

ИССЛЕДОВАНИЕ УСИЛЕННОГО СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ЛАЗЕРА С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПОЛЯ

Ф. А. Стариков*

Российский федеральный ядерный центр — ВНИИЭФ
607190, Саров, Нижегородская обл., Россия

Поступила в редакцию 22 июня 1999 г.

Для исследования яркости, угловой расходимости и пространственной когерентности усиленного спонтанного излучения в лабораторном рентгеновском лазере разработана физическая модель, основанная на решении квазиоптического уравнения для поперечной корреляционной функции (ПКФ) амплитуды поля. В модели учитывается спонтанный источник излучения, дифракция, регулярная рефракция, регулярное усиление с учетом насыщения, нерезонансное поглощение, рассеяние на мелкомасштабных флуктуациях электронной плотности и коэффициент усиления, рассеяние на случайных осевых отклонениях протяженной плазменной среды рентгеновского лазера. Установлено, что ПКФ-метод позволяет получить конечный результат существенно быстрее, чем базовый метод статистических испытаний параболического уравнения для амплитуды поля. Вследствие статистической линеаризации уравнения для поперечной корреляционной функции при насыщении усиления этот метод завышает абсолютные значения средней интенсивности усиленного спонтанного излучения, однако максимальное завышение не превышает 10%. Найдено, что флуктуации оптических параметров среды рентгеновского лазера ухудшают качество пучка усиленного спонтанного излучения, являются аналогом нерезонансного поглощения с точки зрения влияния на его яркость и поэтому снижают наблюдаемый коэффициент усиления. При этом для характерных условий рентгеновского лазера с квазистационарной схемой генерации вклад мелкомасштабных флуктуаций коэффициента усиления и случайных осевых отклонений плазменного шнура лазера в рассеяние усиленного спонтанного излучения существенно меньше вклада мелкомасштабных флуктуаций плотности. Проведены расчеты усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере, который получен при одностороннем облучении изогнутой мишени и имеет асимметричный профиль электронной плотности плазмы в зоне усиления. Показано, что в режиме насыщения можно существенно увеличить длину когерентности и когерентную мощность усиленного спонтанного излучения, реализуя в зоне усиления выпуклый профиль электронной плотности вместо типичного вогнутого профиля. Найдено, что данный эффект улучшения когерентности реализуется лишь при условиях, когда характерная глубина мелкомасштабных флуктуаций плотности не превышает нескольких процентов от типичных регулярных значений плотности в зоне усиления.

PACS: 42.25.Kb, 42.55.Vc

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем физики лазеров является уменьшение длины волны лазерного излучения и создание лазера в дальнем ультрафиолетовом и мягком рентгеновском диапазонах длин волн $\lambda = 0.2\text{--}100$ нм. Рентгеновский лазер обеспечит значительный прогресс в многочисленных областях науки, техники и медицины [1]. Одним из самых ярких примеров его потенциального применения является

голография живых клеток с временным и пространственным разрешением.

Рабочей средой рентгеновского лазера является плазма, которая обычно получается при фокусировке излучения оптического лазера в линию на твердую мишень или в капиллярном электрическом разряде. В образующемся плазменном столбике рентгеновское лазерное излучение развивается в режиме усиленного спонтанного излучения. Наиболее перспективными являются схемы с лазерными переходами в Ne- или Ni-подобных ионах. Для накачки вначале использовались мощные лазеры с наносе-

*E-mail: starikov@otd13.vniief.ru

кундной длительностью импульса и энергией в сотни джоулей [2], что позволяет реализовать квазистационарную генерацию. Однако мощных лазерных установок в мире немного, и проведение экспериментов на них — довольно дорогостоящее. Поэтому интересным результатом явилось создание настольного рентгеновского лазера на капиллярном разряде, где квазистационарная генерация дальнего ультрафиолетового излучения была реализована без использования лазерной накачки [3]. Более того, в дальнейшем лазерный эффект был получен при облучении мишени оптическим лазером с пикосекундной [4] и фемтосекундной [5] длительностями импульса и энергией $\sim 10\text{--}1000$ мДж. Нестационарный переходный режим усиления позволяет получить коэффициент усиления в десятки и сотни обратных сантиметров. Все это ведет к тому, что рентгеновский лазер постепенно приобретает вид компактного прибора, доступного как объект и инструмент исследований большому числу лабораторий [6, 7].

С середины 80-х к настоящему времени получен лазерный эффект более чем на 100 линиях в диапазоне длин волн λ с нижней границей внутри «водяного окна» (2.33–4.36) нм, удобного для голографических применений в биологии. К настоящему времени рентгеновские лазеры по яркости и монохроматичности значительно превосходят альтернативные источники рентгеновского излучения, что позволило начать их использование в диагностике плазмы [6, 7]. Однако рентгеновский лазер не может реализовать свои многие применения, в том числе голографические, так как его излучение в настоящее время обладает низкой степенью пространственной когерентности и расходимостью, сильно превышающей дифракционный предел. Получение пучка излучения рентгеновского лазера с угловой расходимостью порядка дифракционной и высокой степенью пространственной когерентности является в настоящее время одной из ключевых задач в этой сложной и многоплановой проблеме [8].

Плохое качество пучка рентгеновского лазера связано, по крайней мере, с тремя причинами. Во-первых, спонтанное излучение, которое должно быть усилено, имеет широкую расходимость. Даже если зона усиления оптически однородна, то при ее поперечном размере a для достижения одномодового режима требуется длина рентгеновского лазера $z \sim a^2/\lambda$. При $a \sim 100$ мкм и $\lambda = 0.2\text{--}100$ нм величина z составляет десятки сантиметров и метры. Так как для перспективного пикосекундного режима накачки характерная длина рентгеновского лазера менее сантиметра, то ясно, что усиленное спонтанное излучение носит многомодовый характер. Эту проблему можно было бы решить, исполь-

зуя задающий генератор этого излучения и усилитель, расположенные на некотором удалении друг от друга. Но, во-вторых, плазменная активная среда рентгеновского лазера характеризуется крупномасштабной поперечной неоднородностью, так как во время генерации плазма находится в состоянии разлета. Рефракция усиленного спонтанного излучения ведет к его вытеснению из зоны усиления, что дополнительно ухудшает его угловые, энергетические и, как правило, когерентные свойства. В-третьих, одной из причин низкого качества пучка усиленного спонтанного излучения может быть наличие мелкомасштабных случайных оптических неоднородностей в рентгеновском лазере. В случае лазерной плазмы они связаны с неоднородностью мишени и ее поверхности, неоднородностью облучения мишени, филаментацией пучка накачки в плазме, с вынужденным рассеянием накачки, турбулентностью и т. д.

Следует отметить, что работы по улучшению качества пучка усиленного спонтанного излучения велись параллельно с поиском новых активных сред рентгеновского лазера и уменьшением длины волны. Методы, способствующие улучшению качества пучка усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере, изложены в обзоре [8]. Яркие успехи достигнуты с использованием предимпульса накачки [9] и изгиба мишени [10]. Это позволяет уменьшить расходимость и существенно (на порядки величины) увеличить яркость рентгеновского лазера на переходах в Ne- и Ni-подобных ионах [11]. Тем не менее расходимость и пространственная когерентность усиленного спонтанного излучения далеки от идеала.

В решении проблемы качества пучка рентгеновского лазера значительную роль играют расчетно-теоретические исследования. Динамика усиленного спонтанного излучения является составной частью теоретического описания рентгеновского лазера наряду с гидродинамикой плазмы и кинетикой населенностей уровней ионов. Одним из методов описания динамики усиленного спонтанного излучения является метод традиционной геометрической оптики, который применялся в приближении регулярно-неоднородной активной среды рентгеновского лазера (см., например, [12–16]). Однако при характерных размерах оптических неоднородностей $\sim 1\text{--}10$ мкм роль дифракции может быть заметной. Волновые эффекты также необходимо учитывать, когда поперечная длина когерентности усиленного спонтанного излучения становится сравнимой с шириной пучка. Кроме того, методами геометрической оптики затруднительно исследовать такое чисто волновое свойство усиленного спонтанного излу-

чения как когерентность.

Волновые эффекты можно учесть в рамках метода параболического уравнения для комплексной амплитуды поля излучения, который использовался для расчета усиленного спонтанного излучения в регулярно-неоднородной активной среде рентгеновского лазера (см., например, [17–23]). Параболическое уравнение либо подвергалось упрощению с помощью модового разложения при специальных профилях оптических параметров [20–23], либо решалось численно при их произвольных распределениях [17–19]. Но при случайном источнике излучения метод параболического уравнения требует проведения множества расчетов уравнения (статистических испытаний) с усреднением результатов по ансамблю. Этот подход требует длительных компьютерных расчетов. При дополнительном включении в рассмотрение случайных параметров среды метод параболического уравнения тем более усложнится. Обойти проблему усреднения по ансамблю реализаций позволил переход от параболического уравнения к уравнению для поперечной корреляционной функции (ПКФ) амплитуды поля [24–26]. Когда поперечная длина когерентности существенно меньше ширины пучка, ПКФ-метод позволяет получить результат в численных расчетах значительно быстрее, чем в методе параболического уравнения. С помощью ПКФ-метода проведены исследования формирования усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере как в регулярно-неоднородных [27–30], так и случайно-неоднородных [31–34] средах с произвольным распределением оптических параметров. В упрощенном подходе при специальных профилях оптических параметров ПКФ-метод также применялся в [35, 36] к исследованию усиленного спонтанного излучения в случайно-неоднородной среде рентгеновского лазера.

Настоящая работа посвящена трем аспектам, связанным с ПКФ-методом и его применением для расчета динамики усиленного спонтанного излучения. Во-первых, проводится усовершенствование ПКФ-метода при насыщении усиления. Его учет при расчетах усиленного спонтанного излучения с помощью параболического уравнения проводится в приближении двухуровневой среды [17–19]. Уравнение для ПКФ было получено из параболического уравнения в [24–26] при учете насыщения усиления в приближенном виде с использованием статистической линейаризации нелинейных членов уравнения, учитывающих усиление. Это ведет к тому, что параметры усиленного спонтанного излучения, получаемые из уравнения для ПКФ, несколько отличаются от средних параметров, найденных методом ста-

стистических испытаний исходного параболического уравнения [37, 38]. В настоящей работе проводится корректировка статистической линейаризации уравнения для ПКФ. Усовершенствование ПКФ-метода позволяет теснее приблизить получаемые данные к среднестатистическим.

Во-вторых, с помощью ПКФ-метода изучается влияние случайных неоднородностей параметров среды рентгеновских лазеров различного типа на усиленное спонтанное излучение. Проводится одно-временный учет как обычных флуктуаций диэлектрической проницаемости и коэффициента усиления, аналогичных турбулентным флуктуациям в атмосфере, так и осевых флуктуаций (хаотических поперечных смещений) плазменного шнура рентгеновского лазера [39]. Приводятся результаты расчетов усиленного спонтанного излучения в трехмерной случайно-неоднородной среде, которые являются первыми в литературе по рентгеновским лазерам. Оценивается влияние на усиленное спонтанное излучение флуктуаций коэффициента усиления, наблюдаемых в рентгеновском лазере на Ne-подобном иттрии.

В-третьих, рассматривается способ улучшения когерентных свойств пучка усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере, активная среда которого реализуется при лазерном облучении толстой мишени и характеризуется асимметричным профилем плотности разлетающейся плазмы в зоне усиления. Одна из причин остающейся низкой степени когерентности при использовании предимпульса накачки и изгиба мишени связана с остаточной рефракцией, которая носит фокусирующий характер при типичном вогнутом поперечном профиле плотности. Как показано в работе [30], получение выпуклого поперечного профиля плотности вместо вогнутого позволило бы существенно улучшить когерентность усиленного спонтанного излучения при изгибе мишени благодаря остаточному дефокусирующему эффекту. В [30] был рассмотрен случай линейного усиления, а в настоящей работе исследуется поведение усиленного спонтанного излучения при насыщении усиления, которое достигается в экспериментах. Определяется степень возможного негативного влияния флуктуаций диэлектрической проницаемости на эффект улучшения когерентности.

