей формуле (1) и по формуле (8), имеются только для больших и очень малых  $q$ . Прежде всего мы остановимся на расхождении этих кривых при больших  $q$ , что имеет непосредственное отношение к угловым зависимостям малоуглового рассеяния нейтронов, измеряемым экспериментально. Область очень малых переданных импульсов менее доступна для измерений.

В приближенных теориях [9, 10] отклонение зависимостей  $I_0(q, L)$  от формы линии Мольер учитывается слагаемыми  $I_1$  и  $I_2$ , аналитические выражения для которых представлены формулами (10а) и (10б), где  $I_1$  и  $I_2$  пропорциональны  $q^{-4}$  и  $q^{-5}$  соответственно. Расчет зависимости сечения множественного рассеяния от переданного импульса для частиц разных размеров по формуле Мольер показал, что на асимптотике интенсивность множественного рассеяния описывается законом  $I(q) \propto q^{-4}$ . При этом вклад от  $I_2$  является не существенным. Это хорошо видно на рис. 4, где изображены различные зависимости  $I(q)$  для частиц размером 100 нм.

Из результатов численных расчетов также следует, что макроскопические сечения однократного и множественного рассеяний нейтронов на асимпто-

тике совпадают между собой по величине. Из данных, представленных на рис. 4, можно сделать заключение о количественном определении «асимптотики». Если принять за асимптотический предел величину вектора рассеяния  $q_{as}$ , при которой сечение множественного рассеяния с точностью 10% сравнивается с его асимптотическим значением, то получим  $q_{as} \simeq 10w$ . Однако на экспериментальных кривых множественного рассеяния нейтронов характерные для асимптотики зависимости наблюдаются на углах, величина которых на порядок меньше. Такую особенность экспериментальных зависимостей естественно объяснить экспериментальной формой линии множественного рассеяния на доменной структуре ферромагнетиков. Она, как правило, описывается квадратированной функцией Лоренца, которая быстрее достигает своего асимптотического предела  $I \propto q^{-4}$ , чем мольеровская кривая множественного рассеяния.

## 3. МНОЖЕСТВЕННОЕ МАГНИТНОЕ МАЛОУГЛОВОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ

Теоретически эффекты множественного малоуглового рассеяния нейтронов на магнитных неоднородностях можно рассматривать так же, как и на ядерных. Только в этом случае энергия, связанная с неоднородностью, равна  $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \delta\mathbf{B}$ , и борновский параметр  $\alpha$  в формулах для сечений однократного рассеяния (3) и (4) записывается в виде

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \delta\mathbf{B}}{E} R. \quad (22)$$

Здесь  $E$  и  $\boldsymbol{\mu}$  — энергия и магнитный момент нейтрона соответственно,  $\delta\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0$  — магнитный контраст,  $\mathbf{B}_0$  и  $\mathbf{B}_1$  — магнитные индукции матри-

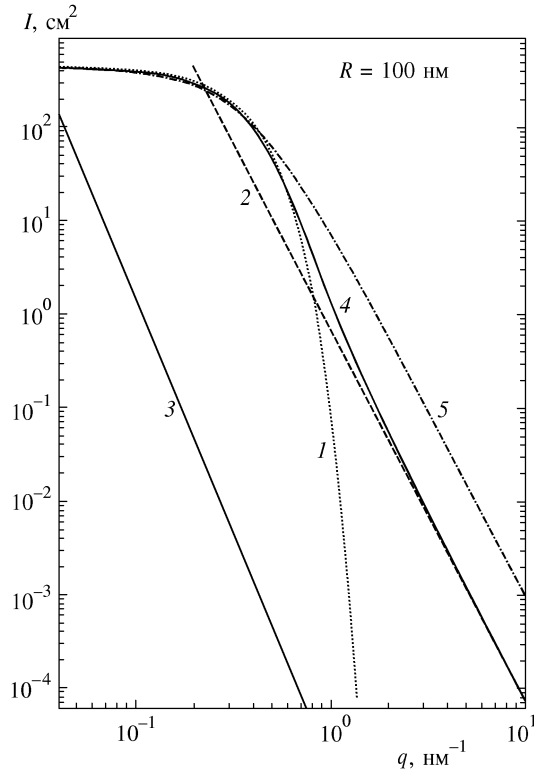


Рис. 4. Дифференциальные сечения многократного рассеяния  $I_0(q)$  (кривая 1),  $I_1(q)$  (2),  $I_2(q)$  (3) и сечение рассеяния, рассчитанное по общей формуле Мольера (кривая 4) для частиц размером 100 нм. Кривая 5 — квадрированная функция Лоренца, которой чаще всего описываются экспериментальные кривые многократного рассеяния на доменной структуре ферромагнетиков

цы и неоднородности соответственно. В случае ферромагнетика с хаотической доменной структурой в качестве неоднородностей выступают сами магнитные домены, на границах которых происходит многократное преломление.

