

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ В КВАНТОВЫХ НИТЯХ

*Е. Б. Догонкин**, *Г. Г. Зегря***, *А. С. Полковников****

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 27 июля 1999 г.

В работе исследуются механизмы оже-рекомбинации неравновесных носителей заряда в цилиндрических квантовых нитях. Показано, что в последних присутствуют два различных механизма оже-рекомбинации: квазипороговый и беспороговый. Оба механизма связаны с наличием гетеробарьеров, но имеют различную природу. Квазипороговый механизм обусловлен пространственным ограничением волновых функций носителей заряда областью квантовой нити, при этом нарушается закон сохранения квазиимпульса и усиливается процесс оже-рекомбинации. С увеличением радиуса нити квазипороговый процесс оже-рекомбинации переходит в пороговый. Беспороговый механизм связан с рассеянием электрона (дырки) на гетерогранице; скорость беспороговой оже-рекомбинации стремится к нулю в пределе нити с бесконечным радиусом.

PACS: 79.20.Jv

1. ВВЕДЕНИЕ

В узкозонных однородных полупроводниках $A_{1-x}B_xV$ преобладают два основных процесса оже-рекомбинации. Первый из них соответствует рекомбинации электрона и тяжелой дырки и возбуждению другого электрона (СНСС), второй оже-процесс связан с переходом тяжелой дырки в спин-орбитально отщепленную подзону (СННС). В рамках первого порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию оба оже-процесса являются пороговыми (за исключением полупроводников, в которых константа спин-орбитального расщепления близка к ширине запрещенной зоны), соответственно скорость оже-рекомбинации имеет экспоненциальную температурную зависимость [1].

В отличие от однородных полупроводников в гетероструктурах не сохраняется нормальная к интерфейсу компонента квазиимпульса, что, в свою очередь, приводит к появлению беспорогового механизма оже-рекомбинации [2]. Последний в гетероструктурах с квантовыми ямами изучен достаточно полно [3–5]. Процессы безызлучательной рекомбина-

ции в узкозонных проводниках и в гетероструктурах контролируют время жизни неравновесных носителей заряда при их большой концентрации. Кроме того, процессы оже-рекомбинации сильно влияют на характеристики оптоэлектронных приборов, в частности, на пороговые токи гетеролазеров. Подробный анализ механизмов оже-рекомбинации для квантовых нитей до настоящего времени отсутствует. Цель настоящей работы состоит в теоретическом исследовании механизмов оже-рекомбинации неравновесных носителей в полупроводниковых квантовых нитях.

Для описания спектра и волновых функций носителей в квантовой нити используется модель цилиндрической прямоугольной потенциальной ямы конечной глубины для электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне. В прямоугольных планарных квантовых ямах, как показано в [5], присутствуют три механизма оже-рекомбинации: пороговый, квазипороговый и беспороговый. В данной работе показано, что в квантовых нитях также присутствует квазипороговый механизм, переходящий в трехмерный пороговый процесс в пределе нити бесконечного радиуса¹⁾. Принципиальное

*E-mail: eugen@theory.ioffe.rssi.ru

**E-mail: zegrya@theory.ioffe.rssi.ru

***E-mail: tol@theory.ioffe.rssi.ru

¹⁾ Пороговый процесс оже-рекомбинации в квантовых нитях, в отличие от квантовых ям, естественно рассматривать в качестве составной части квазипорогового оже-процесса.

отличие от ситуации в квантовых ямах появляется для беспорогового механизма оже-рекомбинации. В квантовой нити имеются два канала беспороговой оже-рекомбинации: 1) связанный с передачей большого квазиимпульса возбужденному носителю заряда (как и для плоских квантовых ям); 2) связанный с передачей ему большого момента импульса. Последний процесс является единственным беспороговым механизмом оже-рекомбинации в квантовых точках [6]. Два канала беспороговой оже-рекомбинации имеют различные зависимости от высот гетеробарьеров для электронов и дырок, а также от радиуса нити. Скорости беспорогового и квазипорогового процессов оже-рекомбинации изменяются с температурой по степенному закону, что делает оже-рекомбинацию в гетероструктурах с квантовыми нитями более эффективной, чем в однородных полупроводниках.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Для анализа процессов рекомбинации необходимо знать волновые функции носителей заряда. Волновые функции и спектр носителей в узкозонных полупроводниках типа А_{III}В_V наиболее точно описываются в рамках четырехзонной модели Кейна.

2.1. Уравнения Кейна

Для большинства полупроводников типа А_{III}В_V волновые функции электронов в зоне проводимости в центре зоны Бриллюэна хорошо описываются представлением Γ_6^+ , а в валентной зоне — представлениями Γ_7^+ и Γ_8^+ . Два первых из них двукратно вырождены, а третье — четырехкратно. Обычно базисные волновые функции зоны проводимости и валентной зоны берутся в виде собственных функций углового момента [7, 8], но в случае цилиндрической симметрии естественно выбрать другой базис [9]:

$$\begin{aligned} &|s \uparrow\rangle, \quad |s \downarrow\rangle, \quad |p_+ \uparrow\rangle, \quad |p_+ \downarrow\rangle, \\ &|p_- \uparrow\rangle, \quad |p_- \downarrow\rangle, \quad |p_z \uparrow\rangle, \quad |p_z \downarrow\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} |p_+\rangle &= 1/\sqrt{2} |p_x + ip_y\rangle, \\ |p_-\rangle &= 1/\sqrt{2} |p_x - ip_y\rangle, \end{aligned}$$

а $|s\rangle$ и $|p_x\rangle, |p_y\rangle, |p_z\rangle$ — блоховские функции s - и p -типа с угловым моментом соответственно 0 и 1. Первые описывают состояние зоны проводимости, а вторые — валентной зоны в Γ -точке. Стрелками обозначено направление спина. Такой выбор отвечает базисным функциям, имеющим определенное значение проекций квазиимпульса и углового момента на

ось нити, что соответствует симметрии цилиндрической нити. В данном базисе зависимость блоховских амплитуд от координаты z (ось z параллельна оси нити) и аксиального угла принимает простой вид. Волновая функция носителей ψ может быть представлена в виде

$$\psi = \psi_s |s\rangle + \psi |p\rangle,$$

где ψ_s и ψ — спиноры. Запишем уравнения Кейна в дифференциальной форме, допускающей интегрирование через интерфейс [5]:

$$\begin{cases} (E_g + \delta - E)\psi_s - i\hbar\nabla\psi = 0, \\ -E\psi - i\hbar\gamma\nabla\psi_s + \frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla[6\tilde{\gamma}_2\nabla\psi] + \\ + \frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial}{\partial x_k}(\tilde{\gamma}_1 - 2\tilde{\gamma}_2)\frac{\partial}{\partial x_k}\psi + i\delta\sigma \times \psi = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь γ — кейновский матричный элемент [9], имеющий размерность скорости, $\tilde{\gamma}_1$ и $\tilde{\gamma}_2 = \tilde{\gamma}_3$ — обобщенные параметры Латтинжера [9], $\delta = \Delta_{so}/3$, Δ_{so} — константа спин-орбитального расщепления, E_g — ширина запрещенной зоны, m_0 — масса свободного электрона, $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули. Если вместо параметров Латтинжера феноменологически ввести массу тяжелых дырок m_h , описывающую взаимодействие с высшими зонами, то уравнения (2) переходят в уравнения, полученные в работе [10]. Можно убедиться, что уравнения (2) не отличаются от обычно используемых в литературе уравнений [8–11]. В первом уравнении системы (2) для электронов мы пренебрегаем слагаемым с тяжелой массой для электронов [12]. Используя закон сохранения плотности потока вероятности, можно получить граничные условия для огибающих волновых функций на интерфейсе [5]. В приближении $\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2 = \text{const}$, учитывая, что эффективная масса тяжелых дырок намного больше массы электронов, можно получить условие непрерывности следующих функций:

$$\psi, \frac{d\psi_z}{d\rho}, m_l^{-1} \text{div} \psi, \quad (3)$$

где

$$m_l^{-1} = \frac{2\gamma^2}{E_g - E} + m_0^{-1}(\tilde{\gamma}_1 + 4\tilde{\gamma}_2).$$

2.2. Спектры носителей в однородном полупроводнике

Фурье-преобразование уравнений Кейна (2) позволяет получить спектры для электронов и трех ветвей дырок [5]:

а) тяжелые дырки

$$E_h = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad \text{где } m_h^{-1} = m_0^{-1} (\tilde{\gamma}_1 - 2\tilde{\gamma}_2),$$

б) легкие дырки и спин-отщепленные дырки

$$E_{l,so} = -\frac{3\delta}{2} - \frac{\hbar^2 k^2}{4} (m_l^{-1} + m_h^{-1}) \pm \sqrt{2\delta^2 + \left(\frac{\delta}{2} - \frac{\hbar^2 k^2}{4} (m_l^{-1} - m_h^{-1})\right)^2}, \quad (4)$$

с) электроны

$$k^2 = \frac{\mathcal{E}}{\hbar^2 \gamma^2} \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 3\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{E_g + \mathcal{E} + 2\delta}$$

(k — значение квазиимпульса носителей). Здесь энергия дырок E отсчитывается от края валентной зоны, а энергия электронов \mathcal{E} — от дна зоны проводимости.

2.3. Волновые функции в однородном полупроводнике

В цилиндрической системе координат полученные из уравнений Кейна (2) волновые функции тяжелых дырок в базисе (1) могут быть представлены в виде

$$\psi_{h1}(\rho, \phi, z) = H_1 \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2iqJ_{m-3/2}(k_h\rho)e^{i(m-3/2)\phi} \\ k_h J_{m-1/2}(k\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \\ 0 \\ -k_h J_{m+3/2}(k_h\rho)e^{i(m+3/2)\phi} \\ \sqrt{2} k_h J_{m-1/2}(k_h\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \end{bmatrix} e^{iqz}, \quad (5)$$

$$\psi_{h2}(\rho, \phi, z) = H_2 \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_h J_{m-3/2}(k_h\rho)e^{i(m-3/2)\phi} \\ 0 \\ k_h J_{m+1/2}(k\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \\ -2iqJ_{m+3/2}(k_h\rho)e^{i(m+3/2)\phi} \\ 0 \\ \sqrt{2} k_h J_{m+1/2}(k_h\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \end{bmatrix} e^{iqz}, \quad (6)$$

где J_m — функция Бесселя порядка m , H_1 и H_2 — нормировочные константы, q и k_h — параллельная и

перпендикулярная аксиальной оси проекции квазиимпульса, а m — проекция полного момента на аксиальную ось, принимающая полуцелые значения. Внутри квантовых нитей волновые функции имеют вид линейной комбинации (5) и (6). Если тяжелая дырка локализована, то под барьером ее волновая функция имеет вид аналогичный (5), (6), за исключением того, что функцию Бесселя J_m следует заменить на функцию Макдональда K_m с одновременной заменой k_h на ik_h .

Для легких и спин-орбитально отщепленных дырок можно записать:

$$\psi_{i1}(\rho, \phi, z) = A_1 \times \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2} \hbar (k_i^2 + q^2) \gamma}{E_g - E} J_{m-1/2}(k\rho) \times \\ \times e^{i(m-1/2)\phi} \\ 0 \\ -k_i(1+\lambda_i)J_{m-3/2}(k_h\rho)e^{i(m-3/2)\phi} \\ 2iqJ_{m-1/2}(k\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \\ k_i(\lambda_i-1)J_{m+1/2}(k\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \\ 0 \\ \sqrt{2} iqJ_{m-1/2}(k_h\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \\ -\sqrt{2} k_i \lambda_i J_{m+1/2}(k_h\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \end{bmatrix} e^{iqz} \quad (7)$$

и

$$\psi_{i2}(\rho, \phi, z) = A_2 \times \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2} \hbar (k_i^2 + q^2) \gamma}{E_g - E} J_{m+1/2}(k\rho) \times \\ \times e^{i(m+1/2)\phi} \\ 0 \\ k_i(\lambda_i-1)J_{m-1/2}(k\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \\ 2iq\lambda_i J_{m+1/2}(k\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \\ k_i(1+\lambda_i)J_{m+3/2}(k_h\rho)e^{i(m+3/2)\phi} \\ -\sqrt{2} k_i \lambda_i J_{m-1/2}(k_h\rho)e^{i(m-1/2)\phi} \\ \sqrt{2} iqJ_{m+1/2}(k_h\rho)e^{i(m+1/2)\phi} \end{bmatrix} e^{iqz}, \quad (8)$$

где $i = l, s$ соответствует легким и спин-отщепленным дыркам, A_1, A_2 — нормировочные константы, $\lambda_i = \delta / (E + 4\delta - \hbar^2(k_i^2 + q^2)/2m_h)$.

Волновые функции электронов имеют вид полностью аналогичный виду волновых функций легких и спин-орбитально отщепленных дырок, необходимо лишь провести замену $E \rightarrow E_g + \mathcal{E}$.

