ЖЭТФ, 2000, том 117, вып. 3, стр. 511–516

СТРУКТУРА ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ЭЛЕКТРОН В ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

В. Д. Таранухин*

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119899, Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 октября 1999 г.

Методом усреднения по собственному времени ведущего центра электрона получено выражение для пондеромоторной силы, действующей на классический электрон в слабо неоднородном поле произвольной интенсивности. Показано, что в сверхсильных (релятивистских) полях эта сила приобретает вихревой характер и зависит от поляризации поля. На основе этого эффекта возможна разработка систем принципиально нового типа для ускорения или удержания заряженных частиц.

PACS: 41.75.-i, 41.85.Ja, 52.20.Dq, 52.35.Mw

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема взаимодействия свободных (квазисвободных) электронов с лазерными полями большой интенсивности приобрела в последнее время большое значение в связи с созданием лазерных источников с пиковой интенсивностью $I \sim 10^{18}$–10^{21} Вт/см^2. В полях такой интенсивности электрон приобретает скорости, сравнимые со скоростью света, и учет релятивистских эффектов становится принципиально важным. Важно также, что такие поля достигаются при генерации ультракоротких лазерных импульсов и при жесткой фокусировке излучения, когда помимо осцилляторной компоненты движения существенное значение имеет дрейф электрона вследствие временно́й и пространственной неоднородностей поля. Этот дрейф описывают с помощью пондеромоторных сил $\mathbf{F}_L$. В настоящем сообщении обсуждаются новые особенности этих сил в сверхинтенсивных лазерных полях, действующих 1) на свободные электроны (в общем случае, на любые заряженные частицы), влетающие извне в лазерный пучок, 2) на фотоэлектроны, появляющиеся внутри лазерного пучка в процессе (многофотонной) ионизации атомов.

*E-mail: tvd@ssf.phys.msu.su

В относительно слабых полях усредненное (по быстрым осцилляциям) движение электрона (пондеромоторный дрейф) описывают силой Гапонова–Миллера [1], имеющей градиентный характер:

$$\mathbf{F}_L = -\nabla U_p, \qquad (1)$$

где

$$U_p = \frac{e^2 E_{00}^2}{4m\omega^2}$$

— пондеромоторный потенциал поля — скалярная функция, полностью определяющая вектор $\mathbf{F}_L$ (E_{00} и ω — амплитуда и частота поля, e и m — заряд и масса электрона). Учет релятивистских эффектов при расчете пондеромоторных сил проводился в ряде работ. В [2] исследован случай влета электрона в поле с большой (релятивистской) скоростью. Однако само поле считалось достаточно слабым. Авторы [3] для расчета пондеромоторных сил в сильных полях производили усреднение релятивистских уравнений движения по фазе

$$\eta = \omega t - \mathbf{kr}$$

(t — время, $\mathbf{r}$ — координата электрона, $\mathbf{k}$ — волновой вектор излучения). В [4] по этому же параметру усреднялась функция Лагранжа.

В настоящей работе сила $\mathbf{F}_L$ найдена (следуя процедуре Гапонова–Миллера [1]) методом усреднения уравнений движения по времени t в лабораторной системе координат (Л-системе) или по времени t' в сопровождающей системе координат (С-системе), в которой электрон в среднем покоится. Такая процедура усреднения представляется наиболее последовательной, она впервые позволила выявить новые свойства пондеромоторных сил в сверхсильных полях. Расчет выполнен для случая достаточно слабой пространственной (временнóй) неоднородности лазерного излучения без каких-либо ограничений на его интенсивность. Показано, что пондеромоторная сила, действующая на электрон в С-системе, имеет в общем случае не градиентный характер (хотя по-прежнему может быть описана одной скалярной функцией — эффективной массой электрона в поле). Найдено также, что эта сила зависит от поляризации лазерного поля, что существенно для создания новых систем ускорения или удержания заряженных частиц в сверхсильных полях.

