

ПАРАМЕТР ПОРЯДКА СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР

А. Н. Ораевский*

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 3 июня 1998 г.

Предложено описывать параметр порядка и критическую температуру в S - N -структуре в рамках макроскопической Ψ -теории, моделируя металл в нормальном состоянии уравнением Гинзбурга—Ландау с отрицательным коэффициентом a . Показано, что при контакте слоев параметр порядка в слое, температура которого ниже критической, инициирует параметр порядка в другом слое, температура которого выше критической.

PACS: 74.20.De; 74.25.-q

1. ВВЕДЕНИЕ

Физика контактной близости сверхпроводника и нормального металла является предметом исследования в течение многих лет. Хотя пик исследований этой проблемы приходится на шестидесятые годы [1–4], она привлекает внимание и в настоящее время [5, 6]. Влияние контакта между нормальным металлом и сверхпроводником на критическую температуру сверхпроводника изучалось теоретически и экспериментально [3, 4]. На основе микроскопической теории были получены соотношения, описывающие температуру перехода составной структуры, содержащей нормальный металл и сверхпроводник, в сверхпроводящее состояние. Результаты расчета оказались в хорошем согласии с экспериментом [4]. Подавляющее большинство работ по проблеме контактной близости выполнено на основе микроскопического подхода. В этой работе предпринята попытка описания эффекта близости и родственных ему эффектов в рамках Ψ -теории сверхпроводимости, в основе которой лежит нестационарное уравнение Гинзбурга—Ландау (ГЛ) [7, 8]

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = (a - b|\Psi|^2) \Psi(\mathbf{r}, t) + D \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right)^2 \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

В этом уравнении использованы стандартные обозначения, аналогичные обозначениям, принятым во многих работах [7–14], выполненных на основе уравнения (1). Описание в рамках макроскопической теории такого эффекта как эффект близости требует применения модели, в которой заложена потенциальная возможность возникновения параметра порядка в нормальном металле. Поэтому в дальнейшем нормальный металл мы будем описывать уравнением ГЛ с отрицательным значением коэффициента a . В качестве условия на границе с вакуумом применяется соотношение [7, 8]

$$\mathbf{n} \left(i\hbar \nabla \Psi + \frac{e}{c} \mathbf{A} \Psi \right) = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности сверхпроводящего образца. На границе раздела двух разных материалов (в том числе между сверхпроводником и нормальным металлом) согласно [2, 11]

$$\frac{\Psi_1}{N_1 V_1} = \frac{\Psi_2}{N_2 V_2}, \quad \frac{D_1}{V_1} \frac{d\Psi_1}{dx} = \frac{D_2}{V_2} \frac{d\Psi_2}{dx}, \quad (3)$$

где разными индексами обозначены величины на границе раздела со стороны разных слоев, N_j — плотность состояний, V_j — константа взаимодействия носителей тока, D_j — коэффициент диффузии пар.

*E-mail: oraevsky@sci.lebedev.ru

2. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ГЛ

Проанализируем стационарные решения уравнения (1) в простейшем одномерном случае в отсутствие магнитного поля. Представим параметр порядка в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \left(\frac{\alpha}{b}\right)^{1/2} \psi(x) \exp[i\varphi(x)], \quad (4)$$

$$a = \alpha\theta, \quad \theta = \frac{T_0 - T}{T_0},$$

где T_0 — критическая температура массивного однородного сверхпроводника, $\psi(x)$ и $\varphi(x)$ — вещественные функции, не зависящие от координат y и z . Эти функции в соответствии с (1) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = -\psi(\theta - \psi^2) + \frac{G}{\psi^2}, \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{G}{\psi^2}, \quad (6)$$

где $\xi = \sqrt{\alpha/D}x$, G — произвольная константа интегрирования. В отсутствие сверхпроводящего тока $G = 0$, что и будет предполагаться в дальнейшем. В этом случае уравнение (3) кроме очевидных решений $\psi = 0$ и $\psi^2 = \theta$ имеет еще решения, определяемые уравнениями

$$\frac{d\psi}{d\xi} = \pm \sqrt{C - \theta\psi^2 + \frac{\psi^4}{2}}, \quad (7)$$

C — константа интегрирования. При $\theta > 0$ и $0 < C < \theta^2/2$ решения уравнения (7) являются периодическими. Действительно, непрерывная периодическая функция с необходимостью проходит через чередующиеся максимумы и минимумы. Из (7) следует, что в экстремальных точках

$$\psi_{ex}^2 = \theta \pm \sqrt{\theta^2 - 2C}. \quad (8)$$

Видно, что два вещественных экстремума (максимум и минимум) существуют в том случае, если $\theta > 0$ и $0 < C < \theta^2/2$.