2. МЕТОД ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Динамика усиленного спонтанного излучения в плазме рентгеновского лазера в квазистационарном случае описывается параболическим уравнением для медленно меняющейся комплексной амплитуды поля излучения E [8]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{ik}{2} [\varepsilon(\mathbf{r}, z) - 1] + \frac{\kappa(\mathbf{r}, z)}{2} - \frac{\alpha(\mathbf{r}, z)/2}{1 + J(\mathbf{r}, z)/J_{sat}} \right] E(\mathbf{r}, z) = S(\mathbf{r}, z), \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = ix + jy$ — поперечный радиус-вектор, z — продольная координата, k — волновое число, κ — коэффициент нерезонансного поглощения, α — коэффициент усиления слабого сигнала, $J = |E|^2$ — плотность потока излучения, J_{sat} — плотность потока насыщения. Уравнение (1) описывает усиленное спонтанное излучение, распространяющееся в одном направлении вдоль оси z , что отвечает режиму накачки активной среды типа «бегущая волна». Величина ε в (1) есть диэлектрическая проницаемость плазмы, определяемая вкладом свободных электронов [40]:

$$\varepsilon = \eta^2 = 1 - N_e/N_c, \quad (2)$$

где N_e — плотность свободных электронов, N_c — критическая плотность. Для мягкого рентгеновского и дальнего ультрафиолетового диапазонов ($\lambda = 0.2$ – 100 нм) в плазме рентгеновского лазера $N_c \gg N_e$ [1], т. е. $\varepsilon \approx 1$.

Источник S в правой части уравнения (1) обладает свойством дельта-коррелированности:

$$\langle S(\mathbf{r}_1, z_1) S^*(\mathbf{r}_2, z_2) \rangle = \lambda^2 Q(\mathbf{r}_1) \delta^{(2)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(z_1 - z_2),$$

где Q — средняя удельная мощность спонтанного шума, измеряемая в Вт/см³·ср. В (1) не учитывается влияние насыщения на мощность источника, однако ясно, что в режиме насыщения интенсивность усиленного спонтанного излучения достаточно высока и роль источника становится незначительной.

Аналитически решить уравнение (1) в общем виде невозможно. Разложение амплитуды поля E по поперечным модам позволяет упростить исходную задачу при линейном усилении ($J \ll J_{sat}$) и в случае некоторых модельных профилей α и ε , когда поперечные моды определяются аналитически [20–23]. Для режима насыщения модовый подход не реализован. Более широкое практическое применение имеет прямое численное решение уравнения (1). При этом шаг поперечной сетки $\Delta x \sim \lambda/\theta_s$, где θ_s — угол расходимости излучения шумового источника.

Вследствие большой расходимости шума и малости λ количество счетных точек обычно велико, а шаг интегрирования по z , $\Delta z \sim k(\Delta x)^2$, мал. Поэтому современные вычислительные средства позволяют рассматривать только случай плоской среды (с одной поперечной координатой) [18, 38]. Кроме того, однократное решение параболического уравнения со случайным источником дает результат единичного статистического испытания (реализации случайного процесса). Для получения средних характеристик полученные решения параболического уравнения следует усреднять по ансамблю реализаций [38] или по времени [18, 19], что требует длительных компьютерных расчетов. Стоит отметить, что трудности возрастут при дополнительном учете случайности параметров среды.

В численных расчетах ниже используется конечно-разностный алгоритм численного решения параболического уравнения (1), описанный в [41]. Он характеризуется точностью, существенно превышающей точность спектральных методов [18, 19]. Амплитудная погрешность гармонического решения однородного уравнения равна нулю, а фазовая погрешность существенно снижена ($\sim (\Delta x)^6$). Для учета неоднородных членов уравнения применяется расщепление по физическим процессам.

3. МЕТОД УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

3.1. Уравнение для поперечной корреляционной функции

Для того чтобы обойти проблему усреднения по ансамблю реализаций, из стохастического уравнения (1) можно получить уравнение для второго момента амплитуды поля — поперечной корреляционной функции $B = \langle E(\mathbf{r}_1, z) E^*(\mathbf{r}_2, z) \rangle$, где угловые скобки означают статистическое усреднение.

При усреднении учитываем наличие в плазме случайных оптических неоднородностей двух типов. Первый тип отвечает обычным флуктуациям диэлектрической проницаемости и усиления, которые характеризуются определенным пространственным спектром, дисперсией и длинами корреляции, т. е. по способу описания они аналогичны, например, флуктуациям турбулентной атмосферы [42]. Эти флуктуации могут возникать как следствие ряда неустойчивостей плазмы рентгеновского лазера (см. [8]). Второй тип флуктуаций связан с хаотическими отклонениями плазменного шнура как целого от прямолинейного вида. Их можно назвать осевыми флуктуациями (в англоязычной литературе упо-

требуется термин «hose-like» [39]). Причиной возникновения осевых флуктуаций может быть неоднородность облучения мишени излучением оптического лазера. Осевые флуктуации моделируем как хаотическое смещение регулярных профилей коэффициента усиления и показателя преломления. Поэтому ε и α представляем в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{r}, z) &= \bar{\varepsilon}(\mathbf{r} + \tilde{\mathbf{r}}, z) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) \approx \\ &\approx \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\mathbf{r}}(z) \nabla_{\perp} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{r}, z) &= \bar{\alpha}(\mathbf{r} + \tilde{\mathbf{r}}, z) + \tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z) \approx \\ &\approx \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\mathbf{r}}(z) \nabla_{\perp} \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z), \end{aligned}$$

где $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$ — регулярные составляющие, $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ — флуктуационные составляющие, $\tilde{\mathbf{r}}$ — случайное поперечное смещение регулярных профилей $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$, ∇_{\perp} — поперечный градиент. Флуктуации $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ статистически независимы и имеют нулевые средние. Флуктуациями κ пренебрегаем, так как $\kappa \ll \alpha$. Общий рецепт получения уравнения для ПКФ в случайно-неоднородной среде в марковском приближении можно найти, например, в [42]. В [24, 25] он распространен на случай активной среды с рефракцией.

Однако получение из (1) уравнения для ПКФ представляет сложность из-за наличия плотности потока $J(\mathbf{r}, z)$ в знаменателе нелинейного слагаемого (1), отвечающего за усиление с учетом насыщения. Для решения этой проблемы можно применить метод статистической линеаризации [43], который сводится к замене некоторых флуктуирующих величин в стохастическом уравнении на некие средние. В данном случае он будет заключаться в замене $J(\mathbf{r}, z)$ на $\beta B(\mathbf{r}, 0; z)$, где $B(\mathbf{r}, 0; z)$ — средняя плотность потока излучения в ПКФ-методе, а β — параметр, зависящий от отношения $B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}$, т. е. от локальной глубины насыщения.

Уравнение для ПКФ в итоге приобретает вид

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{k} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} + \frac{ik}{2} [\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}_1; z) - \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}_2; z)] + \right. \\ &+ \frac{\kappa(\mathbf{r}_1; z) + \kappa(\mathbf{r}_2; z)}{2} + \frac{\pi k^2}{4} H(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) - \\ &- \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{r}_1; z)/2}{1 + \beta B(\mathbf{r}_1, 0; z)/J_{sat}(\mathbf{r}_1; z)} - \\ &- \left. \frac{\bar{\alpha}(\mathbf{r}_2; z)/2}{1 + \beta B(\mathbf{r}_2, 0; z)/J_{sat}(\mathbf{r}_2; z)} \right] B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \\ &= \lambda^2 Q(\mathbf{r}; z) \delta(\mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Рассеяние на флук-

туациях параметров среды определяется функцией $H(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = H_{\varepsilon} + H_{\alpha} + H_h$, где

$$\begin{aligned} H_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) &= \\ &= \frac{A_{\varepsilon}(\mathbf{r}_1, 0; z) + A_{\varepsilon}(\mathbf{r}_2, 0; z) - 2A_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z)}{2\pi}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) &= \\ &= -\frac{A_{\alpha}(\mathbf{r}_1, 0; z) + A_{\alpha}(\mathbf{r}_2, 0; z) + 2A_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z)}{2\pi k^2 [1 + \beta B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}]^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} H_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) &= \\ &= \frac{A_h(z)}{2\pi} \left[\mathbf{r}' \nabla_{\perp}^2 \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \frac{2i}{k} \frac{\nabla_{\perp} \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z)}{[1 + \beta B(\mathbf{r}, 0; z)]} \right]^2 \end{aligned} \quad (6)$$

соответственно отвечают за влияние $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$. При гауссовых функциях корреляции квазиоднородных флуктуаций $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$ имеем

$$\begin{aligned} A_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) &= (2\pi)^{1/2} \sigma_{\varepsilon}^2(\mathbf{r}, z) l_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{r}, z) \times \\ &\times \exp[-r'^2/2l_{\varepsilon\perp}^2(\mathbf{r}, z)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) &= (2\pi)^{1/2} \sigma_{\alpha}^2(\mathbf{r}, z) l_{\alpha\parallel}(\mathbf{r}, z) \times \\ &\times \exp[-r'^2/2l_{\alpha\perp}^2(\mathbf{r}, z)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$A_h(z) = (2\pi)^{1/2} L_{\perp}^2(z) L_{\parallel}(z), \quad (9)$$

где σ_{ε}^2 и σ_{α}^2 — дисперсии $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\alpha}$; $l_{\varepsilon\perp}$ и $l_{\varepsilon\parallel}$ — поперечная и продольная длины корреляции $\tilde{\varepsilon}$; $l_{\alpha\perp}$ и $l_{\alpha\parallel}$ — поперечная и продольная длины корреляции $\tilde{\alpha}$; L_{\perp}^2 и L_{\parallel} — соответственно дисперсия и продольная длина корреляции $\tilde{\mathbf{r}}$. Соотношения (4)–(6) выполняются, когда средняя плотность потока усиленного спонтанного излучения слабо меняется на расстоянии порядка поперечной длины корреляции параметров среды и его поперечной длины когерентности.

Общие критерии применимости марковского приближения [42] в случае рентгеновского лазера обычно выполняются [25]. Ограничение на длину трассы распространения, которое имеет место в бесконечной случайно-неоднородной среде [42], в случае поперечно-ограниченного плазменного шнура рентгеновского лазера отсутствует [33].

3.2. Определение параметра β

При насыщении усиления параметр β должен быть таким, чтобы параметры усиленного спонтанного излучения, определяемые из уравнения для ПКФ (3), были как можно ближе к истинно средним величинам. Истинно средние величины находятся с помощью численного решения параболического уравнения (1), которое является исходным

для уравнения для ПКФ. Уравнение (1) требуется решать многократно методом статистических испытаний, усредняя нужные результаты по ансамблю реализаций шума.

В предыдущих исследованиях динамики усиленного спонтанного излучения ПКФ-методом в режиме насыщения полагалось $\beta = 1$ [24–33]. Погрешность в определении средних энергетических характеристик усиленного спонтанного излучения, связанная со статистической линеаризацией уравнения для ПКФ с данным β , обсуждалась в [37, 38] в отсутствие флуктуаций параметров среды. Было показано, что $\beta = 1$ позволяет наиболее хорошо описать случай глубокого насыщения. В настоящей работе мы проводим корректировку уравнения (3), вводя более сложную зависимость β от $B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}$, в целях более тесного сближения результатов его интегрирования с истинно средними.

Рассмотрим динамику усиленного спонтанного излучения, исключая из рассмотрения дифракцию, рефракцию, нерезонансные потери и флуктуации оптических параметров. Такой приближенный подход позволяет аналитически определить закономерности статистики излучения и провести статистическую линеаризацию уравнения для ПКФ более корректно. Для удобства проведения анализа спонтанный шум в объеме среды можно не учитывать ($S = 0$), заменив его источником в сечении $z = 0$. Это оправданно при достаточно большом усилении, когда

$$\exp G \gg 1,$$

где

$$G = \int_0^z \alpha(z) dz,$$

что как раз требуется для достижения насыщения усиления. Тогда уравнения (1) и (3) соответственно принимают вид

$$\frac{\partial J(z)}{\partial z} - \frac{\bar{\alpha} J(z)}{1 + J(z)/J_{sat}} = 0, \quad J(0) = J_s = |E_s|^2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial B(z)}{\partial z} - \frac{\bar{\alpha} B(z)}{1 + \beta B/J_{sat}} = 0, \quad B(0) = \langle J_s \rangle, \quad (11)$$

где E_s и J_s — амплитуда поля и плотность потока излучения источника. Зависимость β от $\langle J \rangle$ определяется из условия $B = \langle J \rangle$. Тогда из сравнения (10) с (11) получаем

$$\beta = \langle j / (1 + j) \rangle^{-1} - \langle j \rangle^{-1}, \quad (12)$$

где $j = J/J_{sat}$. Из (12) можно оценить диапазон изменения β . Будем считать, что независимые компоненты E_s распределены по закону Гаусса с нулевым средним. При слабом влиянии насыщения, когда $\langle j \rangle \ll 1$, статистика амплитуды поля остается

гауссовой. Тогда из (12) после разложения его правой части в ряд по малому параметру $\langle j \rangle$ следует $\beta \approx 2$. В другом крайнем случае, когда насыщение глубокое, т. е. $\langle j \rangle \gg 1$, из (12) видно, что β стремится к 1.

