ЖЭТФ, 2000, том 117, вып. 3, стр. 526–536 © 2000

ДИФФУЗИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СИЛЬНОМ КРУПНОМАСШТАБНОМ СЛУЧАЙНОМ И РЕГУЛЯРНОМ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Ю. П. Мельников[*]

*Рыбинская государственная авиационная технологическая академия
152934, Рыбинск, Россия*

Поступила в редакцию 3 июня 1999 г.

Нелинейный столкновительный интеграл для усредненной по случайному магнитному полю функции Грина преобразуется с использованием некоторой итерационной процедуры с учетом сильного случайного рассеяния частиц на корреляционной длине случайного магнитного поля. При этом преобразовании регулярное магнитное поле считается однородным на расстоянии порядка корреляционной длины. Исследуются одночастичные функции Грина рассеянных частиц в присутствии регулярного магнитного поля. Вычисляются кинетические коэффициенты с учетом уширения циклотронных и черенковского резонансов за счет сильного случайного рассеяния. Найдены средние длины свободного пробега вдоль и поперек регулярного магнитного поля для степенного спектра случайного поля. Полученные аналитические результаты сравниваются с экспериментальными данными по транспортным пробегам солнечных и галактических космических лучей в межпланетном магнитном поле. В результате определяются условия распространения космических лучей в межпланетном пространстве и уточняется структура межпланетного магнитного поля.

PACS: 51.10.+y, 52.25.Fi, 52.65.+z, 96.40.Cd, 96.50.Ci, 98.70.Sa

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование диффузии высокоэнергичных заряженных частиц малой плотности в регулярном и сильном случайном магнитных полях является актуальным для физики космических лучей в межпланетной и межзвездной среде [1–6], высокотемпературной лабораторной плазмы [7–10], а также для физики ионосферной плазмы [11, 12]. Распространение космических лучей в межпланетной и межзвездной среде при достаточно малых энергиях частиц обычно исследуется в приближении крупномасштабного случайного рассеяния на МГД-волнах с учетом всех циклотронных гармоник в регулярном магнитном поле [1–6, 13–15].

При описании крупномасштабного рассеяния космических лучей в магнитном поле обычно используется приближение слабого случайного рассеяния, которое заключается в том, что рассеяние на циклотронных и черенковском резонансах слабо уширяется за счет вязкости и конечной проводимости плазмы. Уширение за счет случайного рассеяния или не учитывается, или вводится феноменологически [1–6], так как считается, что оно достаточно слабое.

Также при крупномасштабном случайном рассеянии используется приближение сильного регулярного магнитного поля [1–6, 13], при котором $R_0 \ll L_c$, где R_0 — ларморовский радиус частицы в регулярном магнитном поле, а L_c — корреляционная длина случайного магнитного поля. Получающаяся при этом импульсная зависимость транспортного пробега вдоль регулярного магнитного поля $\Lambda_\parallel$ для степенного спектра случайного поля имеет степенной характер, $\Lambda_\parallel \propto \mathbf{p}^{2-\nu}$, где $\mathbf{p}$ — импульс частицы, ν — спектральный индекс корреляционной функции

[*] E-mail: rgata@ryb.adm.yar.ru

случайного магнитного поля.

Наличие в межпланетной и межзвездной среде широкого спектра магнитных неоднородностей, рассеивающих частицы на большие углы, приводит к необходимости учета процессов сильного случайного рассеяния при взаимодействии частиц с крупномасштабным случайным магнитным полем. Кроме того, для корректного учета черенковского резонанса необходимо учитывать его уширение за счет сильного случайного рассеяния [1, 4–6].

В работах [14–16] исследованы нелинейные кинетические уравнения и, соответственно, учтено уширение резонансов при рассеянии частиц сильным случайным магнитным полем, образованным набором альфвеновских волн. В этих работах используется приближение аналогичное диффузионному. В них получены общие соотношения для уширения резонансов, но не получены окончательные формулы для транспортных пробегов с учетом спектральных и других особенностей случайного магнитного поля. В работе [4] были получены коэффициенты диффузии частиц при наличии мелкомасштабного случайного, крупномасштабного случайного и регулярного магнитных полей, т. е. с учетом уширения резонансов, однако не был учтен степенной спектр случайного магнитного поля.

В данной работе используется кинетическое уравнение, полученное в последовательной теории диффузии космических лучей, в котором учтены процессы сильного рассеяния частиц на крупномасштабных неоднородностях случайного магнитного поля с использованием нелинейного интеграла столкновений, т. е. с учетом уширения циклотронных резонансов [1, 6, 17–19]. Линеаризация столкновительного интеграла проводится с использованием одночастичных функций Грина в случайном и регулярном магнитных полях. Вычислены транспортные пробеги вдоль и поперек регулярного магнитного поля для степенного спектра случайного поля. Определены условия использования одночастичных функций Грина, полученных в различных приближениях, при линеаризации нелинейного столкновительного интеграла. Исследуется перегиб в импульсной зависимости транспортных пробегов при переходе от слабого к сильному случайному рассеянию. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными результатами по транспортным пробегам космических лучей в межпланетном магнитном поле. В результате уточняются характеристики регулярной и случайной составляющих межпланетного магнитного поля.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА ЛИНЕЙНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СЛАБОГО РЕГУЛЯРНОГО ПОЛЯ

Будем рассматривать частицы в широком диапазоне кинетических энергий, в том числе и таких, при которых ларморовский радиус в регулярном магнитном поле несколько превышает размер неоднородности. В этом случае будем использовать в нелинейном столкновительном интеграле подынтегральную функцию Грина для мелкомасштабного случайного поля [1, 2, 17–19]. Поэтому найдем первоначально функцию Грина в мелкомасштабном случайном и слабом регулярном магнитных полях.

Для подстановки в нелинейный столкновительный интеграл кинетического уравнения для усредненной по случайному магнитному полю функции распределения [17–19] будем использовать решение линейного кинетического уравнения для усредненной функции Грина $G_1(x, x_0)$:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{H}_0\mathbf{D}\right\} G_1(x, x_0) = \\ = \operatorname{St} G_1 + \delta(x - x_0), \qquad (1)$$

где $x \equiv \mathbf{r}, \mathbf{p}, t$; $x_0 \equiv \mathbf{r}_0$, $\mathbf{p}_0$, t_0; $\mathbf{r}$ — координата, $\mathbf{v}$ — скорость, а $\mathbf{p}$ — импульс частицы, t — время, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r}, t)$ — напряженность регулярного магнитного поля, $\mathbf{u}$ — скорость магнитного поля, $\mathbf{D} = (e/c)\left[(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \times \partial/\partial\mathbf{p}\right)$. Столкновительный интеграл $\operatorname{St} G_1$ имеет вид [18, 19]

$$\operatorname{St} G_1 = D_\alpha \int dx_1 B_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) \times \\ \times G_0(x, x_1) D_{1\beta} G_1(x_1, x_0), \qquad (2)$$

где

$$\delta(x - x_0) = \delta(t - t_0)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0),$$

а

$$G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0, t-t_0) = \theta(t-t_0)\delta\left(\mathbf{r}-\Delta\mathbf{r}(t-t_0)-\mathbf{r}_0\right) \times \\ \times \delta\left(\mathbf{p} - \Delta\mathbf{p}(t - t_0) - \mathbf{p}_0\right) \qquad (3)$$

— функция Грина частицы, движущейся в регулярном магнитном поле $\mathbf{H}_0$ в отсутствие случайного поля, $\Delta\mathbf{r}(t - t_0)$ и $\Delta\mathbf{p}(t - t_0)$ — изменение координаты и импульса частицы в регулярном магнитном поле за время $t - t_0$. По повторяющимся тензорным индексам проводится суммирование.