2.4. Состояния носителей в квантовой нити

Так как в выбранном базисе проекции импульса и момента импульса носителей на ось z имеют определенные значения, то переменные z, ρ и ϕ в уравнении (2) разделяются. Поэтому собственные

состояния носителей в квантовой нити определяются дисперсионным уравнением, имеющим радиальную зависимость волновых функций при некоторых значениях q и m . В отличие от квантовых ям [5], в квантовой нити состояния не могут быть разделены по четности даже для тяжелых дырок, поэтому дисперсионные соотношения получаются громоздкими. Для тяжелых дырок последнее имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(\frac{K_{m-3/2}(\kappa_h R)}{J_{m-3/2}(k_h R)} - \frac{K_{m+1/2}(\kappa_h R)}{J_{m+1/2}(k_h R)} \right) \times \\ & \times \left(\frac{K_{m+3/2}(\kappa_h R)}{J_{m+3/2}(k_h R)} - \frac{K_{m-1/2}(\kappa_h R)}{J_{m-1/2}(k_h R)} \right) = \\ & = \frac{4q^2}{\kappa_h^2 k_h^2} \left(k_h \frac{K_{m-3/2}(\kappa_h R)}{J_{m-3/2}(k_h R)} - \kappa_h \frac{K_{m-1/2}(\kappa_h R)}{J_{m-1/2}(k_h R)} \right) \times \\ & \times \left(k_h \frac{K_{m+3/2}(\kappa_h R)}{J_{m+3/2}(k_h R)} - \kappa_h \frac{K_{m+1/2}(\kappa_h R)}{J_{m+1/2}(k_h R)} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь R — радиус нити, а k_h , κ_h — модули нормальных к интерфейсу составляющих соответственно квазиимпульса в яме и в барьерной области. Квазиимпульсы однозначно связаны друг с другом законом дисперсии. В пределе бесконечно широкой или глубокой ямы можно получить упрощенное уравнение дисперсии для тяжелых дырок:

$$\left(\frac{J_m(k_h R)}{J_{m-2}(k_h R)} - 1 \right) \left(\frac{J_{m-1}(k_h R)}{J_{m+1}(k_h R)} - 1 \right) = \frac{4q^2}{k_h^2}. \quad (10)$$

Для легких дырок получается следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & q^2 \left[\frac{m_l}{\tilde{m}_l} \left(\frac{\kappa_l^2 + q^2}{k_l^2 + q^2} \right) - \left(\frac{2\tilde{\lambda}_l - 1}{2\lambda_l - 1} \right)^2 \right] = \\ & = \left[\kappa_l^2 \left(\frac{2\tilde{\lambda}_l - 1}{2\lambda_l - 1} \right)^2 + k_l^2 \left(\frac{m_l}{\tilde{m}_l} \right)^2 \left(\frac{\kappa_l^2 + q^2}{k_l^2 + q^2} \right)^2 - \right. \\ & - \kappa_l k_l \frac{m_l}{\tilde{m}_l} \left(\frac{\kappa_l^2 + q^2}{k_l^2 + q^2} \right) \left(\frac{2\tilde{\lambda}_l - 1}{2\lambda_l - 1} \right) \times \\ & \times \left(\frac{K_{jz-1/2}(\kappa_l R)}{J_{jz-1/2}(k_l R)} \frac{J_{jz+1/2}(k_l R)}{K_{jz+1/2}(\kappa_l R)} + \right. \\ & \left. + \frac{K_{jz+1/2}(\kappa_l R)}{J_{jz+1/2}(k_l R)} \frac{J_{jz-1/2}(k_l R)}{K_{jz-1/2}(\kappa_l R)} \right) \Big]. \end{aligned} \quad (11)$$

Дисперсионное соотношение для электронов в зоне проводимости выглядит несколько проще, так

как оно делится на два уравнения (такого разделения не происходит в квантовых ямах [5]):

$$\begin{aligned} & k_c \frac{\sqrt{\lambda_c^2 - 1}}{Z} \sqrt{\frac{J_{m-1/2}(k_c R) J_{m+3/2}(k_c R)}{J_{m+1/2}^2(k_c R)}} = \\ & = \kappa_c \frac{\sqrt{\tilde{\lambda}_c^2 - 1}}{\tilde{Z}} \sqrt{\frac{K_{m-1/2}(\kappa_c R) K_{m+3/2}(\kappa_c R)}{K_{m+1/2}^2(\kappa_c R)}} \end{aligned} \quad (12)$$

или

$$\begin{aligned} & k_c \frac{\sqrt{\lambda_c^2 - 1}}{Z} \sqrt{\frac{J_{m+1/2}(k_c R) J_{m-3/2}(k_c R)}{J_{m-1/2}^2(k_c R)}} = \\ & = \kappa_c \frac{\sqrt{\tilde{\lambda}_c^2 - 1}}{\tilde{Z}} \sqrt{\frac{K_{m+1/2}(\kappa_c R) K_{m-3/2}(\kappa_c R)}{K_{m-1/2}^2(\kappa_c R)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где \mathcal{E} — энергия электрона, отсчитываемая от края зоны проводимости внутри нити,

$$\lambda_c = \frac{\delta}{E_g + 2\delta + \mathcal{E}},$$

$$Z = \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}(2E_g + 3\delta) + (E_g + 3\delta)E_g}{\mathcal{E} + E_g + 2\delta},$$

$\tilde{\lambda}$, \tilde{Z} — те же величины, но в подбарьерной области. Волновые функции, соответствующие уравнению (12), имеют четное значение проекции на ось z орбитального момента блоховских огибающих, а в случае (13) — нечетное. Дальнейшие расчеты матричных элементов будут проводиться в предположении, что электрон, локализованный в нити, находится на основном уровне размерного квантования, энергия которого определяется из уравнения:

$$k_c \frac{\sqrt{\lambda_c^2 - 1}}{Z} \frac{J_1(k_c R)}{J_0(k_c R)} = \kappa_c \frac{\sqrt{\tilde{\lambda}_c^2 - 1}}{\tilde{Z}} \frac{K_1(\kappa_c R)}{K_0(\kappa_c R)}. \quad (14)$$

3. МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ

3.1. Вероятность оже-рекомбинации

В рамках первого порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию, вероятность оже-рекомбинации в единицу времени равна

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i). \quad (15)$$

В этом случае матричный элемент перехода имеет вид²⁾:

$$M_{fi} = \left\langle \psi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu_1, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_\infty |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu_1, \nu_2) \right\rangle, \quad (16)$$

где \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — координаты носителей, ν_1 и ν_2 — спиновые переменные, e — заряд электрона, κ_∞ — высокочастотная диэлектрическая проницаемость полупроводника [1]. С учетом антисимметризации волновых функций матричный элемент оже-перехода можно представить в виде

$$M_{fi} = M_I - M_{II}, \quad (17)$$

где

$$M_I = \left\langle \psi_3(\mathbf{r}_1, \nu_1) \psi_4(\mathbf{r}_2, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_\infty |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \times \right. \\ \left. \times \psi_1(\mathbf{r}_1, \nu_1) \psi_2(\mathbf{r}_2, \nu_2) \right\rangle, \quad (18) \\ M_{II} = \left\langle \psi_3(\mathbf{r}_1, \nu_1) \psi_4(\mathbf{r}_2, \nu_2) \left| \frac{e^2}{\kappa_\infty |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right| \times \right. \\ \left. \times \psi_1(\mathbf{r}_2, \nu_2) \psi_2(\mathbf{r}_1, \nu_1) \right\rangle.$$

Согласно [5], при выполнении условия $\Delta_{so} \gg T$ (верного для большинства полупроводников A_{III}B_V) в гетероструктурах подмешивание спин-отщепленных дырок к тяжелым пренебрежимо мало, а смешивание легких и тяжелых дырок несущественно при $m_c \ll m_h$. При таких условиях можно воспользоваться широко распространенной терминологией для процессов оже-рекомбинации в однородных полупроводниках. В данной работе для простоты мы в основном ограничимся рассмотрением СНСС-процесса оже-рекомбинации. При выполнении условия $E_g - \Delta_{so} \gg T$, выполняющемся для большинства полупроводников типа A_{III}B_V, все качественные выводы будут справедливы и для СННС-процесса.