2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Будем предполагать пространственную (временнýю) неоднородность поля слабой, так что справедливы соотношения

$$\Delta r_f \gg \lambda, \quad \Delta t_f \gg \omega^{-1}, \tag{2}$$

где λ — длина волны, а Δr_f и Δt_f — характерные пространственные и временные масштабы изменения интенсивности лазерного излучения. Так как смещение электрона δr_e за время оптического цикла в любых полях и при любых начальных скоростях меньше λ, условия (2) позволяют считать изменения амплитуды поля (на расстояниях $\sim \delta r_e$ или за время $\sim \omega^{-1}$) малыми по сравнению с изменениями его фазы. С учетом (2) представим электрическую компоненту поля в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r},t)\cos\left[\eta + \varphi(\mathbf{r},t)\right] \approx \mathbf{E}^0 + \Delta\mathbf{E}, \tag{3}$$

где $\mathbf{E}^0 = \mathbf{E}_{00}\cos\eta$ описывает плоскую волну, а $\Delta\mathbf{E}$ учитывает в общем случае отличие реального поля от $\mathbf{E}^0$ по амплитуде, фазе и поляризации:

$$\Delta\mathbf{E} = \delta\mathbf{E}_a + \delta\mathbf{E}_\varphi + \delta\mathbf{E}_e.$$

В параксиальных пучках радиуса r_0 изменение поляризации поля (на расстояниях $\sim r_0$)

$$\left|\frac{\delta\mathbf{E}_e}{\mathbf{E}_{00}}\right|_{max} \sim \frac{\lambda}{r_0} \ll 1$$

(см. [5]). При этом

$$\left|\frac{\delta\mathbf{E}_e}{\mathbf{E}_{00}}\right| \sim \left(\frac{\lambda}{r_0}\right)^2$$

для смещений электрона $\delta r_e \le \lambda$, и вкладом в $\Delta\mathbf{E}$ от изменения поляризации будем пренебрегать. Магнитное поле вычисляется точно по $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ из уравнений Максвелла:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^0 + \Delta\mathbf{B},$$

где $\mathbf{B}^0$ соответствует плоской волне.

В соответствии со сделанным предположением будем считать, что в нулевом приближении поле является плоской волной (в любой системе координат). При этом полный импульс электрона равен

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}^0 + \Delta\mathbf{p}$$

и справедливы следующие уравнения (торможение излучением не учитывается):

$$\frac{d\mathbf{p}^0}{dt} = e\mathbf{E}^0 + e[\mathbf{v}^0 \times \mathbf{B}^0], \tag{4}$$

$$\frac{d\Delta\mathbf{p}}{dt} = e\Delta\mathbf{E} + e[\mathbf{v}^0 \times \Delta\mathbf{B}] + e[\Delta\mathbf{v} \times \mathbf{B}^0], \tag{5}$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{v}^0 + \Delta\mathbf{v}$ — скорость электрона, $\mathbf{v}^0$ — скорость электрона в плоской волне (используется система единиц, в которой скорость света $c = 1$, и кулоновская калибровка потенциала: $\operatorname{div}\mathbf{A} = 0$). Усреднение (5) по времени в С-системе (символически обозначенное оператором $\hat{T}$) приводит к выражению для пондеромоторной силы

$$\hat{T}[d\Delta\mathbf{p}/dt] \to \mathbf{F}_C. \tag{6}$$

При этом силу $\mathbf{F}_C$ можно выразить через параметры поля в Л-системе, а соотношение

$$\mathbf{F}_L = \frac{\mathbf{F}_C + \left[(\gamma-1)/V_0^2\right]\left(\mathbf{F}_C\cdot\mathbf{V}_0\right)\cdot\mathbf{V}_0}{\gamma}, \quad \gamma = (1 - V_0^2)^{-1/2}, \tag{7}$$

осуществляет связь между пондеромоторной силой $\mathbf{F}_C$ в С-системе (движущейся со скоростью $\mathbf{V}_0$ относительно Л-системы) и пондеромоторной силой $\mathbf{F}_L$

в Л-системе. Предполагается, что скорость дрейфа электрона $\mathbf{V}_0$ известна из начальных условий и решения уравнения движения ведущего центра электрона (в Л-системе) на предыдущем этапе

$$\gamma m \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} = \mathbf{F}_L - (\mathbf{V}_0\mathbf{F}_L)\mathbf{V}_0. \tag{8}$$

Если скорость дрейфа является нерелятивистской, то $\mathbf{F}_L \approx \mathbf{F}_C$.

3. ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ СИЛЫ В ИМПУЛЬСНОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЕ

Рассмотрим сначала действие пондеромоторных сил на фронте и спаде импульсной плоской волны. В этом случае существует строгое решение [6] для эволюции электрона — его координаты $\mathbf{r}(\eta)$ и импульса $\mathbf{p}(\eta)$ в Л-системе. Это решение, однако, является неявным, и использование процедуры усреднения, приводящей к явному виду для пондеромоторной силы, является полезным (например, для описания новых эффектов типа градиентной стабилизации ионов относительно туннельной ионизации в сверхсильных лазерных полях [7]).

Дифференцируя выражение для импульса $\mathbf{p}(\eta)$ [6] по «лабораторному» времени t, получим выражение для силы, действующей на электрон. Усреднение быстрой фазы этой силы по t приводит к выражению для пондеромоторной силы (ср. с (1))

$$\mathbf{F}_L = \hat{\mathbf{x}}\omega \frac{\partial U_p^*}{\partial \eta} = -\nabla U_p^*\,, \tag{9}$$

где U_p^* — пондеромоторный потенциал с учетом эффективной массы электрона m^* в поле, $\hat{\mathbf{x}}$ — орт вдоль направления волнового вектора $\mathbf{k}$. Сила (9) формально имеет градиентный вид, хотя отлична от нуля только ее компонента вдоль $\mathbf{k}$.

4. ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ СИЛЫ В СТАЦИОНАРНОМ ЛАЗЕРНОМ ПУЧКЕ

Считаем, что в точке, где в данный момент находится электрон, поле в нулевом приближении является плоской волной, в частности, в С-системе, в которой электрон в среднем покоится, и скорость которой $\mathbf{V}_0$ относительно Л-системы предполагается известной из решения уравнения (8) на предыдущем этапе. Рассмотрим сначала линейно поляризованное поле. Направим орты $\hat{\mathbf{y}}$ по $\mathbf{E}^0$, $\hat{\mathbf{z}}$ — по $\mathbf{B}^0$, а $\hat{\mathbf{x}}$ — вдоль $\mathbf{k}$. Параметрическое решение уравнения (4) для координат электрона в С-системе имеет вид [6]

$$\begin{aligned} x &= -\frac{e^2E_{00}^2}{8m^{*2}\omega^3}\sin 2\eta, \\ y &= -\frac{eE_{00}}{m^*\omega^2}\cos\eta, \quad z = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

где $m^{*2} = m^2 + e^2E_{00}^2/2\omega^2$, а связь между временем t' (собственным временем ведущего центра электрона: $dt' = dt/\gamma$) и фазой η задается соотношением

$$t' = \frac{\eta}{\omega} - \frac{e^2E_{00}^2}{8m^{*2}\omega^3}\sin 2\eta. \tag{11}$$

Для нахождения силы $\mathbf{F}_C$ (6) необходимо определить приращения $\Delta\mathbf{E}$, $\Delta\mathbf{B}$ и $\Delta\mathbf{v}$ (см. (5)) за счет неоднородности поля. Разлагая (3) в ряд по $\mathbf{r}$, в первом приближении получим

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{E} \approx \cos\eta(\delta\mathbf{r}_e\cdot\nabla)\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) - \\ - \mathbf{E}_{00}\sin\eta(\delta\mathbf{r}_e\cdot\nabla)\varphi(\mathbf{r}_0), \end{aligned} \tag{12}$$

$$\Delta\mathbf{v} \approx (\delta\mathbf{r}_e\cdot\nabla)\mathbf{v}^0(\mathbf{E}), \tag{13}$$

где $\delta\mathbf{r}_e$ и $\mathbf{v}^0 = \partial(\delta\mathbf{r}_e)/\partial t'$ — смещение и скорость электрона, рассчитанные в нулевом приближении (10) с учетом (11); в $\mathbf{v}_0$ в качестве аргумента используется поле (3)

$$\mathbf{E}_{00} \to \mathbf{E}_0(\mathbf{r}), \quad \eta \to \eta + \varphi(\mathbf{r});$$

$\Delta\mathbf{B}$ рассчитывается из уравнений Максвелла.