Будем исследовать случай $u \ll v$, поэтому положим $u = 0$. Рассмотрим случай изотропного случайного магнитного поля, созданного, например, набором альфвеновских волн со случайными фазами и амплитудами. Это поле описывается корреляционным тензором [1, 5, 6]

$$B_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \int d\mathbf{k}\, B(k) \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\right) \times \times \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega_a \tau\}, \quad (4)$$

где

$$B(k) = \frac{A_\nu k^2}{(k_0^2 - k^2)^{2+\nu/2}},$$

$$A_\nu = \frac{\Gamma(2+\nu/2) k_0^{\nu-1} \langle H_1^2\rangle}{3\pi^{3/2}\Gamma((\nu-1)/2)},$$

$\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{x} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\tau = t_1 - t_2$, $k_0 = L_c^{-1}$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t)$ — напряженность случайного магнитного поля, $\Gamma(n)$ — гамма-функция. В данном случае $\omega_a = \mathbf{v}_a \mathbf{k}_\parallel$, $\mathbf{k}_\parallel = \mathbf{H}_0(\mathbf{H}_0\mathbf{k})/H_0^2$, $v_a \ll v$, где $\mathbf{v}_a$ — скорость альфвеновских волн в межпланетном магнитном поле. Далее пренебрегаем ω_a, т. е. переходим к приближению «замороженной» турбулентности.

В нелинейном столкновительном интеграле $\mathrm{St}\, G$ [17–19] функция Грина $G(x, x_1)$ интегрируется по $\mathbf{r}_1$ и t_1 с корреляционным тензором $B_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1)$, поэтому основной вклад в этот интеграл будет давать функция Грина при малых временах $t - t_0 \ll L_c/v$.

Определим функцию Грина для частиц больших энергий в слабом регулярном магнитном поле при следующих значениях параметров: $R_0 > L_c$, $R_1 \gg L_c$, $t - t_0 \ll L_c/v$, где R_1 — ларморовский радиус в случайном магнитном поле. Перейдем к фурье-образу функции Грина $G_1(\mathbf{k}, t - t_0)$:

$$G_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, t - t_0) = (2\pi)^{-3} \times \times \int d\mathbf{k}\, G_1(\mathbf{k}, t - t_0) \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\}.$$

Тогда уравнение (1) для фурье-образа $G_1(\mathbf{k}, t - t_0)$ при малых временах в однородном регулярном и случайном магнитных полях можно приближенно записать в виде [18]

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i\mathbf{k}\mathbf{v} - i\Omega\left(\mathbf{h}_0\hat{\mathbf{L}}\right)\right\} G_1(\mathbf{k}, t - t_0) = = -\frac{1}{3}\omega_1^2 (t - t_0) \hat{\mathbf{L}}^2 G_1(\mathbf{k}, t - t_0) + \delta(t - t_0)\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0), \quad (5)$$

где $\omega_1 = e\langle H_1^2\rangle^{1/2}/mc$ — ларморовская частота в случайном магнитном поле,

$$\hat{\mathbf{L}} = -i\left[\mathbf{p} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right], \quad \Omega = \frac{eH_0}{mc},$$

$$\mathbf{d} = \left[\mathbf{v} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right], \quad \mathbf{h}_0 = \frac{\mathbf{H}_0}{H_0}.$$

Здесь корреляционный тензор случайного поля, нормированный на единицу, выбран следующим образом:

$$b_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{3}\left\{\psi(x)\delta_{\alpha\beta} + \psi_1(x)\frac{x_\alpha x_\beta}{x^2}\right\},$$

а корреляционная функция случайного магнитного поля имеет вид [1]

$$\psi(z) = \left[2^{(\nu-1)/2}\Gamma\left(\frac{\nu-1}{2}\right) z\right]^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \times \times \left[z^{(\nu+3)/2} K_{(\nu-1)/2}(z)\right], \quad (6)$$

где $K_\mu(z)$ — функция Макдональда. Введем функцию $g_1(\mathbf{k}, t - t_0)$:

$$g_1(\mathbf{k}, t - t_0) = \exp\left\{i\mathbf{k}\mathbf{v}(t - t_0) - i\Omega(t - t_0)\left(\mathbf{h}_0\hat{\mathbf{L}}\right)\right\} \times \times G_1(\mathbf{k}, t - t_0). \quad (7)$$

В получившемся уравнении для $g_1(\mathbf{k})$ пренебрежем слагаемым, описывающим уменьшение средней скорости рассеянных частиц, считая достаточно малым квадрат среднего угла случайного рассеяния на длине корреляции. Также пренебрежем членами, описывающими корреляцию положения частицы в $\mathbf{r}$-пространстве и направление ее импульса $\mathbf{p}$ [17–19]. Факторизуем полученное решение на множители, связанные с рассеянием в $\mathbf{r}$-пространстве и $\mathbf{p}$-пространстве. В результате получим

$$G_1(\mathbf{k}, t - t_0) = \exp\left\{-i\mathbf{k}\mathbf{v}(t - t_0) + i\Omega(t - t_0)\left(\mathbf{h}_0\hat{\mathbf{L}}\right)\right\} \times \times \exp\left\{-\frac{1}{12}\omega_1^2 (t - t_0)^4 [\mathbf{v} \times \mathbf{k}]^2\right\} \times \times \exp\left\{-\frac{1}{6}\omega_1^2 (t - t_0)^2 \hat{\mathbf{L}}^2\right\} G_1(\mathbf{k}, t \to t_0). \quad (8)$$

Оператор

$$\exp\left\{-i\mathbf{k}\mathbf{v}(t - t_0) + i\Omega(t - t_0)\left(\mathbf{h}_0\hat{\mathbf{L}}\right)\right\},$$

действуя на функцию $g_1(\mathbf{k}, t - t_0)$, изменяет координаты и импульс в соответствии с законом движения частицы в регулярном магнитном поле $\mathbf{H}_0$ за время $t - t_0$ [20]. Таким образом, окончательно получим

$$G_1(\mathbf{k}, t - t_0) = \exp\{-i\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}(t - t_0)\} \times \times \exp\left\{-\frac{1}{12}\omega_1^2 (t - t_0)^4 \left[(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}(t - t_0)) \times \mathbf{k}\right]^2\right\} \times \times \exp\left\{-\Delta\mathbf{p}(t - t_0)\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right\} \times \times \exp\left\{-\frac{1}{6}\omega_1^2 (t - t_0)^2 \hat{\mathbf{L}}^2\right\} G_1(\mathbf{k}, t \to t_0). \quad (9)$$