Чтобы использовать выводы вышеописанной теории для анализа магнитного многократного рассеяния нейтронов на доменной структуре ферромагнетика, необходимо сделать несколько замечаний. Первое из них связано с тем, что в общем случае форма доменов не является сферической. Однако все вышеприведенные формулы подразумевают такую. Вопрос о возможности применения теории к несферическим неоднородностям обсуждался в работах [9, 13] для хаотически ориентированных частиц произвольной формы. Было показано, что при анализе многократного рассеяния в рамках этой теории форма неоднородностей не играет существенной роли. Частицы любой формы можно рассматривать как сфери-

ческие с характерным размером  $R_{eff}$ , который по порядку величины равен корню кубическому из объема неоднородности:  $R_{eff} \sim V^{1/3}$ .

Второе замечание относится к понятию контраста при многократном рассеянии на доменной структуре. Поскольку в данном случае неоднородностями являются сами магнитные домены, контраст определяется магнитной индукцией домена, рассматриваемой как вектор. И тогда для двух соседних доменов в ферромагнетике с 180-градусными доменными границами имеем  $\mathbf{B}_1 = -\mathbf{B}_2$  при размере неоднородности  $R$ , совпадающем с толщиной домена. Для ферромагнетика с хаотической доменной структурой вместо толщины домена выступает некоторый эффективный радиус  $R_{eff}$ , равный половине длины волны усредненной знакопеременной ступенчатой функции, у которой амплитуда равна  $B$ , а соответствующий контраст  $|\delta\mathbf{B}| = 2B$ .

Третье замечание касается начальных условий вышеописанной теории, предполагающей, что многократное рассеяние нейтронов происходит на разбавленных системах, для которых отношение объема, занятого неоднородностями  $\Delta V$ , к объему образца  $V$  много меньше единицы ( $\Delta V/V \ll 1$ ). Многодоменный ферромагнетик, несомненно, относится к концентрированным системам, поскольку, как следует из вышесказанного, рассмотрение доменной структуры как неоднородной системы идет в модели Изинга, где  $\rho = 0.5$ . Это может приводить к некоторым особенностям, связанным прежде всего с экспериментальной формой кривой многократного рассеяния. Возможно, по этой причине форма экспериментальной кривой оказывается ближе к квадрированной функции Лоренца, чем к кривой рассеяния Мольера.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТ

Для экспериментальной проверки выводов вышеописанной теории многократного рассеяния использовались результаты исследования малоуглового магнитного рассеяния нейтронов в ферромагнитных материалах, в качестве которых рассматривались чистые никель и железо, а также сплавы  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$ .

Эксперимент проводился на установке малоуглового рассеяния нейтронов Д6, расположенной на горизонтальном канале реактора ИВВ-2М (г. Заречный) с длиной волны  $\lambda = 0.478$  нм и угловой шириной инструментальной линии  $w_0 \simeq 8$  мин. Использовался нейтронный пучок, сформированный в щелевой геометрии. Ширина пучка составляла 1 мм, а высота менялась от 8 до 30 мм. Образцы имели форму параллелепипедов или дисков различной толщи-

ны. С целью изменения размера доменов образцы металлов подвергались пластической деформации и термической обработке, а образец никеля с мелкозернистой структурой был получен методом термопластической деформации. Все измерения выполнялись при комнатной температуре.

Экспериментально измеренные эффекты уширения пучка нейтронов имеют только магнитную природу. Это видно на рис. 5, где для примера показана полевая зависимость уширения пучка нейтронов для инварного сплава Fe<sub>3</sub>Pt. За уширение пучка нейтронов здесь и далее принята угловая величина  $w = (w_1^2 - w_0^2)^{1/2}$ , где  $w_1$  и  $w_0$  — полные ширины на полувысоте кривой интенсивности как функции угла рассеяния с образцом и без образца соответственно. Внешнее магнитное поле в несколько килоэрсред приводит к исчезновению эффекта уширения нейтронного пучка и значительно уменьшает интенсивность малоуглового рассеяния.

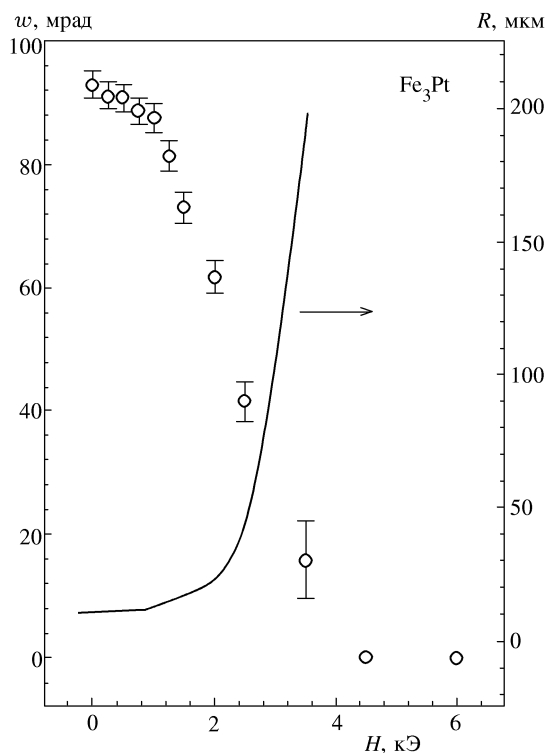


Рис. 5. Полевые зависимости уширения нейтронного пучка и размера доменов для инварного сплава Fe<sub>3</sub>Pt. Размер доменов рассчитан в предположении, что магнитный контраст в образце остается неизменным с увеличением внешнего магнитного поля

