ЖЭТФ, 2000, том 117, вып. 1, стр. 243–247

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕРМОСТИМУЛИРОВАННУЮ ИОНИЗАЦИЮ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ СУБМИЛЛИМЕТРОВЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

А. С. Москаленко[a], ***В. И. Перель***[a*], ***И. Н. Яссиевич***[ab**]

[a] *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук*
194021, Санкт-Петербург, Россия
[b] *Department of Theoretical Physics, Lund University*
S-223 62, Lund, Sweden

Поступила в редакцию 7 июля 1999 г.

В квазиклассическом приближении вычислена вероятность туннелирования электрона из связанного состояния в свободное в скрещенных переменном электрическом и постоянном магнитном полях. Показано, что магнитное поле уменьшает вероятность туннелирования электрона. Это приводит к уменьшению вероятности термоактивированной ионизации глубоких примесных центров субмиллиметровым излучением. Логарифм вероятности ионизации линейно зависит от квадрата амплитуды электрического поля и резко возрастает с увеличением частоты электрического поля.

PACS: 78.70Gq, 72.20Jv

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы экспериментально и теоретически было показано, что основным механизмом ионизации примесных центров в полупроводниках электрическим полем и субмиллиметровым излучением является термоактивированное туннелирование [1–4]. Этот процесс включает в себя туннелирование электрона и туннелирование колебательной системы центра. Недавно теоретически было изучено влияние магнитного поля на этот процесс в постоянном электрическом поле [5] с использованием результатов работы [6] для вероятности туннелирования электрона.

Настоящая работа посвящена теории термоактивированной туннельной ионизации центров переменным электрическим полем в присутствии перпендикулярного ему постоянного магнитного поля. Работа фактически состоит из двух частей. В первой части получено выражение для вероятности туннелирования электрона через переменный во времени потенциальный барьер с использованием метода, примененного в [7]. Вычисления проведены для короткодействующего потенциала центра. В случае заряженного центра можно надеяться, что притягивающий кулоновский потенциал увеличит вероятность туннелирования, но существенно не изменит линейной зависимости логарифма вероятности термоактивированной туннельной ионизации от квадрата амплитуды электрического поля (формула (25), см. обсуждение аналогичного вопроса в случае постоянного электрического поля в книге [3, § 10.5]). Во второй части изучается термостимулированное туннелирование. Мы ограничиваемся экспоненциальной точностью. В этом приближении логарифм вероятности ионизации линейно зависит от квадрата амплитуды электрического поля. Магнитное поле уменьшает вероятность ионизации.

2. КВАЗИКЛАССИЧЕСКАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ТУННЕЛИРУЮЩЕГО ЭЛЕКТРОНА

Волновая функция с экспоненциальной точностью в квазиклассическом приближении дается выражением

$$\Psi(r,t) \propto \exp\left[\frac{i}{\hbar}\tilde{S}(\mathbf{r},\, t)\right], \qquad (1)$$

*E-mail: perel.theory@pop.ioffe.rssi.ru
**E-mail: irina.yassievich@pop.ioffe.rssi.ru

где действие $\tilde{S}(r, t)$ удовлетворяет уравнениям Гамильтона—Якоби

$$\frac{\partial \tilde{S}}{\partial t} = -\mathcal{H}(\mathbf{P}, \mathbf{r}, t), \quad \nabla \tilde{S} = \mathbf{P} \tag{2}$$

с граничным условием $\tilde{S}(\mathbf{r}, t) = -\varepsilon t$ при $\mathbf{r} \to 0$, где ε — энергия электрона на центре ($\varepsilon < 0$). В формулах (2) $\mathcal{H}$ — функция Гамильтона, $\mathbf{P}$ — обобщенный импульс. В рассматриваемом случае

$$\begin{gathered} \mathcal{H}(\mathbf{P}, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{P} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 - zF(t), \\ \mathbf{P} = m\dot{\mathbf{r}} + \frac{e}{c}\mathbf{A}, \end{gathered} \tag{3}$$

где $F(t) = F\cos\Omega t$ — сила, действующая на электрон со стороны электрического поля волны, $F = e\mathcal{E}$. Предполагается, что поле $\mathcal{E}$ направлено вдоль оси z, а постоянное магнитное поле $\mathbf{H}$ — вдоль оси x. В дальнейшем используется калибровка $A_x = A_z = 0$, $A_y = -Hz$.