Предположим, что существует цилиндрическая симметрия вдоль направления регулярного магнитного поля. В этом случае можно усреднить экспоненциальные множители, связанные с изменением координаты и импульса частицы в $\mathbf{r}$-пространстве и $\mathbf{p}$-пространстве, по углу φ в плоскости циклотронного вращения частицы в регулярном магнитном поле. После усреднения по углу φ функция Грина примет вид

$$\begin{aligned} G_1(\mathbf{k}, t-t_0) &= \exp\left\{-i\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}_\parallel(t-t_0)\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{12}\omega_1^2(t-t_0)^4\left[v_\parallel^2 k_\perp^2 + v_\perp^2 k_\parallel^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2 k_\perp^2\right]\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{6}\omega_1^2(t-t_0)^2\hat{\mathbf{L}}^2\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\Delta\mathbf{p}_\parallel(t-t_0)\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}}\right\} G_1(\mathbf{k}, t\to t_0), \end{aligned} \qquad (10)$$

где $\mathbf{v}_\parallel = \mathbf{h}_0(\mathbf{h}_0\mathbf{v})$, $\mathbf{v}_\perp = \mathbf{v} - \mathbf{v}_\parallel$, $\mathbf{k}_\parallel = \mathbf{h}_0(\mathbf{h}_0\mathbf{k})$, $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{k} - \mathbf{k}_\parallel$, а $\Delta\mathbf{r}_\parallel$ и $\Delta\mathbf{p}_\parallel$ — функции $\Delta\mathbf{r}$ и $\Delta\mathbf{p}$, усредненные по углу циклотронного вращения φ, оператор $\hat{\mathbf{L}}^2$ также усреднен по φ. Из полученной функции Грина ясно, что под действием случайного магнитного поля вектор импульса частицы и координата частицы испытывают «уширение» относительно своего направления и траектории движения только в регулярном магнитном поле. Основной вклад в «уширительный» множитель столкновительного интеграла дает слагаемое в показателе экспоненты пропорциональное $v_\parallel^2 k_\perp^2$.

3. ФУНКЦИЯ ГРИНА ПРИ МАЛЫХ ВРЕМЕНАХ В СИЛЬНОМ РЕГУЛЯРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Найдем функцию Грина частицы в сильном регулярном и слабом случайном магнитных полях. Для этого найдем изменение импульса и координаты частицы в слабом случайном магнитном поле при наличии сильного регулярного магнитного поля. Введем единичный вектор полного магнитного поля:

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}_0 + \Delta\mathbf{h}(\mathbf{r}), \quad \Delta\mathbf{h} = \mathbf{H}_1/H_0,$$

$$|\mathbf{h}_0 + \Delta\mathbf{h}(\mathbf{r})| = 1,$$

где $\Delta\mathbf{h}(\mathbf{r})$ — относительный вектор случайного магнитного поля. Таким образом, случайная составляющая магнитного поля направлена при малых $\Delta\mathbf{h}$ почти перпендикулярно $\mathbf{h}_0$. Будем считать случайное магнитное поле достаточно слабым и найдем решение уравнения динамики с учетом только первого порядка по $\Delta\mathbf{h}_0/\mathbf{h}_0$. В этом случае относительный вектор случайного магнитного поля можно представить в виде

$$\Delta\mathbf{h} = \Delta\mathbf{h}_{\perp 1} + \Delta\mathbf{h}_{\perp 2}, \quad \Delta\mathbf{h}_{\perp 1} \perp \Delta\mathbf{h}_{\perp 2},$$

где $\Delta\mathbf{h}_{\perp 1}$ и $\Delta\mathbf{h}_{\perp 2}$ — независимые случайные компоненты $\Delta\mathbf{h}$, лежащие в плоскости перпендикулярной $\mathbf{h}_0$. Пренебрежем случайным изменением модуля магнитного поля $\mathbf{H}$ и случайным изменением импульса частицы параллельным регулярному магнитному полю $\mathbf{H}_0$. В этом случае итерационное решение уравнения движения частицы запишется в виде

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \Omega(t-t_0)\mathbf{p}_{0\parallel} \times \Delta\mathbf{h}, \qquad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_0 &+ \mathbf{p}_{0\perp}\left(\cos\Omega(t-t_0) - 1\right) + \\ &+ \mathbf{p}_0 \times \mathbf{h}_0 \sin\Omega(t-t_0). \end{aligned}$$

В данном решении не учитываются частицы, захваченные в магнитные ловушки, а учитываются только рассеянные пролетные частицы [1, 6]. Решение (11) находится на расстояниях порядка R_0, на которых для крупномасштабного поля полагаем $\Delta\mathbf{h} = \mathrm{const}$.

Координаты частицы изменяются следующим образом:

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_1 + \frac{1}{2}\Omega(t-t_0)^2\mathbf{v}_{0\parallel} \times \Delta\mathbf{h}, \qquad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 = \mathbf{v}_{0\parallel}(t-t_0) &+ \frac{\mathbf{v}_{0\perp}}{\Omega}\sin\Omega(t-t_0) \times \\ &\times \frac{\mathbf{v}_0 \times \mathbf{h}_0}{\Omega}\left(\cos\Omega(t-t_0) - 1\right). \end{aligned}$$

Пренебрегая в получаемой функции Грина множителями, связанными с корреляционными между $\mathbf{r}$-пространством и $\mathbf{p}$-пространством членами, представим функцию Грина частицы в сильном регулярном магнитном поле в виде

$$\begin{aligned} G_s(x, x_0) &= \theta(t-t_0) \times \\ &\times \langle\delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1 - (1/2)\Omega(t-t_0)^2\mathbf{v}_{0\parallel} \times \Delta\mathbf{h}\right)\rangle_{\Delta\mathbf{h}} \times \\ &\times \langle\delta\left(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1 - \Omega(t-t_0)\mathbf{p}_{0\parallel} \times \Delta\mathbf{h}\right)\rangle_{\Delta\mathbf{h}}, \end{aligned} \qquad (13)$$

где $\langle\ldots\rangle_{\Delta\mathbf{h}}$ означает усреднение по компонентам случайного магнитного поля $\Delta\mathbf{h}_{\perp 1}$ и $\Delta\mathbf{h}_{\perp 2}$, которые считаются независимыми.

