ЖЭТФ, 2000, том 117, вып. 1, стр. 162–174

НАРУШЕНИЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ В ЗАДАЧЕ КОНДО В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ РАЗЛОЖЕНИИ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ

Ю. Н. Овчинников, А. М. Дюгаев

Max-Planck-Institute for Physics Komplex System
D-01187, Dresden, Germany
Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл.,Россия

Поступила в редакцию 15 июля 1999г.

Показано, что в задаче Кондо существуют два энергетических масштаба: T_k и T_0, один из которых (T_k) экспоненциально мал по константе связи g. Второй масштаб T_0 пропорционален квадрату константы связи. Теория возмущений справедлива лишь в области $T \gg T_0$. Точка T_0, по-видимому, является кроссовером от слабой к сильной связи. Первые признаки нарушения гипотезы о существовании лишь одного масштаба в задаче Кондо появляются в четвертом порядке теории возмущений.

PACS: 75.20.Hr

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно при исследовании термодинамики модели Кондо делается предположение о существовании одного энергетического масштаба и перенормируемости теории [1–3]. В частности, предполагается, что зависимость энергии $\mathcal{F}$ от параметра обрезания D имеет вид

$$\mathcal{F} = D \sum_n g^n C_n + T_k f\left(\frac{\mu H}{T_k}, \frac{T}{T_k}\right), \tag{1}$$

где g — безразмерная константа связи, которая будет определена ниже, $T_k \sim D\exp(-1/2g)$ — температура Кондо, C_n — численные коэффициенты, μ — магнетон Бора, H — внешнее магнитное поле.

Первый член в формуле (1) предполагается не зависящим от температуры. Его физический смысл — сдвиг уровня основного состояния системы как функции константы связи g. Исследование зависимости величины среднего спина электрона примесного атома от величины магнитного поля при $T = 0$ [4] показало, что теория возмущений неприменима даже в области сильных магнитных полей, $\mu H \gg T_k$. В результате в сильных магнитных полях вместо очень медленно убывающих логарифмических поправок к насыщенному значению спина примеси возникают поправки степенного типа [4], что гораздо лучше соответствует экспериментальным данным [5].

В этой связи имеет смысл проверить гипотезу о существовании лишь одного масштаба энергии и перенормируемости обменного взаимодействия в рамках теории возмущений при конечных температурах. Проблема усложняется тем, что свободная энергия в задаче Кондо не есть сумма неприводимых диаграмм и для ее вычисления необходимо исследовать ряды теории возмущений для статистической суммы Z. В результате мы покажем, что модель Кондо неперенормируема и выражение (1) для свободной энергии неверно. В модели Кондо существует второй энергетический масштаб $T_0 \sim g^2 D \gg T_k$. В приближении самосогласованного поля этот масштаб энергии был получен в работе [6]. Теория возмущений справедлива лишь в области температур $T \gg T_0$. В области $T \ll T_0$ реализуется сильная связь.

2. МОДЕЛЬ

Мы предположим, что взаимодействие электрона, локализованного на примесном атоме, с электронами проводимости описывается обменным гамильтонианом

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \int d^3r_1 d^3r_2\ V(r_1 - r_2)\chi^+_\alpha(r_1)\varphi^+_\beta(r_2)\chi_\beta(r_2)\varphi_\alpha(r_1) - \\ - \frac{\mu H}{2}\int \Big(\varphi^+_\uparrow(r_1)\varphi_\uparrow(r_1) - \varphi^+_\downarrow(r_1)\varphi_\downarrow(r_1)\Big) d^3r_1. \tag{2}$$

В уравнении (2) операторы φ^+_α, χ^+_α есть операторы рождения электрона соответственно в локализованном на примеси состоянии и в непрерывном спектре.

При конечной температуре статистическая сумма Z может быть представлена в виде [7]

$$Z = \mathrm{Tr}\exp(-\hat{H}/T) = \mathrm{Tr}\left\{ e^{-\hat{H}_0/T}\left[1 - \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \hat{V}(\tau_1) + \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \hat{V}(\tau_1)\hat{V}(\tau_2) - \ldots\right]\right\}, \tag{3}$$

где оператор $\hat{V}(\tau)$ определяется выражением

$$\hat{V}(\tau) = e^{\hat{H}_0\tau} V(r) e^{-\hat{H}_0\tau}. \tag{4}$$

В дальнейшем мы будем использовать симметричную модель обрезания матричных элементов с энергией обрезания D.

При вычислении рядов теории возмущений в выражении (3) для статистической суммы возникает величина

$$\Phi(\tau) = \sum_k (1 - n_k) e^{-\tau\varepsilon_k} = \int\limits_{-D}^{D} d\xi e^{-\tau\xi}\left(1 - \frac{1}{1 + \exp\,(\xi/T)}\right), \tag{5}$$

где n_k — фермиевская функция распределения, а энергия электрона ε_k отсчитывается от поверхности Ферми.