Действие $\tilde{S}$, удовлетворяющее требуемым условиям, можно записать в виде [7, 8]

$$\tilde{S} = S_0 - \varepsilon t_0, \quad S_0 = \int\limits_{t_0}^{t} \mathcal{L}(r', \dot{r}', t')dt' \ , \tag{4}$$

где $\mathcal{L}$ — функция Лагранжа,

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}', \dot{\mathbf{r}}', t') = \frac{m\dot{\mathbf{r}}'^2}{2} - z'\left[\frac{eH}{c}\dot{y}' - F(t')\right]. \tag{5}$$

Радиус-вектор $\mathbf{r}'(t')$ удовлетворяет уравнениям движения

$$\ddot{x}' = 0, \quad \ddot{y}' = \omega_c \dot{z}', \quad \ddot{z}' = \frac{F}{m}\cos\Omega t' - \omega_c \dot{y}' \tag{6}$$

(где ω_c — циклотронная частота) при условиях

$$\mathbf{r}'(t_0) = 0, \quad \mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}. \tag{7}$$

В формулах (4) t_0 надо считать функцией $\mathbf{r}$ и t, определяемой условием

$$\left(\frac{d\tilde{S}}{dt_0}\right)_{\mathbf{r},t} = 0 \ . \tag{8}$$

Подчеркнем, что по смыслу волновой функции величины $\mathbf{r}$ и t вещественны, в то время как $\mathbf{r}'$, t' и t_0 могут быть и комплексными. Уравнение (8) с помощью равенства [2]

$$\left(\frac{dS_0}{dt_0}\right)_{\mathbf{r},t} = \mathcal{H}|_{t=t_0}$$

можно записать в виде

$$\frac{m}{2}({v_{0x}}^2 + {v_{0y}}^2 + {v_{0z}}^2) = \varepsilon \ , \tag{9}$$

где $\mathbf{v}_0 = \dot{\mathbf{r}}'(t_0)$ — скорость в начальный момент t_0. Согласно (9) величина этой скорости чисто мнимая, поскольку $\varepsilon < 0$. Это естественно, так как электрон находится под барьером.

3. ВЕРОЯТНОСТЬ ПРЯМОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОНА

Решив уравнение движения (6) при условиях (7), можно найти $\mathbf{v}_0$ как функцию $\mathbf{r}$, t, t_0. Тогда уравнение (9) определяет t_0 как функцию $\mathbf{r}$, t. В результате можно найти действие $\tilde{S}$ как функцию $\mathbf{r}$, t и, следовательно, волновую функцию $\Psi(\mathbf{r}, t)$.

Однако для нахождения потока из центра (пропорционального $|\Psi|^2$) достаточно найти $\operatorname{Im}\tilde{S}$ в той области пространства, где эта величина максимальна, т. е. при таких r, где

$$\nabla \operatorname{Im}\tilde{S} = 0.$$

Пользуясь вторым уравнением (2), получаем условие

$$\operatorname{Im}\mathbf{P} = 0. \tag{10}$$

Из первых двух уравнений движения (6) и второго уравнения (3) следует, что P_x и P_y являются интегралами движения: $P_x = mv_{0x}$, $P_y = mv_{0y}$, и значит, v_{0x} и v_{0y} вещественны. Тогда из (9) следует, что v_{0z} — чисто мнимая величина. Из уравнений (2) следует, что при вещественных t мнимая часть действия не зависит от t в области пространства, определяющей результат туннелирования. Поэтому в дальнейшем можно положить $t = 0$.