#### 4.1. Зависимость уширения нейтронного пучка от толщины образца

Типичные зависимости уширения пучка нейтронов от толщины образца из чистого железа в двойном логарифмическом масштабе приведены на рис. 6. Видно, что для всех исследованных образцов железа, подвергшихся различной обработке с целью изменения доменной структуры, зависимость уширения от толщины описывается степенной функцией,  $w \propto L^\beta$ , с показателем  $\beta$  близким к 0.5–0.6. Это соответствует выводам приближенных теорий, изложенных выше, где в формулах (21а) и (21б) подкоренное выражение кроме толщины  $L$  имеет и логарифмический множитель. Для того чтобы проследить, насколько существенно его влияние на ход зависимости  $w(L)$ , мы провели вычисления уширения непосредственно по формуле Мольер (1) для рассмотренного гипотетического образца и представили результаты в двух вариантах: как  $w = f(L^\beta)$  и как  $w = f(L^\beta [\ln(4L/l) + \ln \ln(4L/l)]^\beta)$ . Оказалось, что в первом случае показатель степени  $\beta$  превышает величину 0.5 на 10–15%. Поэтому можно считать, что полученные из эксперимента значения  $\beta$  хорошо

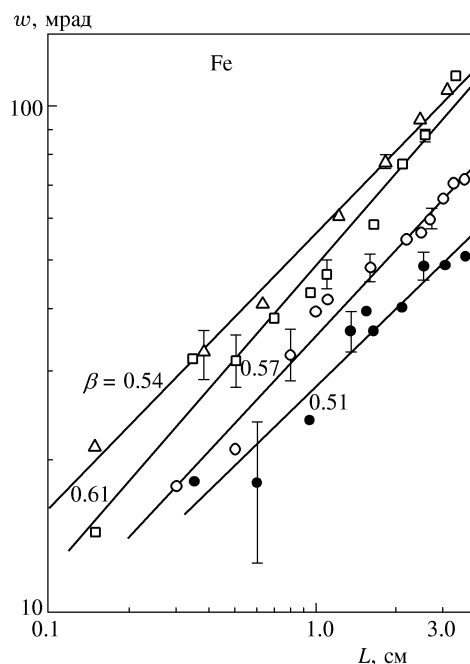


Рис. 6. Экспериментальные зависимости уширения нейтронного пучка от толщины образцов чистого железа, подвергнутых разной обработке: ● — отжиг при 1000°С в течение 2 час; ○ — деформация на 10%; □ — деформация на 15%; △ — деформация на 25%. Прямые линии — подгонка экспериментальных точек к степенным зависимостям



укладываются как в пределы построения теоретических толщинных зависимостей, так и в точность эксперимента. Разброс точек на рис. 6 объясняется тем, что при измерении толщинных зависимостей уширения нейтронного пучка с использованием набора образцов, доменная структура в них оказывается не идентичной. По этой причине наиболее целесообразно изучать зависимость уширения от толщины, вращая в пучке плоскопараллельный образец вокруг вертикальной оси. Результаты подобного эксперимента, полученные на пластинке упорядоченного сплава Fe<sub>3</sub>Pt, показаны на рис. 7. Экспериментальная зависимость хорошо описывается степенным законом  $w \propto L^{0.61}$ , близким к тому, что наблюдается для чистого железа. Кроме того, хорошо видно, что экстраполяция экспериментальной зависимости в область нулевых толщин дает ненулевую «отсечку» на оси абсцисс. Наличие «отсечки» обсуждалось в работе [9] и является следствием того, что аргумент корневой функции в выражении для  $w(L)$  кроме толщины имеет логарифмический множитель. Вычислив уширение по общей формуле (1) и представив его как функцию аргумента  $(L \ln(\dots))^{1/2}$ , мы получили линейную зависимость, которая при экстраполяции к  $L = 0$  проходит через начало координат. (Отметим, что значение  $w(0)$  не определено, поскольку теория многократного рассеяния справедлива при  $L \gg l$ .) Такая зависимость наблюдается при любом значении параметра  $\alpha$ .

Основываясь на факте совпадения экспериментальных и расчетных значений толщинных зависимостей, в дальнейшем мы проводили комплексную обработку экспериментальных данных с целью определения эффективных размеров магнитных доменов и длины свободного пробега нейтрона по формулам, аналогичным (21а) и (21б). В этом случае мы их представляли в следующей форме:

$$w_d = k_d \frac{\delta B}{E} \sqrt{\frac{L}{R} \left( \ln \frac{4L}{l_d} + \ln \ln \frac{4L}{l_d} \right)}, \quad \alpha \ll 1, \quad (23a)$$

$$w_r = k_r \frac{\delta B}{E} \sqrt{\frac{L}{R} \left( \ln \frac{L}{2l_r} + \ln \ln \frac{L}{2l_r} \right)}, \quad \alpha \gg 1, \quad (23б)$$

где  $k_d = 6.97 \cdot 10^{-24}$  эрг/Гс,  $k_r = 9.85 \cdot 10^{-24}$  эрг/Гс.