При $C = \theta^2/2$ параметр порядка является тождественной константой ($\psi^2 = 0$). Если же $\theta < 0$ при любом C , или $C < 0$ при любом θ , или $C > \theta^2/2$, то решения теряют периодический характер: они возрастают с ростом ξ , стремясь к вертикальной асимптоте (рис. 1). В табл. 1 приведены рассчитанные численно положения асимптот ξ_A при различных значениях параметра порядка $\psi(0)$ в точке, выбранной за начало координат. Для определенности при расчете полагалось $\theta = -0.5$, а производная параметра порядка

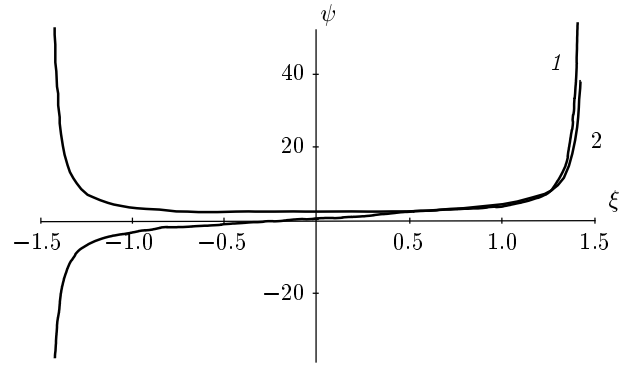


Рис. 1. Асимптотические решения уравнения (7). По оси ординат отложен параметр порядка в условных единицах. Кривая 1 (симметричная) соответствует значениям $\psi(0) = 1.5$, $\psi'(0) = 0$ и имеет вертикальную асимптоту $\xi_A = 1.442$. Кривая 2 (асимметричная) соответствует значениям $\psi(0) = 0$, $\psi'(0) = 2.6$ и имеет вертикальную асимптоту $\xi_A = 1.468$.

в начальной точке выбиралась равной нулю. Видно, что по мере увеличения $\psi(0)$ положение асимптоты сдвигается к началу координат. Таким образом, чем меньше толщина сверхпроводящего слоя, тем больше допустимое значение параметра порядка. Особенность решений, имеющих вертикальную асимптоту («асимптотических» решений), состоит в том, что они существуют даже при отрицательных значениях параметра θ . Это обстоятельство и приводит к мысли описывать параметр порядка в нормальном металле путем моделирования последнего уравнением ГЛ с отрицательным значением коэффициента a (или θ). В таком материале без контакта со сверхпроводником параметр порядка равен нулю, так что сверхпроводящее состояние не существует. В то же время в рамках этой модели потенциально допускается существование сверхпроводящего состояния при благоприятных условиях.

Граничное условие (2) в отсутствие поля требует нулевой производной на границе с вакуумом. Это условие определяет связь константы C со значением параметра порядка на границе. Очевидно, что периодические решения могут удовлетворять условиям (2) на границе с вакуумом с обеих сторон образца конечного размера. Решения же, имеющие вертикальную асимптоту, не могут удовлетворить условиям на границе с вакуумом с обеих сторон образца. Поэтому в однородном материале, граничащем с вакуумом, они должны быть отброшены как нефизические. Но если образец будет состоять из двух слоев

Таблица 1

$\psi(0)$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
ξ_A	1.657	1.170	0.898	0.726	0.609	0.524	0.460	0.409	0.369

разных сверхпроводящих материалов, то асимптотическое решение на одном краю образца можно согласовать с вакуумом непосредственно, а на другом краю оно может быть согласовано с вакуумом через периодическое решение для слоя из другого материала. Идею такого согласования демонстрирует рис. 2.