Простые вычисления показывают, что выполняются следующие два соотношения:

$$\sum_k n_k e^{\tau\varepsilon_k} = \int\limits_{-D}^{D} d\xi e^{\tau\xi}\left(1 + \exp\frac{\xi}{T}\right)^{-1} = \Phi(\tau)\ , \tag{6}$$

$$\Phi(\tau) = \Phi(1/T - \tau). \tag{7}$$

Использование соотношений (6), (7) существенно упрощает вычисление рядов теории возмущений в выражении (3) для статистической суммы.

Основные результаты — неперенормируемость модели Кондо и существование второго масштаба энергии T_0 — не зависят от конкретного вида обрезания матричных элементов.

Из формул (5), (6) находим явное выражение для функции $\Phi(\tau)$:

$$\Phi(\tau) = \frac{1}{\tau}\left(1 - e^{-D\tau}\right) + \left(\frac{1 - \exp(-D(1/T - \tau))}{1/T - \tau} - \frac{1}{1/T + \tau}\right) - 2\tau\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n/T)^2 - \tau^2}. \tag{8}$$

Вблизи особенности ($\tau T \ll 1$) функция $\Phi(\tau)$ представима в виде

$$\Phi(\tau) = \frac{1}{\tau}(1 - e^{-D\tau}) + \frac{\pi^2}{6}T^2\tau + O(T(T\tau)^3). \tag{9}$$

Важным свойством функции $\Phi(\tau)$ является отсутствие члена вида $\mathrm{const}\cdot T$ в правой части формулы (9).

3. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Во втором порядке теории возмущений из формул (2), (3) находим

$$Z_2 = Z_0^e Z_0^i g^2(J_0 + J_H), \tag{10}$$

где

$$J_H = \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \Phi^2(\tau_1 - \tau_2)\ \mathcal{N}(\tau_1 - \tau_2), \tag{11}$$

а $J_0 = J_{H=0}$, $Z_0^i = 2\,\mathrm{ch}(\mu H/2T)$, Z_0^e — статистическая сумма свободного электронного газа. Функция $\mathcal{N}(\tau)$ и безразмерная константа связи g определены следующим образом:

$$\mathcal{N}(\tau) = \left(e^{-\mu H\tau} + e^{-\mu H/T + \mu H\tau}\right)/(1 + e^{-\mu H/T}), \tag{12}$$

$$\sum_k \langle V\rangle(...) \to g\int\limits_{-D}^{D} d\xi(...) \tag{13}$$

Выражение (10) совпадает с результатом работы [3]. Явный вид функции J_H нам не понадобится, поскольку сокращение старших и следующих за ними членов по степеням (D/T) в свободной энергии имеет место для всякой функции $\Phi(\tau)$ вида (7) и (9).

В третьем порядке теории возмущений поправка Z_3 к статистической сумме равна

$$Z_3 = -Z_0^e Z_0^i g^3 \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \Phi(\tau_1 - \tau_2)\Phi(\tau_2 - \tau_3)\Phi(\tau_1 - \tau_3)\Big\{\mathcal{N}(\tau_1 - \tau_2) + \mathcal{N}(\tau_2 - \tau_3) + \mathcal{N}(\tau_1 - \tau_3)\Big\}. \tag{14}$$

Отметим, что функция $\mathcal{N}(\tau)$ может появляться в выражениях для поправок к статистической сумме не более чем в первой степени. Это связано с тем, что в локализованном состоянии всегда находится только один электрон.

В поправке четвертого порядка удобно выделить большое слагаемое $0.5(J_0 + J_H)^2$, пропорциональное

$(D/T)^2$. После этого величина Z_4 может быть представлена в виде

$$
\begin{aligned}
Z_4 = -Z_0^e Z_0^i g^4 \Bigg\{ & \frac{1}{2}(J_0 + J_H)^2 + \\
& + \int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_3 \int_0^{\tau_3} d\tau_4 \Bigg[\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_3-\tau_4)\Big(\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big) - \mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big) + \\
& \qquad + \Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Phi^2(\tau_2-\tau_3)\Big(\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big) - \mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big) - \\
& \qquad - \Phi^2(\tau_1-\tau_3)\Phi^2(\tau_2-\tau_4)\Big(\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3) + \mathcal{N}(\tau_2-\tau_4) + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)\Big)\Bigg] + \\
& + \int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_3 \int_0^{\tau_3} d\tau_4 \Bigg[\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_2)\Big(2 + 2\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2) + N(\tau_3-\tau_4)\big) + \\
& \qquad + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_2) + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_4) + \mathcal{N}(\tau_2-\tau_4) + \\
& \qquad + \mathcal{N}(\tau_3-\tau_4) + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_3) + \mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big) - \\
& \qquad - \Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_2)\Big(2 + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_2) + \mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big) - \\
& \qquad - \Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Big(2 + \mathcal{N}(\tau_1-\tau_4) + \mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big)\Bigg]\Bigg\}.
\end{aligned} \tag{15}
$$

Для установления факта существования второго энергетического масштаба в задаче Кондо достаточно знать статистическую сумму Z с точностью до членов четвертого порядка. Поэтому выражение для поправки пятого порядка Z_5 к статистической сумме мы приведем в Приложении 1.