Перейдем в координатном пространстве к фурье-образу усредненной функции Грина в $\mathbf{k}$-пространстве. После усреднения по направлению относительного вектора случайного магнитного поля $\Delta\mathbf{h}$ и некоторых преобразований функцию Грина (13) можно записать в виде

$$G_s(x, x_0) = \theta(t - t_0) G_{sr}(t - t_0) G_{sp}(t - t_0), \qquad (14)$$

где

$$\begin{aligned} G_{sr}(\tau) = (2\pi)^{-3} \int d\mathbf{k} \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 \mathbf{v}_{0\parallel}^2 (\mathbf{k}_{\perp 1}^2 + \mathbf{k}_{\perp 2}^2) \right\} \times \\ \times \exp\left\{ i\mathbf{k} \left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{v}_{0\parallel}\tau - \frac{\mathbf{v}_{0\perp 1}}{\Omega}\sin\Omega\tau + \right.\right. \\ \left.\left. + \frac{\mathbf{v}_{0\perp 2}}{\Omega}(\cos\Omega\tau - 1) \right) \right\}, \end{aligned} \qquad (15)$$

$$\begin{aligned} G_{sp}(\tau) = (2\pi)^{-3} \int d\mathbf{q} \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 \mathbf{p}_{0\parallel}^2 (\mathbf{q}_{\perp 1}^2 + \mathbf{q}_{\perp 2}^2) \right\} \times \\ \times \exp\left\{ i\mathbf{q} \left(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_{0\perp 1}(\cos\Omega\tau - 1) - \right.\right. \\ \left.\left. - \mathbf{p}_{0\perp 2}\sin\Omega\tau \right) \right\}, \end{aligned} \qquad (16)$$

а $\mathbf{q}_{\perp 1}$, $\mathbf{q}_{\perp 2}$ и $\mathbf{k}_{\perp 1}$, $\mathbf{k}_{\perp 2}$ — проекции векторов $\mathbf{q}$ и $\mathbf{k}$ в плоскости перпендикулярной $\mathbf{h}_0$. Полученная функция Грина для сильного регулярного магнитного поля $G_s(x, x_0)$ (14) мало отличается от функции Грина $G_1(x, x_0)$ (10) для слабого регулярного поля; только несколько уменьшается темп случайного рассеяния, связанный в показателе экспоненты с множителями

$$-\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 \mathbf{p}_{0\parallel}^2 (\mathbf{q}_{\perp 1}^2 + \mathbf{q}_{\perp 2}^2),$$

$$-\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 \mathbf{v}_{0\parallel}^2 (\mathbf{k}_{\perp 1}^2 + \mathbf{k}_{\perp 2}^2).$$

Поэтому используем формулы для транспортных пробегов частиц таких энергий, при которых условие замагниченности будет слабо нарушаться.

4. КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ С УЧЕТОМ СИЛЬНОГО СЛУЧАЙНОГО РАССЕЯНИЯ

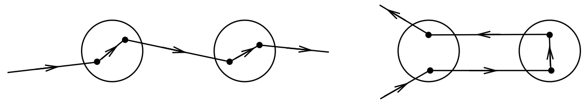
Найдем кинетические коэффициенты, входящие в столкновительный интеграл для крупномасштабного случайного магнитного поля. Используем кинетическое уравнение для функции распределения $F(x, x_0)$ [17–19]:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{H}_0 \mathbf{D} \right\} F(x, x_0) = \mathrm{St}\, F \qquad (17)$$

с нелинейным столкновительным интегралом в виде

$$\begin{aligned} \mathrm{St}\, F = D_\alpha \int dx_1 B_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) \times \\ \times G_s(x, x_1) D_{1\beta} F(x, x_0), \end{aligned}$$

где в качестве подынтегральной функции Грина выбрана функция (14) для сильного регулярного поля. Уравнение (17) учитывает малоугловые микропроцессы случайного рассеяния и простые микропроцессы сильного случайного рассеяния [18–20]:



После усреднения уравнения (17) по ларморовскому вращению частиц в регулярном магнитном поле с учетом условия $H_1 \ll H_0$ [1–6] получим

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + v\mu\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{2} v \operatorname{div} \mathbf{h}_0 \sin\vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right\} \Phi = \langle \mathrm{St}\, F \rangle_\varphi, \qquad (18)$$

где $\Phi = \langle F \rangle_\varphi$, ϑ — угол между векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{h}_0$, $\mu = \cos\vartheta$, φ — азимутальный угол вектора $\mathbf{p}$ в плоскости перпендикулярной $\mathbf{h}_0$, z — координата вдоль $\mathbf{h}_0$. В этом уравнении усредненный столкновительный интеграл

$$\langle \mathrm{St}\, F \rangle_\varphi = \frac{\partial}{\partial \mu}(1 - \mu^2) b(\mu) \frac{\partial}{\partial \mu} \Phi(\mathbf{r}, p, \mu, t), \qquad (19)$$

где

$$\begin{aligned} b(\mu) = \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{k}\, B(k) \times \\ \times \left[\cos\Omega\tau + \frac{k_\perp^2}{k^2}\sin\varphi \sin(\Omega\tau - \varphi) \right] \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 v_\parallel^2 k_\perp^2 \right\} \times \\ \times \cos\left\{ ik_\parallel v_\parallel \tau + k_\perp R_\perp \left[\sin(\Omega\tau - \varphi) + \sin\varphi \right] \right\}, \end{aligned}$$

$R_\perp = v_\perp/\Omega$, φ — угол между $\mathbf{k}_\perp$ и $\mathbf{v}_\perp$.

При получении формулы для $b(\mu)$ предполагалось, что усредненный по ларморовскому вращению частиц в регулярном поле столкновительный интеграл можно записать в виде произведения усредненного оператора рассеяния на усредненную функцию распределения. Также не учитываем дополнительное случайное рассеяние в $\mathbf{p}$-пространстве, даваемое подынтегральной функцией $G_s(x, x_1)$. При таких приближениях слагаемые, не учитываемые в окончательном выражении для транспортного пробега (19), имеют порядок $\langle H_1^2 \rangle / H_0^2 \ll 1$.

В формуле для $b(\mu)$ (19) разложим экспоненту от мнимого аргумента в ряд по функциям Бесселя. Получившиеся ряды от произведений функций Бесселя можно точно просуммировать с использованием формулы сложения для функций Бесселя [21, 22]:

$$J_n(\rho)\exp\left\{in\frac{\beta}{2}\right\} = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_{n+k}(z)J_k(z)\exp\{ik\beta\}, \qquad (20)$$