В дальнейшем будем анализировать двухслойный элемент с толщинами слоев l_1 и l_2 . Материалом в слоях будут служить сверхпроводники (металлы) с различными параметрами, в частности с различной критической температурой. Параметры материалов обозначим через $a_\mu, b_\mu, D_\mu, T_\mu$. Тогда уравнение (1) для стационарного случая в отсутствие магнитного поля для обоих материалов запишется в общей форме:

$$D_\mu \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\psi(a_\mu - b_\mu \psi^2), \quad \mu = 1, 2. \quad (9)$$

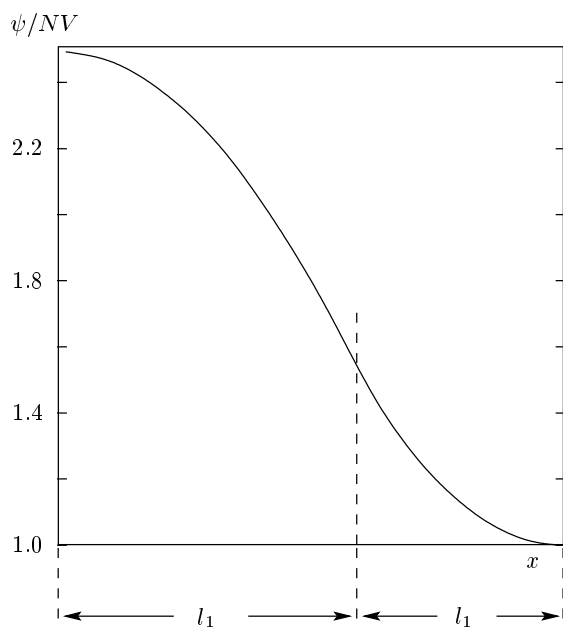


Рис. 2. Качественный вид кривой параметра порядка в двухслойной сверхпроводящей структуре. Здесь l_1 — толщина слоя с большей критической температурой (левый слой); l_2 — толщина слоя с меньшей критической температурой (правый слой)

Асимптотические и периодические решения нелинейного уравнения (9) не выражаются в элементарных функциях. Введем для них следующие обозначения. Обозначим периодическую функцию, симметричную относительно начала координат, через $P_s(x; a, b, C)$, а асимптотическую симметричную функцию через $A_s(x; a, b, C)$. Начало координат совместим с левой границей левого слоя. Тогда для левого слоя

$$\Psi_1(x) = P_s(x; a_1, b_1, C_1), \quad (10)$$

а для правого слоя

$$\Psi_2(x) = A_s(x - l_1 - l_2; a_2, b_2, C_2). \quad (11)$$

Решения (10) и (11) удовлетворяют условию (2) на границе с вакуумом. Условия на границе слоев (3) сводятся к соотношениям

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{V_1} \frac{d}{dx} [P_s(l_1; a_1, b, C_1)] &= \\ &= \frac{D_2}{V_2} \frac{d}{dx} [A_s(l_2; a_2, b_2, C_2)], \\ \frac{1}{N_1 V_1} P_s(l_1; a_1, b, C_1) &= \\ &= \frac{1}{N_2 V_2} A_s(l_2; a_2, b_2, C_2), \end{aligned} \quad (12)$$

определяющим значения C_1 и C_2 через параметры материалов и толщины слоев. Тем самым находится решение для двухслойной структуры.

Наряду с решением, описываемым формулами (10) и (11), существует и нулевое решение. Таким образом, в рассматриваемой слоистой структуре имеет место конкуренция двух решений. Вопрос реализации одного из них определяется их устойчивостью.

3. УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ И КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА

Проще всего выяснить устойчивость нулевого решения. Для этого следует использовать нестационарное уравнение (1). В отсутствие магнитного поля будем искать его решение в виде

$$\Psi_{1,2}(t, x) = e^{\lambda t} \delta \psi_{1,2}(x), \quad (13)$$

где λ — показатель Ляпунова, определяющий устойчивость режима. Анализ на устойчивость предполагает малость величины $\delta\psi_{1,2}(x)$, и мы воспользуемся линеаризованным уравнением (1), нормированным на параметры левого слоя:

$$D_\mu \frac{d^2\psi}{dx^2} = (\lambda - a_\mu)\psi. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) для левого слоя ($\theta_1 > 0$), удовлетворяющее условию на левой границе с вакуумом, имеет вид

$$\delta\psi_1(x) = A \cos\left(\sqrt{\frac{a_1 - \lambda}{D_1}} x\right). \quad (15)$$

При $\lambda = 0$ оно является линейным приближением периодического симметричного решения. Решение уравнения (14) для $\delta\psi_2$, являющееся линейным приближением симметричного асимптотического решения и удовлетворяющее условию на границе с вакуумом справа, дается соотношением

$$\delta\psi_2(x) = B \operatorname{ch}\left[\sqrt{\frac{\lambda - a_2}{D_2}} (x - l_1 - l_2)\right]. \quad (16)$$