Выражения (10), (14), (15) позволяют найти поправку к свободной энергии, возникающей из-за взаимодействия, с точностью до членов четвертого порядка по g включительно. Поправка к свободной энергии содержит большое слагаемое, пропорциональное энергии обрезания D и зависящее от константы взаимодействия g. Этот вклад обычно рассматривается как сдвиг уровня δE основного состояния и предполагается не зависящим от температуры во всех порядках по константе связи. Тогда так определенная величина δE должна совпадать во всех порядках по g (при том же обрезании матричных элементов) с величиной δE, являющейся сдвигом уровня основного состояния и найденной при $T = 0$.

Мы покажем, что такое совпадение существует лишь во втором и третьем порядках по g. В четвертом порядке по константе связи g возникает различие, приводящее ко второму масштабу энергии в задаче Кондо. Докажем это утверждение. Из уравнений (10), (14), (15) находим следующее выражение для величины δE:

$$
\begin{aligned}
-\delta E = D \Bigg\{ & g^2 4 \ln 2 - 3g^3 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} \int_0^{x} \frac{dy(1-e^{-x})(1-e^{-y})(1-e^{-(x-y)})}{y(x-y)} + \\
+ g^4 \Bigg[6 \int_0^{\infty} & dxdydz \frac{(1-e^{-x})(1-e^{-y})(1-e^{-z})(1-e^{-(x+y+z)})}{xyz(x+y+z)} - 3 \int_0^{\infty} dxdydz \frac{(1-e^{-(x+y)})^2(1-e^{-(y+z)})^2}{(x+y)^2(y+z)^2} \Bigg] \Bigg\}.
\end{aligned} \tag{16}
$$

Сдвиг уровня основного состояния $\delta\tilde{E}$ при $T = 0$ был найден в работе [4] (см. Приложение 2). Используя результаты работы [4], приведем выражение для величины $\delta\tilde{E}$ к виду

$$-\delta\tilde{E} = D\Biggl\{g^2 4\ln 2 - 3g^3\int\limits_0^1 \frac{d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)} + g^4\int\limits_0^1 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4\Biggl[\frac{10}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_4)} - \\ - \frac{4}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_3+\xi_4)} - \frac{4}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)} + \\ + \frac{1}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_3+\xi_4)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)}\Biggr]. \qquad (17)$$

Вычисляя интегралы при членах третьего порядка в формулах (16), (17), получаем

$$\int\limits_0^1 \frac{d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)} = 2\ln^2 2 + \frac{\pi^2}{6}, \qquad (18)$$

$$\int\limits_0^\infty \frac{dx}{x}\int\limits_0^x \frac{dy}{y}\frac{(1-e^{-x})(1-e^{-y})(1-e^{-(x-y)})}{x-y} = \frac{\pi^2}{6} + \left(\frac{\pi^2}{3} - 4\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{2^n n^2}\right).$$

Поскольку выполняется равенство

$$\frac{\pi^2}{3} - 4\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{2^n n^2} = 2\ln^2 2, \qquad (19)$$

выражения для δE и $\delta\tilde{E}$ совпадают во втором и третьем порядках теории возмущений. В четвертом порядке из формул (16), (17) находим

$$-(\delta\tilde{E} - \delta E) = 4g^4 D\int\limits_0^1 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4\Biggl\{\frac{1}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_4)} - \\ - \frac{1}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_3+\xi_4)} - \frac{1}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)} + \\ + \frac{1}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_3+\xi_4)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)}\Biggr\}. \qquad (20)$$

Второй и третий интегралы в формуле (20) связаны простым соотношением

$$\int\limits_0^1 \frac{d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)} = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 \frac{d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4}{(\xi_1+\xi_3)(\xi_1+\xi_2)(\xi_3+\xi_4)}. \qquad (21)$$

Используя соотношение (21), приведем с помощью несложных преобразований уравнение (20) к виду

$$-(\delta\tilde{E} - \delta E) = 4g^4 D\left\{\int\limits_0^1 dx\ln^3\left(\frac{1+x}{x}\right) - \frac{3}{2}\int\limits_0^1 dx dy \frac{\ln((1+x)/x)\ln((1+y)/y)}{x+y} + I\right\}. \qquad (22)$$

Интеграл I в формуле (22) определяется выражением

$$I = \int\limits_0^1 \frac{d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4}{(\xi_1+\xi_2)(\xi_3+\xi_4)(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)} = 40\ln 2 - 24\ln 3 + 2\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^2 2^n}. \qquad (23)$$

Два первых интеграла в формуле (22) удобно вычислять вместе:

$$\int\limits_0^1 dx \ln^3\left(\frac{1+x}{x}\right) - \frac{3}{2}\int\limits_0^1 \frac{dxdy}{x+y}\ln\left(\frac{1+x}{x}\right)\ln\left(\frac{1+y}{y}\right) =$$
$$= \ln^3 2 - 6\int\limits_2^\infty \frac{dx\ln x\ln(x/2)}{x(x-1)(x-2)} = -2\ln^3 2 - 6\left(\zeta(3) - 2\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{2^n n^3}\right), \qquad (24)$$