3.2. Механизмы оже-рекомбинации в квантовых нитях

Волновые функции носителей являются собственными функциями проекций операторов квазиимпульса и момента импульса на ось z . Таким

²⁾ В работе [5] показано, что учет потенциала изображения в качестве поправки к кулоновскому потенциалу вносит пренебрежимо малые добавки в матричный элемент и скорость оже-рекомбинации.

образом, матричный элемент оже-рекомбинации автоматически удовлетворяет законам сохранения импульса и момента импульса и в цилиндрических координатах ρ, ϕ, z имеет вид

$$M_I = \frac{e^2}{\kappa_\infty} \int_0^\infty \rho_1 d\rho_1 \int_0^\infty \rho_2 d\rho_2 \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^{2\pi} d\phi_2 \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 \frac{e^{im(\phi_1 - \phi_2) + iq(z_1 - z_2)}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \times \\ \times (\mathbf{R}_2^*(\rho_1) \mathbf{R}_3(\rho_1)) (\mathbf{R}_1^*(\rho_2) \mathbf{R}_4(\rho_2)), \quad (19)$$

где $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4$ — радиальные части волновых функций частиц, а

$$\begin{cases} m = m_2 - m_3 = m_4 - m_1 \\ q = q_2 - q_3 = q_4 - q_1 \end{cases}$$

— переданные аксиальные проекции момента импульса и квазиимпульса. Матричный элемент M_{II} получается из M_I перестановкой индексов 1 и 2 у волновых функций \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 . Функция \mathbf{R}_1 соответствует локализованному носителю в начальном состоянии, а \mathbf{R}_4 — носителю в возбужденном состоянии; рекомбинирующей паре тяжелая дырка-электрон соответствуют волновые функции \mathbf{R}_2 и \mathbf{R}_3 . Для СНСС-процесса функции \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_4 соответствуют электронам в зоне проводимости, а при описании СННС-процесса \mathbf{R}_1 соответствует тяжелой, а \mathbf{R}_4 — спин-орбитально отщепленной дырке.

Проводя фурье-преобразование кулоновского потенциала по координатам ρ и ϕ , получаем

$$\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^\infty dz \frac{e^{im\phi + iqz}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \\ = \begin{cases} 4\pi I_m(q\rho_1) K_m(q\rho_2), & \rho_1 \leq \rho_2, \\ 4\pi I_m(q\rho_2) K_m(q\rho_1), & \rho_1 > \rho_2 \end{cases} \quad (20)$$

(где I_m — модифицированная функция Бесселя порядка m). Так как масса тяжелой дырки велика ($m_h \gg m_c$), ее волновая функция быстро затухает под барьером по сравнению с волновой функцией электрона, и можно пренебречь подбарьерной областью перекрытия волновых функций тяжелой дырки и электрона. Следует заметить, что это вовсе не означает, что задача решается в приближении бесконечного потенциального барьера для тяжелой дырки, поскольку ее энергетические уровни находятся из точных граничных условий (3). Как уже было отмечено выше, будем также предполагать, что рекомбинирующий электрон находится на основном

уровне размерного квантования. Это предположение оправдано даже для достаточно широких квантовых нитей из-за сравнительно малой массы электронов. При этих условиях матричный элемент принимает вид

$$M_I = \frac{4\pi e^2}{\kappa_0} \int_0^R \rho_1 d\rho_1 \mathbf{R}_2^*(\rho_1) \mathbf{R}_3(\rho_1) \sum_{\eta=s,p} \left[a_{1\eta} a_{4\eta} \times \right. \\ \times \int_0^{\rho_1} \rho d\rho K_m(q\rho_1) I_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho) J_{m_{1\eta}}(k_1\rho) + \\ \left. + a_{1\eta} a_{4\eta} \int_{\rho_1}^R \rho d\rho I_m(q\rho_1) K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho) J_{m_{1\eta}}(k_1\rho) + \right. \\ \left. + b_{1\eta} b_{4\eta} \int_R^\infty \rho d\rho I_m(q\rho_1) K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(\kappa_4\rho) K_{m_{1\eta}}(\kappa_1\rho) \right], \quad (21)$$

где η соответствует номеру базисной функции и с учетом спина принимает восемь значений, $a_{i\eta}$ — множители при функциях Бесселя для радиальных компонент волновых функций:

$$R_{1\eta}(\rho) = \begin{cases} a_{1\eta} J_{m_{1\eta}}(k_1\rho), & \rho \leq R \\ b_{1\eta} K_{m_{1\eta}}(\kappa_1\rho), & \rho > R \end{cases}, \\ R_{4\eta}(\rho) = \begin{cases} a_{4\eta} J_{m_{4\eta}}(k_4\rho), & \rho \leq R \\ b_{4\eta} J_{m_{4\eta}}(\kappa_4\rho), & \rho > R \end{cases}.$$

В матричном элементе (21) можно выделить два различных вклада. Первый из них связан с наличием разрывов волновых функций и их производных на гетерогранице (в точке $\rho = R$). Процесс, определяемый этим вкладом, соответствует рассеянию на гетеробарьере. Такое рассеяние в случае одиночного барьера приводит к появлению беспорогового канала оже-рекомбинации [2], аналогичная ситуация присутствует в квантовых ямах [3–5]. Скорость беспорогового процесса оже-рекомбинации стремится к нулю в пределе нити бесконечного радиуса. Второй вклад в (21) связан с рассеянием на короткодействующем кулоновском потенциале [5]. В случае СНСС-процесса оже-рекомбинации происходит возбуждение электрона или в непрерывную, или в дискретную часть спектра соответствующего $\mathcal{E} \approx E_g$. В первом случае электрон приобретает либо большой квазиимпульс, перпендикулярный интерфейсу, либо большую величину проекции углового момента на ось z . Во втором случае электрон приобретает большой квазиимпульс, направленный вдоль оси нити. Последний процесс, оче-

видно, является пороговым, так как требует наличия у дырки такого же квазиимпульса. В квантовых ямах только переход в дискретный спектр отвечает пороговому процессу [5], однако в квантовых нитях такое утверждение несправедливо. При переходе в непрерывный спектр с увеличением углового момента снятия порога не происходит. По этой причине нет смысла выделять пороговый процесс отдельно. Его удобнее рассматривать как составную часть квазипорогового процесса. Таким образом, разделяя беспороговый и квазипороговый механизмы оже-рекомбинации в квантовых нитях, запишем матричный элемент оже-рекомбинации в виде

$$M_I = M^{(1)} + M^{(2)}, \quad (22)$$

здесь $M^{(1)}$ — беспороговый, $M^{(2)}$ — квазипороговый матричные элементы. В пределе нити большого радиуса квазипороговый механизм оже-рекомбинации переходит в пороговый.