Решение уравнения (10) записывается в неявном виде:

$$\ln(j/j_s) + j - j_s = G, \quad (13)$$

где $j_s = J_s/J_{sat}$. Интересны такие длины усиления, на которых $J \gg J_s$, и если учесть, что $j_s \ll 1$, то слагаемым j_s в левой части (13) можно пренебречь, т. е. $j_s = j \exp(j - G)$. Так как E_s является гауссовой величиной, j_s имеет экспоненциальный закон распределения

$$w(j_s) = \exp[-j_s/\langle j_s \rangle] / \langle j_s \rangle.$$

Используя этот факт, получаем функцию распределения вероятностей j :

$$w(j) = \frac{1+j}{j_0} \exp \left\{ -\frac{j}{j_0} \exp[j - j_{max}] + j - j_{max} \right\}, \quad (14)$$

где $j_0 = j_{max} + 1/(1 + j_{max})$, а j_{max} отвечает максимуму $w(j)$ и удовлетворяет уравнению

$$\langle j_s \rangle = j_0 \exp(j_{max} - G).$$

Величина j_{max} может быть и отрицательной, формально $j_{max} > -1$, однако $w(j)$ имеет смысл только при $j > 0$. При фиксированном j_{max} с учетом (14) имеем

$$\langle j \rangle = \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{j}{j_0} \exp[j - j_{max}] \right\} dj,$$

$$\left\langle \frac{j}{1+j} \right\rangle = \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{j}{j_0} \exp[j - j_{max}] \right\} \frac{dj}{(1+j)^2}.$$

После численного нахождения данных интегралов определяется зависимость $\beta(\langle j \rangle)$ из (12). Она показана на рис. 1. Величина β , как и предполагалось выше, изменяется от 2 в отсутствие насыщения до 1 при глубоком насыщении. Переходная область отвечает диапазону $10^{-2} \leq \langle j \rangle \leq 10$. Численные данные на рис. 1 хорошо аппроксимируются аналитической зависимостью

$$\beta(\xi) = 1 + 0.286 \exp(-0.7281\xi) + 0.242 \exp(-15.86\xi) + 0.471 \exp(-3.13\xi), \quad (15)$$

которая используется ниже при численном решении уравнения для ПКФ (3) при $\xi = B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}$. Принципы численного метода интегрирования уравнения для ПКФ изложены в [24]. В последующей работе [44] проведена его модернизация, существенно снижена фазовая погрешность численного решения.

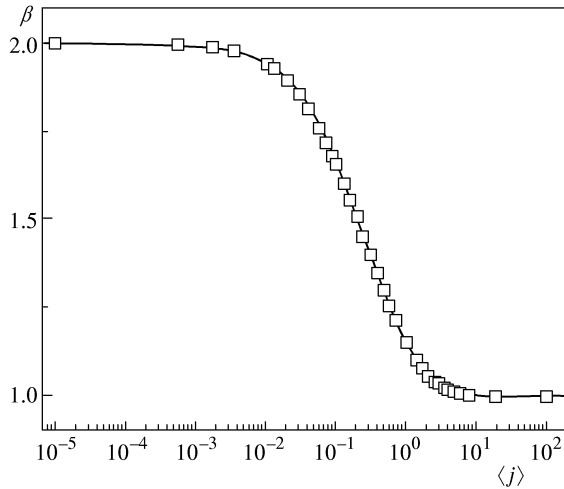


Рис. 1. Численная зависимость β от $\langle j \rangle$ (квадраты) и ее аналитическая аппроксимация (сплошная кривая)

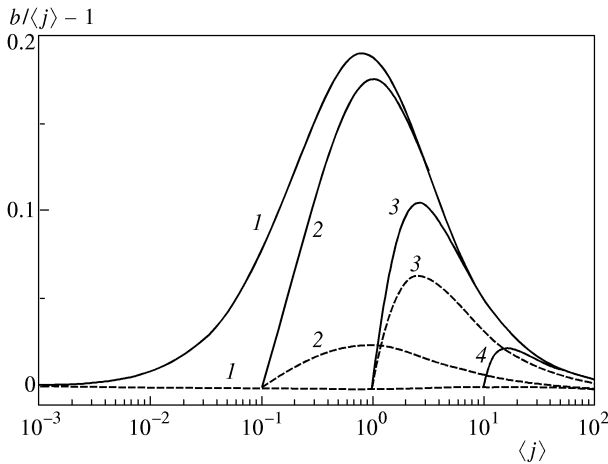


Рис. 2. Зависимости $b/\langle j \rangle - 1$ от $\langle j \rangle$ без корректировки (сплошные кривые) и с корректировкой (штриховые кривые) статистической м линеаризации при $\langle j_s \rangle = 10^{-3}$ (1), 0.1 (2), 1 (3), 10 (4)

4. СРАВНЕНИЕ ПКФ-МЕТОДА С МЕТОДОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В целях проверки проводилось численное интегрирование уравнения (10) при $\alpha = \text{const}$ методом статистических испытаний с числом реализаций 10^4 . Усредненные по ансамблю значения $\langle j \rangle$ сравнивались с $b = B/J_{sat}$ — результатом однократного численного решения (11) при $\beta = 1$ (т. е. без корректировки уравнения для ПКФ) и $\beta(b)$, определенным в (15) (с корректировкой). На рис. 2 показаны графики относительного отличия b от $\langle j \rangle$ в зависимости

от $\langle j \rangle$ при различных $\langle j_s \rangle$. При $\langle j_s \rangle = 10^{-3} \ll 1$ максимальное отличие b от $\langle j \rangle$ составляет около 20% без корректировки [37], а при корректировке оно практически равно нулю. С ростом уровня шумов при $\langle j_s \rangle = 10^{-1}$ и 1, когда (14) выполняется все приближеннее, введение корректировки (15) не устраняет ошибку, но позволяет ее уменьшить до уровня $\leq 5\%$. И лишь при большом уровне шума $\langle j_s \rangle = 10$ введение корректировки не меняет результата, однако при этом и ошибка мала.

При сравнении результатов ПКФ-метода и метода статистических испытаний, проведенном выше, не учитывалось влияние флуктуаций фазы излучения источника в поперечном сечении среды, которые обуславливают широкую угловую расходимость спонтанного излучения. Упрощенный подход не дает ответа на вопрос о том, какова точность уравнения (3) в определении углового распределения яркости усиленного спонтанного излучения. Яркость излучения, выходящего под углом $\theta = k_{\perp}/k$ к оптической оси, является одним из его важнейших параметров, измеряемых экспериментально. В ПКФ-методе и в методе параболического уравнения яркость определяется как

$$q_B(\theta, z) = \lambda^{-2} \iint B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}',$$

$$\langle q(\theta, z) \rangle = \lambda^{-2} \left\langle \left| \int E(\mathbf{r}, z) \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}') d\mathbf{r} \right|^2 \right\rangle.$$

Ниже мы проведем сравнение средней яркости усиленного спонтанного излучения, получаемой из численного решения уравнений (1) и (3), сохраняя поперечные дифференциальные операторы.

Активная среда предполагается плоской, с одной поперечной координатой x . Проведение трехмерных расчетов усиленного спонтанного излучения методом параболического уравнения затруднительно в связи с ограниченными современными вычислительными возможностями [18, 38]. Параметры среды и значение $\lambda \approx 21$ нм характерны для рентгеновского лазера на переходах $3p-3s$ в Ne-подобных ионах с зарядом ядра около 30 [1]. Полуширина активной среды равна $a = 150$ мкм, длина лазера $z = 5$ см. Угол геометрической расходимости, таким образом, равен $\theta_g = 2a/z = 6$ мрад. Внутри зоны усиления среды (при $|x| \leq a$) коэффициент усиления однороден и равен $\bar{\alpha} = 4 \text{ см}^{-1}$. Симметричный дефокусирующий профиль $\bar{\epsilon}$ имеет вид

$$\bar{\epsilon} = 1 - \Delta\epsilon + x^2/z_r,$$

где $z_r = a/(\Delta\epsilon)^{1/2}$ — рефракционная длина. Данный профиль широко использовался в численном

моделировании динамики излучения в активной среде рентгеновского лазера, получаемого при облучении тонкой взрывающейся фольги [13, 14, 21–26]. Вне активной среды (при $|x_{1,2}| \geq a$) полагаем $\alpha = 0$, $\varepsilon = 1$. Флуктуациями оптических параметров и нерезонансными потерями пренебрегаем.

4.1. Моделирование случайной реализации поля излучения

Дельта-коррелированный источник излучения, распределенный в объеме среды, при значительном усилении заменим на источник в плоскости $z = 0$. В численных расчетах рассматриваем частично когерентный источник излучения с ограниченным угловым спектром полуширины θ_s . Граничное условие для уравнения (3) записываем как

$$B(x, x'; 0) = \langle E(x_1, 0) E^*(x_1, 0) \rangle = \begin{cases} \langle I_s \rangle 2\theta_s \operatorname{sinc}(kx'\theta_s), & |x_{1,2}| \leq a, \\ 0, & |x_{1,2}| > a. \end{cases} \quad (16)$$

Угловое распределение средней яркости источника с ПКФ (16) имеет вид

$$q_s(\theta) \simeq \begin{cases} \langle I_s \rangle 2a, & |\theta| \leq \theta_s, \\ 0, & |\theta| > \theta_s. \end{cases} \quad (17)$$

При соответствующем выборе θ_s такой источник в точности моделирует дельта-коррелированный источник [24]. В расчетах полагалось $\theta_s = 10$ мрад, и его увеличение не влияло на конечный результат.

Граничное условие для уравнения (1) $E(x, 0) = E_s(x)$ в каждой реализации носит случайный характер. Представим $E_s(x)$ в виде

$$E_s(x) = \varphi_r(x) + i\varphi_i(x),$$

где φ_r, φ_i — действительные статистически независимые функции. Каждую из функций φ_r, φ_i на сетке запишем в виде линейной комбинации случайных чисел ψ_m :

$$\varphi(x_n) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} C_m \psi_{m+n}, \quad (18)$$

где $\langle \psi_m \psi_n \rangle = \delta_{mn}$, $C_m = [2I_s \Delta x / \lambda]^{1/2} \theta_s \operatorname{sinc}(km \Delta x \theta_s)$ (см. [45]), Δx — шаг сетки по x при условии $\Delta x \leq \pi / k \theta_s$. Следует также отметить, что в (18) можно суммировать конечное число членов, учитывая уменьшение C_m с ростом индекса. Суммирование носит скользящий по пространству характер, что позволяет экономить время расчета [45].

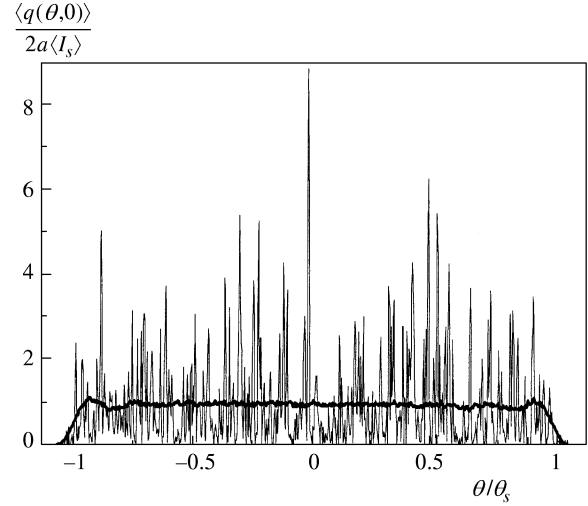


Рис. 3. Среднее угловое распределение яркости излучения источника при $N_r = 1$ (тонкая кривая) и 900 (толстая кривая)

Результаты численного моделирования излучения источника показаны на рис. 3. Даны угловые распределения яркости источника, усредненные по ансамблю с числом реализаций $N_r = 1$ и 900. Отметим, что одна реализация метода статистических испытаний дает хорошее представление лишь о ширине области локализации среднего углового спектра излучения источника $\langle q_s \rangle$. Флуктуации яркости глубоки в силу гауссовой статистики, имеет место модуляция от нуля до величин, в 6–8 раз превышающих среднюю. Лишь при достаточно большом числе реализаций $N_r = 900$ угловой спектр излучения источника тесно сближается с распределением (17).

4.2. Результаты расчетов усиленного спонтанного излучения

Разница в результатах, получаемых обоими методами, может проистекать не только из-за приближенности уравнения для ПКФ, но и вследствие возможных численных ошибок в каждом методе. Поэтому такое сравнение сначала необходимо провести при линейном усилении ($J_{sat} = \infty$), когда результаты в идеале должны совпадать.