Процедура обработки состояла в том, что сначала, задаваясь магнитным контрастом в соответствии с известными величинами индукции для этих материалов, расчетным путем мы строили графики зависимости уширения от размера неоднородности для одной толщины образца в широком интервале размеров, аналогичные графикам на рис. 2. Затем по экспериментальным значениям уширения определяли примерную величину размера домена и режим рассеяния. А далее по формулам (23) осуществляли

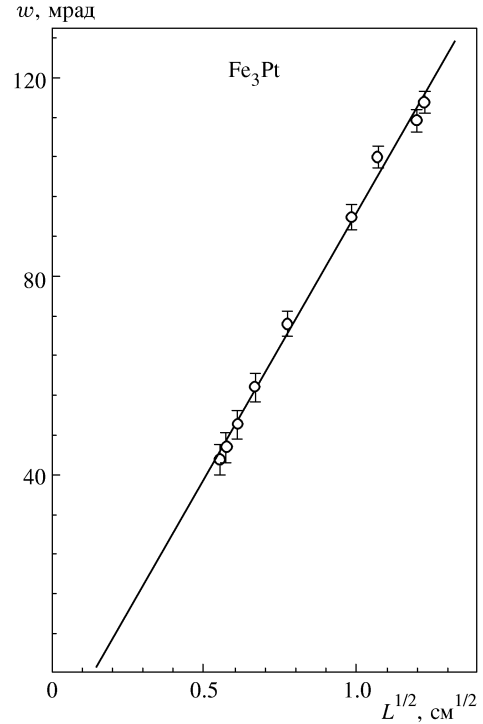


Рис. 7. Толщинная зависимость уширения, полученная при вращении вокруг вертикальной оси плоского образца сплава Fe<sub>3</sub>Pt размером  $3 \times 15 \times 15$  мм<sup>3</sup>

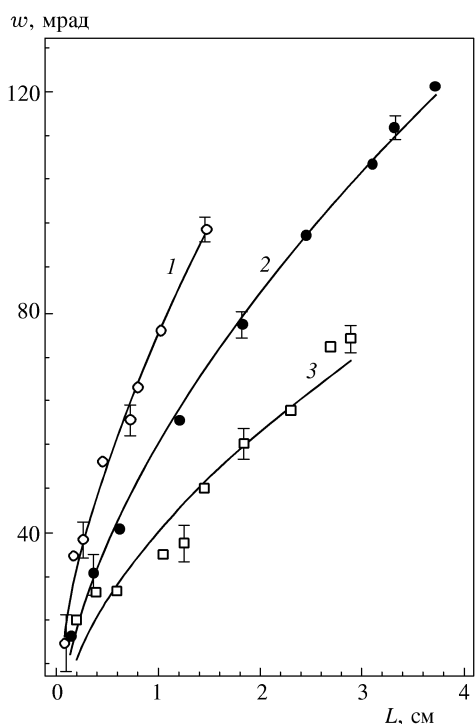
подгонку теоретических толщинных зависимостей к экспериментальным для установления окончательного размера домена и длины свободного пробега нейтрона. Пример такой подгонки показан на рис. 8.

Подобная обработка экспериментальных данных проводилась для всех исследованных образцов. Результаты, приведенные в табл. 2, свидетельствуют о том, что образцы железа, отожженные при 1000°C и деформированные на 10% и 15%, рассеивают в рефракционном режиме, а образцы деформированного никеля — в дифракционном. В то же время сплавы Fe<sub>65</sub>Ni<sub>35</sub>, Fe<sub>3</sub>Pt и деформированное на 25% железо находятся в переходной области. Из табл. 2 видно также, что для Fe<sub>3</sub>Pt наблюдается самое большое уширение нейтронного пучка. Это объясняется достаточно малым эффективным размером магнитных доменов  $R \simeq 8$  мкм и большим значением магнитной индукции  $B = 21600$  Гс. Наименьшее значение среднего размера домена  $R \simeq 1$  мкм при длине свободного пробега  $l \simeq 76$  мкм получено для мелкозернистого никеля.

Анализ уширения нейтронного пучка во внешнем магнитном поле позволяет проследить за изменением размера доменов в процессе намагничивания образца. Это показано на рис. 5 на примере

**Таблица 2.** Результаты обработки экспериментальных данных по зависимости уширения от толщины. Вторая колонка — экспериментальные уширения для образцов толщиной  $L \simeq 1$  см, третья — показатель степени в зависимости уширения от толщины, четвертая — борновский параметр, пятая — эффективная толщина домена, шестая — длина свободного пробега нейтрона. Погрешность в определении показателя степени составляет  $\Delta\beta = \pm 0.05$

Образец	$w$ , мрад	$\beta$	$\alpha$	$R$ , мкм	$l$ , мкм	Режим рассеяния
1	2	3	4	5	6	7
Fe отожжен.	20	0.51	60	62	82	рефракц.
Fe деформ. 10%	34	0.57	38	39	52	рефракц.
Fe деформ. 15%	36	0.61	22	22	29	рефракц.
Fe деформ. 25%	47	0.54	17	18	23	переходн.
Ni деформ. 40%	38	0.57	1	4	19	дифракц.
Ni мелкозерн.	22	0.45	0.3	1	76	дифракц.
Fe <sub>65</sub> Ni <sub>35</sub>	31	0.52	6	11	15	переходн.
Fe <sub>3</sub> Pt	65	0.52	8	8	12	переходн.