где $\rho = 2z\sin\{\beta/2\}$, $J_n(\rho)$ — функция Бесселя n-го порядка. После суммирования выражение для кинетического коэффициента $b(\mu)$ можно записать в виде

$$b(\mu) = b_1(\mu) + b_2(\mu), \qquad (21)$$

где

$$b_1(\mu) = \frac{\pi e^2 A_\nu}{4m^2c^2}\int\limits_0^\infty d\tau\int\limits_0^\infty dk_\perp \times \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_\parallel \frac{k_\perp k^2}{(k_0^2+k^2)^{2+\nu/2}} J_0(\rho_\perp)\times \exp\left\{-\frac{1}{16}\omega_1^2\tau^4 v_\parallel^2 k_\perp^2\right\}\times \left[\exp\left\{i(k_\parallel v_\parallel + \Omega)\tau\right\} + \exp\left\{i(k_\parallel v_\parallel - \Omega)\tau\right\}\right], \qquad (22)$$

$$b_2(\mu) = \frac{\pi e^2 A_\nu}{2m^2c^2}\int\limits_0^\infty d\tau\int\limits_0^\infty dk_\perp \times \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_\parallel \frac{k_\perp^3}{(k_0^2+k^2)^{2+\nu/2}}\cos\{k_\parallel v_\parallel\tau\}\times \exp\left\{-\frac{1}{16}\omega_1^2\tau^4 v_\parallel^2 k_\perp^2\right\}\times \left[J_2(\rho_\perp)\cos 2\Omega\tau - J_0(\rho_\perp)\cos\Omega\tau\right], \qquad (23)$$

$$\rho_\perp = 2k_\perp R_\perp \sin\left\{\frac{\Omega\tau}{2}\right\}.$$

Проводя интегрирование по внутренним переменным, получим

$$b_1(\mu) = \frac{\pi^2 e^2 A_\nu |v_\parallel|^{\nu-1}\Gamma\left(\dfrac{\nu+1}{2}\right)}{4m^2c^2\Omega^\nu\Gamma\left(1+\dfrac{\nu}{2}\right)}\times \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dz\,\exp\{-|z|\}}{\left[\left(1+\dfrac{\omega_1 z}{4k_0|v_\parallel|}\right)^2 + k_0^2R_\perp^2\dfrac{v_\parallel^2}{v_\perp^2}\right]^{(\nu+1)/2}}. \qquad (24)$$

Выражение для $b_2(\mu)$ не приводим, так как при $v_\perp \gtrsim v_\parallel$ функция $b_2(\mu)$ значительно меньше $b_1(\mu)$ и далее $b_2(\mu)$ пренебрегаем. Учитывая выражения для $b_1(\mu)$ (24) при $k_0v_\parallel \ll \omega_1$, $k_0^2R_\perp^2v_\parallel^2v_\perp^{-2} \ll 1$ и $k_0v_\parallel \approx \omega_1$, а также при $k_0v_\parallel \gg \omega_1$, окончательно приближенное выражение для кинетического коэффициента $b(\mu)$ можно записать в виде

$$b(\mu) = \frac{\pi^2e^2A_\nu}{m^2c^2}\left[\frac{\Gamma\left(\dfrac{\nu+1}{2}\right)|v|^{\nu-1}}{2\Gamma\left(1+\dfrac{\nu}{2}\right)\Omega^\nu} + \frac{2\sqrt{\pi}}{\nu\omega_1k_0^{\nu-1}}\exp\left\{-\frac{4R_1|\mu|}{L_c}\right\}\right]. \qquad (25)$$

В полученном выражении для $b(\mu)$ учитываются все циклотронные гармоники, в том числе и нулевая гармоника, соответствующая черенковскому резонансу. Из этой формулы понятно, что зависимость коэффициента $b(\vartheta)$ от угла ϑ при $R_1 \gg L_c$ имеет качественно такой же вид, как и зависимость $b(\vartheta)$, графически приведенная в [1]. Из (25) также следует, что отношение максимального значения $b(\vartheta)$ к его минимальному значению порядка $\Omega L_c^{\nu-1}/\omega_1R_0^{\nu-1}$. Поэтому черенковский резонанс наблюдается только при достаточно малой напряженности случайного поля. Ширина черенковского резонанса обратно пропорциональна R_1.

5. ТРАНСПОРТНЫЙ ПРОБЕГ ВДОЛЬ НАПРАВЛЕНИЯ РЕГУЛЯРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для вычисления транспортного пробега используем диффузионное приближение [1, 2, 5, 6]. Представим функцию распределения $\Phi(\mathbf{r},p,\mu,t)$ в виде

$$\Phi(\mathbf{r},p,\mu,t) = N(\mathbf{r},p,t)/4\pi + \delta\Phi(\mathbf{r},p,\mu,t).$$

Подставим это разложение в кинетическое уравнение (17) и с учетом кинетического коэффициента (25), интегрирования по углу, свойств симметрии слагаемых, входящих в это уравнение, а также малости $\delta\Phi$, получим формулу для транспортного пробега вдоль направления регулярного магнитного поля:

$$\Lambda_{\parallel} = \frac{6R_1^2 L_c^{\nu-1}}{\sqrt{\pi}\left(1+\dfrac{\nu}{2}\right)(\nu-1)R_0^{\nu}} \int\limits_0^1 d\mu(1-\mu^2)\times \\ \times\left[1+\frac{2\sqrt{\pi}\Gamma\left(\dfrac{\nu}{2}\right)R_1L_c^{\nu-1}}{\Gamma\left(\dfrac{\nu+1}{2}\right)R_0^{\nu}}\exp\left\{-\frac{4R_1\mu}{L_c}\right\}\right]^{-1}. \quad (26)$$

Из этой формулы следует, что при достаточно больших импульсах частицы и малых напряженностях случайного магнитного поля, при которых

$$\ln(R_1/R_0) + (\nu-1)\ln(L_c/R_0) \ll \\ \ll 3^{1/2}R_1/L_c - 1,$$

транспортный пробег

$$\Lambda_{\parallel} = 8R_1^2L_c^{\nu-1}/\sqrt{3\pi}\,(\nu-1)(1+\nu/2)R_0^{\nu}. \quad (27)$$

Здесь численный множитель несколько больше значения, полученного в [1]. Из (27) ясно, что при малых напряженностях случайного магнитного поля и $\nu = 2$ транспортный пробег не зависит от энергии частиц и пропорционален размеру магнитной неоднородности L_c, умноженному на отношение $H_0^2/\langle H_1^2\rangle$.

Используя (26), оценим параллельный транспортный пробег для космических лучей умеренных энергий с $E = 0.1$ ГэВ, распространяющихся в межпланетном пространстве. Выбирая $R_0 = 3\cdot 10^8$ м, $R_1 = 10^9$ м, $L_c = 6\cdot 10^8$ м и $\nu = 2$ [23, 24], получим $\Lambda_{\parallel} = 2\cdot 10^{10}$ м. Полученное значение транспортного пробега слабо зависит от энергии и типа рассеивающихся частиц и согласуется с большинством экспериментальных результатов для космических лучей с энергиями 0.05–0.5 ГэВ, приведенных в [1, 25–27].

При достаточно малых энергиях частиц, $R_1 \ll L_c$, выражение для транспортного пробега (26) преобразуется к виду

$$\Lambda_{\parallel} = \frac{2\Gamma\left((\nu-1)/2\right)R_1}{\pi\Gamma(\nu/2)(1+\nu/2)}. \quad (28)$$

Такая или близкая зависимость транспортного пробега от импульса часто наблюдается для галактических космических лучей с энергиями 2–20 ГэВ при их распространении в межпланетном пространстве [27–30]. При этом основной вклад в рассеяние дают секторная структура и другие крупномасштабные неоднородности межпланетного магнитного поля. Значения $\Lambda_{\parallel}$, вычисленные по формуле (26), будут близки к экспериментально наблюдаемым в межпланетном пространстве при напряженности случайного магнитного поля примерно в 10 раз меньше напряженности регулярного магнитного поля, но при больших значениях корреляционной длины, $L_c \gtrsim 10^9$ м.