На рис. 4 показаны угловые распределения яркости усиленного спонтанного излучения при линейном усилении и в отсутствие рефракции для $N_r = 1$ и 300. Расходимость излучения носит геометрический характер [24]. Опять-таки, одна реализация метода статистических испытаний дает искаженное представление о профиле средней яркости усиленного спонтанного излучения. Флуктуации яр-

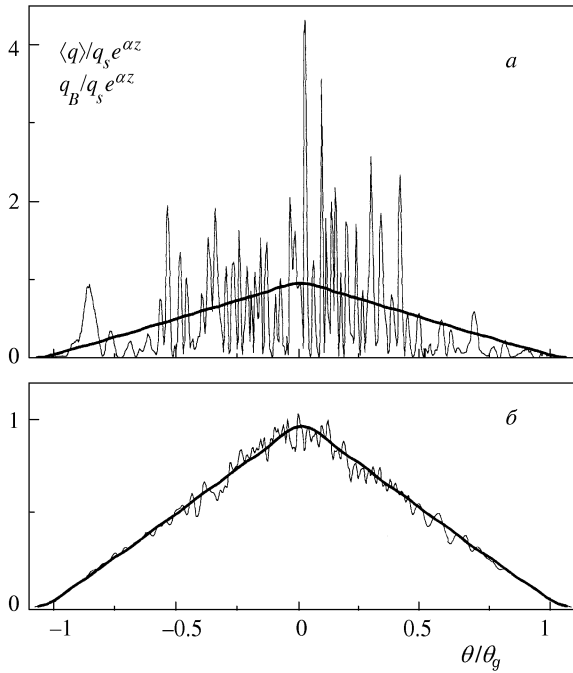


Рис. 4. Графики яркости усиленного спонтанного излучения $\langle q(\theta) \rangle$ (тонкая кривая) и $q_B(\theta)$ (толстая кривая) при линейном усилении без рефракции для $N_r = 1$ (а), 300 (б)

кости остаются глубокими в силу сохранения гауссовой статистики. Увеличение N_r ведет к сглаживанию профиля $\langle q \rangle$. При $N_r = 300$ метод статистических испытаний дает распределение $\langle q \rangle$, слабо флуктуирующее около профиля q_B , полученного ПКФ-методом. Полученные результаты говорят о том, что численные ошибки в обоих методах существенны.

Расчеты при насыщении усиления в отсутствие рефракции ($\Delta\varepsilon = 0$) проводились при $I_s = 1$ отн. ед., $J_{sat} = 7.5 \cdot 10^5$ отн. ед. При данных параметрах средняя плотность потока усиленного спонтанного излучения на выходе рентгеновского лазера близка к J_{sat} . Таким образом, приближенный характер уравнения (3) должен здесь проявиться наиболее ярко. На рис. 5 даны угловые распределения яркости усиленного спонтанного излучения, полученные ПКФ-методом и методом статистических испытаний параболического уравнения при $N_r = 1, 10$ и 300. Характер расходимости остается геометрическим, как и при линейном усилении (рис. 4). Основную роль играет излучение, выходящее через торец рентгеновского лазера. В одной реализации метода статистических испытаний сохраняется глубокая модуляция углового спектра усиленного спонтанного излучения, имевшаяся при

линейном усилении. Период модуляции яркости на периферии пучка больше, чем в приосевой области, т.е. согласно [29] когерентность на периферии пучка выше, чем в центре. Из рис. 5 следует, что ПКФ-метод не искажает форму профиля углового распределения средней яркости излучения. Но учет флуктуаций фазы поля увеличивает ошибку в определении абсолютных значений средней яркости методом уравнения для ПКФ без корректировки до $\sim 30\%$. Из рис. 5 видно, что корректировка уравнения для ПКФ позволяет снизить различие между $\langle q \rangle$ и q_B с 30% до $\sim 10\%$. Невозможность получить полное совпадение распределений $\langle q \rangle$ и q_B с помощью корректировки (15) объясняется приближенностью функции распределения (14).

Результаты аналогичных вычислений ПКФ-методом и методом статистических испытаний при $N_r = 1$ и 300 при наличии рефракции с $\Delta\varepsilon = 10^{-4}$ показаны на рис. 6. Рефракция здесь играет существенную роль, так как $z_r = 1.5$ см заметно меньше длины рентгеновского лазера. Расходимость носит типичный рефракционный характер [26, 28]. При насыщении усиления спонтанное излучение, вышедшее через боковую поверхность зоны усиления, образует в угловом распределении яркости внеосевые пики при $\theta \approx \pm\theta_r$, где $\theta_r = \Delta\varepsilon^{1/2} = 10$ мрад — рефракционный угол. Однако там, где средняя яркость максимальна, пространственная когерентность усиленного спонтанного излучения относительно низка. Степень когерентности выше в приосевой области пучка, где доминирует усиленное спонтанное излучение, вышедшее через торец активной среды [29]. В одной реализации метода статистических испытаний модуляция углового спектра усиленного спонтанного излучения глубокая, и сглаживание его происходит с ростом числа реализаций. Видно, что при $\beta = 1$, т.е. без корректировки уравнения (3), ПКФ-метод завывает абсолютные значения $\langle q \rangle$ на $\sim 20\text{--}30\%$. Вместе с тем ПКФ-метод не искажает профиль $\langle q \rangle$. При использовании корректирующей функции (15) разница между $\langle q \rangle$ и q_B заметно уменьшается.

Таким образом, корректировка статистической линейаризации позволяет заметно повысить точность уравнения для ПКФ. При уменьшении и увеличении глубины насыщения ошибка в определении $\langle q \rangle$ ПКФ-методом еще более уменьшается.

Отметим, что в отсутствие рефракции расчет с помощью ПКФ-метода требует в 10 раз меньше времени, чем одна реализация параболического уравнения, а при наличии рефракции эти времена сопоставимы. Это тем более примечательно: ведь уравнение для ПКФ является трехмерным в приближении плоской среды, тогда как параболическое уравнение

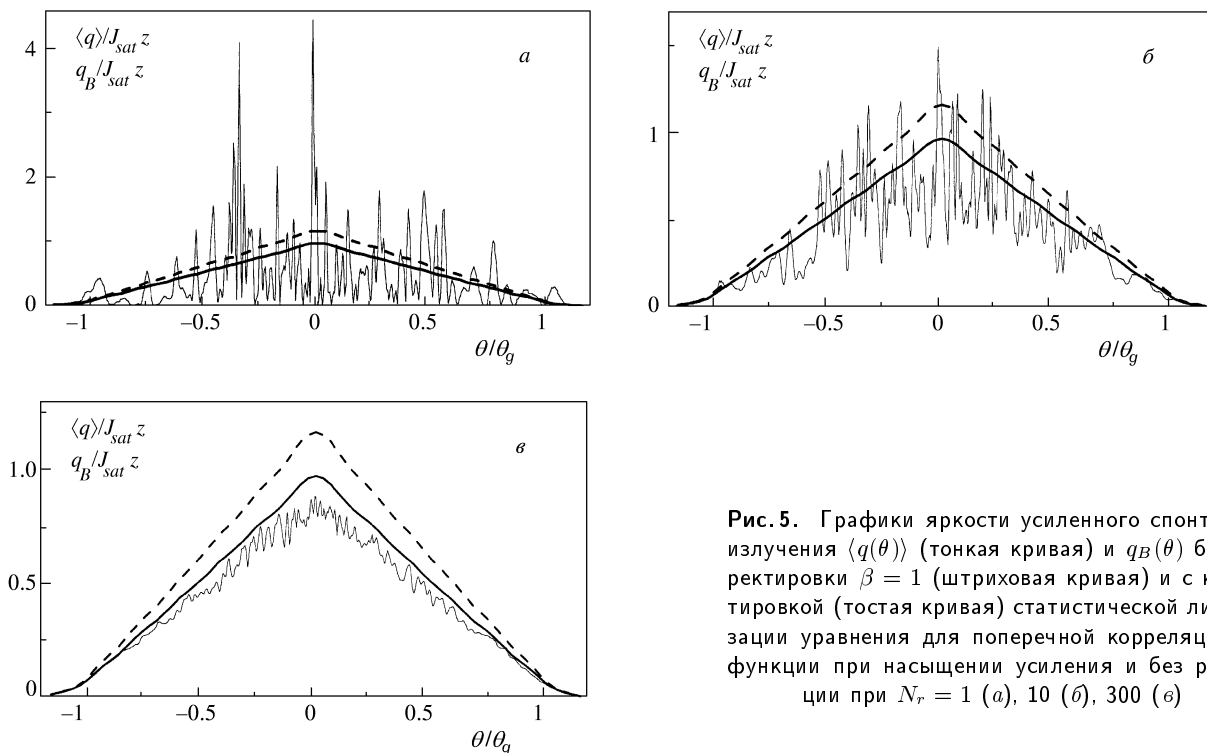


Рис. 5. Графики яркости усиленного спонтанного излучения $\langle q(\theta) \rangle$ (тонкая кривая) и $q_B(\theta)$ без корректировки $\beta = 1$ (штриховая кривая) и с корректировкой (толстая кривая) статистической линеаризации уравнения для поперечной корреляционной функции при насыщении усиления и без рефракции при $N_r = 1$ (а), 10 (б), 300 (в)

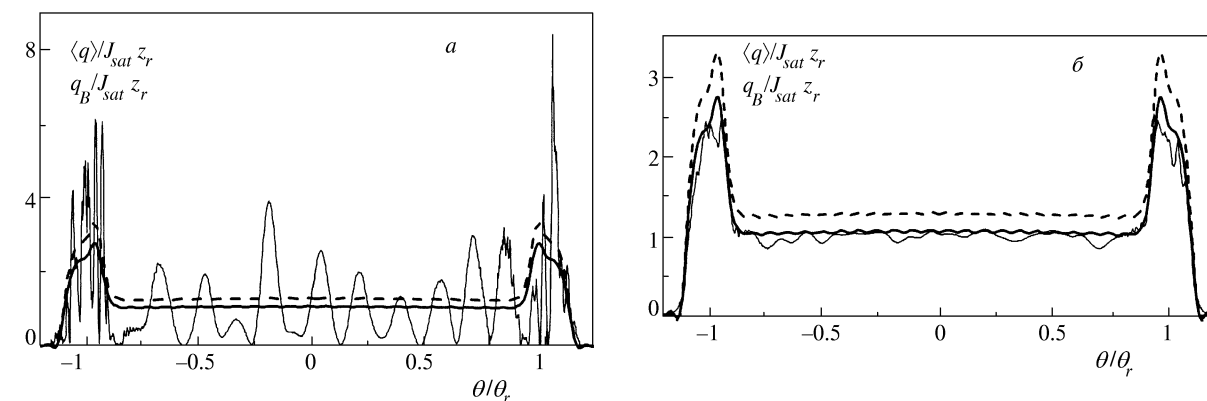


Рис. 6. Графики яркости усиленного спонтанного излучения $\langle q(\theta) \rangle$ (тонкая кривая) и $q_B(\theta)$ без корректировки (штриховая линия) и с корректировкой (толстая линия) статистической линеаризации уравнения для поперечной корреляционной функции при насыщении усиления и с рефракцией при $N_r = 1$ (а), 300 (б)

двумерно. Дело в том, что в методе параболического уравнения шаг поперечной сетки $\Delta x \sim \lambda / \theta_s$, а для ПКФ-метода $\Delta x' \sim \lambda / \theta_s$, $\Delta x \sim h$, где h — характерная поперечная неоднородность средней плотности потока, которая порядка a и много больше $\Delta x'$. Поэтому, во-первых, шаг по z в методе параболического уравнения $\Delta z \sim k(\Delta x)^2$ [41] много меньше, чем шаг в ПКФ-методе $\Delta z \sim k\Delta x\Delta x'$ [24, 52]. Во-вторых, в связи с невысокой степенью когерентности усиленного спонтанного излучения раз-

мер счетной области по x' в ПКФ-методе существенно меньше $2a$, и число счетных точек в поперечном сечении меньше, чем в методе параболического уравнения. В-третьих, как отмечалось выше, ПКФ-метод не требует усреднения по ансамблю. Чтобы получить достаточно надежные результаты методом параболического уравнения, как видно из рис. 5 и 6, требуется усреднение по десяткам и сотням реализаций. Поэтому время получения конечного среднего результата ПКФ-методом

меньше, чем методом параболического уравнения, в $\sim 10^2$ – 10^3 раз в отсутствие рефракции и в 10^1 – 10^2 раз при ее наличии. Отсюда следует, что ПКФ-метод значительно эффективнее метода параболического уравнения для данного класса задач. Характерно, что расчеты усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере методом параболического уравнения в случае реальной трехмерной среды в литературе отсутствуют, так как требуют нереального числа счетных точек [18], тогда как для ПКФ-метода такие расчеты проводились для регулярно-неоднородной [24] и случайно-неоднородной сред (см. ниже). Важно еще отметить, что при дополнительном включении в рассмотрение случайных параметров среды относительная эффективность ПКФ-метода еще более возрастет.

5. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ НА УСИЛЕННОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Ниже будем считать, что на расстояниях порядка длин корреляции величины σ_ε и σ_α в поперечной плоскости изменяются слабо. Для проведения качественного анализа роли флуктуаций $\tilde{\mathbf{r}}$ положим, как в [39], что профили $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$ представляются в одинаковом квадратичном виде:

$$\bar{\varepsilon} = 1 - \Delta\varepsilon + x^2/z_r, \quad \bar{\alpha} = \alpha_0[1 - \mathbf{r}^2/a^2].$$

Тогда с учетом (7)–(9) из (4)–(6) получаем

$$H_\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_\varepsilon l_{\varepsilon\parallel} \left[1 - \exp\left(-\frac{r'^2}{2l_{\varepsilon\perp}^2}\right) \right], \quad (19)$$

$$H_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sigma_\alpha^2 l_{\alpha\parallel}}{k^2 [1 + \beta B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}]^2} \left[1 + \exp\left(-\frac{r'^2}{2l_{\alpha\perp}^2}\right) \right], \quad (20)$$

$$H_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \frac{4L_\parallel L_\perp^2}{\sqrt{2\pi} z_r^4} \times \left(\mathbf{r}' - i \frac{2\alpha_0}{k\Delta\varepsilon} \mathbf{r} \frac{1}{[1 + \beta B(\mathbf{r}, 0; z)/J_{sat}]} \right)^2. \quad (21)$$

Из (3) следует, что слагаемые (21), пропорциональные \mathbf{r}'^2 , \mathbf{r}^2 и $i\mathbf{r}\mathbf{r}'$, приводят соответственно к сужению ПКФ по \mathbf{r}' , уширению по \mathbf{r} и фазовой модуляции ПКФ. Таким образом, слагаемое с \mathbf{r}'^2 ведет к рассеянию усиленного спонтанного излучения, аналогичному рассеянию на флуктуациях $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\alpha}$. Слагаемое с \mathbf{r}^2 приводит к уширению пучка за счет эффективного уширения регулярного профиля усиления.

Слагаемое с $i\mathbf{r}\mathbf{r}'$ ведет к дополнительной регулярной рефракции усиленного спонтанного излучения.

Перепишем (3) с учетом (19)–(21), пренебрегая нерезонансным поглощением и насыщением усиления:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{k} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} - \alpha_0 + \frac{ik}{z_r^2} \times \right. \\ & \times \left(1 - \sqrt{8\pi} \frac{L_\parallel L_\perp^2 \alpha_0}{a^2} \right) \left(\mathbf{r}\mathbf{r}' - i \frac{\alpha_0}{k\Delta\varepsilon} \mathbf{r}^2 \right) + \\ & + \left(\frac{3(ka)^2}{2z_h^3} + \frac{\alpha_0}{4a^2} \right) \mathbf{r}'^2 + \\ & + 3 \frac{(kal_{\varepsilon\perp})^2}{z_\varepsilon^3} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{r}'^2}{2l_{\varepsilon\perp}^2}\right) \right\} - 3 \frac{(kal_{\alpha\perp})^2}{z_\alpha^3} \times \\ & \times \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{\mathbf{r}'^2}{2l_{\alpha\perp}^2}\right) \right\} \left. \right] B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \\ & = \lambda^2 Q(\mathbf{r}, z) \delta(\mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$z_\varepsilon = \left[6(2/\pi)^{1/2} (al_{\varepsilon\perp})^2 / \sigma_\varepsilon^2 l_{\varepsilon\parallel} \right]^{1/3},$$

$$z_\alpha = \left[6(2/\pi)^{1/2} (kal_{\alpha\perp})^2 / \sigma_\alpha^2 l_{\alpha\parallel} \right]^{1/3},$$

$$z_h = \left[6(2/\pi)^{1/2} (az_r^2)^2 / (4L_\parallel L_\perp^2) \right]^{1/3}$$

— характерная длина рассеяния усиленного спонтанного излучения на флуктуациях соответственно $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$.

Рассеяние усиленного спонтанного излучения на флуктуациях $\tilde{\varepsilon}$ в поперечно-ограниченной среде рентгеновского лазера существенно отличается от рассеяния в бесконечной среде типа турбулентной атмосферы. Оно достаточно хорошо изучено с помощью ПКФ-метода в случае плоской среды [31–34]. Ниже представляются результаты расчетов уравнения (3), полученные для трехмерной среды с аксиально-симметричным распределением ее средних параметров. Заметим, что при моделировании данной ситуации методом параболического уравнения приближение аксиальной симметрии использовать нельзя, так как в каждой реализации она отсутствует.

На рис. 7 показаны зависимости осевой яркости $q(0, z) \equiv q_0(z)$, нормированной на яркость спонтанного источника q_s (17), при однородном линейном усилении в аксиально-симметричной среде для $\lambda = 21$ нм, $\Delta\varepsilon = 0$, $\bar{\alpha} = 4$ см $^{-1}$, $a = 50$ мкм, $l_{\varepsilon\perp} = l_{\varepsilon\parallel} = l_\varepsilon = 1$ мкм и разных σ_ε . Вне активной среды $\alpha = 0$, $\varepsilon = 1$. Как видно из рис. 7, в отсутствие флуктуаций $\tilde{\varepsilon}$ наблюдается экспоненциальный рост осевой яркости с увеличением длины рентгеновского лазера, т. е. $q_0(z) = q_s \exp(\alpha z)$. Известно,

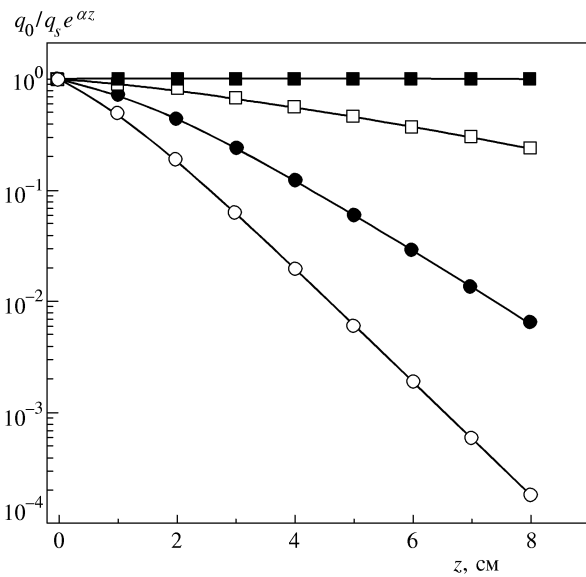


Рис. 7. Графики осевой яркости усиленного спонтанного излучения $q_0(z)$ в трехмерном случае для $a = 50$ мкм, $\alpha = 4 \text{ см}^{-1}$, $\Delta\epsilon = 0$, $l_{\epsilon\perp} = l_{\epsilon\parallel} = 1$ мкм и $\sigma_\epsilon = 0$ (■), $2 \cdot 10^{-5}$ (□), $4 \cdot 10^{-5}$ (●), $6 \cdot 10^{-5}$ (○)

что получение подобной зависимости в эксперименте служит основным доказательством наличия лазерного эффекта [1]. Однако во многих экспериментальных ситуациях коэффициент усиления, определяемый по зависимости яркости рентгеновского лазера от его длины, заметно меньше величины, получаемой из кинетических расчетов. Из рис. 7 видно, что при наличии $\tilde{\epsilon}$ кривые в логарифмическом масштабе при $z \geq z_{sc}$ близки к прямым линиям, т. е.

$$q_0(z) \propto \exp(\alpha z - \kappa_\epsilon z).$$

Таким образом, рассеяние усиленного спонтанного излучения на флуктуациях $\tilde{\epsilon}$ и «вытеснение» его через боковую поверхность рентгеновского лазера аналогично линейному поглощению усиленного спонтанного излучения с коэффициентом по интенсивности κ_ϵ . Наличие $\tilde{\epsilon}$, следовательно, снижает наблюдаемый коэффициент усиления и может быть одной из причин расхождения между его экспериментальным значением и величиной, определяемой в расчетах кинетики населенностей.

Графики величины $\kappa_\epsilon(\sigma_\epsilon)$, определяемой по наклону линейного участка кривых $q_0(z)$, показаны на рис. 8 для двумерной плоской и трехмерной аксиально-симметричной сред. Характер зависимости $\kappa_\epsilon(\sigma)$ определяется параметром $d \equiv ka l_{\epsilon\perp}/z_\epsilon$. При слабых флуктуациях $\tilde{\epsilon}$, когда $d^3 \ll 1$, получаем $\kappa_\epsilon \approx 3d^2/z_\epsilon \sim \sigma_\epsilon^2$ [34], и κ_ϵ не зависит от $l_{\epsilon\perp}$, a и геометрии среды. При сильных флуктуа-

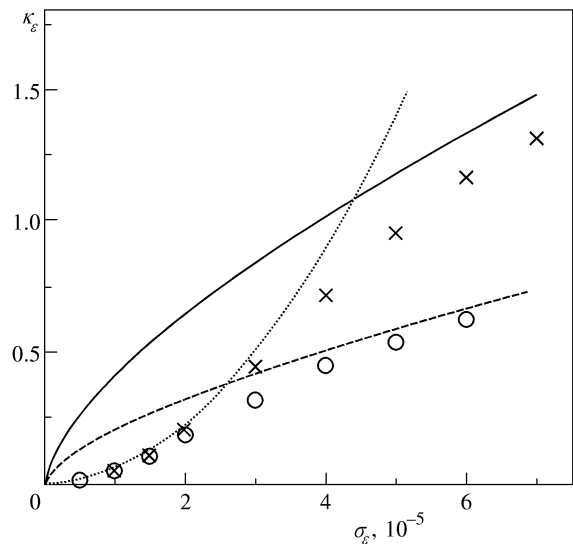


Рис. 8. Численные зависимости κ_ϵ в двумерном (○) и трехмерном (×) случаях и аналитические зависимости $3d^2/z_\epsilon$ (пунктир), $1/z_\epsilon$ (штриховая кривая) и $2/z_\epsilon$ (сплошная кривая) от σ_ϵ

циях $\tilde{\epsilon}$, когда $d^3 \geq 1$, имеем $\kappa_\epsilon \approx 1/z_\epsilon$ для плоской среды, т. е. $\kappa_\epsilon \propto \sigma_\epsilon^{2/3}$. Для трехмерной аксиально-симметричной среды $\kappa_\epsilon \approx 2/z_\epsilon$, т. е. потери возрастают вдвое. Влияние $\tilde{\epsilon}$ на усиленное спонтанное излучение заметно при сравнительно малых величинах $\sigma_\epsilon \geq 10^{-5}$, когда $\sigma_\epsilon \ll \Delta\epsilon$ и неоднородность электронной плотности плазмы находится на уровне нескольких процентов от максимального регулярно значения в зоне усиления.

Как видно из (22), характер влияния флуктуаций $\tilde{\alpha}$ на усиленное спонтанное излучение аналогичен влиянию $\tilde{\epsilon}$. Вместо $l_{\epsilon\parallel}$, $l_{\epsilon\perp}$, σ_ϵ , z_ϵ в формулах необходимо использовать соответственно $l_{\alpha\parallel}$, $l_{\alpha\perp}$, σ_α/k , z_α . Кроме рассеяния флуктуации $\tilde{\alpha}$ приводят к дополнительному регулярному усилению на фоне $\bar{\alpha}$, так как $H_\alpha \neq 0$ при $\mathbf{r}' = 0$. Добавка к $\bar{\alpha}$ составляет $(\pi/2)^{1/2} \sigma_\alpha^2 l_{\alpha\parallel}$. При одинаковом масштабе и глубине флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ влияние $\tilde{\alpha}$ на усиленное спонтанное излучение менее существенно, так как они не оказывают непосредственного воздействия на фазу излучения. Даже если положить $\sigma_\alpha \sim \alpha_0$, то при $\lambda \sim 20$ нм имеем $\sigma_\alpha/k \sim 10^{-6}$. Такой уровень флуктуаций не приведет к заметному влиянию на излучение.