где $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана. Из уравнений (22)–(24) находим

$$-(\delta\tilde{E} - \delta E) = 4g^4 D\left\{40\ln 2 - 24\ln 3 + 2\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^2 2^{2n}} - 2\ln^3 2 - 6\left(\zeta(3) - 2\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{2^n n^3}\right)\right\} =$$
$$= g^4 D \cdot 3.8506. \qquad (25)$$

Отличие от нуля правой части в формуле (25) означает, что в задаче Кондо существует второй характерный масштаб энергии T_0 такой, что $T_k \ll T_0 \ll \varepsilon_F$. Для его определения необходимо исследовать члены теории возмущений в старших порядках. Ниже мы покажем, что в магнитном поле или без него аномальные члены появляются лишь в восьмом порядке теории возмущений [8].

4. АНОМАЛЬНЫЕ ЧЛЕНЫ В СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ

Аномальные члены возникают лишь в восьмом порядке теории возмущений вне зависимости от того, равно нулю внешнее магнитное поле или нет. С другой стороны, исследование рядов теории возмущений существенно проще при $H = 0$. Поэтому, имея в виду исследование членов теории возмущений в восьмом порядке, мы ограничимся в этом параграфе случаем $H = 0$.

При $H = 0$ выражение для статистической суммы Z с точностью до членов девятого порядка по g можно записать в виде

$$Z = Z_0^e Z_0^i\Big\{2g^2 J_0 - 3g^3 f_3 + g^4 f_4 + g^5 f_5 + g^6 f_6 + g^7 f_7 + g^8 f_8 + g^9 f_9\Big\} =$$
$$= Z_0^e Z_0^i \exp\Big\{2g^2 J_0 - 3g^3 f_3 + g^4 F_4 + g^5 F_5 + g^6 F_6 + g^7 F_7 + g^8 F_8 + g^9 F_9\Big\}. \qquad (26)$$

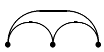
Из формулы (26) находим связь функций F_i с f_i:

$$\begin{aligned}
F_4 &= f_4 - 2J_0^2,\\
F_5 &= f_5 + 6f_2 f_3,\\
F_6 &= f_6 - 2J_0 f_4 - \frac{9}{2}f_3^2 + \frac{8}{3}f_2^3,\\
F_7 &= f_7 - 2J_0 f_5 + 3f_3 f_4 - 12J_0^2 f_3,\\
F_8 &= f_8 - 2J_0 f_6 - \frac{1}{2}f_4^2 + 3f_3 f_5 + 4f_2^2 f_4 + 18J_0 f_3^2 - 4J_0^4,\\
F_9 &= f_9 - 2J_0 f_7 + 3f_3 f_6 + 4J_0^2 f_5 - 12J_0 f_3 f_4 - 9f_3^2 + 24J_0^3 f_3 - f_4 f_5.
\end{aligned} \qquad (27)$$

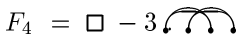
В уравнениях (27) для функций F_6, F_8 выразим функции $f_{4,5}$ через $F_{4,5}$. В результате получим

$$\begin{aligned}
F_6 &= f_6 - 2J_0 F_4 - \frac{9}{2}f_3^2 - \frac{4}{5}f_2^3,\\
F_8 &= f_8 - 2J_0 F_6 - 9J_0 f_3^2 - \frac{2}{3}J_0^4 + 3f_3 F_5 - \frac{1}{2}F_4^2 - 2J_0^2 F_4.
\end{aligned} \qquad (28)$$

Для увеличения наглядности и сокращения записи мы перейдем к графической форме представления уравнений для величин F_i. Из уравнений (14), (26) находим

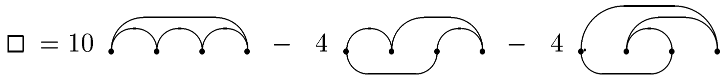
$f_3 =$  $= \displaystyle\int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \Phi(\tau_1 - \tau_2)\Phi(\tau_2 - \tau_3)\Phi(\tau_1 - \tau_3).$ (29)

Каждая линия на графике означает $\Phi(\tau)$, каждой вершине соответствует момент времени τ_i, все τ_i упорядочены в соответствии с графиком. В каждой точке всегда сходятся две линии. Из уравнений (15), (27) находим



(30)

В уравнении (30) квадрат $\square$ означает сумму всех связанных графиков в уравнении (15), построенных из одиночных линий

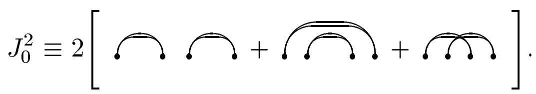


(31)

Второй член в уравнении (30) состоит из двойных линий. В качестве примера мы дадим его аналитическое выражение:

$$= \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \int\limits_0^{\tau_3} d\tau_4 \Phi^2(\tau_1-\tau_3)\Phi^2(\tau_2-\tau_4). \tag{32}$$