Стационарный (в Л-системе) лазерный пучок в С-системе уже не является стационарным, и в приращения (12), (13) должны входить также слагаемые с временны́ми производными от амплитуды и фазы поля $\mathbf{E}$, учитывающие неоднородность поля на масштабах $\delta r_v \sim V_0/\omega$, которую электрон испытывает за счет дрейфа. Если $\delta r_v < \delta r_e$ (скорость дрейфа меньше скорости осцилляций электрона или неоднородность поля вдоль направления $\mathbf{V}_0$ незначительна), то эффектами нестационарности можно пренебречь и использовать выражения (12), (13). В противоположном случае нестационарность поля будет давать основной вклад в пондеромоторную силу $\mathbf{F}_C$. Заметим, что в реальных ситуациях большой дрейфовой скоростью электрон обладает, как правило, в области относительно слабых полей (например, при влете в лазерный пучок или вылете из него), а в области сильного поля скорость $\mathbf{V}_0$ достаточно мала (за счет торможения электрона пондеромоторными силами после влета в пучок или за счет «нулевых» начальных скоростей фотоэлектронов при многофотонной ионизации атомов (ионов) в сильных полях [8]). Случай релятивистских скоростей $\mathbf{V}_0$ и относительно слабых полей рассмотрен в [2]. Здесь же мы исследуем обратный случай, когда нестационарность (в C-системе) не играет принципиальной роли.

Используя (12), (13) в уравнении (5), после усреднения (6) по времени t' получим

$$\mathbf{F}_C = -\left(\nabla + \hat{\mathbf{y}}\Phi_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{x}}\Phi_x \frac{\partial}{\partial x}\right) m^*, \qquad (14)$$

где

$$\Phi_y = \frac{2(1-2\beta)(1+\beta)(1-\beta_1)}{\beta\beta_1} \approx \beta(1+\beta)(1-2\beta),$$

$$\Phi_x = \frac{\beta^2}{2} + \frac{(1-2\beta)(1-\beta_1)}{\beta} \approx \frac{\beta(1-\beta)}{2},$$

$$\beta_1 = (1-\beta^2)^{1/2}, \quad \beta = U_p^*/m^*$$

(функции $\Phi_{x,y}(\beta)$ показаны на рис. 1, штриховыми линиями показаны приближенные зависимости $\Phi_{x,y}(\beta)$). Видно, что сила (14) в общем случае не является градиентной: ее вихревая часть содержит компоненты вдоль волнового вектора и поляризации электрического поля. В ультрарелятивистском случае $\Phi_x \gg \Phi_y \approx 0$. Вихревая часть силы $\mathbf{F}_C$ содержит все четные степени амплитуды векторного потенциала поля и стремится к нулю при $\mathbf{A} \to 0$, при этом $\Phi_{x\,max} \approx 0.125$, а $\Phi_{y\,max} \approx 0.168$ (заметим, что возможная зависимость силы $F_L \sim E_{00}^4$ обсуждалась в [9]).

Аналогичный расчет для циркулярно поляризованного поля приводит к выражению (14) с $\Phi_{x,y} = 0$, т. е. пондеромоторная сила в этом случае остается градиентной в C-системе. Отметим также, что при любой поляризации поля градиент фазы $\nabla\varphi(\mathbf{r})$ (как и в случае слабых полей) вклада в пондеромоторную силу не дает. Это свойство пондеромоторных сил нарушается при больших скоростях дрейфа $\mathbf{V}_0$.