**Рис. 8.** Зависимости уширения нейтронного пучка от толщины. Точки — измеренные величины, сплошные линии — подгонка по формулам (23); 1 — Fe<sub>3</sub>Pt; 2 — железо, деформированное на 25%; 3 — Fe<sub>65</sub>Ni<sub>35</sub>

сплава Fe<sub>3</sub>Pt. Видно, что в начальный момент, когда преобладают процессы смещения доменных границ, размер доменов меняется слабо, а при достижении поля около 2 кЭ происходит его резкое увеличение. Этот результат получен в предположении, что магнитный контраст с увеличением магнитного поля остается неизменным. На самом деле в области процессов вращения контраст уменьшается, поэтому рост размера доменов на заключительной стадии будет не столь резким, как показано на рисунке.

**4.2. Зависимость интенсивности рассеяния от переданного импульса**

Из предыдущего рассмотрения следует, что уширение первичного пучка нейтронов после прохождения его через немагнитную ферромагнитную пластинку довольно хорошо подтверждает выводы теории множественного рассеяния нейтронов на доменах как на неоднородностях с эффективным радиусом  $R_{eff}$ . Что касается угловой зависимости интенсивности магнитного рассеяния, наблюдаемого в эксперименте, то ее связь с множественными процессами не столь очевидна. Это прежде всего связано с тем, что сечение множественного рассеяния на асимптотике переходит в сечение однократного рассеяния, которое также изменяется по закону  $q^{-4}$  (закон Порода). Кроме того, при больших значениях  $q$  могут проявляться эффекты однократного рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях, имеющих место внутри одного домена. И, наконец, в области малых переданных импульсов, меньше крити-

ческого значения  $q_{cr}$ , существуют эффекты неупругого рассеяния на спиновых волнах, которые могут искажать угловые зависимости интенсивности многократного рассеяния.

В настоящей работе мы постарались выделить эти вклады и сделать оценку их абсолютных значений на примере чистых металлов (железа и никеля), где нет мелкомасштабных флуктуаций намагниченности внутри домена, а также на инварных сплавах  $Fe_{65}Ni_{35}$  и  $Fe_3Pt$ , где такие флуктуации возможны из-за наличия неоднородной магнитной структуры [14], связанной, например, с антиферромагнитным взаимодействием между атомами Fe–Fe на фоне ферромагнитного взаимодействия между атомами Ni–Ni и Ni–Fe [15].

Прежде чем перейти к анализу экспериментально измеренных угловых зависимостей, сделаем замечание о возможном влиянии вертикальной расходимости на характер зависимости  $I(q)$ , поскольку в нашем эксперименте использовалась щелевая геометрия прибора. С учетом конкретной геометрии проводилась теоретическая оценка влияния вертикальной расходимости на распределение интенсивности по углу согласно известным методикам [16]. Она показала, что для геометрических параметров нашей установки влияние вертикальной расходимости на вид функции  $I(q)$  является ничтожным. Этот же вывод следует из данных по экспериментальной проверке одних и тех зависимостей при разной высоте щели перед образцом и счетчиком. Проведенные эксперименты показали, что в использованной нами геометрии разрешение дифрактометра в вертикальной плоскости не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на характер измеряемой угловой зависимости интенсивности, чем наш прибор отличался от установки типа двойного кристалл-спектрометра, где эти эффекты велики [17].

Результаты экспериментального исследования зависимостей интенсивности малоуглового рассеяния нейтронов от  $q$  видны на примере образцов чистого железа различной толщины, находящихся в отожженном и деформированном состояниях (рис. 9). В интервале переданных импульсов  $q < 0.2 \text{ нм}^{-1}$  эти зависимости описываются степенным законом  $I(q) \propto q^{-4}$ , что совпадает с выводами приближенных теорий [9, 10] и с численными расчетами по формуле Мольер (1). При этом, как видно на рис. 10, зависимости от  $q$  очень чувствительны к внешнему магнитному полю из-за изменения величины доменов при намагничивании. Абсолютная величина интенсивности в малых углах уменьшается в десятки раз при переходе образца из размагниченного состояния в намагниченное, а