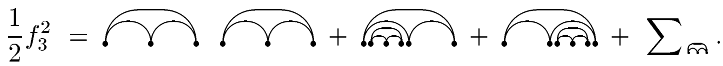
Нам понадобится также графическое представление величин J_0^2, J_0^3, J_0^4. В качестве примера имеем



(33)

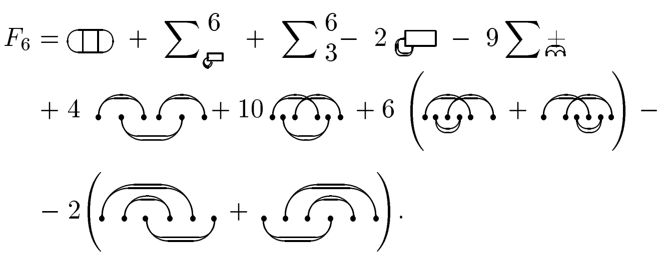
Введем также следующие обозначения: — совокупность всех неприводимых графиков в f_6, составленных только из одиночных линий, $\sum_3^6$ — совокупность всех неприводимых графиков в f_6, составленных только из двойных линий; $\sum^6$ — совокупность всех неприводимых графиков в f_6, составленных из одной двойной и четырех одиночных линий, — совокупность всех графиков в формуле (31), в которых одна или несколько вершин охвачены двойной линией (без охвата всех вершин).

Введем также величину $\sum$ с помощью соотношения



(34)

С помощью формул (28)–(34) находим следующее представление для функции F_6:

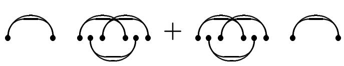


(35)

Все графики в уравнении (35) неприводимы и, следовательно, в шестом порядке по константе связи аномальные члены в свободной энергии не появляются. Уравнения (28), (35) позволяют найти аномальный вклад в функцию F_8. Неприводимые графики не содержат аномального вклада. Поэтому правую часть уравнения (28) для величины F_8 следует перепроектировать на всевозможные приводимые графики, содержащиеся в f_8 или в любом другом члене правой части формулы (28).

Для исследования функции F_8 необходимо найти представление для функции F_5, аналогичное формуле (35) для функции F_6. Такое представление получено в Приложении 1 (ур. (П.4)).

Анализ показывает, что все приводимые графики в F_8 за исключением графиков вида



(36)

сокращаются. В результате для аномального вклада в свободную энергию $\delta\mathcal{F}_{an}$ находим следующее выражение:

$$\delta\mathcal{F}_{an} = 24J_0Tg^8 \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \int\limits_0^{\tau_3} d\tau_4 \int\limits_0^{\tau_4} d\tau_5 \int\limits_0^{\tau_5} d\tau_6 \Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Phi^2(\tau_2-\tau_5)\Phi^2(\tau_3-\tau_6). \qquad (37)$$

Подставляя явное выражение (8) для функции $\Phi(\tau)$ в уравнение (37), получим [8]

$$\delta\mathcal{F}_{an} = 24J_0Dg^8 \int\limits_0^{\infty} dxdydz \frac{I_1(x+y)I_1(y+z)(1-e^{-(x+y+z)})^2}{(x+y+z)^2}, \qquad (38)$$

где

$$I_1(a) = \int\limits_a^{\infty} \frac{dx}{x^2}(1-e^{-x})^2. \qquad (39)$$

По порядку величины аномальный вклад в свободную энергию равен

$$\delta\mathcal{F}_{an} \sim g^8D^2/T. \qquad (40)$$

Сравнение поправок к теплоемкости, возникающих из членов четвертого порядка (в уравнении (15)) и членов восьмого порядка (уравнение (40)), показывает, что второй характерный масштаб энергии T_0 в задаче Кондо по порядку величины равен

$$T_0 \sim g^2D. \qquad (41)$$

Это значение T_0 совпадает с выражением, полученным в работе [6] в приближении самосогласованного поля. Точка T_0, по-видимому, является кроссовером от теории возмущений к сильной связи. Теория возмущений справедлива лишь в области $T \gg T_0$. В области $T \ll T_0$ реализуется сильная связь.

В Приложении 2 мы покажем, что включение магнитного поля не приводит к появлению аномальных членов в шестом порядке теории возмущений.

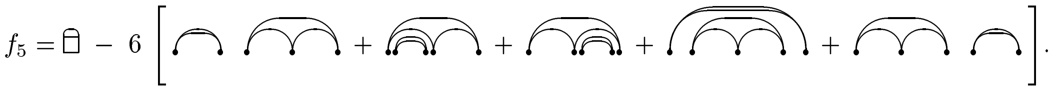
Авторы выражают благодарность П. Фульде (P. Fulde) за полезные замечания и поддержку работы. Основная часть работы была выполнена в Max-Planck-Institute for Physics Komplex System (Dresden).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Приведем выражение для поправки пятого порядка к статистической сумме (уравнение (26)) во внешнем магнитном поле