В экспериментах [46], нацеленных на измерение квазистационарного коэффициента усиления в рентгеновском лазере на переходе $3p-3s$ в Ne-подобном иттрии ($\lambda = 15.5$ нм), изучалось усиление входного излучения в лазере длиной 2 мм, так что влияние рефракции исключалось. Плазма рентгенов-

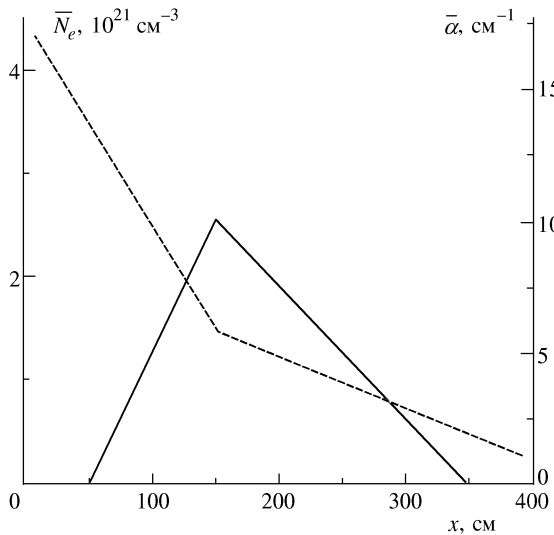


Рис. 9. Регулярные профили электронной плотности \bar{N}_e (штриховая кривая) и коэффициента усиления $\bar{\alpha}$ (сплошная кривая) в рентгеновском лазере на Ne-подобном иттрии

ского лазера получалась при одностороннем облучении плоской мишени без предымпульса. Измеренный средний коэффициент усиления составил 10–15 см⁻¹. При этом была обнаружена мелкошабная структура в распределении интегральной по времени интенсивности усиленного излучения с поперечным размером пятен ~ 10 мкм. Очевидно, она связана с наличием флуктуаций $\tilde{\alpha}$, параметры которых непосредственно измерить трудно. Исходя из размера пятен, $l_{\alpha\perp} \sim 10$ мкм. Сделать однозначный вывод о $l_{\alpha\parallel}$ достаточно сложно. Можно лишь сказать, что величина $l_{\alpha\parallel}$ заметно превышает $l_{\alpha\perp}$ и сравнима с длиной усилителя (2 мм), так как на длине $l_{\alpha\parallel}$ должно набираться значительное усиление, приводящее к пятнистому распределению интенсивности. В двумерных расчетах ниже мы берем $l_{\alpha\parallel} = 2$ мм, чтобы оценить максимально возможный эффект. Взятый в расчетах средний профиль $\bar{\alpha}(x)$ показан на рис. 9. Если взять $\sigma_\alpha = 0.5\bar{\alpha}(x)$, то характерное максимальное значение α достигает ~ 15 см⁻¹. Данное значение и профиль $\bar{\alpha}(x)$ согласуются с результатами, полученными в расчетах [47] по программе XRASER. Взятый средний профиль плотности электронов \bar{N}_e на рис. 9 близок к распределению, полученному в [47] с помощью компьютерного кода LASNEX. Напомним, что связь \bar{N}_e с $\bar{\alpha}$ находится из (2).

На рис. 10 показаны распределения яркости усиленного спонтанного излучения q и поперечной длины когерентности L_c в дальней зоне при объемном спонтанном источнике, $z = 2.5$ см и различных σ_α .

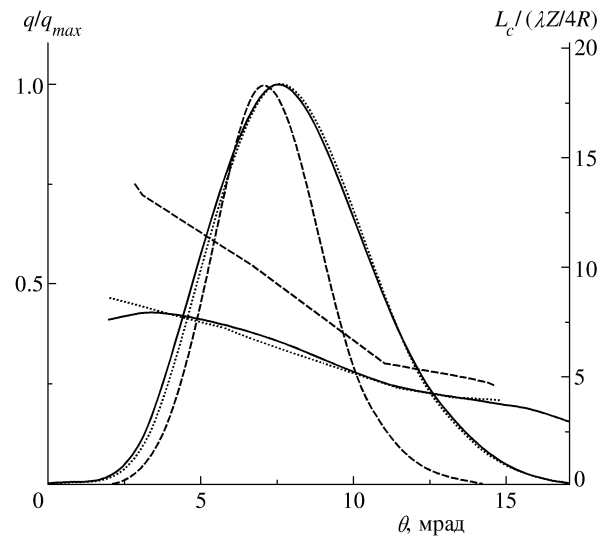


Рис. 10. Распределения яркости усиленного спонтанного излучения q (колоколообразные кривые) и длины когерентности L_c (наклонные кривые) в дальней зоне при $l_{\alpha\perp} = 10$ мкм, $l_{\alpha\parallel} = 0.2$ см и $\sigma_\alpha = 0$ (сплошные кривые), $\sigma_\alpha = 0.5\bar{\alpha}(x)$ (штриховые кривые), $\sigma_\alpha = 0.5\bar{\alpha}_{max}$ (пунктирные кривые)

Поперечная длина когерентности L_c в окрестности точки x определяется по спаду модуля коэффициента когерентности

$$\mu(x, x'; z) = B(x, x'; z) / [J(x_1; z)J(x_2; z)]^{1/2}$$

по x' до значения $\mu = 0.88$. Длина когерентности на рис. 10 приводится в единицах $\lambda Z / 4R$, где Z — расстояние от рентгеновского лазера до плоскости дальней зоны, $R = 200$ мкм. В отсутствие $\tilde{\alpha}$ (при $\sigma_\alpha = 0$) получается распределение интенсивности усиленного спонтанного излучения, сдвинутое по углу вследствие регулярной рефракции. При наличии флуктуаций $\tilde{\alpha}$ с неоднородным профилем $\sigma_\alpha(x) = 0.5\bar{\alpha}(x)$ расходимость и когерентность усиленного спонтанного излучения несколько улучшаются. Однако, как показывает анализ, это является следствием не рассеяния излучения на $\tilde{\alpha}$, а неоднородной добавки к регулярному усилению. Регулярный профиль усиления обостряется и приобретает вид

$$\bar{\alpha} \left[1 + (\pi/32)^{1/2} \bar{\alpha} l_{\alpha\parallel} \right].$$

Сужение зоны максимального регулярного усиления и приводит к небольшому улучшению качества пучка. Вклад $\tilde{\alpha}$ в среднее дополнительное усиление оказывается заметным, а в рассеяние — нет. Чтобы проверить это, был проведен расчет при более сильном, но однородном поле флуктуаций с $\sigma_\alpha = 0.5\bar{\alpha}_{max} = 5$ см⁻¹, когда добавка к регулярному

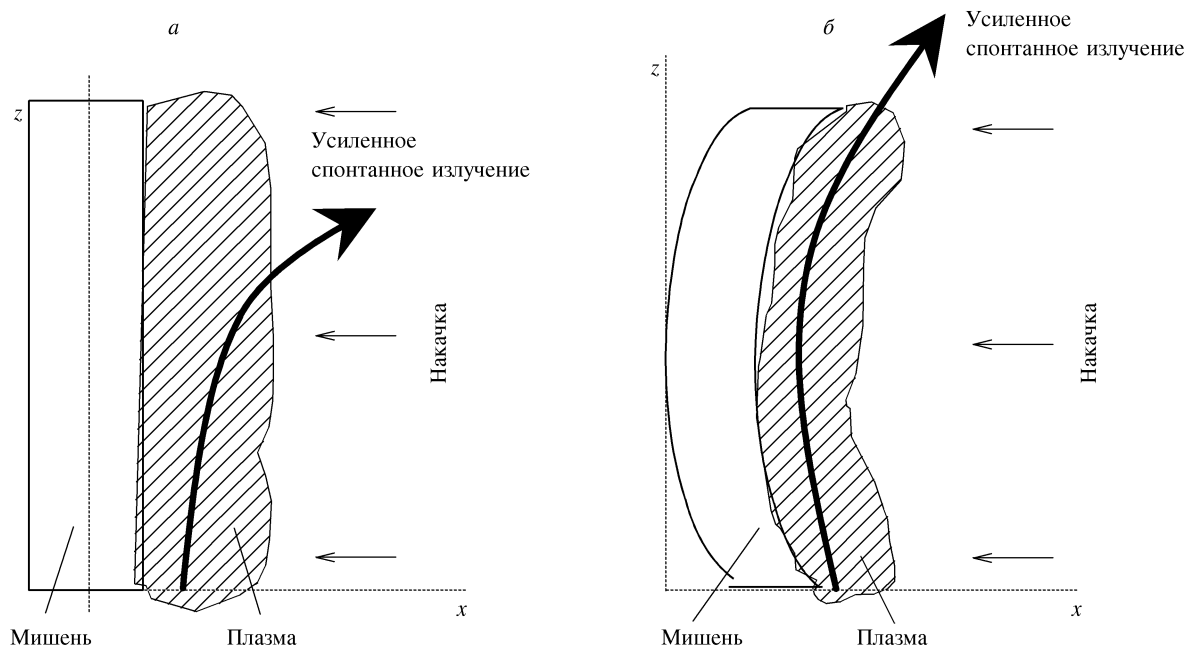


Рис. 11. Схема рентгенового лазера с плоской (а) и изогнутой (б) мишенью

му профилю $\bar{\alpha}$ также однородна и не меняет его форму. Данный расчет дал результат, совпадающий, как видно из рис. 10, со случаем, когда флуктуации $\tilde{\alpha}$ отсутствовали. Стоит отметить, что при пико- и фемтосекундном режимах накачки, когда среднее усиление поднимается на порядки по сравнению с имеющимся в квазистационарном режиме, наличие флуктуаций с $\sigma_\alpha \sim \bar{\alpha}$ будет иметь более серьезные последствия для усиленного спонтанного излучения.

Что касается влияния осевых флуктуаций \tilde{r} на усиленное спонтанное излучение, то при малом усилении на длине L_{\parallel} и слабых отклонениях $L_{\perp} \ll a$ в (22) имеем

$$(8\pi)^{1/2} L_{\parallel} \alpha_0 (L_{\perp}/a)^2 \ll 1.$$

Например, для рассмотренных в [39] условий с $a = 100$ мкм, $L_{\perp} = 1$ мкм, $L_{\parallel} = 10$ мкм, $\alpha_0 = 4$ см⁻¹ эта величина равна $2 \cdot 10^{-6}$. Поэтому относительный вклад флуктуаций \tilde{r} в регулярную рефракцию и уширение пучка ничтожен. Из (22) видно, что вклад флуктуаций \tilde{r} в рассеяние усиленного спонтанного излучения аналогичен по форме вкладу относительно крупномасштабных флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\alpha}$, когда экспоненты в (22) можно разложить в ряд. Величинам $l_{\epsilon\parallel}, l_{\epsilon\perp}, \sigma_\epsilon, z_\epsilon$ в случае флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ соответственно аналогичны величины $L_{\parallel}, L_{\perp}, \sigma_h = 2(L_{\perp}/z_r)^2, z_h$ в случае флуктуаций \tilde{r} . При $L_{\perp} = 1$ мкм, $L_{\parallel} = 10$ мкм и $\Delta\epsilon \sim 10^{-4}$ получаем $\sigma_h \sim 10^{-8}$, что является очень малой величиной, и $z_h \sim 2.3$ м, что существенно превышает длину рентгенового лазера.

Поэтому осевые флуктуации \tilde{r} не влияют на усиленное спонтанное излучение при рассматриваемых параметрах рентгенового лазера, однако они могут иметь деструктивное влияние при усилении входного когерентного излучения, что демонстрировалось в [39].

6. УЛУЧШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ЛАЗЕРА

Разлетающийся плазменный столбик активной среды лабораторного рентгенового лазера, образующийся при односторонней фокусировке излучения оптического лазера в линию на твердую толстую мишень, характеризуется резкой неоднородностью и асимметрией поперечного регулярного профиля электронной плотности. Зона усиления располагается в области, где градиент плотности электронов в плазме довольно велик (рис. 9). Благодаря рефракции происходит вытеснение пучка усиленного спонтанного излучения из зоны усиления в сторону от мишени (см. рис. 11а) и его угловое смещение как целого в дальней зоне, что демонстрирует рис. 10.

В случае рентгенового лазера на Ne-подобных ионах с небольшими зарядами ядра порядка 20–25 рефракционные потери так велики, что лазерный эффект не проявляется. Для уменьшения рефракции широко применяется облучение мишени из-

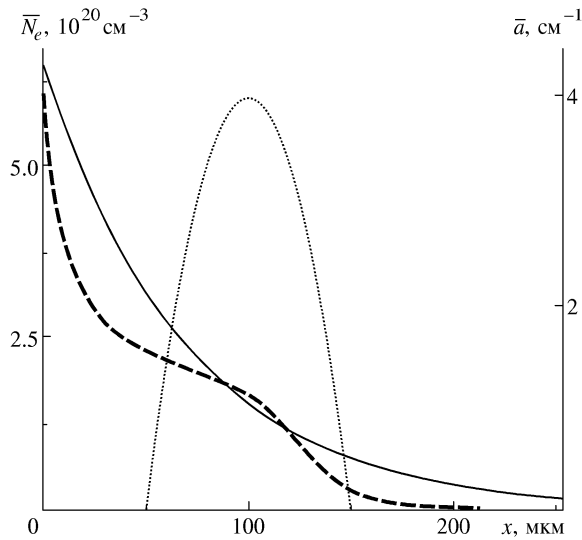


Рис. 12. Регулярные профили параметров активной среды рентгеновского лазера: экспоненциальный вогнутый (сплошная кривая) и выпуклый (штриховая кривая) профили электронной плотности и профиль коэффициента усиления (пунктир)

лучением накачки, содержащим предимпульс или несколько импульсов [9]. Роль предимпульса заключается в создании предварительной плазмы, которая до подхода основного импульса успевает достаточно разлететься, остыть и приобрести пониженный градиент плотности. Использование предимпульса накачки позволило зарегистрировать лазерные линии, которые ранее не наблюдались из-за рефракционных потерь.