6. ДИФФУЗИЯ ЧАСТИЦ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО РЕГУЛЯРНОМУ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ С УЧЕТОМ СИЛЬНОГО СЛУЧАЙНОГО РАССЕЯНИЯ

6.1. Диффузия частиц в умеренном случайном магнитном поле

Для определения коэффициента поперечной диффузии в крупномасштабном случайном магнитном поле будем использовать метод, предложенный в работе [1]. Считая крупномасштабное случайное поле достаточно малым и пренебрегая ускорением частиц для коэффициента поперечной диффузии частиц $\kappa_{\alpha\beta}^{\perp}$, получим [1]

$$\kappa_{\alpha\beta}^{\perp} = \frac{1}{H_0^2}\int dq' G_q(q,q')v_{\parallel}v_{\parallel}'\times \\ \times\langle H_{\perp\alpha}(\mathbf{r},t)H_{\perp\beta}(\mathbf{r}',t')\rangle, \quad (29)$$

где $q \equiv \mathbf{r},\mu,t$; $q' \equiv \mathbf{r}',\mu',t'$, а $\langle H_{\perp\alpha}(\mathbf{r},t)H_{\perp\beta}(\mathbf{r}',t')\rangle$ — корреляционный тензор перпендикулярных компонент случайного магнитного поля $\mathbf{H}_1$, $v_{\parallel} = v\mu$. Функция Грина $G_q(q,q')$ является решением уравнения

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel}\left(\mathbf{h}_0\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\right) - \hat{S}\right\}G_q(q,q') = \\ = \delta(t-t')\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(\mu-\mu'), \quad (30)$$

где $\hat{S}$ — оператор крупномасштабного рассеяния [1, 5, 6],

$$\hat{S} = \frac{\partial}{\partial\mu}(1-\mu^2)b(\mu)\frac{\partial}{\partial\mu}. \quad (31)$$

Полученное выражение для поперечного коэффициента диффузии $\kappa_{\alpha\beta}^{\perp}$ необходимо усреднить по углу ϑ.

Разберем первоначально случай умеренного случайного рассеяния. В этом случае основной вклад в интеграл (29) дает функция Грина при средних углах случайного рассеяния порядка единицы и малых временах. Основной вклад в коэффициент поперечной диффузии вносит пространственная часть функции Грина. Поэтому выберем подынтегральную функцию Грина в приближении малых времен в виде (15)

$$G_q(q,q') = \theta(t-t')G_{sr}(\mathbf{r},t;\mathbf{r}',t')\delta(\mu-\mu'). \quad (32)$$

Подставив корреляционный тензор перпендикулярных компонент случайного магнитного поля и функцию Грина (32) в интеграл (29), получим

$$\kappa_{\alpha\beta}^{\perp} = \frac{v_{\parallel}^2 \langle H_1^2 \rangle}{3H_0^2} \varphi_1 (\delta_{\alpha\beta} - h_{0\alpha} h_{0\beta}) + \\ + \frac{v_{\parallel}^2 \langle H_1^2 \rangle}{3H_0^2} \hat{\varphi}_2 \left\{ \frac{x_\alpha x_\beta}{x^2} - \frac{(\mathbf{x}\mathbf{h}_0)^2}{x^2} h_{0\alpha} h_{0\beta} \right\}, \qquad (33)$$

где функция φ_1 имеет вид

$$\varphi_1 = \int\limits_0^\infty d\tau \int d\mathbf{x} \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^3} \times \\ \times \exp\left\{ i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{v}_{\parallel}\tau) \right\} \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 v_{\parallel}^2 k_{\perp}^2 \right\} \psi\left(\frac{x}{L_c} \right), \qquad (34)$$

а оператор $\hat{\varphi}_2$ запишется в виде

$$\hat{\varphi}_2 \left\{ \frac{x_\alpha x_\beta}{x^2} - \frac{(\mathbf{x}\mathbf{h}_0)^2}{x^2} h_{0\alpha} h_{0\beta} \right\} = \\ = \int\limits_0^\infty d\tau \int d\mathbf{x} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \exp\left\{ i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{v}_{\parallel}\tau) \right\} \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{1}{16}\omega_1^2 \tau^4 v_{\parallel}^2 k_{\perp}^2 \right\} \times \\ \times \left[\frac{x_\alpha x_\beta}{x^2} - \frac{(\mathbf{x}\mathbf{h}_0)^2}{x^2} h_{0\alpha} h_{0\beta} \right] \psi\left\{ \frac{x}{L_c} \right\}. \qquad (35)$$

Рассмотрим функцию φ_1. Проводя в (34) интегрирование по внутренним переменным и считая перпендикулярную диффузию достаточно малой, представим φ_1 в виде [1, 6]

$$\varphi_1 = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu/2) L_c}{2\Gamma\left((\nu-1)/2\right) |v_{\parallel}|} & \text{при } |\mu| R_1 \gg L_c, \\ \dfrac{\pi}{v}\sqrt{\dfrac{R_1 L_c}{|\mu|}} & \text{при } |\mu| R_1 \lesssim L_c. \end{cases} \qquad (36)$$

С учетом полученного выражения для φ_1 вычислим первое слагаемое, входящее в коэффициент перпендикулярной диффузии (33) и усредним его по углу ϑ. Далее находим второе слагаемое, входящее в коэффициент перпендикулярной диффузии $\kappa_{\alpha\beta}^{\perp}$ (33), пропорциональное $\hat{\varphi}_2$. В результате оказывается, что второе слагаемое значительно меньше первого, так что можно им пренебречь. Окончательные выражения для коэффициента поперечной диффузии и поперечного транспортного пробега в умеренном случайном магнитном поле имеют вид

$$\kappa_{\alpha\beta}^{\perp} = \frac{\Lambda_{\perp} v}{3} (\delta_{\alpha\beta} - h_{0\alpha} h_{0\beta}),$$

$$\Lambda_{\perp} = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu/2) \langle H_1^2 \rangle L_c}{2\Gamma\left((\nu-1)/2\right) H_0^2} & \text{при } R_1 \gg L_c, \\ \dfrac{8\pi \langle H_1^2 \rangle}{5H_0^2} \sqrt{R_1 L_c} & \text{при } R_1 \lesssim L_c. \end{cases} \qquad (37)$$

Полученные выражения для коэффициента диффузии и транспортного пробега в случае слабого случайного магнитного поля $R_1 \gg L_c$ совпадают с результатами [1, 6]. Для умеренного случайного магнитного поля при малых энергиях частиц, $R_1 \lesssim L_c$, транспортный пробег $\Lambda_{\perp} \propto p^{1/2}$.