3.3. Матричный элемент беспорогового оже-процесса

Беспороговый оже-процесс связан с рассеянием носителей на гетерогранице. Соответствующий матричный элемент определяется разрывами волновых функций и их производных при $\rho = R$. Подробное вычисление беспорогового матричного элемента приведено в Приложении А, где получен следующий результат:

$$M^{(1)} = \frac{8\pi e^2}{\kappa_0(q^2 + k_4^2)} R_{1s}(R) R_{4s}(R) \times \\ \times \left\{ q R K_{m-1}(qR) \left[\frac{3V_c + V_v}{4E_g} \right] + \right. \\ \left. + m K_m(qR) \frac{3V_c}{4E_g} \right\} \int_0^R (\mathbf{R}_2^*(\rho) \mathbf{R}_3(\rho)) I_m(q\rho) \rho d\rho. \quad (23)$$

Первое слагаемое в фигурных скобках пропорционально q и соответствует беспороговому процессу в квантовой яме [5], второе — пропорционально m и соответствует каналу беспороговой оже-рекомбинации в квантовых точках [6]. Из (23) видно, что два вклада в $M^{(1)}$ имеют различную зависимость от высоты барьеров для электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне.

3.4. Матричный элемент квазипорогового оже-процесса

Квазипороговый процесс связан с ограничением области перекрытия волновых функций объемом квантовой нити. Это в соответствии с прин-

ципом неопределенности Гейзенберга ведет к замене δ -функции в законе сохранения квазиимпульса функцией, стремящейся к ней в пределе $R \rightarrow \infty$. В Приложении В приводится вычисление квазипорогового матричного элемента; окончательное выражение для $M^{(2)}$ имеет вид

$$M^{(2)} = \frac{4\pi e^2}{\kappa_0(q^2 + k_4^2)} \times \int_0^R (\mathbf{R}_2^*(\rho)\mathbf{R}_3(\rho)) (\mathbf{R}_1^*(\rho)\mathbf{R}_4(\rho)) \rho d\rho. \quad (24)$$

В пределе $R \rightarrow \infty$ и при условии $k_1, k_2 \ll k_3, k_4$ этот матричный элемент становится пропорциональным $\delta(k_4 - k_3)$, т. е. квазипороговый процесс переходит в пороговый процесс оже-рекомбинации. Действительно, квазипороговый матричный элемент пропорционален интегралу от четырех функций Бесселя:

$$M^{(2)} \propto \int_0^R J_0(k_1\rho)J_0(k_2\rho)J_m(k_3\rho)J_m(k_4\rho)\rho d\rho. \quad (25)$$

Считая, что $k_3, k_4 \gg k_1, k_2$, можно разложить этот интеграл в ряд по первообразным $J_m(k_3\rho)J_m(k_4\rho)$. Оставляя первый член ряда, получаем

$$M^{(2)} \propto \frac{R}{k_4^2 - k_3^2} J_0(k_1R)J_0(k_2R) (k_3J_{m-1}(k_3R) \times J_m(k_4R) - k_4J_m(k_3R)J_{m-1}(k_4R)). \quad (26)$$

Для больших R можно заменить функции Бесселя их асимптотическими выражениями для большого аргумента:

$$J_m(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{\pi m}{2} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (27)$$

Подставляя это выражение в (26), окончательно получим

$$M^{(2)} \propto \frac{\sin(k_4 - k_3)R}{k_4 - k_3}. \quad (28)$$

В пределе $R \rightarrow \infty$ это выражение, возведенное в квадрат, дает δ -функцию, умноженную на радиус квантовой нити:

$$\frac{\sin(k_4 - k_3)R^2}{(k_4 - k_3)^2} \rightarrow \frac{\pi R}{2} \delta(k_4 - k_3).$$

4. КОЭФФИЦИЕНТ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ

Для вычисления скорости оже-рекомбинации в первом порядке теории возмущений, вероятности пе-

реходов (15) должны быть усреднены по начальным состояниям и просуммированы по конечным:

$$G = \frac{2\pi}{\hbar} \times \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4} \langle M^2 \rangle f_1 f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) \times \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2). \quad (29)$$

Здесь f_1, f_2 — функции распределения носителей в начальном, а f_3, f_4 — в конечном состояниях, $\langle M^2 \rangle$ — сумма квадратов матричных элементов оже-перехода по спиновым переменным начальным и конечным состояниям. Вклады в скорость оже-рекомбинации от квазипорогового и беспорогового процессов нельзя разделить, так как между ними имеет место интерференция. При малых значениях радиуса нити эта интерференция особенно существенна, поскольку оба процесса являются беспороговыми [5]. Для квантовых нитей большого радиуса интерференцией между $M^{(1)}$ и $M^{(2)}$ можно пренебречь, так как основные квазипороговые переходы в отличие от беспороговых происходят с участием тяжелых дырок с большим значением продольного квазиимпульса или момента импульса. С учетом изложенного выше ясно, что пренебрежение интерференцией дает почти точный результат для нитей большого радиуса и приводит к результату правильному по порядку величины для тонких нитей. Полученная таким образом скорость оже-рекомбинации имеет правильные зависимости от параметров квантовой нити (ее радиуса, высот барьеров для дырок и электронов) и температуры.

Введем коэффициент оже-рекомбинации C , связанный со скоростью G соотношением

$$G = Cn^2p,$$

где n и p — одномерные концентрации электронов и дырок. Пренебрегая интерференцией между вкладом от различных процессов, запишем

$$C = C^{(1)} + C^{(2)}, \quad (30)$$

где коэффициенты $C^{(1)}$ и $C^{(2)}$ соответствуют беспороговому и квазипороговому оже-процессам с матричными элементами соответственно M_1 и M_2 .