Для приложений силу $\mathbf{F}_C$ (14) следует выразить через параметры поля в Л-системе. Так как отношение $E_{00}/\omega \sim |\mathbf{A}|$ сохраняется при преобразовании Лоренца, в (14) изменятся лишь характерные пространственные масштабы поля. Эти изменения

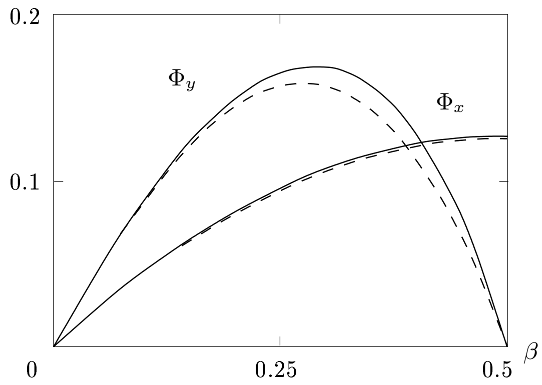

Рис. 1. Функции $\Phi_{x,y}(\beta)$, определяющие зависимость вихревой части пондеромоторной силы в C-системе от напряженности линейно поляризованного поля. Штриховыми линиями показаны приближенные зависимости $\Phi_{x,y}$ от параметра β (см. текст)

(соответствующие лоренцовскому сокращению линейных размеров) являются в общем случае разными вдоль разных координатных осей и определяются направлением дрейфовой скорости $\mathbf{V}_0$. Следовательно, в (14) следует произвести замены

$$\frac{\partial}{\partial x} \to \gamma_x \frac{\partial}{\partial x_L}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \to \gamma_y \frac{\partial}{\partial y_L}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \to \gamma_z \frac{\partial}{\partial z_L}, \qquad (15)$$

где $\gamma_i = (1-V_{0i}^2)^{-1/2}$, $i = x, y, z$ (индекс L отмечает координаты в Л-системе). Эти замены нарушают, строго говоря, градиентность силы $\mathbf{F}_C$ даже при $\Phi_{x,y} = 0$. Дополнительное нарушение этой градиентности происходит при преобразовании (7). Однако при достаточно малых скоростях $\mathbf{V}_0$ основной вклад в вихревую часть силы $\mathbf{F}_L$ дают члены $\Phi_{x,y}$ (см. (14)).

Таким образом, формулы (7), (14) (или (9)) определяют пондеромоторные силы в лазерном поле произвольной интенсивности, что позволяет описать эволюцию электрона в таких полях с помощью уравнения (8). Структура этих сил гораздо сложнее, чем в нерелятивистском случае (1), и определяется в общем случае всеми четными степенями амплитуды лазерного поля. Комбинируя (7) и (8), окончательно получаем уравнение для дрейфовой скорости электрона в поле произвольной интенсивности:

$$m\gamma^2 \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} = \mathbf{F}_C - \frac{\gamma-1}{\gamma V_0^2}(\mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{F}_C)\mathbf{V}_0, \qquad (16)$$

где сила $\mathbf{F}_C$ (14) должна быть выражена через параметры поля в Л-системе (см. (15)).

Вихревой характер пондеромоторных сил в сильных полях означает возможность совершения работы над зарядом в замкнутом цикле, т. е. возможность принципиально новых систем, ускоряющих или замедляющих (удерживающих) заряженные частицы. Обнаруженное отличие в пондеромоторных силах для линейно и циркулярно поляризованных полей позволяет разработку таких систем за счет комбинации сверхсильных полей различной поляризации. Проиллюстрируем эту возможность на простейшем примере электрона, влетающего с нерелятивистской скоростью $\mathbf{V}_0$ в сильное лазерное поле, обладающее существенной пространственной неоднородностью лишь вдоль одной координаты, например y. При этом будет меняться только y-компонента дрейфовой скорости электрона V_{0y}. Из (16) в этом случае получаем

$$m\frac{dV_{0y}}{dt} = -(1+\Phi_y)\frac{\partial m^*}{\partial y}, \tag{17}$$

откуда для изменения кинетической энергии электрона, обусловленной его дрейфовым движением, находим

$$\Delta\varepsilon = -\int\limits_{y_0}^{y}(1+\Phi_y)\frac{\partial m^*}{\partial y}\,dy, \tag{18}$$