Выпишем решение уравнений движения (6), удовлетворяющее первому из условий (7):

$$\begin{aligned} x' &= v_{0x}(t' - t_0), \\ y' &= a_1(\cos\omega_c t' - \cos\omega_c t_0) + \\ &\quad + a_2(\sin\omega_c t' - \sin\omega_c t_0) - \frac{\omega_c}{\Omega}b(\sin\Omega t' - \sin\Omega t_0), \\ z' &= -a_1(\sin\omega_c t' - \sin\omega_c t_0) + \\ &\quad + a_2(\cos\omega_c t' - \cos\omega_c t_0) - b(\cos\Omega t' - \cos\Omega t_0), \\ b &= \frac{F}{m(\Omega^2 - {\omega_c}^2)}. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь a_1, a_2, v_{0x} — пока произвольные константы, но они выражаются через x, y, z, t_0 вторым условием (7). Однако для определения этих констант в существенной для туннелирования области достаточно условий (10), которые (учитывая вещественность z) можно переписать в виде

$$\operatorname{Im}\left(\frac{d\mathbf{r}'}{dt'}\right)_{t'=t} = 0 .$$

Отсюда следует, что a_1, a_2, v_{0x} вещественны.

Положим $t_0 = \tau_0 + i\tau_e$ и выпишем условие вещественности z и мнимости v_{0z}, пользуясь последним уравнением (11) при $t' = t$ и $z' = z$, а также дифференцируя это уравнение по t' и полагая $t' = t_0$. Тогда получим

$$a_1 \cos\omega_c\tau_0 + a_2 \sin\omega_c\tau_0 = b\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e}\sin\Omega\tau_0 = b\frac{\Omega}{\omega_c}\,\frac{\operatorname{ch}\Omega\tau_e}{\operatorname{ch}\omega_c\tau_e}\sin\Omega\tau_0. \quad (12)$$

Из второго равенства в (12) следует, что $\sin\Omega\tau_0 = 0$, т. е.

$$\tau_0 = 0 , \quad t_0 = i\tau_e , \quad a_1 = 0 \quad (13)$$

(строго говоря, условие $\sin\Omega\tau_0 = 0$ допускает для τ_0 ненулевые решения, но можно показать, что они приводят к тем же результатам). Вещественность x и y (первые два уравнения (11) при $t' = t$) приводит к равенствам

$$v_{0x} = 0 ; \quad a_2 = \frac{F\omega_c}{m\Omega(\Omega^2 - \omega_c{}^2)}\,\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e} . \quad (14)$$

Таким образом, решение уравнений движения, удовлетворяющее первому из условий (7), условию (10), вещественности x', y', z' при $t' = t$, мнимости $\dot{z}'$ при $t' = t_0$, имеет вид

$$\begin{aligned} x' &= 0, \\ y' &= \frac{F\omega_c}{m\Omega(\Omega^2 - \omega_c{}^2)}\left[-\sin\Omega t' + \frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e}\sin\omega_c t'\right], \\ z' &= \frac{F}{m(\Omega^2 - \omega_c{}^2)}\left[\frac{\omega_c}{\Omega}\,\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e}(\cos\omega_c t' - \operatorname{ch}\omega_c\tau_e) - (\cos\Omega t' - \operatorname{ch}\Omega\tau_e)\right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда легко получить $\mathbf{v}_0$, дифференцируя эти выражения по t' и полагая $t' = i\tau_e$. Тогда для определения τ_e следует использовать соотношение (9), которое принимает вид

$$\operatorname{sh}^2\Omega\tau_e\left[1 - \left(\frac{\Omega\omega_c}{\Omega^2 - \omega_c{}^2}\right)^2\left(\operatorname{cth}\Omega\tau_e - \frac{\omega_c}{\Omega}\operatorname{cth}\omega_c\tau_e\right)^2\right] = \frac{\Omega^2}{F^2}2m|\varepsilon| . \quad (16)$$

Вероятность ионизации P_e можно записать в виде

$$P_e \propto \exp\left[-2S_e(\varepsilon)\right] , \quad (17)$$

где $S_e(\varepsilon) = \operatorname{Im}\tilde{S}/\hbar$, а $\tilde{S}$ определяется формулами (4), (5), в которых $\mathbf{r}'$ дается формулами (15), $t_0 = i\tau_e$, $t = 0$. Таким образом,

$$S_e(\varepsilon) = \frac{m}{2\hbar}\int\limits_0^{\tau_e}(\dot{z}'^2 - \dot{y}'^2)d\tau - \frac{\varepsilon\tau_e}{\hbar}. \quad (18)$$