Выражение для беспорогового коэффициента оже-рекомбинации может быть получено подстанов-

кой (23) в (29); в результате имеем

$$C_1 \approx \frac{24e^4}{\kappa_\infty^2} \frac{\hbar^3 \gamma^4}{E_g^5} \frac{F(\Delta_{so}/E_g)}{R^5} \times \frac{k_c^2 J_0^4(k_c R)}{(J_0^2(k_c R) + J_1^2(k_c R) + K_0^2(\kappa_c R) + K_1^2(\kappa_c R))^2} \times \left\langle \left(\left[\frac{3V_c + V_v}{4E_g} \right]^2 + \frac{m^2}{q^2 R^2} \left[\frac{3V_c}{4E_g} \right]^2 \right) \frac{k_h^2 q^2}{(q^2 + k_h^2)^3 k_f(q)} \right\rangle, \quad (31)$$

где

$$F(x) = \frac{(1 + x/3)(1 + x)}{(1 + 2x/3)(1 + x/2)} \frac{1 + 7x/9 + x^2/6}{1 + x/4 + x^2/6},$$

$$k_f(q) = \sqrt{\frac{2E_g^2}{\hbar^2 \gamma^2} \frac{1 + \Delta_{so}/2E_g}{1 + \Delta_{so}/3E_g} - q^2}.$$

Угловые скобки означают усреднение по функции распределения тяжелых дырок. В случае распределения Больцмана, которое обычно имеет место для дырок, это усреднение имеет вид

$$\langle f(q_h, k_{mn}) \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{n, m, 0} \int dq_h f(q_h, k_{mn}) \exp\left(-\frac{k_{mn}^2 + q_h^2}{q_T^2}\right),$$

где

$$Z = \frac{q_T \sqrt{\pi}}{2} \sum_{n, m} \exp\left(-\frac{k_{mn}^2}{q_T^2}\right),$$

n — номер уровня дырок, m — проекция момента импульса, k_c, κ_c — перпендикулярные интерфейсу квазиимпульсы электрона в основном состоянии над и под барьером, q_T — тепловой импульс тяжелых дырок:

$$q_T = \sqrt{\frac{2m_h T}{\hbar^2}},$$

а k_{mn} — квазиимпульс, соответствующий уровню размерного квантования дырок, который для бесконечно глубокой квантовой ямы для тяжелых дырок имеет значение:

$$k_{mn} = R/\gamma_{mn},$$

где γ_{mn} — n -ый корень функции Бесселя J_m .

Для коэффициента квазипорогового оже-процесса мы имеем

$$C_2 \approx \frac{6e^4}{\kappa_\infty^2} \frac{\hbar^3 \gamma^4}{E_g^5} \frac{F(\Delta_{so}/E_g)}{R^5} \times \frac{k_c^2 J_0^4(k_c R)}{(J_0^2(k_c R) + J_1^2(k_c R) + K_0^2(\kappa_c R) + K_1^2(\kappa_c R))^2} \times \left\langle \frac{k_h^2}{(q_h^2 + k_h^2) k_f} \frac{\sin^2(k_f - k_h) R}{(k_f(q) - k_h)^2} \right\rangle. \quad (32)$$

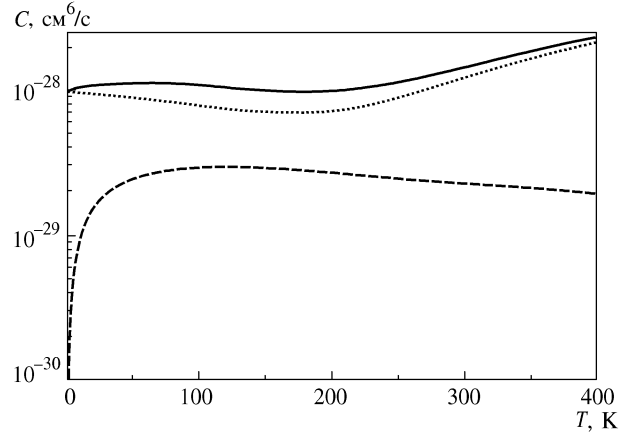


Рис. 1. Зависимость коэффициента оже-рекомбинации для СНСС-процесса от температуры для двух механизмов оже-рекомбинации: беспорогового ($C_1 \pi^2 R^4$, штриховая линия) и квазипорогового ($C_2 \pi^2 R^4$, пунктир) для тонкой нити (радиус $R = 50 \text{ \AA}$). Сплошная линия соответствует суммарному коэффициенту оже-рекомбинации $((C_1 + C_2) \pi^2 R^4)$

В пределе нити бесконечного радиуса выражение для коэффициента квазипорогового процесса оже-рекомбинации переходит в выражение для коэффициента оже-рекомбинации в однородном полупроводнике. Считая, что уровни размерного квантования носителей сливаются в непрерывный спектр, и проводя по ним интегрирование, получаем

$$C_2 \pi^2 R^4 \rightarrow \frac{16\sqrt{2} \pi^{5/2}}{3} \frac{e^4 \hbar^3}{\kappa_\infty^2} \times \frac{F(\Delta_{so}/E_g)}{E_g^{5/2} T^{1/2} m_c^{1/2} m_h^{3/2}} \exp\left(-\frac{E_{th}}{T}\right), \quad (33)$$

где E_{th} — пороговая энергия СНСС-процесса в однородном полупроводнике; в модели Кейна $E_{th} \approx (2m_c/m_h)E_g$. Заметим, что для широких ям необходимо учитывать не только процесс с $k_f = k_h + k_{c1} + k_{c2}$, но и еще три процесса, соответствующие $k_f = k_h + k_{c1} - k_{c2}$, $k_f = k_h - k_{c1} + k_{c2}$ и $k_f = k_h - k_{c1} - k_{c2}$. Выражение (33) можно сравнить с известным результатом Гельмонта [13], полученным для коэффициента оже-рекомбинации в однородном полупроводнике:

$$C_{3D} = 6\sqrt{2} \pi^{5/2} \frac{e^4 \hbar^3}{\kappa_0^2} \frac{1}{E_g^{5/2} T^{1/2} m_c^{1/2} m_h^{3/2}} \times \exp\left(-\frac{E_{th}}{T}\right). \quad (34)$$

Небольшое отличие в численном коэффициенте связано с предположением $\Delta_{so} \gg E_g$, сделанным в работе [13].

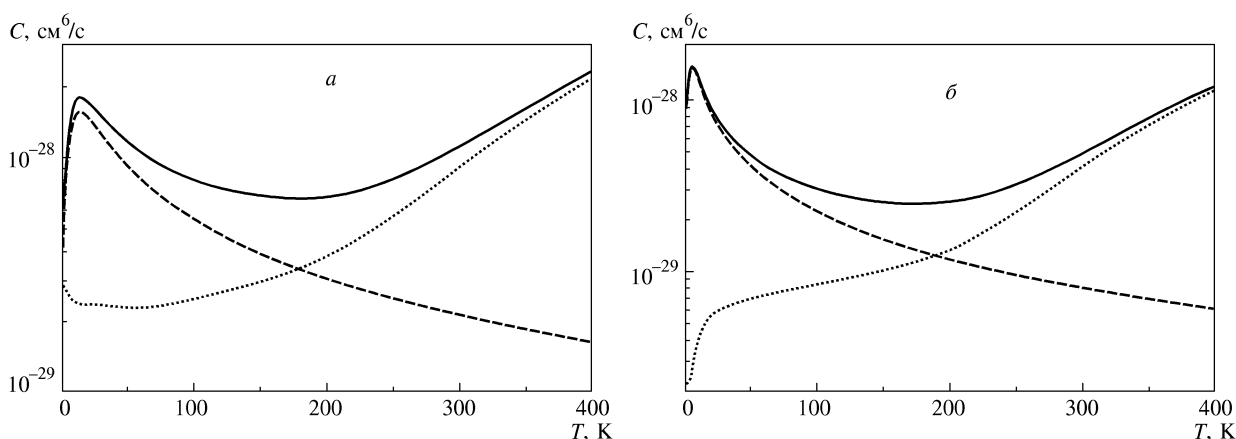


Рис. 2. Зависимость коэффициента оже-рекомбинации для СНСС-процесса от температуры для двух механизмов оже-рекомбинации: беспорогового ($C_1\pi^2R^4$, штриховые кривые) и квазипорогового ($C_2\pi^2R^4$, пунктирные кривые) для широких нитей при $R = 150$ (а) и $R = 250$ (б). Сплошная линия соответствует суммарному коэффициенту оже-рекомбинации ($(C_1 + C_2)\pi^2R^4$)