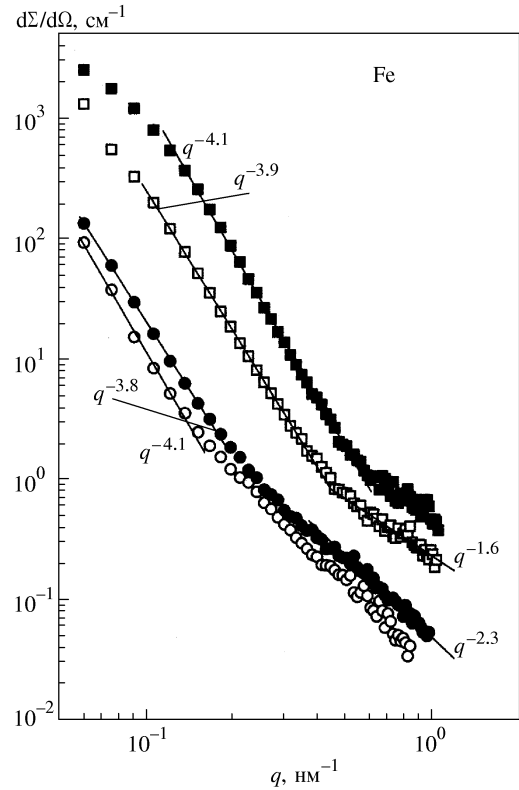
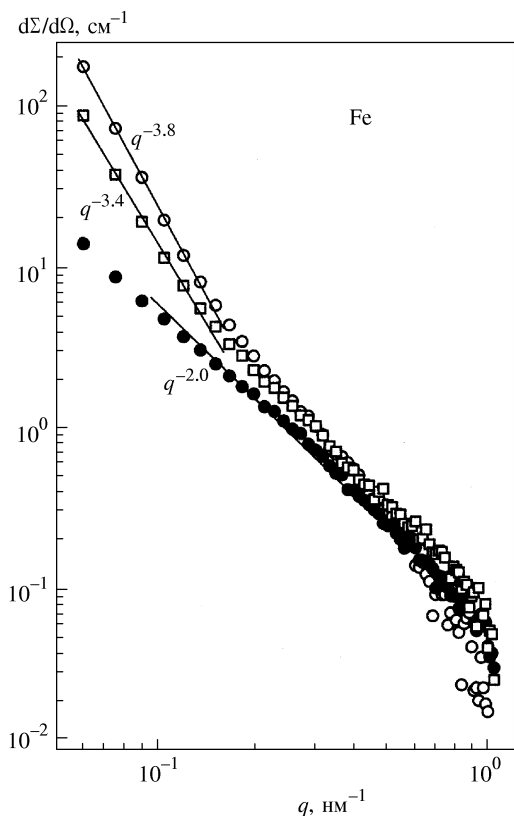


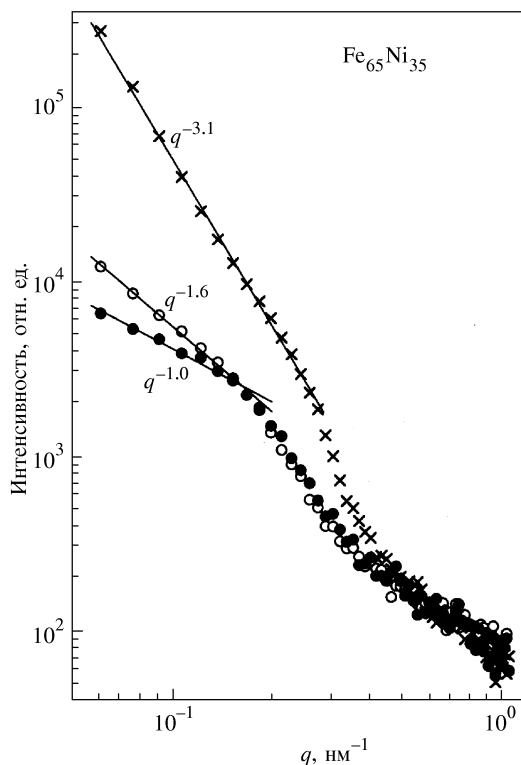
Рис. 9. Экспериментальные зависимости дифференциального сечения рассеяния нейтронов от переданного импульса на асимптотике для отожженного (○, ●) и деформированного на 25% (□, ■) образцов железа при толщине образцов  $L = 1.2 \text{ см}$  (○, □) и  $2.5 \text{ см}$  (●, ■)

сама зависимость  $I(q) \propto q^{-n}$  с  $n \simeq 4$  претерпевает искажения в сторону уменьшения  $n$  при переходе от многодоменного образца к однодоменному.

Аналогичные закономерности наблюдаются и для сплава  $Fe_{65}Ni_{35}$ , см. рис. 11, где показана также зависимость формы кривых рассеяния от направления магнитного поля по отношению к вектору рассеяния нейтронов. Однако, если в области малых переданных импульсов, где проявляются многократные процессы на доменной структуре, увеличение напряженности внешнего магнитного поля изменяет характер зависимости  $I(q)$ , в области больших значений  $q$  его влияние мало. Здесь зависимость  $I(q)$  описывается степенным законом с  $n \sim 1.5\text{--}2$  и связана с однократным рассеянием нейтронов на магнитных флуктуациях типа парамагнитных включений в ферромагнитной матрице. Как показано в [18], в инварных сплавах рассеяние на таких неоднородностях описывается функцией Лоренца, и характерный размер неоднородностей составляет величину порядка нескольких нанометров. Это существен-



**Рис. 10.** Угловые зависимости сечения многократного рассеяния нейтронов на отожженном образце железа в нулевом магнитном поле (○) и в поле 0.5 кЭ (□) и 2 кЭ (●)