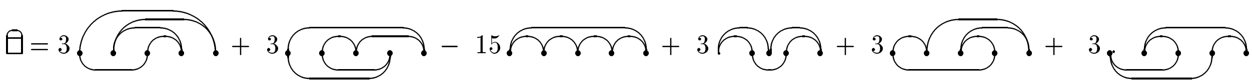
$$
\begin{aligned}
f_5 = &\int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_3 \int_0^{\tau_3} d\tau_4 \int_0^{\tau_4} d\tau_5 \Big\{ \Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)-\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)- \\
&-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)-\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)-\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)- \\
&-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)\Big]- \\
&-\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+ \\
&+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_5)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)-\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)- \\
&-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_5)-\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)- \\
&-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)-\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)-\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)- \\
&-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]\Big\}- \\
&-\int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_3 \int_0^{\tau_3} d\tau_4 \int_0^{\tau_4} d\tau_5 \Big\{ \Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi^2(\tau_3-\tau_4)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Phi^2(\tau_2-\tau_4)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi^2(\tau_4-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_2)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi^2(\tau_3-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Big[\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_5)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi^2(\tau_1-\tau_3)\Big[\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_4-\tau_5)\Phi(\tau_1-\tau_5)\Phi^2(\tau_2-\tau_3)\Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_5)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi(\tau_2-\tau_4)\Phi^2(\tau_1-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)+ \\
&+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)+\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_1-\tau_3)\Phi(\tau_1-\tau_4)\Phi(\tau_3-\tau_4)\Phi^2(\tau_2-\tau_5)\Big[\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)-\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)\Big]+ \\
&+\Phi(\tau_2-\tau_3)\Phi(\tau_3-\tau_5)\Phi(\tau_2-\tau_5)\Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Big[\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)-\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)\Big]\Big\}.
\end{aligned}
\tag{П.1}
$$

В нулевом магнитном поле выражение для функции f_5 существенно упрощается и его графическая запись приведена ниже:



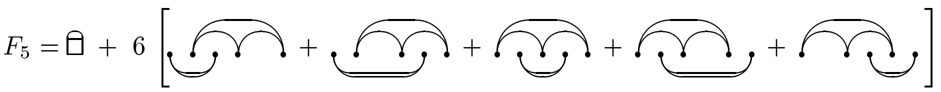
(П.2)

В уравнении (П2) символ  означает совокупность всех неприводимых графиков, входящих в f_5 (уравнение (П.1)) и состоящих только из одиночных линий. Из уравнения (П.1) находим его графическое представление в нулевом магнитном поле:



(П.3)

Из уравнений (27), (П2) находим также выражение для функции F_5 в нулевом магнитном поле



(П.4)

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В Приложении 2 мы покажем, что включение магнитного поля не приводит к появлению аномальных членов в свободной энергии в шестом порядке по константе связи g. Для проверки этого утверждения запишем поправку шестого порядка $\delta\mathcal{F}_6$ к свободной энергии в виде

$$\delta\mathcal{F}_6 = -Tg^6F_6(H), \tag{П.5}$$

где функция $F_6(H)$ определяется уравнением вида (27) в магнитном поле

$$\begin{aligned}
F_6 = &-\frac{1}{6}(2J_0+\delta J_H)^3 - \frac{1}{2}J_3^2(H) - (2J_0+\delta J(H))\,\square - \\
&-(2J_0+\delta J_H)\int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \int\limits_0^{\tau_3} d\tau_4 \Big\{ \Big[\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big) - \mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big]\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_3-\tau_4) + \\
&+ \Big[\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big) - \mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big]\Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Phi^2(\tau_2-\tau_3) + \\
&+ \Big[\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)+\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)+\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)\Big]\Phi^2(\tau_1-\tau_3)\Phi^2(\tau_2-\tau_4)\Big\} + f_6(H).
\end{aligned} \tag{П.6}$$

В уравнении (П.6) функция δJ_H равна $\delta J(H) = J_H - J_0$, а функции $J_3(H)$ и $f_6(H)$ связаны с поправками к статистической сумме третьего и шестого порядков соотношениями

$$Z_3 = -Z_0^e Z_0^i g^3 J_3(H), \qquad Z_6 = Z_0^e Z_0^i g^6 f_6(H). \tag{П.7}$$

Квадрат в уравнении (П.6) следует брать в магнитном поле. Его выражение определяется последним членом в формуле (15).

Ранее мы показали (см. (35)), что в нулевом магнитном поле функция $F_6(0)$ не содержит аномальных членов. Покажем, что аномальные члены не содержатся и в $F_6(H)$. Сохраняя в правой части формулы (П.6) только аномальные члены, приведем выражение для $F_6(H)$ к виду