где y_0 — начальная координата заряда. Пусть лазерный пучок организован так, что от периферии пучка (откуда влетает электрон) до его оси поле обладает, например, круговой поляризацией, а от оси пучка в другую сторону — линейной поляризацией. Такие пучки могут быть реализованы в лазерных импульсах с меняющейся во времени поляризацией [10] за счет комбинации двух ортогональных полей с различающимися частотами. В этом случае $\Phi_y = 0$ при влете электрона в пучок ($y_0 < y < y_m$, где y_m — координата, соответствующая оси пучка, т. е. максимальной амплитуде поля), а при вылете из пучка $\Phi_y \neq 0$:

$$\Phi_y \approx \frac{3\alpha^4 - 4\alpha^2 + 1}{4\alpha^6}, \quad \alpha = \frac{m^*}{m}. \tag{19}$$

Выражение (19) соответствует приближенной зависимости $\Phi_y(\beta)$ (см. рис. 1). После пролета через такой пучок электрон приобретает дополнительную кинетическую энергию

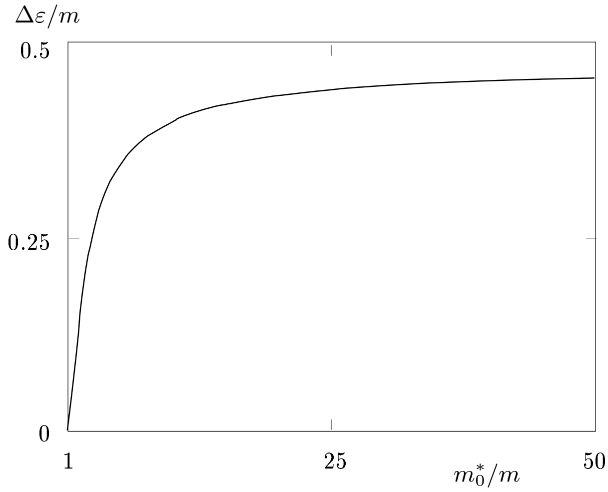

Рис. 2. Зависимость изменения дрейфовой энергии заряда при однократном прохождении лазерного пучка с комбинированной поляризацией поля от амплитуды поля на оси пучка ($m_0^* = \sqrt{m^2 + e^2E_{0m}^2/2\omega^2}$)

$$\begin{gathered}\frac{\Delta\varepsilon}{m} = \int\limits_{m}^{m_0^*}\Phi_y(m^*)\frac{dm^*}{m} = \int\limits_{1}^{\alpha_m}\Phi_y(\alpha)d\alpha \approx \\ \approx \frac{7}{15} - \left(\frac{3}{4\alpha_m} - \frac{1}{3\alpha_m^3} + \frac{1}{20\alpha_m^5}\right), \\ \alpha_m = \frac{m_0^*}{m}, \quad m_0^* = m^*(y_m).\end{gathered} \tag{20}$$

Зависимость этой энергии от эффективной массы m_0^* (от амплитуды поля на оси лазерного пучка E_{0m}) показана на рис. 2. Видно, что уже при $m_0^*/m = 10$ приращение энергии составляет значительную величину $\Delta\varepsilon \approx 0.4m$. Максимальное же приращение кинетической энергии заряда за один проход (при $m_0^* \to \infty$) равно $\Delta\varepsilon/m = 7/15$.

Таким образом, возможен принципиально новый механизм ускорения заряженных частиц (либо их эффективного «охлаждения» или удержания в определенном объеме), основанный на использовании новых свойств пондеромоторных сил в релятивистски сильных лазерных полях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-17525).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ **34**, 242 (1958).
2. Д. Р. Битук, М. В. Федоров, ЖЭТФ **116**, 1198 (1999).
3. S. P. Goreslavsky and N. B. Narozhny, J. Nonlinear Optical Physics and Materials **4**, 799 (1995).
4. D. Bauer, P. Mulser, and W.-H. Steeb, Phys. Rev. Lett. **75**, 4622 (1995).
5. Х. Хаус, *Волны и поля в оптоэлектронике*, Мир, Москва (1988).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).
7. R. V. Kulyagin and V. D. Taranukhin, Laser Physics **9**, 1026 (1999).
8. P. B. Corkum, Phys. Rev. Lett. **71**, 1994 (1993).
9. А. В. Серов, КЭ **25**, 197 (1998).
10. E. Constant, V. D. Taranukhin, A. Stolow, and P. B. Corkum, Phys. Rev. A **56**, 3870 (1997).