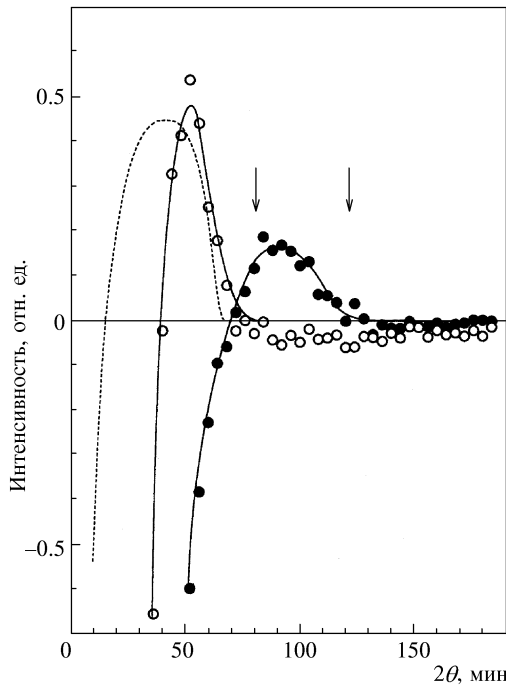
**Рис. 11.** Экспериментальные зависимости интенсивности рассеяния нейтронов от переданного импульса на асимптотике для сплава Fe<sub>65</sub>Ni<sub>35</sub> в нулевом магнитном поле (×) и в поле 4 кЭ, параллельном (●) и перпендикулярном (○) вектору рассеяния. Толщина образца  $L = 0.7$  см

но меньше эффективного радиуса ферромагнитного домена, который, согласно табл. 2, для данных сплавов соответствует десяткам микрон.

Эксперименты по изучению угловых зависимостей интенсивности рассеяния в магнитном поле различного направления по отношению к вектору рассеяния позволяют оценить также вклад в малоугловую дифракцию от неупругого рассеяния нейтронов на спиновых волнах. Это рассеяние существует в области углов меньше критического  $\theta_c = \hbar^2/(2mD)$ , где  $D$  — коэффициент обменной жесткости в квадратичном законе дисперсии для спиновых волн  $E = Dq^2$ ,  $m$  — масса нейтрона,  $\hbar$  — постоянная Планка. Процедура выделения магнитного неупругого рассеяния на малые углы, описанная в [19], сводится к исследованию угловых зависимостей при двух направлениях внешнего магнитного поля на образце — параллельно и перпендикулярно вектору рассеяния. На рис. 11 такие угловые зависимости показаны для сплава Fe<sub>65</sub>Ni<sub>35</sub> при величине магнитного поля  $H = 4$  кЭ. Видно, что для векторов рассеяния  $q < 0.1$  нм<sup>-1</sup> в отсутствие магнитного

поля  $I_{H=0}(q)$  достигает  $10^5$ – $10^6$  отн.ед., в то время как величины  $I_{H||q}(q)$  и  $I_{H\perp q}(q)$  не превышают  $10^4$  отн. ед. Следовательно, интенсивность неупругого рассеяния нейтронов примерно на два порядка меньше интенсивности многократного рассеяния на доменной структуре.

Исследование угловых зависимостей интенсивности при двух направлениях внешнего магнитного поля позволяет определить критический угол  $\theta_c$  процессов рассеяния на спиновых волнах. Как видно на рис. 12, величина разностной интенсивности рассеяния вблизи нулевого угла отрицательна, затем с увеличением угла меняет знак, проходит через максимум и при достижении критического значения обращается в нуль. На этом же рисунке штриховой линией показана аналогичная разностная интенсивность спин-волнового рассеяния нейтронов из работы [19], рассчитанная для сплава Fe<sub>50</sub>Ni<sub>50</sub> с учетом влияния внешнего магнитного поля и диполь-дипольного взаимодействия. Здесь же представлены данные по исследованию магнитного малоуглового рассеяния нейтронов в образце упорядо-



**Рис. 12.** Угловые зависимости разностной интенсивности рассеяния нейтронов  $I_{\parallel q}(q)$  и  $I_{\perp q}(q)$ , измеренные в магнитном поле 4 кЭ на инварных сплавах  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  (○) и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$  (●). Стрелками показаны критические углы  $\theta_c$  существования длинноволновых спиновых волн. Штриховая кривая — разностная интенсивность для сплава  $\text{Fe}_{50}\text{Ni}_{50}$ , рассчитанная теоретически в работе [19]

ченного сплава  $\text{Fe}_3\text{Pt}$ . Стрелками отмечены угловые положения, соответствующие экспериментальным значениям критического угла. Они составляют 80 и 120 мин для  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$  соответственно. Вычисленные из этих данных коэффициенты обменной жесткости для спиновых волн  $D_0$  равные соответственно 120 и 90 мэВ·Å<sup>2</sup>, удовлетворительно согласуются с литературными данными [20].