$$\begin{aligned}
F_6(H) \sim &-2J_0^2\delta J_H - 2J_0\int\limits_0^{1/T}d\tau_1\int\limits_0^{\tau_1}d\tau_2\int\limits_0^{\tau_2}d\tau_3\int\limits_0^{\tau_3}d\tau_4\Big\{\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_3-\tau_4)\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\\
&-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)] + \Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Phi^2(\tau_2-\tau_3)\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_4)-(\tau_2-\tau_3)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big]\Big\}+\\
&+4J_0\int\limits_0^{1/T}d\tau_1\int\limits_0^{\tau_1}d\tau_2\int\limits_0^{\tau_2}d\tau_3\int\limits_0^{\tau_3}d\tau_4\cdot\Phi^2(\tau_1-\tau_3)\Phi^2(\tau_2-\tau_4)\Big[\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_3)+\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_4)\Big]+\\
&+3\delta J_H\int\limits_0^{1/T}d\tau_1\int\limits_0^{\tau_1}d\tau_2\int\limits_0^{\tau_2}d\tau_3\int\limits_0^{\tau_3}d\tau_4\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_2-\tau_4)+\\
&+(f_6(H)-f_6(0))-\frac{1}{2}\Big(J_3^2(H)-J_3^2(0)\Big)-\delta\Big[(2J_0+\delta J(H))\,\Box\Big]. \qquad (\text{П.8})
\end{aligned}$$

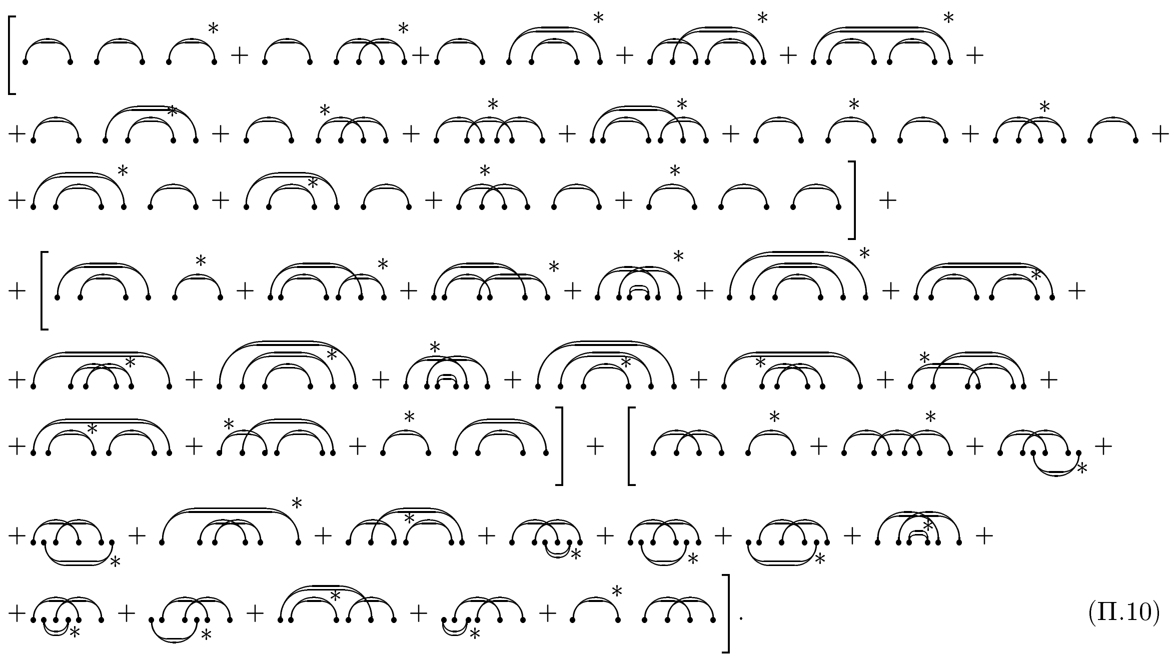
В уравнении (П.8) функция $\delta\mathcal{N}(\tau)$ равна

$$\delta\mathcal{N}(\tau) = \mathcal{N}(\tau) - 1. \qquad (\text{П.9})$$

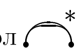
Символ δ перед последним членом в формуле (П.9) означает, что из выражения в скобках следует вычесть его значение при $H = 0$.

Дальнейший анализ связан с представлением каждого из членов в уравнении (П.8) в виде суммы упорядоченных по времени графов. Например, имеем

$$\frac{1}{2}J_0^2\delta J_H =$$

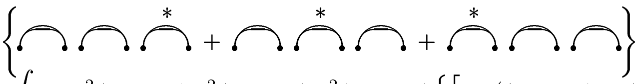
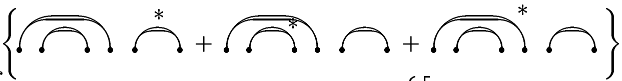
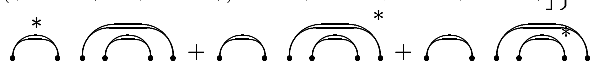
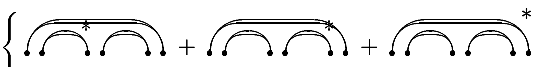
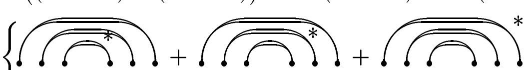
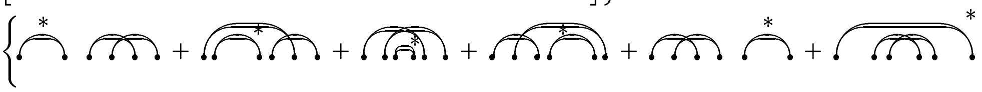