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ процессов оже-рекомбинации в полупроводниковых структурах с квантовыми нитями показал, что существуют два различных механизма оже-рекомбинации: беспороговый и квазипороговый. Беспороговый процесс имеет два канала, связанные с рассеянием продольной компоненты квазиимпульса и момента импульса. Первый канал аналогичен беспороговому оже-процессу в квантовых ямах, а второй аналогичен беспороговому каналу оже-рекомбинации в квантовых точках. Коэффициенты, соответствующие этим каналам, имеют различную зависимость от высот барьеров для электронов и дырок. Это обстоятельство, в частности, препятствует подавлению оже-рекомбинации в полупроводниковых гетероструктурах второго типа с квантовыми нитями в отличие от структур с квантовыми ямами [14]. В квантовых ямах пороговый СНСС-процесс оже-рекомбинации соответствовал переходу возбужденного электрона в дискретный спектр. Для нитей, как показано выше, существует также пороговый процесс с переходом электрона в непрерывный спектр. По этой причине в нитях нет смысла разделять квазипороговый и пороговый процессы на два отдельных процесса.

Для анализа коэффициентов оже-рекомбинации взята типичная гетероструктура на основе соединения InGaAsP с энергией запрещенной зоны $E_g = 1$ эВ.

Как видно из рисунков 1, 2, коэффициент C_1 , соответствующий беспороговому процессу оже-рекомбинации, является слабой функцией температуры для узких квантовых нитей и убывает с температурой для широких. Квазипороговый

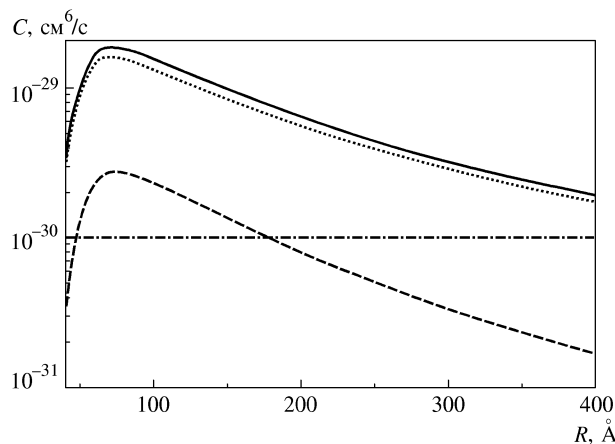


Рис. 3. Зависимость коэффициента оже-рекомбинации для беспорогового ($C_1\pi^2R^4$, штриховая кривая) и квазипорогового ($C_2\pi^2R^4$, пунктир) процессов от радиуса квантовой нити при температуре $T = 300$ К. Сплошная линия соответствует суммарному коэффициенту оже-рекомбинации ($(C_1 + C_2)\pi^2R^4$), а горизонтальная штрихпунктирная линия соответствует трехмерному коэффициенту СНСС-процесса

коэффициент оже-рекомбинации C_2 , наоборот, возрастает с ростом температуры. Для тонких нитей C_2 также является слабой функцией температуры (рис. 1). С ростом радиуса нити R зависимость C_2 от температуры усиливается и приближается к пороговой (экспоненциальной) зависимости в объемных полупроводниках (рис. 2). При этом количественное соотношение между C_1 и C_2 также меняется: C_1 убывает с ростом R быстрее чем C_2 ,

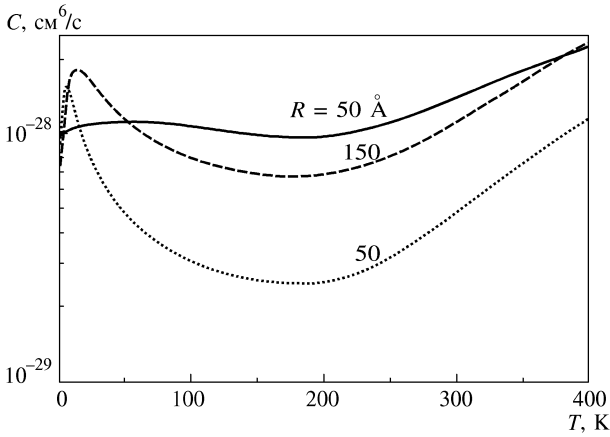


Рис. 4. Температурная зависимость суммарного коэффициента оже-рекомбинации при различных радиусах квантовой нити

так что эффективный трехмерный коэффициент $C_{3D}^1 = C_1(\pi R^2)^2$ обращается в нуль при $R \rightarrow \infty$, а $C_{3D}^2 = C_2(\pi R^2)^2$ приближается к объемному коэффициенту оже-рекомбинации C_{3D} (рис. 3). Для тонких нитей оже-коэффициенты квазипорогового и беспорогового процессов значительно превышают трехмерный коэффициент C_{3D} , отнесенный к квадрату площади цилиндрического сечения нити $((\pi R^2)^2)$. Коэффициент оже-рекомбинации является немонотонной функцией радиуса нити в широком диапазоне температур (рис. 4). Для узких нитей малость оже-коэффициента связана, в первую очередь, со слабым перекрытием волновых функций электронов и дырок, находящихся в связанных состояниях. С увеличением радиуса нити уменьшается влияние гетеробарьеров на процессы оже-рекомбинации, при этом проявляется пороговая природа этих процессов. Таким образом, для нитей большого радиуса происходит уменьшение коэффициента оже-рекомбинации до значения, соответствующего трехмерному оже-коэффициенту однородного полупроводника.

Как следует из проведенного анализа, механизмы оже-рекомбинации в квантовых нитях в целом схожи с такими же механизмами в квантовых ямах [5], имеется лишь количественное различие.

Для однородных полупроводников первый порядок теории возмущений по межэлектронному взаимодействию недостаточен для расчета коэффициента оже-рекомбинации. Это связано с тем, что на пороговый процесс оже-рекомбинации существенное влияние оказывают процессы электрон-фононной и электрон-электронной релакса-

ций, частично снимающие порог оже-рекомбинации. Однако первый порядок теории возмущений дает качественно правильный результат для полупроводниковых гетероструктур с квантовыми нитями и квантовыми ямами, так как влияние гетеробарьеров на процессы оже-рекомбинации играет более важную роль, чем процессы релаксации, если характерные размеры гетероструктуры меньше длины свободного пробега носителей [15, 16].