Тогда, согласно (3),

$$\begin{aligned} D_1 N_1 \sqrt{\frac{a_1 - \lambda}{D_1}} \operatorname{tg}\left(\sqrt{\frac{a_1 - \lambda}{D_1}} l_1\right) &= \\ &= D_2 N_2 \sqrt{\frac{\lambda - a_2}{D_2}} \operatorname{th}\left(\sqrt{\frac{\lambda - a_2}{D_2}} l_2\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Очевидно, что $\lambda > 0$ означает неустойчивость нулевого решения. Поэтому уравнение (17) при $\lambda = 0$,

$$\begin{aligned} D_1 N_1 \sqrt{\frac{a_1}{D_1}} \operatorname{tg}\left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} l_1\right) &= \\ &= D_2 N_2 \sqrt{-\frac{a_2}{D_2}} \operatorname{th}\left(\sqrt{-\frac{a_2}{D_2}} l_2\right), \end{aligned} \quad (18)$$

определяет соотношение параметров слоев, соответствующее границе неустойчивости нулевого решения. В зависимости от обстоятельств уравнение (18) может определять: а) общую критическую температуру двухслойного образца; б) толщины образцов, при которых блок в целом имеет заданную критическую температуру; в) критическую температуру правого слоя при заданной температуре левого слоя, если слои изолированы по температуре друг от друга.

Приведем численные примеры, иллюстрирующие эти положения.

Пример первый. Температура обоих слоев одинакова. При заданных параметрах материалов условие (18) определяет общую критическую температуру сэндвича. Критическая температура системы, состоящей из нормального металла и сверхпроводника, изучалась ранее экспериментально и теоретически. Условие (18) с точностью до обозначений совпадает с полученным в работе [3] соотношением для общей температуры перехода слоистой структуры в сверхпроводящее состояние. В работе [3] было продемонстрировано прекрасное согласие расчета и эксперимента на примере сэндвича из свинца и алюминия.

Пример второй. Слои температурно-изолированы и изготовлены из одного и того же материала: $T_1 = T_2 = 100$ К. Левый слой находится при температуре $T = 50$ К. Положим $\sqrt{a_1/D_1} l_1 = \sqrt{a_2/D_2} l_2 = 1.5$. В этом случае температурно-изолированный правый слой будет оставаться в сверхпроводящем состоянии вплоть до температуры $T_c \approx 390$ К.

Ясно, что определяемые параметры не абсолютно произвольны. Так, общая критическая температура образца не может превышать критическую температуру T_1 ($T_1 > T_2$). При температурной изоляции слоев заданная температура левого слоя должна быть меньше его критической температуры. Но при этом критическая температура правого слоя может быть заметно выше критической температуры левого. В принципе, она может превышать комнатную, как это видно из приведенного численного примера. В приведенном примере температура слоев предполагалась различной чисто умозрительно. В реальной ситуации температурная изоляция слоев потребует введения дополнительного изолирующего слоя, присутствие которого может изменить полученные результаты. Поэтому в разд. 4 обсуждается модель трехслойного элемента.

Многослойная структура может быть периодической, построенной из двухслойных элементов, сочлененных поверхностями слоев одноименных материалов. При этом возможны два случая: асимптотические функции, описывающие параметр порядка в слоях с меньшей критической температурой, могут быть как симметричными, так и антисимметричными (рис. 3 и 4). При этом параметр порядка в слое с большей критической температурой должен быть всегда симметричным. Антисимметричные асимптотические функции меняют знак при переходе через центр соответствующего слоя. Это фактически означает изменение фазы параметра порядка на π . Поскольку скачок фазы происходит в точке с нулевым значением модуля параметра порядка, это не приво-

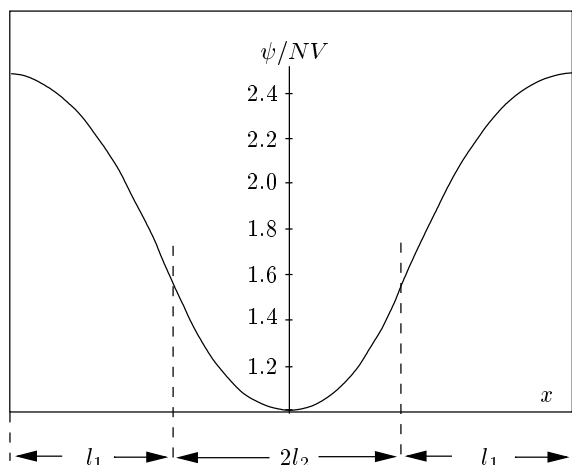


Рис. 3. Периодическая структура, симметричный режим: параметр порядка в слое с меньшей критической температурой симметричен относительно центра слоя