Таким образом, при измерении угловой зависимости магнитного малоуглового рассеяния нейтронов на немагнитных образцах ферромагнитных материалов эффекты неупругого рассеяния на спиновых волнах проявляются, но их интенсивность составляет доли процента от общей интенсивности многократного рассеяния нейтронов на доменной структуре. Тем не менее можно предполагать, что рассеяние на спиновых волнах искажает характер зависимости  $I(q) \propto q^{-4}$  в тех случаях, когда из-за малости коэффициента обменной жесткости  $D$  угол  $\theta_c$  становится значительным. Например, такой эффект наблюдается в сплавах  $\text{Fe}_{65}\text{Ni}_{35}$  (рис. 11) и  $\text{Fe}_3\text{Pt}$ , в которых угловая зависимость на асимпто-

тике соответствует закону  $I \propto q^{-3}$  вместо  $I \propto q^{-4}$ . Кроме того, в угловой зависимости интенсивности малоуглового рассеяния наблюдаются особенности, которые в двойном логарифмическом масштабе проявляются в виде «ступеньки». Однако эти вопросы требуют дополнительного изучения.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный численный расчет общей формулы Мольер для интенсивности многократного рассеяния нейтронов показывает, что ее аналитические аналоги, полученные в приближениях  $\alpha \ll 1$  [9] и  $\alpha \gg 1$  [10], в совокупности могут быть использованы при обработке экспериментальных данных по малоугловому магнитному рассеянию нейтронов. При этом многократное рассеяние проявляется в уширении первоначального пучка, зависимость которого от толщины выражается степенной функцией  $w \propto L^\beta$ , где  $\beta = 0.5-0.6$ . Используя соответствующие экспериментальные зависимости уширения от толщины образца, можно делать приближенные оценки эффективного размера магнитных доменов.

Что касается измерений угловой зависимости интенсивности магнитного рассеяния нейтронов на малые углы на немагнитных образцах, то надо иметь в виду, что всегда существует область углов, где проявляется многократное рассеяние нейтронов на доменной структуре. Как правило, это соответствует области переданных импульсов  $q < 1 \text{ нм}^{-1}$ , где интенсивность малоуглового рассеяния весьма чувствительна к величине внешнего магнитного поля и примерно на два порядка больше интенсивности неупругого рассеяния на спиновых волнах, существующего в той же области углов.

Естественно, возникает вопрос о возможности проведения экспериментов по малоугловому рассеянию нейтронов для выявления спиновых флуктуаций без приложения внешнего магнитного поля к образцу. Такая необходимость часто возникает из-за конструктивных особенностей установки, где температурные измерения во внешнем магнитном поле затруднены. Ответ на этот вопрос может быть положительным, если принимать во внимание только ту область малых переданных импульсов, в которой эффекты многократного рассеяния нейтронов малы. Как правило, информация о спиновых флуктуациях сосредоточена только в той части угловой зависимости, где показатель степени в законе  $I \propto q^{-n}$  близок к двум.

Авторы признательны Э. З. Валиеву и Ю. Н. Скрыбину за многочисленные полезные обсуждения рассмотренных в статье вопросов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной научно-технической программы «Актуальные направления в физике конденсированных сред», направление «Нейтронные исследования» (проект № 4).

### ЛИТЕРАТУРА

1. R. Von Nardroff, Phys. Rev. **28**, 240 (1927).
2. D. L. Dexter and W. W. Veeman, Phys. Rev. **76**, 1782 (1949).
3. D. J. Hughes, M. T. Burgy, R. B. Heller, and J. W. Wallace, Phys. Rev. **75**, 565 (1949).
4. С. Ш. Шильштейн, В. А. Соменков, М. Каланов, Н. О. Елютин, ФТТ **18**, 3231 (1976).
5. S. G. Bogdanov, E. Z. Valiev, and A. Z. Menshikov, Solid State Commun. **76**, 809 (1990).
6. Ю. И. Смирнов, П. Ю. Пекшеев, А. О. Эйдли и др., ФТТ **33**, 2273 (1991). Ю. Г. Абов, Ю. И. Смирнов, Д. С. Денисов и др., ФТТ **34**, 1408 (1992).
7. N. F. Berk and K. A. Hardman-Rhyne, J. Appl. Cryst. **18**, 467, 473 (1985); Physica B **136**, 223 (1988); J. Appl. Cryst. **21**, 645 (1988). A. Z. Allen and N. F. Berk, Neutron News **9**, 13 (1998).
8. Н. Мотт, Г. Месси, *Теория атомных столкновений*, Мир, Москва (1965).
9. С. В. Малеев, Б. П. Топерверг, ЖЭТФ **78**, 315 (1980).
10. S. V. Maleev, R. V. Pomortsev, and Yu. N. Skryabin, Phys. Rev. **50**, 7133 (1994).
11. A. Z. Menshikov, S. G. Bogdanov, and Y. N. Skryabin, Physica B **234-236**, 584 (1997).
12. Y. N. Skryabin, Solid State Commun. **88**, 747 (1993).
13. R. J. Weiss, Phys. Rev. **83**, 379 (1951).
14. А. З. Меньшиков, С. К. Сидоров, В. Е. Архипов, ЖЭТФ **61**, 311 (1971).
15. M. Hatherly, K. Hirakawa, R. D. Lowde et al., Proc. Phys. Soc. **84**, 55 (1964).
16. Д. И. Свергун, Л. А. Фейгин, *Рентгеновское и нейтронное малоугловое рассеяние*, Наука, Москва (1986).
17. Ю. Г. Абов, Д. С. Денисов, Ф. С. Джеббаров и др., ЖЭТФ **114**, 2194 (1998).
18. А. З. Меньшиков, В. А. Шестаков, ФММ **43**, 722 (1977).
19. M. W. Stringfellow, AERE-R 4535 (1966).
20. I. Ishikawa, S. Onodora, and R. Tajima, JMMM **10**, 183 (1979).