Но использование предимпульса не устраняет рефракцию полностью, а только уменьшает ее. Дополнительное улучшение качества пучка достигается при частичной компенсации рефракционных искажений при использовании мишени, изогнутой с постоянным радиусом кривизны в продольном направлении [10]. При изгибе мишени излучение по мере распространения отклоняется из-за рефракции, но и плазменная среда смещается в сторону дефокусировки, поэтому пучок проходит по плазме, не выходя из зоны усиления (рис. 11б). Данный подход в сочетании с предимпульсом накачки впервые реализован в экспериментах [11]. Так как компенсация рефракции происходит только в одном направлении x , в расчетах рассматривается двумерный случай.

В расчетах берется длина волны излучения $\lambda = 21.2$ нм, характерная для перехода $3p-3s$ в Ne-подобном цинке. При накачке с предимпульсом для разлетающейся плазмы характерен вогнутый экспоненциальный регулярный профиль электрон-

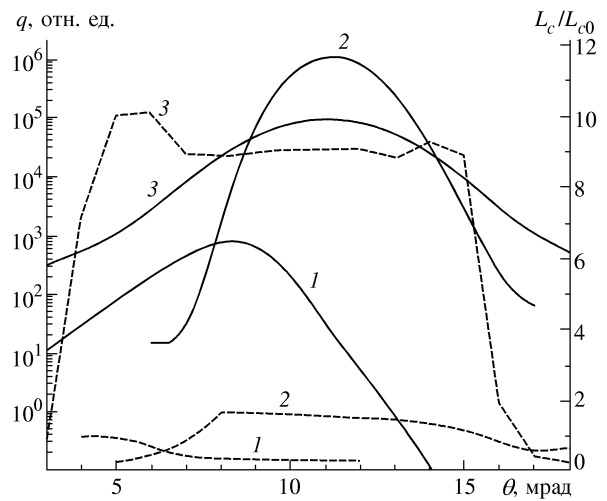


Рис. 13. Распределения яркости усиленного спонтанного излучения q (сплошные кривые) и длины когерентности L_c (штриховые кривые) в дальней зоне для $z = 5$ см в отсутствие насыщения усиления в случае $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conv}$ при $C = 0$ (1), $C = C_{opt}$ (2) и в случае $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conc}$ при $C = C_{opt}$ (3); $\alpha_{c0} = \lambda z/4a$

ной плотности:

$$\bar{N}_e(x) = \bar{N}_e^{conc}(x) = N_{e0} \exp(-x/d), \quad (23)$$

где $N_{e0} = 5.6 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$, $d = 70$ мкм. Распределение аппроксимируется модельной квадратичной зависимостью:

$$\bar{\alpha}(x) = \alpha_0 [1 - (x - x_0)^2/a^2], \quad (24)$$

где $a = 50$ мкм, $x_0 = 100$ мкм, $\alpha_0 = 4 \text{ см}^{-1}$; $\alpha = 0$ при $|x - x_0| > a$. Профили \bar{N}_e^{conc} и $\bar{\alpha}$ показаны на рис. 12. Интенсивность источника пропорциональна $\bar{\alpha}$. В случае изогнутой мишени (рис. 11б) полагаем, что регулярные параметры плазмы определяются функциями (23), (24), но зависящими от $x + Cz^2/2$, где C — кривизна мишени ($Cz \ll 1$).

В случае плоской и изогнутой мишеней в работе [30] были получены основные закономерности динамики мощности и качества пучка усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере при линейном усилении. Для плоской мишени подтверждается экспериментальный факт [48], что длина когерентности L_c в целом весьма низка и, кроме того, при сильной рефракции она значительно меньше в центре пучка, чем на периферии (см. кривые 1 на рис. 13). Выбор оптимальной кривизны мишени

$$C_{opt} = \nabla \bar{N}_e(x_0)/2N_c,$$

где $\nabla \bar{N}_e(x_0)$ — градиент плотности в точке максимума усиления, позволяет значительно увеличить

мощность и яркость усиленного спонтанного излучения, заметно увеличить L_c в дальней зоне и обеспечить более однородное распределение L_c в поперечном сечении пучка излучения (см. кривые 2 на рис. 13). Однако анализ показывает, что длина когерентности L_c даже меньше, чем была бы при плоской мишени в отсутствие рефракции. Причиной этого является неполная компенсация рефракции при изгибе мишени. Остаточная рефракция является следствием неоднородности $\nabla \bar{N}_e$ в зоне усиления и при вогнутом профиле плотности (23) носит фокусирующий характер. В [30] было показано, что L_c можно существенно повысить, если при изгибе мишени получить остаточный дефокусирующий эффект. Для этого требуется реализовать в зоне усиления выпуклый профиль плотности.

Выпуклый профиль $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conv}(x)$ показан на рис. 12. В окрестности точки максимума усиления $x = x_0$ он описывается зависимостью

$$\bar{N}_e(x) = \bar{N}_e^{conv}(x) = \bar{N}_e^{conc}(x_0) + \nabla \bar{N}_e^{conc}(x_0)(x-x_0) - \nabla^2 \bar{N}_e^{conc}(x_0)(x-x_0)^2/2, \quad (25)$$

где производные взяты от функции \bar{N}_e^{conc} (23) в точке $x = x_0$. Соотношение (25) отличается от разложения в ряд функции $\bar{N}_e^{conc}(x)$ в окрестности точки $x = x_0$ знаком перед последним слагаемым с второй производной. Таким образом, $\bar{N}_e^{conc}(x)$ и $\bar{N}_e^{conv}(x)$ имеют одинаковую кривизну в центре зоны усиления, но противоположного знака. Значение C_{opt} одинаково для обоих профилей плотности.

Кривые 3 на рис. 13 отвечают результатам расчета при $C = C_{opt}$ и выпуклом профиле $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conv}(x)$. Распределение L_c поперек пучка получается однородным, и при этом L_c дополнительно увеличивается приблизительно в 6 раз по сравнению со случаем $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conc}(x)$. Это достигается ценой снижения полной мощности в ≈ 6 раз и максимальной яркости q_m в ≈ 12 раз за счет двукратного увеличения расходимости. Поэтому такая важная характеристика усиленного спонтанного излучения как когерентная мощность P_c , влияющая на возможность голографических применений рентгеновского лазера, уменьшается в ≈ 2 раза. Мы определяем P_c в случае плоской среды как $P_c = q_m L_c$. Таким образом, при линейном усилении предлагаемый путь улучшения когерентности касается только длины когерентности и не оправдан энергетически ни с точки зрения яркости, ни с точки зрения когерентной мощности.

Однако одним из положительных последствий изгиба мишени является возможность достичь насыщения усиления, что демонстрировалось в экспериментах [6, 7]. На рис. 14 показаны результаты расчетов углового распределения яркости и длины

когерентности усиленного спонтанного излучения в дальней зоне, полученных при \bar{N}_e^{conc} и \bar{N}_e^{conv} и различном уровне насыщения, т.е. при изменении J_{sat} . Плотность потока насыщения J_{sat} на рис. 14 нормирована на величину $J_0 = 100 j_s \theta_s / \alpha_0$, т.е. 100-кратную плотность потока шумового излучения. При $J_{sat} = 10^7 J_0$ насыщение отсутствует, при $J_{sat} = 10^6 J_0$ начинается его слабое влияние, при $J_{sat} = 10^4 J_0$ плотность потока усиленного спонтанного излучения на выходе рентгеновского лазера порядка J_{sat} .

Из рис. 14а видно, что насыщение усиления существенно сдерживает рост яркости рентгеновского лазера. Естественно, чем большая яркость достигалась в отсутствие насыщения, тем выше степень ее снижения при наличии насыщения. Поэтому при переходе от профиля \bar{N}_e^{conc} к профилю \bar{N}_e^{conv} при насыщении усиления яркость усиленного спонтанного излучения уменьшается не в ≈ 12 раз, как это было при линейном усилении, а только в ≈ 3 раза. Расходимость усиленного спонтанного излучения растет с глубиной насыщения и при переходе от \bar{N}_e^{conc} к \bar{N}_e^{conv} увеличивается в два раза. Насыщение усиления на L_c влияет гораздо слабее, причем при \bar{N}_e^{conc} длина когерентности несколько уменьшается с ростом насыщения, а при \bar{N}_e^{conv} несколько увеличивается (рис. 14б). Поэтому при переходе от \bar{N}_e^{conc} к \bar{N}_e^{conv} величина L_c увеличивается при насыщении усиления не в ≈ 6 , как при линейном усилении, а в ≈ 9 раз. В итоге, если при линейном усилении когерентная мощность при \bar{N}_e^{conv} была вдвое ниже, чем при \bar{N}_e^{conc} , то при насыщении усиления наблюдается ее трехкратное превышение. Таким образом, насыщение усиления делает предлагаемый способ улучшения когерентности энергетически более оправданным. Недостатком является увеличение расходимости и уменьшение абсолютных значений яркости усиленного спонтанного излучения, однако последняя не является такой проблемой для голографических применений рентгеновских лазеров, как когерентность. Наглядным аргументом в пользу предлагаемого способа улучшения когерентности является и то, что при насыщении усиления в случае \bar{N}_e^{conc} и \bar{N}_e^{conv} ширина пучка усиленного спонтанного излучения превышает L_c соответственно в 30–40 и 6–7 раз. С практической точки зрения в первом случае излучение некогерентно, а во втором случае можно говорить о его частичной когерентности.

Эффект улучшения когерентности при переходе к выпуклому профилю плотности может быть подавлен вследствие рассеяния на флуктуациях оптических параметров среды. Расчеты усиленного спонтанного излучения при наличии флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ с $l_{\epsilon\perp} = l_{\epsilon\parallel} = 1$ мкм и $\sigma_\epsilon = 10^{-5}$ и $2 \cdot 10^{-5}$ показали,

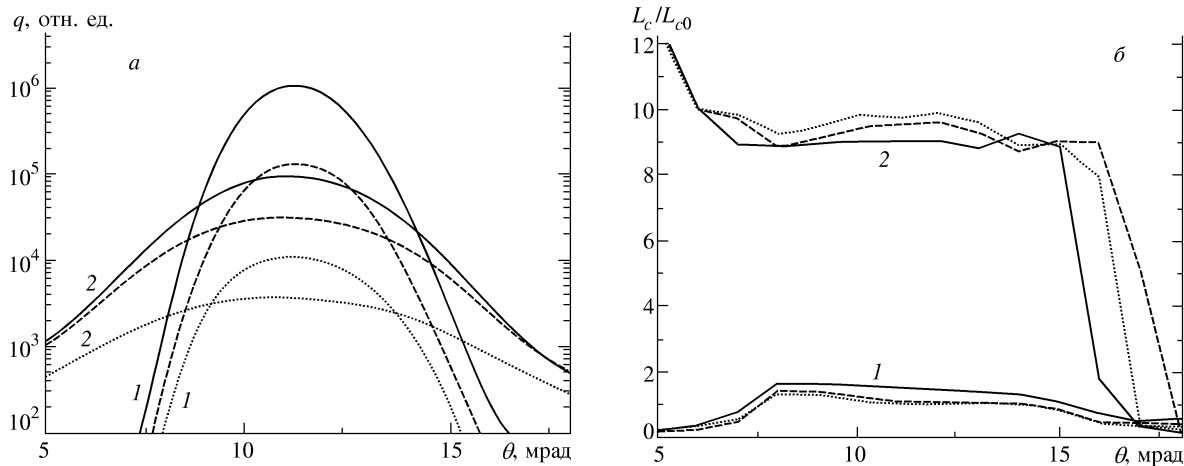


Рис. 14. Распределения яркости усиленного спонтанного излучения q (а) и длины когерентности L_c (б) в дальней зоне при $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conc}$ (1) и $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conv}$ (2) для $J_{sat}/J_0 = \infty$ (сплошные кривые), $5 \cdot 10^4$ (штриховые кривые), $2 \cdot 10^3$ (пунктир)