Сравним результаты расчета с экспериментальными данными. В работе [26] сделан обзор экспериментальных результатов по определению поперечного коэффициента диффузии космических лучей в межпланетном магнитном поле различными методами. В результате установлено соглашение, что поперечный транспортный пробег солнечных космических лучей с энергией порядка 100 МэВ — около 10^9 м и слабо зависит от энергии частиц. Полагая энергию частиц равной 100 МэВ, $L_c = 0.5 \cdot 10^9$ м, $R_1 = 10^9$ м, а отношение $\langle H_1^2 \rangle / H_0^2 = 0.1$, транспортный пробег $\Lambda_{\perp}$, вычисленный по (37), при $R_1 \gg L_c$ равен $0.5 \cdot 10^8$ м, а при умеренном случайном рассеянии $R_1 \lesssim L_c$ равен $0.3 \cdot 10^9$ м и слабо зависит от энергии частиц, $\Lambda_{\perp} \propto p^{1/2}$. Таким образом, лучше подходят оценки для случая умеренного случайного рассеяния.

В экспериментах также определяется отношение поперечного транспортного пробега к продольному [26]. Найдем это отношение с помощью полученных формул для $\Lambda_{\perp}$ и $\Lambda_{\parallel}$ (26), (37). В результате получим

$$\frac{\Lambda_{\parallel}}{\Lambda_{\perp}} = \begin{cases} \dfrac{\pi\Gamma(\nu/2)(1+\nu/2)(\nu-1) R_0^{\nu+2}}{4\sqrt{3}\,\Gamma\left((\nu-1)/2\right) R_1^4 L_c^{\nu-2}} & \text{при } R_1 \gg L_c, \\ \dfrac{4\pi^{3/2}(1+\nu/2)(\nu-1) R_0^{\nu+2}}{5\sqrt{3}\, R_1^{7/2} L_c^{\nu-3/2}} & \text{при } R_1 \lesssim L_c. \end{cases} \qquad (38)$$

Во втором значении отношения $\Lambda_{\perp}/\Lambda_{\parallel}$ для $\Lambda_{\parallel}$ используется формула (27), которая применима при R_1 немного меньших L_c. Подставляя в (38) значения $L_c = 0.5 \cdot 10^9$ м, $R_1 = 10^9$ м, $R_0 = 0.3 \cdot 10^9$ м, $\nu = 2$ для энергий частиц 100 МэВ при $R_1 \gg L_c$ получим $\Lambda_{\perp}/\Lambda_{\parallel} = \langle H_1^4 \rangle / 2H_0^4 = 0.005$, а при $R_1 \lesssim L_c$ отношение $\Lambda_{\perp}/\Lambda_{\parallel} = 5R_0^{1/2} \langle H_1^2 \rangle / H_0^2 L_c^{1/2} = 0.14$.

Как следует из опыта [26], отношение поперечного транспортного пробега к продольному $\Lambda_{\perp}/\Lambda_{\parallel}$ находится в пределах 0.01–0.2, причем среднее значение принимается равным 0.1. Из формулы (38) следует, что в случае слабого случайного рассеяния отношение $\Lambda_{\perp}/\Lambda_{\parallel}$ зависит в основном от отношения $\langle H_1^4 \rangle / H_0^4$ и составляет величину порядка 0.01. Такое значение отношения $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$ наблюдается на опыте, однако оно значительно меньше принятого среднего значения 0.1 [26]. Для умеренного случайного рассеяния отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$, определенное по формуле (38), близко к принятому среднему значению.

Из (38) также ясно, что при увеличении среднего угла отклонения в одном микропроцессе случайного рассеяния, отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$ увеличивается.

6.2. Диффузия космических лучей в случае сильного случайного рассеяния

Определим поперечный коэффициент диффузии в крайнем случае очень сильного случайного рассеяния при $R_1 \ll L_c$. В этом приближении частицы сильно рассеиваются на длине корреляции и при определении функции Грина можно перейти к диффузионному приближению [1, 6]

$$\mathcal{G}(\mu) = \mathcal{G}_0 + \delta\mathcal{G}(\mu), \quad |\delta\mathcal{G}| \ll \mathcal{G}_0, \qquad \int\limits_{-1}^{+1} d\mu\, \delta\mathcal{G}(\mu) = 0. \tag{39}$$

В этом случае коэффициент диффузии $\kappa_{\alpha\beta}^{\perp}$ определяется формулой

$$\kappa_{\alpha\beta}^{\perp} = \frac{\kappa_\parallel}{H_0^2} \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int d\mathbf{r}' \times \langle H_{\perp\alpha}(\mathbf{r}, t) H_{\perp\beta}(\mathbf{r}', t')\rangle \frac{\partial G_g}{\partial t}, \tag{40}$$

где

$$\kappa_\parallel = \frac{\Lambda_\parallel v}{3}, \quad \Lambda_\parallel = \frac{3}{8} v \int\limits_{-1}^{+1} d\mu \frac{1-\mu^2}{b(\mu)},$$

а функция Грина $G_g(r, t; r', t')$ является решением уравнения

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} - k_\parallel \left(\mathbf{h}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 \right\} G_g(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = = \delta(t-t')\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \tag{41}$$

Подставив $G_g(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}'t')$ в (40), получим выражение для коэффициента поперечной диффузии $\kappa_{\alpha\beta}^{\perp}$ и поперечного транспортного пробега $\Lambda_\perp$. Транспортный пробег $\Lambda_\perp$ в приближении $R_1 \ll L_c$ с учетом сильного случайного рассеяния [18] запишется в виде

$$\Lambda_\perp = \frac{4\Gamma\left((\nu-1)/2\right) R_0 \langle H_1^2 \rangle^{1/2}}{3\pi\Gamma(\nu/2)(1+\nu/2) H_0}. \tag{42}$$

Таким образом, в пределе очень сильного случайного рассеяния поперечный транспортный пробег (42) $\Lambda_\perp \approx R_0 \langle H_1^2 \rangle^{1/2}/H_0$, а его численное значение для параметров межпланетной среды $\langle H_1^2 \rangle^{1/2}/H_0 = 0.3$, $R_0 = 0.3 \cdot 10^9$ м порядка 10^8 м. Такое значение поперечного транспортного пробега $\Lambda_\perp$ на порядок меньше экспериментального среднего, однако это значение иногда наблюдается в экспериментах [26]. Отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$, вычисленное с использованием (28), (42), при очень сильном случайном рассеянии равно

$$\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel = 2\langle H_1^2 \rangle / 3H_0^2 \approx 0.067, \tag{43}$$

т. е. находится в пределах численных значений экспериментальных данных [26]. Этот результат также подтверждает вывод о том, что при увеличении среднего угла отклонения в одном микропроцессе случайного рассеяния отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$ увеличивается.

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выше результаты и использованные приближения позволяют сделать следующие выводы. Использование нелинейного кинетического уравнения для описания сильного случайного крупномасштабного рассеяния позволяет получить конечные формулы для усредненного столкновительного интеграла и транспортного пробега параллельного и перпендикулярного регулярному магнитному полю, близкие к формулам, полученным в [1–6], в пределе слабого случайного поля. В отличие от предыдущих в данной работе проведено точное суммирование всех циклотронных резонансов с учетом их уширения, с использованием теоремы сложения для функций Бесселя. Также показано, что дополнительные функциональные множители в нелинейном столкновительном интеграле, связанные с уширением резонансов за счет сильного мелкомасштабного и сильного крупномасштабного случайного рассеяния, количественно близки.