При получении этого выражения два последних члена в формуле (5) проинтегрированы по частям. В формуле (18) введена переменная интегрирования $\tau = -it'$, так что

$$\begin{aligned} \dot{y}' &= \frac{F\omega_c}{m(\Omega^2 - \omega_c{}^2)}\left[-\operatorname{ch}\Omega\tau + \frac{\omega_c}{\Omega}\,\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e}\operatorname{ch}\omega_c\tau\right], \\ \dot{z}' &= \frac{F\omega_c}{m(\Omega^2 - \omega_c{}^2)}\left[\frac{\Omega}{\omega_c}\operatorname{sh}\Omega\tau - \frac{\omega_c}{\Omega}\,\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_e}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_e}\operatorname{sh}\omega_c\tau\right] i. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, вероятность ионизации с экспоненциальной точностью дается формулой (17), где $S_e(\varepsilon)$ и $\tau_e(\varepsilon)$ определяются формулами (16), (18).

Отметим соотношение

$$\frac{d\tilde{S}}{d\varepsilon} = \left(\frac{\partial S_0}{\partial t_0} - \varepsilon\right)\frac{dt_0}{d\varepsilon_0} - t_0 = -t_0,$$

откуда следует

$$\tau_e = -\hbar\frac{\partial S_e}{\partial\varepsilon} . \quad (20)$$

Величину τ_e можно назвать временем туннелирования электрона. Без магнитного поля (при $\omega_c = 0$) формулы (16)–(19) совпадают с результатом для туннельной ионизации в переменном электрическом поле [7], а при $\Omega = 0$ — с результатом для туннельной ионизации в постоянном электрическом поле в присутствии магнитного поля [6].

При увеличении магнитного поля вероятность ионизации уменьшается, а время туннелирования растет.

4. ТЕРМОАКТИВИРОВАННАЯ ТУННЕЛЬНАЯ ИОНИЗАЦИЯ КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕГО ЦЕНТРА

Вероятность туннельной ионизации с участием фононов можно рассматривать как результат трех процессов: термического возбуждения системы на колебательный уровень E_1 в адиабатическом потенциале $U_1(x)$, соответствующем электрону, связанному на центре (x — колебательная координата), туннельного перехода колебательной системы на адиабатический потенциал $U_{2\varepsilon}(x)$, соответствующий свободному электрону с отрицательной энергией ε, и туннельного перехода электрона под действием электрического поля из ямы в свободное состояние с отрицательной энергией ε.

В квазиклассическом приближении вероятность ионизации при фиксированных ε и E_1 пропорциональна выражению

$$\exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right)\exp\left[-2(S_{2\varepsilon}-S_{1\varepsilon})\right]\exp\left[-2S_e(\varepsilon)\right], \quad (21)$$

где три сомножителя дают вероятности перечисленных выше трех процессов,

$$\begin{aligned} S_{1\varepsilon} &= \frac{\sqrt{2M}}{\hbar}\int\limits_{a_1}^{x_{c\varepsilon}}\sqrt{U_1(x)-E}\,dx, \\ E &= E_1-\varepsilon_T, \\ S_{2\varepsilon} &= \frac{\sqrt{2M}}{\hbar}\int\limits_{a_{2\varepsilon}}^{x_{c\varepsilon}}\sqrt{U_{2\varepsilon}(x)-E}\,dx, \\ U_{2\varepsilon}(x) &= U_2(x)+\varepsilon \end{aligned} \quad (22)$$

(обозначения иллюстрируются на рис. 1), M — масса, связанная с колебательной модой, играющей основную роль в процессе.