В заключение авторы выражают благодарность В. Головачу за обсуждение отдельных результатов работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 97-02-18151, 98-07-90336 и 99-02-16796), а также Российской государственной программы: Физика твердотельных наноструктур (проекты 97-1035 и 97-003).

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. Вычисление беспорогового матричного элемента

Беспороговый матричный элемент может быть записан в виде

$$M^{(1)} = \frac{4\pi e^2}{\kappa_\infty} \times \int_0^R \rho_1 d\rho_1 I_m(q\rho_1) \mathbf{R}_2^*(\rho_1) \mathbf{R}_3(\rho_1) J^{(1)}, \quad (35)$$

где

$$J^{(1)} = \sum_{\eta=s,p} \left[a_{1\eta} a_{4\eta} \int_0^R \rho d\rho K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho) J_{m_{1\eta}}(k_1\rho) + b_{1\eta} b_{4\eta} \int_R^\infty \rho d\rho K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(\kappa_4\rho) K_{m_{1\eta}}(\kappa_1\rho) \right], \quad (36)$$

η соответствует номеру базисной функции и с учетом спина пробегает 8 значений. Так как при беспороговом процессе $k_4 \gg k_1$, можно разложить интегралы в ряд по первообразным $K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho)$. Оставляя только члены линейные по $V_c/E_g, V_v/E_g$ (V_c, V_v — высоты барьеров соответственно для электронов и дырок), разложим (36) в ряд по q и m . Предположение $(V_c, V_v) \ll E_g$ обычно справедливо для широкого класса гетероструктур. При таких предположениях можно записать

$$J^{(1)} = [\mathbf{F}_{4s}^1 R_{1s}]_R - [\mathbf{F}_{4\rho}^2 R_{1\rho}^*]_R + [\mathbf{F}_{4s}^3 R_{1s}'']_R. \quad (37)$$

Здесь нижний индекс нумерует частицу и базисное состояние (s, \mathbf{p}) , квадратные скобки обозначают разрыв функции в точке $\rho = R$. Первообразная от произведения $K_m(q\rho)J_{m_{4\eta}}(k_4\rho)$ порядка n обозначена \mathbf{F}_4^n . Компонента ρ в используемом базисе (1) имеет вид $F_\rho = \sqrt{-2F_{\rho+}F_{\rho-}}$. Подставляя в (37) конкретный вид волновых функций (7), получаем (23).

В. Вычисление квазипорогового матричного элемента

Квазипороговый матричный элемент оже-рекомбинации имеет вид

$$\begin{aligned}
 M^{(2)} = & \\
 = & \frac{4\pi e^2}{\kappa_\infty} \int_0^R \rho_1 d\rho_1 \mathbf{R}_2^*(\rho_1) \mathbf{R}_3(\rho_1) \times \\
 & \times \sum_{\eta=s, \mathbf{p}} a_{1\eta} a_{4\eta} \left[\int_0^{\rho_1} \rho d\rho K_m(q\rho_1) + \right. \\
 & + I_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho) J_{m_{1\eta}}(k_1\rho) + \\
 & \left. + \int_0^\infty \rho d\rho I_m(q\rho_1) K_m(q\rho) J_{m_{4\eta}}(k_4\rho) J_{m_{1\eta}}(k_1\rho) \right]. \quad (38)
 \end{aligned}$$

При выполнении условия $k_4^2 + q^2 \gg k_1^2$ можно считать, что хотя бы одна из функций $J_m(k_4\rho)$, $I_m(q\rho)$ быстро меняется по сравнению с $J_0(k_1\rho)$. Тогда, как легко показать, первый исчезающий член разложения по параметру $k_1/(k_4^2 + q^2)^{1/2}$ дает

$$\begin{aligned}
 M^{(2)} = & \frac{4\pi e^2}{\kappa_\infty} a_{1s} a_{4s} \int_0^R \rho_1 d\rho_1 \mathbf{R}_2^*(\rho_1) \mathbf{R}_3(\rho_1) \times \\
 & \times \frac{\rho_1}{k_4^2 + q^2} J_0(k_1\rho_1) \left[K_m(q\rho_1) \left(q I_{m-1}(q\rho_1) J_m(k_4\rho_1) - \right. \right. \\
 & - k_4 I_m(q\rho_1) J_{m-1}(k_4\rho_1) - \frac{m}{\rho_1} I_m(q\rho_1) J_m(k_4\rho_1) \left. \right) + \\
 & + I_m(q\rho_1) \left(q K_{m-1}(q\rho_1) J_m(k_4\rho_1) + k_4 K_m(q\rho_1) \times \right. \\
 & \left. \left. \times J_{m-1}(k_4\rho_1) - \frac{m}{\rho_1} K_m(q\rho_1) J_m(k_4\rho_1) \right) \right]. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Используя соотношение

$$K_m(q\rho_1) I_{m-1}(q\rho_1) + K_{m-1}(q\rho_1) I_m(q\rho_1) = \frac{2}{q\rho_1} \quad (40)$$

(которое легко можно получить дифференцированием его левой части), получаем для матричного элемента выражение (23).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Абакумов, В. И. Перель, И. Н. Ясневич, *Безызлучательная рекомбинация в полупроводниках*, ПИЯФ, Гатчина (1997).
2. Г. Г. Зегря, В. А. Харченко, ЖЭТФ **101**, 327 (1992).
3. M. I. Dyakonov and V. Yu. Kachorovskii, Phys. Rev. B **49**, 17130 (1994).
4. G. G. Zegrya, A. D. Andreev, N. A. Gun'ko, and E. V. Frolushkina, Proc. SPIE **2399**, 307 (1995).
5. A. S. Polkovnikov and G. G. Zegrya, Phys. Rev. B **58**, 4039 (1998), Г. Г. Зегря, А. С. Полковников, ЖЭТФ **113**, 1491 (1998).
6. Г. Г. Зегря, А. С. Полковников, *2-ая Российская конференция по физике полупроводников. Тезисы докладов*, Т. 1 (1996), стр. 95.
7. В. А. Foreman, Phys. Rev. B **49**, 1757 (1994).
8. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).
9. P. C. Sercel and K. J. Vahala, Phys. Rev. B **42**, 3690 (1990).
10. Р. А. Сурис, ФТП **20**, 2008 (1986).
11. M. G. Burt, J. Phys.: Condens. Matter **4**, 6651 (1992).
12. В. А. Foreman, Phys. Rev. B **56**, 12748 (1997).
13. Б. Л. Гельмонт, ЖЭТФ **75**, 536 (1978).
14. Г. Г. Зегря, А. Д. Андреев, ЖЭТФ **109**, 615 (1996).
15. A. S. Polkovnikov, E. B. Dogonkine, and G. G. Zegrya, *7th Int. Symposium Nanostructures: Physics and Technology*, St. Petersburg, Russia (1999), p. 386.
16. A. S. Polkovnikov and G. G. Zegrya, submitted to Phys. Rev.