В пределе слабого случайного рассеяния вычисленный параллельный транспортный пробег $\Lambda_\parallel \approx L_c^{\nu-1} R_1^2 R_0^{-\nu}$ в пределе сильного случайного рассеяния $\Lambda_\parallel \approx R_1$. Такой результат связан с тем, что при уменьшении энергии частиц основной вклад дает сильное случайное мелкомасштабное рассеяние [17–19]. Перпендикулярный транспортный пробег в пределе слабого случайного рассеяния $\Lambda_\perp \approx L_c \langle H_1^2 \rangle / H_0^2$, в случае умеренного случайного рассеяния $\Lambda_\perp \approx L_c^{1/2} R_1^{1/2} \langle H_1^2 \rangle / H_0^2$, для сильного случайного рассеяния $\Lambda_\perp \approx R_0\langle H_1^2\rangle^{1/2}/H_0$. Вычисленное в работе отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$ в пределе слабого случайного рассеяния (при $\nu = 2$) порядка $\langle H_1^4\rangle/H_0^4$, для умеренного случайного рассеяния $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel \approx 5R_0^{\nu-3/2}\langle H_1^2\rangle/H_0^2L_c^{\nu-3/2}$, а при сильном случайном рассеянии $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel = 2\langle H_1^2\rangle/3H_0^2$.

Экспериментальные результаты по определению продольного транспортного пробега солнечных космических лучей с энергиями 0.05–1 ГэВ в межпланетном пространстве [25–30] хорошо описываются результатами данной работы, полученными в разд. 5, в пределе слабого и умеренного случайного рассеяния (26), (27). Экспериментальные данные по поперечному транспортному пробегу хорошо описываются результатами этой работы в пределе умеренного случайного рассеяния, см. формулы (37). Полученное в данной работе отношение $\Lambda_\perp/\Lambda_\parallel$ лучше согласуется с экспериментальными результатами для умеренного и сильного случайного рассеяния, см. (38), (43).

Таким образом, полученные здесь результаты согласуются с моделью волокнистой структуры межпланетного магнитного поля с поперечным размером «волокон» порядка 10^9 м, что согласуется с экспериментальными результатами [27–32]. При этом на основании результатов данной работы можно считать, что при движении частицы вдоль «волокна» она испытывает слабое случайное рассеяние, связанное с перепутанностью «волокон», а при переходе частицы из одного «волокна» в другое в процессе поперечного дрейфа она испытывает умеренное случайное рассеяние, связанное с различным магнитным полем в соседних «волокнах».

Экспериментальные результаты по определению продольного транспортного пробега космических лучей с энергиями 2–20 ГэВ можно описать результатами данной работы в пределе сильного случайного рассеяния, см. (28), при напряженности случайного магнитного поля меньшей напряженности регулярного магнитного поля, но при больших значениях корреляционной длины.

В заключение автор благодарит А. З. Долгинова, И. Н. Топтыгина и В. Н. Федоренко за обсуждение некоторых аспектов данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Топтыгин, *Космические лучи в межпланетных магнитных полях*, Наука, Москва (1983).
2. Л. И. Дорман, *Экспериментальные и теоретические основы астрофизики космических лучей*, Наука, Москва (1975).
3. В. С. Березинский, С. В. Буланов, В. Л. Гинзбург, В. А. Догель, В. С. Птускин, *Астрофизика космических лучей*, под ред. В. Л. Гинзбурга, Наука, Москва (1984).
4. L. G. Chuvilgin and V. S. Ptuskin, Astron. Astrophys. **279**, 278 (1993).
5. Б. А. Гальперин, И. Н. Топтыгин, А. А. Фрадкин, ЖЭТФ **60**, 972 (1971).
6. I. N. Toptygin, Astrophys. Space Sci **20**, 329 (1973).
7. M. N. Rosenbluth, R. Z. Sagdeev, J. B. Teylor et al., Nucl. Fusion **6**, 297 (1966).
8. B. B. Kadomtsev and O. P. Pogutse, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, Proc. 7th. Int. Conference, IAEA, Viena (1978), Vol. 1, p. 649.
9. J. A. Krommes, C. Oberman, and R. G. Kleva, J. Plasma Phys. **30**, 11 (1983).
10. А. В. Недоспасов, М. З. Токарь, в сб. *Вопросы теории плазмы*, Энергоатомиздат, вып. 18, Москва (1990), с. 68.
11. A. Hasegawa, *Plasma instabilities and nonlinear effects*, Springer-Verlag, Berlin (1975).
12. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере*, Наука, Москва (1973).
13. V. N. Fedorenko, Preprint A. F. Ioffe Phys. Tech. Inst. (Leningrad), № 995 (1986).
14. A. Achterberg, Astron. Astrophys. **98**, 161 (1981).
15. H. J. Völk, Astrophys. Space Sci. **25**, 471 (1973).
16. M. L. Goldstein, A. J. Klimas, and G. Sandri, Astrophys. J. **195**, 787 (1975).
17. Ю. П. Мельников, Геомагн. и аэроном. **33**, № 6, 18 (1993).
18. Ю. П. Мельников, ЖЭТФ **109**, 1599 (1996).
19. Ю. П. Мельников, Дисс.... канд. физ.-мат. наук, ЛПИ, Ленинград (1989).
20. А. З. Долгинов, И. Н. Топтыгин, ЖЭТФ **51**, 1771 (1966).
21. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица и И. Стиган, Наука, Москва (1979).

22. Д. С. Кузнецов, *Специальные функции*, Высшая школа, Москва (1965).

23. J. W. Sari and N. F. Ness, Solar Phys. **8**, 155 (1969).

24. H. J. Völk, Space Sci. Rev. **17**, 255 (1975).

25. J. W. Bieber, W. H. Matthaeus, C. W. Smith et al., Astrophys. J. **420**, 294 (1994).

26. I. D. Palmer, Rev. Geophys. Space Phys. **20**, № 2, 335 (1982).

27. Л. И. Дорман, Л. И. Мирошниченко, *Солнечные космические лучи*, Наука, Москва (1968).

28. И. В. Дорман, Л. И. Дорман, В. М. Дворников и др., Изв. АН, сер. физ. **38**, 1946 (1974).

29. С. Н. Вернов, Л. И. Дорман, Б. А. Тверской, Изв. АН, сер. физ. **32**, 1835 (1968).

30. W. C. Bartley, R. P. Bukata, K. G. McCracken et al., J. Geophys. Res. **71**, 3297 (1966).

31. К. Г. Иванов, Геомагн. и аэроном. **36**, № 2, 19 (1996).

32. К. Г. Иванов, Геомагн. и аэрон. **38**, № 5, 1 (1998).