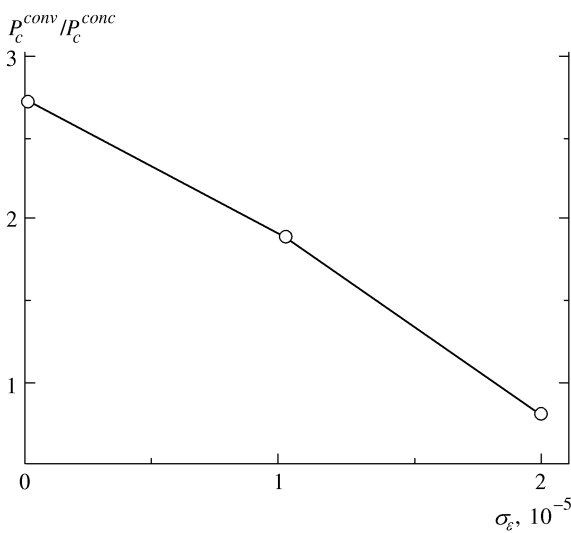


Рис. 15. Отношение когерентных мощностей в дальней зоне при $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conc}$ и $\bar{N}_e = \bar{N}_e^{conv}$ в зависимости от σ_ϵ для $J_{sat} = 10^4 J_0$

что влияние рассеяния на $\tilde{\epsilon}$ на яркость и расходимость излучения незначительно и при вогнутом, и при выпуклом профилях плотности. Что касается L_c , то в случае \bar{N}_e^{conc} влияние $\tilde{\epsilon}$ мало, тогда как при \bar{N}_e^{conv} длина когерентности существенно уменьшается с ростом σ_ϵ . Аналогичный эффект «скрытого» влияния флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ на усиленное спонтанное излучение был обнаружен в расчетах в случае симметричного дефокусирующего профиля плотности [33]. Как следствие, эффективность перехода от вогнутого к выпуклому профилю плотности уменьшается. При $\sigma_\epsilon = 10^{-5}$ увеличение когерентной мощности

при переходе от \bar{N}_e^{conc} к \bar{N}_e^{conv} не трехкратное, а двукратное (см. рис. 15). Данная величина σ_ϵ отвечает среднеквадратичному отклонению плотности электронов $2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и относительно невелика на фоне регулярных значений плотности в зоне усиления на рис. 12. При $\sigma_\epsilon = 2 \cdot 10^{-5}$ увеличение когерентной мощности уже сменяется спадом.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана физическая модель динамики усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере, которая основана на численном решении квазиоптического уравнения для поперечной корреляционной функции комплексной амплитуды поля в плоской и трехмерной аксиально-симметричной среде. В модель включаются спонтанный источник излучения, дифракция, регулярная рефракция, регулярное усиление с учетом насыщения, нерезонансное поглощение, рассеяние на обычных флуктуациях диэлектрической проницаемости и усиления, рассеяние на случайных осевых отклонениях протяженной плазменной среды рентгеновского лазера. При выводе уравнения для ПКФ проведена статистическая линеаризация нелинейных членов уравнения, ответственных за усиление с насыщением. Она сводится к введению в эти члены уравнения универсальной функции, зависящей от локальной глубины насыщения.

Численно исследована динамика усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере с регулярной рефракцией в приближении двумерной среды с использованием ПКФ-метода и метода статистических испытаний (Монте-Карло) параболического уравнения для амплитуды поля. Метод

параболического уравнения является базовым для ПКФ-метода и является точным при большом числе статистических испытаний. ПКФ-метод не требует усреднения по ансамблю, но при насыщающемся усилении является приближенным вследствие статистической линеаризации нелинейных членов уравнения для ПКФ, использованной при его выводе. Получено, что ПКФ-метод позволяет получить конечный результат на один-три порядка быстрее по сравнению с методом параболического уравнения. Статистическая линеаризация уравнения для ПКФ не искажает профиль среднего углового распределения интенсивности усиленного спонтанного излучения, но приводит к небольшому завышению абсолютных значений интенсивности. Максимальное завышение наблюдается при средней интенсивности излучения, близкой к интенсивности насыщения, и составляет $\sim 10\%$.

Представлены результаты расчетов усиленного спонтанного излучения ПКФ-методом в трехмерной случайно-неоднородной аксиально-симметричной среде рентгеновского лазера. Найдено, что обычные флуктуации диэлектрической проницаемости являются аналогом нерезонансного поглощения с точки зрения влияния на яркость рентгеновского лазера и поэтому снижают наблюдаемый коэффициент усиления. Коэффициент потерь в результате рассеяния на сильных флуктуациях в трехмерной среде в два раза больше коэффициента, определяемого в приближении плоской среды. Исследовано влияние флуктуаций коэффициента усиления на формирование усиленного спонтанного излучения в лабораторном рентгеновском лазере на Ne-подобном иттрии, получаемого при облучении оптическим лазером толстой мишени. Найдено, что вклад флуктуаций в среднее дополнительное усиление оказывается заметным, а рассеяние усиленного спонтанного излучения на них практически не сказывается. Показано, что осевые флуктуации плазменного шнура рентгеновского лазера приводят к дополнительным регулярным усилению и рефракции, а также к рассеянию усиленного спонтанного излучения. Однако при характерных параметрах плазмы рентгеновского лазера с квазистационарной схемой генерации влияние осевых флуктуаций на усиленное спонтанное излучение незаметно по сравнению с обычными флуктуациями такого же пространственного масштаба.

С помощью решения уравнения для ПКФ проведено расчетно-теоретическое исследование усиленного спонтанного излучения в рентгеновском лазере, который получен при облучении толстой мишени и имеет асимметричный вогнутый профиль электронной плотности в зоне усиления. В случае

плоской мишени поперечная длина когерентности усиленного спонтанного излучения мала и ее распределение неоднородно в поперечном сечении пучка излучения в дальней зоне. Изгиб мишени с постоянной оптимальной кривизной для частичной компенсации рефракции позволяет заметно увеличить длину когерентности и обеспечить ее однородное распределение в поперечном сечении пучка, однако с практической точки зрения усиленное спонтанное излучение остается некогерентным. В случае изогнутой мишени можно дополнительно существенно улучшить когерентность и приблизить длину когерентности к ширине пучка усиленного спонтанного излучения за счет остаточного дефокусирующего эффекта, реализуя в зоне усиления выпуклый профиль электронной плотности. Показано, что в режиме насыщения усиления степень увеличения длины когерентности при переходе от вогнутого к выпуклому профилю плотности выше, чем степень снижения яркости и роста расходимости. Таким образом, увеличение длины когерентности сопровождается ростом когерентной мощности усиленного спонтанного излучения — характеристики, важной для потенциальных голографических применений рентгеновских лазеров в биологии. Найдено, что эффект улучшения когерентности при переходе от вогнутого к выпуклому профилю плотности может не реализоваться при наличии заметных мелкомасштабных флуктуаций плотности плазмы.

Автор признателен Б. А. Воинову, В. А. Волкову, П. Д. Гаспаряну, В. М. Герасимову, В. А. Ерошенко, Г. Г. Кочемасову, В. К. Ладагину, А. Н. Старостину, В. Д. Урлину за сотрудничество и полезные обсуждения затронутых проблем и Г. А. Кириллову за поддержку и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. C. Elton, *X-ray lasers*, Academic Press, Boston (1990).
2. D. L. Matthews, P. L. Hagelstein, M. D. Rosen et al., *Phys. Rev. Lett.* **54**, 110 (1985).
3. J. J. Rocca, V. N. Shlyaptsev, F. G. Tomasel et al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2192 (1994).
4. P. V. Nickles, M. Schnurer, M. Kalachnikov et al., *Proc. SPIE* **2520**, 373 (1995).
5. B. Lemoff, G. J. Yin, G. L. Gordon III, C. P. J. Barty, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1574 (1995).
6. In *X-Ray Lasers 1996*, IOP Conf. Ser. № 151, ed. by S. Svanberg and C.-G. Wahlström, IOP Publishing Ltd, Bristol (1996).

7. In *X-Ray Lasers 1998*, IOP Conf. Ser. № 159, ed. by Y. Kato, H. Takuma, and H. Daido, IOP Publishing Ltd, Bristol (1999).
8. П. Д. Гаспарян, Ф. А. Стариков, А. Н. Старостин, Успехи физических наук **168**, 843 (1998).
9. J. Nilsen, B. J. MacGowan, L. B. Da Silva, and J. C. Moreno, Phys. Rev. A **48**, 4682 (1993).
10. J. G. Lunney, Appl. Phys. Lett. **48**, 891 (1986).
11. R. Kodama, D. Neely, Y. Kato et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 3215 (1994).
12. А. Г. Жидков, А. О. Терских, С. И. Яковленко, Краткие сообщения по физике, № 9, 27 (1988).
13. R. A. London, Phys. Fluids **31**, 184 (1988).
14. B. Boswell, D. Shvarts, T. Boehly, and B. Yaakobi, Phys. Fluids B **2**, 436 (1990).
15. В. Б. Крюченков, А. В. Лукин, П. В. Петров, Ю. И. Чернухин, Квант. электр. **17**, 189 (1990).
16. Ю. В. Мохов, Вопр. атом. науки и техн., сер. теор. и прикл. физ. № 1, 29 (1991).
17. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, В. В. Коробкин, Квант. электр. **15**, 1457 (1988).
18. M. D. Feit and J. A. Fleck, Jr., J. Opt. Soc. Amer. B **7**, 2048 (1990).
19. M. D. Feit and J. A. Fleck, Jr., Opt. Lett. **16**, 76 (1991).
20. G. Hazak and A. Bar-Shalom, Phys. Rev. A **40**, 7055 (1989).
21. R. A. London, M. Strauss, and M. D. Rosen, Phys. Rev. Lett. **65**, 563 (1990).
22. P. Amendt, R. A. London, and M. Strauss, Phys. Rev. A **44**, 7478 (1991).
23. P. Amendt, R. A. London, and M. Strauss, Phys. Rev. A **47**, 4348 (1993).
24. Ф. А. Стариков, Вопр. атомн. науки и техн. Сер. теор. и прикл. физ., № 4, 14 (1989); там же, № 2, 33 (1990).
25. Ф. А. Стариков, В. Д. Урлин, Квант. электр. **18**, 436 (1991).
26. Ф. А. Стариков, Квант. электр. **19**, 527 (1992).
27. В. А. Волков, В. К. Ладагин, Ф. А. Стариков, В. Д. Урлин, Квант. электр. **18**, 1329 (1991).
28. В. К. Ладагин, Ф. А. Стариков, В. Д. Урлин, Квант. электр. **20**, 471 (1993).
29. Ф. А. Стариков, Квант. электр. **21**, 343 (1994).
30. Ф. А. Стариков, Квант. электр. **24**, 691 (1997).
31. Ф. А. Стариков, Квант. электр. **20**, 477 (1993).
32. Ф. А. Стариков, в сб. *Труды 2-й Междунар. конф. Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой*, Арзамас-16 (1995), т. 2, с. 260.
33. Ф. А. Стариков, Квант. электр. **23**, 205 (1996).
34. F. A. Starikov, in *X-Ray Lasers 1996*, IOP Conf. Ser. № 151, ed. by S. Svanberg and C.-G. Wahlström, IOP Publishing Ltd., Bristol (1996), p. 315.
35. В. В. Колосов, Оптика атмосферы и океана **8**, 1825 (1995).
36. V. V. Kolosov, R. P. Ratowsky, A. A. Zemlyanov, and R. A. London, Proc. SPIE **2859**, 269 (1996).
37. Ф. А. Стариков, Вопр. атомн. науки и техн., сер. теор. и прикл. физ., № 3, 20 (1990).
38. V. K. Ladagin, F. A. Starikov, and V. A. Volkov, in *X-Ray Lasers 1996*, IOP Conf. Ser. № 151, ed. by S. Svanberg and C.-G. Wahlström, IOP Publishing, Bristol (1996), p. 336.
39. P. Amendt, M. Strauss, and R. A. London, Phys. Rev. A **53**, R23 (1996).
40. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1981).
41. В. К. Ладагин, Вопр. атомн. науки и техн., сер. методики и программы численного решения задач мат. физики, № 1, 19 (1985).
42. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, *Введение в статистическую радиофизику*, Наука, Москва (1978), ч. 2.
43. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, *Введение в статистическую радиофизику и оптику*, Наука, Москва (1981).
44. В. К. Ладагин, Ф. А. Стариков, Математическое моделирование **10**, 114 (1998).
45. В. П. Кандидов, В. И. Леденев, Вестник МГУ, сер. физ. астроном. **23**, 3 (1982).
46. A. S. Wan, C. A. Back, T. W. Barbee, Jr. et al., in *X-Ray Lasers 1996*, IOP Conf. Ser. № 151, ed. by S. Svanberg and C.-G. Wahlström, IOP Publishing, Bristol (1996), p. 504.
47. R. P. Ratowsky et al., ICF Quart. Rep. UCRL-LR 105821-94-2, **4**, LLNL, Livermore, CA (1994), p. 63.
48. F. Albert, B. Rus B, Ph. Zeitoun et al., in *X-Ray Lasers 1996*, IOP Conf. Ser. № 151, ed. by S. Svanberg and C.-G. Wahlström, IOP Publishing, Bristol (1996), p. 427.