Полная вероятность ионизации получается интегрированием выражения (21) по E_1 и ε. Интегралы можно вычислить методом перевала. При этом получаются два уравнения для оптимальных величин E_{1m} и ε_m:

$$\tau_{2\varepsilon} = \tau_{1\varepsilon} + \hbar/2kT, \quad \tau_{2\varepsilon} = \tau_e, \quad (23)$$

где «времена туннелирования» колебательной системы $\tau_{n\varepsilon}$ определяются выражением

$$\tau_{n\varepsilon} = -\hbar\frac{\partial S_{n\varepsilon}}{\partial E}.$$

При не слишком больших полях величина ε_m мала и в первом из уравнений (23) можно положить $\varepsilon = 0$. При этом оно определяет энергию E_{1m}, не зависящую от электрического поля. В выражении (21) можно разложить $S_{2\varepsilon}-S_{1\varepsilon}$ по ε и ограничиться первым членом разложения:

$$S_{2\varepsilon} - S_{1\varepsilon} = S_2 - S_1 + \frac{\varepsilon\tau_2}{\hbar}, \quad (24)$$

где S_2, S_1 и τ_2 — значения $S_{2\varepsilon}$, $S_{1\varepsilon}$ и $\tau_{2\varepsilon}$ при $\varepsilon = 0$. Тогда, пользуясь (18) при $\tau_e = \tau_2$, можно получить для вероятности ионизации $e(F)$:

$$e(F) = e(0)\exp\frac{F^2}{F_c{}^2}, \quad (25)$$

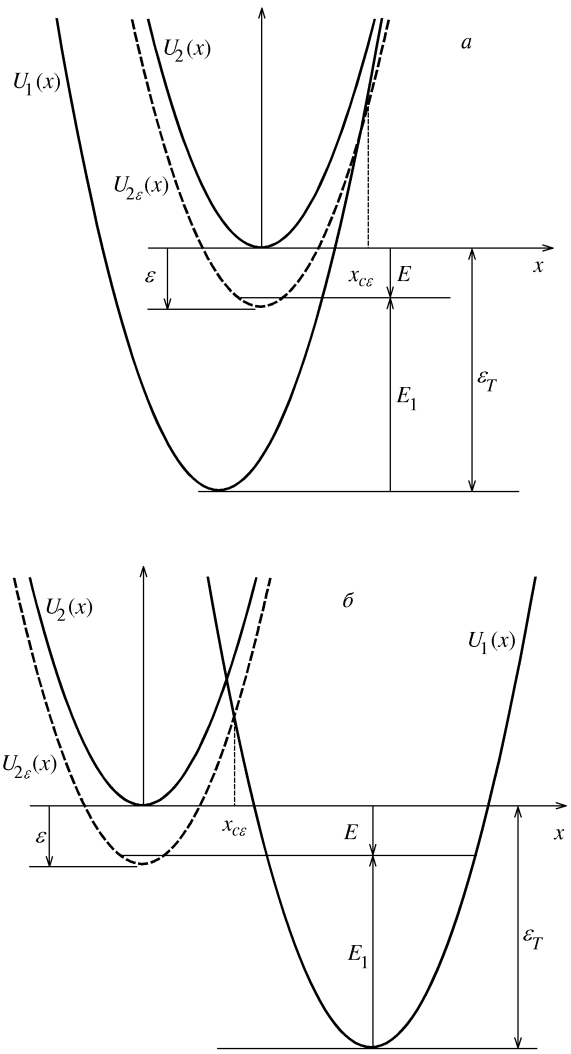

Рис. 1. Схема адиабатических потенциалов, иллюстрирующая туннельную перестройку колебательной системы при ионизации для двух возможных расположений потенциалов (*а* и *б*; в случае *б* имеет место автолокализация). Пояснения приведены в тексте

где удобно записать

$$\begin{aligned} F_c{}^2 &= \frac{3m\hbar}{\tau_2{}^{*3}}, \\ \tau_2{}^{*3} &= \frac{3\omega_c{}^2}{(\Omega^2-\omega_c{}^2)^2}\int\limits_0^{\tau_2}\left\{\left[-\operatorname{ch}\Omega\tau + \frac{\omega_c}{\Omega}\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_2}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_2}\operatorname{ch}\omega_c\tau\right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\Omega}{\omega_c}\operatorname{sh}\Omega\tau - \frac{\omega_c}{\Omega}\frac{\operatorname{sh}\Omega\tau_2}{\operatorname{sh}\omega_c\tau_2}\operatorname{sh}\omega_c\tau\right]^2\right\}d\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

Зависимость $\tau_2{}^*$ от магнитного поля иллюстрируется на рис. 2.