(П.10)

В уравнении (П.10) символ  означает двойную линию со множителем $\delta\mathcal{N}(\tau)$

 $= \Phi^2(\tau)\delta\mathcal{N}(\tau)$. (П.11)

Приведем также выражение для аномальной части функции $f_6(H)$, состоящей из блоков только с двойными линиями:

$$\big(f_6(H)-f_6(0)\big)_{\mathrm{an}} = 4\Big\{$$

$$\Big\} +$$
$$+\int d\boldsymbol{\tau}\,\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_3-\tau_4)\Phi^2(\tau_5-\tau_6)\Big\{\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)+(\tau_5-\tau_6)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_4)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_5-\tau_6)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_3-\tau_4)+(\tau_5-\tau_6)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]\Big\}+$$
$$+4\Big\{$$

$$\Big\} +$$
$$+\int d\boldsymbol{\tau}\,\Phi^2(\tau_2-\tau_3)\Phi^2(\tau_1-\tau_4)\Phi^2(\tau_5-\tau_6)\Big\{\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_4)-(\tau_2-\tau_3)+(\tau_5-\tau_6)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_4)-(\tau_2-\tau_3)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_4)+(\tau_5-\tau_6)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_4)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_5-\tau_6)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)-\delta\mathcal{N}(\tau_5-\tau_6)\Big]\Big\}+$$
$$+4\Big\{$$

$$\Big\} +$$
$$+\int d\boldsymbol{\tau}\,\Phi^2(\tau_1-\tau_2)\Phi^2(\tau_3-\tau_6)\Phi^2(\tau_4-\tau_5)\Big\{\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_6)-(\tau_4-\tau_5)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_3-\tau_6)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_6)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_2)+(\tau_4-\tau_5)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_2)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_3-\tau_6)-(\tau_4-\tau_5)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]\Big\}+$$
$$+4\Big\{$$

$$\Big\} +$$
$$+\int d\boldsymbol{\tau}\,\Phi^2(\tau_1-\tau_6)\Phi^2(\tau_2-\tau_3)\Phi^2(\tau_4-\tau_5)\Big\{\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_2-\tau_3)-(\tau_4-\tau_5)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_3)+(\tau_4-\tau_5)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_2-\tau_3)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_3)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_4-\tau_5)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_4-\tau_5)\Big]+$$
$$+4\Big\{$$

$$\Big\} +$$
$$+\int d\boldsymbol{\tau}\,\Phi^2(\tau_1-\tau_6)\Phi^2(\tau_2-\tau_5)\Phi^2(\tau_3-\tau_4)\Big\{\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_2-\tau_5)+(\tau_3-\tau_4)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big]+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_2-\tau_5)-(\tau_3-\tau_4)\big)-$$
$$-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big]+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_2-\tau_5)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_2-\tau_5)\Big]+$$
$$+\Big[\delta\mathcal{N}\big((\tau_1-\tau_6)-(\tau_3-\tau_4)\big)-\delta\mathcal{N}(\tau_1-\tau_6)-\delta\mathcal{N}(\tau_3-\tau_4)\Big]\Big\}+$$
$$+\Big\{$$

$$\Big\}. \qquad (\Pi.12)$$

В уравнении (П.12) символ $\int d\boldsymbol{\tau}$ означает упорядоченный по времени интеграл

$$\int d\boldsymbol{\tau} = \int\limits_0^{1/T} d\tau_1 \int\limits_0^{\tau_1} d\tau_2 \int\limits_0^{\tau_2} d\tau_3 \int\limits_0^{\tau_3} d\tau_4 \int\limits_0^{\tau_4} d\tau_5 \int\limits_0^{\tau_5} d\tau_6 .$$

Остальные аномальные блоки из двойных линий в уравнении (П.8) достаточно простые, и мы их детально расписывать не будем. Из формул (П.8), (П.10), (П.12) следует, что все аномальные члены в функции $\delta\mathcal{F}_6(H)$, содержащие только двойные линии, сокращаются. Анализ аномальных членов, содержащих квадрат $\square$ или  , достаточно прост. Все эти члены в уравнении (П8) также сокращаются. Тем самым мы показали, что аномальные члены в функции $F_6(H)$ не содержатся.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Abrikosov and A. A. Migdal, J. of Low Temp. Phys. **3**, 519 (1970).
2. A. M. Tsvelick and P. B. Wigmann, Advances in Physics **32**, 453 (1983).
3. N. Andrei and K. Furuya, Physics **55**, 331 (1983).
4. Ю. Н. Овчинников, А. М. Дюгаев, ЖЭТФ **115**, 1263 (1999).
5. W. Felsch, Zeitschrift fur Physik, B **29**, 212 (1978).
6. Yu. N. Ovchinnikov, A. M. Dyugaev, P. Fulde, and V. Z. Kresin, Письма в ЖЭТФ **66**, 184 (1997).
7. А. А. Абрикосов, А. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
8. Ю. Н. Овчинников, А. М. Дюгаев, Письма в ЖЭТФ **70**, 106 (1999).