Без магнитного поля (при $\omega_c \to 0$) выражения

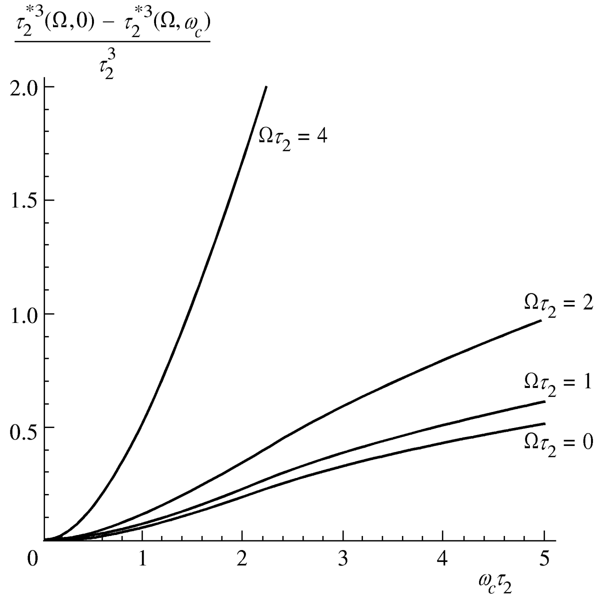

Рис. 2. Отношение $\left[\tau_2{}^{*3}(0,\Omega)-\tau_2{}^{*3}(\omega_c,\Omega)\right]/\tau_2^3$ в зависимости от $\omega_c\tau_2$ при различных значениях параметра $\Omega\tau_2$

(25), (26) совпадают с выражением для вероятности многофононного термоактивированного туннелирования под действием переменного электрического поля [2]. При $\Omega \to 0$ из (26) следует

$$\tau_2{}^{*3} = \frac{3\tau_2}{\omega_c{}^2}\left(\omega_c\tau_2 \operatorname{cth}\omega_c\tau_2 - 1\right), \qquad (27)$$

что дает результат для вероятности этого процесса под действием постоянного электрического поля в присутствии магнитного поля [5].

Отметим, что условием применимости (25), (26) являются неравенства $F \gg F_c$ и $|\varepsilon_m| \ll \varepsilon_T$, где $|\varepsilon_m|$ определяется уравнением (16) при $\tau_e = \tau_2$. Согласно первой формуле (23) при $\varepsilon = 0$

$$\tau_2 = \tau_1 + \hbar/2kT, \qquad (28)$$

причем τ_1 практически не зависит от температуры. При адиабатических потенциалах типа изображенного на рис. 1*б* (автолокализация) имеем $\tau_1 < 0$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе получено выражение для вероятности туннельного перехода электрона из связанного состояния в свободное под действием переменного электрического поля в присутствии перпендикулярного ему магнитного поля (формулы (17)–(19)).

Результат использован для вычисления вероятности термоактивированной туннельной ионизации глубоких примесных центров в полупроводниках субмиллиметровым излучением в магнитном поле (формулы (25), (26), (28)). Все результаты получены с экспоненциальной точностью.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 98-02-18268 и 96-15-96392). И. Н. Яссиевич выражает благодарность Swedish NSRC (grant O-AH/KG 03996-322).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Карпус, В. И. Перель, Письма ЖЭТФ **42**, 403 (1985).
2. S. D. Ganichev, E. Ziemann, Th. Gleim et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 2409 (1998).
3. В. Н. Абакумов, В. И. Перель, И. Н. Яссиевич, *Безызлучательная рекомбинация в полупроводниках*, Санкт-Петербург, изд-во «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова РАН» (1998) (перевод V. N. Abakumov, V. I. Perel, I. N. Yassievich, *Nonradiative Recombination in Semiconductors* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences Vol. 33, ed. by V. M. Agranovich and A. A. Maradudin), North-Holland, Amsterdam (1991).
4. С. Д. Ганичев, И. Н. Яссиевич, В. Преттл,ФТТ **39**, 1905 (1997).
5. В. И. Перель, И. Н. Яссиевич, Письма ЖЭТФ **68**, 763 (1998).
6. В. С. Попов, А. В. Сергеев, ЖЭТФ **113**, 2047 (1998).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989), с. 353.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).