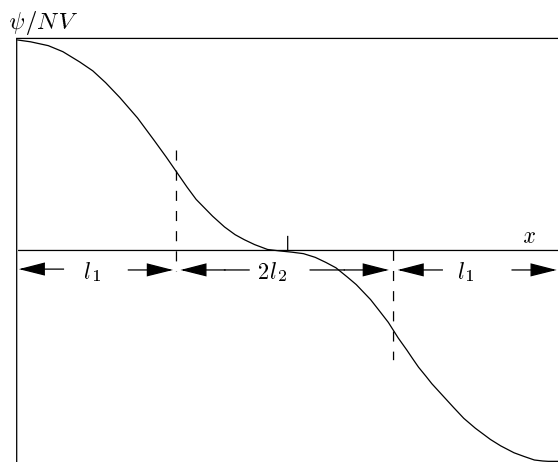


Рис. 4. Периодическая структура, антисимметричный режим: параметр порядка с слое с меньшей критической температурой антисимметричен относительно центра слоя

дит к скачкообразному изменению сверхпроводящего тока. Следовательно, в периодической структуре возникает конкуренция двух возможных режимов.

Анализ неустойчивости нулевого значения параметра порядка по отношению к флуктуациям с антисимметричной структурой асимптотического решения аналогичен таковому для симметричной структуры. Нужно лишь в решении для правого слоя гиперболический косинус заменить на гиперболический синус. В результате приходим к следующему

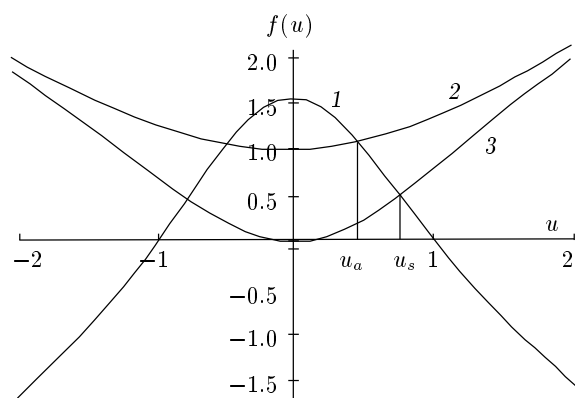


Рис. 5. Пример графического решения уравнения (20): 1 – $f(u) = \sqrt{1-u^2} \operatorname{tg}(\sqrt{1-u^2})$; 2 – $f(u) = u \operatorname{cth} u$; 3 – $f(u) = u \operatorname{th} u$

уравнению для показателя Ляпунова λ :

$$D_1 N_1 \sqrt{\frac{a_1 - \lambda}{D_1}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{a_1 - \lambda}{D_1}} l_1 \right) = D_2 N_2 \sqrt{\frac{\lambda - a_2}{D_2}} \operatorname{cth} \left(\sqrt{\frac{\lambda - a_2}{D_2}} l_2 \right). \quad (19)$$

Путем введения переменной $u = l_2 \sqrt{(\lambda + |a_2|)/D_2}$ и несложных преобразований можно показать, что уравнения (17) и (19), имеющие одинаковые левые части, приводятся к уравнению вида

$$a \sqrt{b - cu^2} \operatorname{tg}(\sqrt{b - cu^2}) = \begin{cases} u \operatorname{th} u, \\ u \operatorname{cth} u, \end{cases} \quad (20)$$

где a , b и c — константы. Из его графического анализа видно, что наибольший показатель Ляпунова для антисимметричных режимов всегда меньше аналогичного показателя для симметричных решений. Поэтому симметричные решения побеждают во взаимной конкуренции. Рисунок 5 иллюстрирует это утверждение для частного случая $a = b = c = 1$.

4. ТЕМПЕРАТУРНО-ИЗОЛИРОВАННЫЕ СЛОИ

Приготовление сэндвича с разными температурами слоев требует введения промежуточного изолирующего слоя. Для исследования таких структур следует применить граничные условия, используемые для описания контактов Джозефсона [8]:

$$\frac{d\psi_1}{dx} = \nu_2 \psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dx} = \nu_1 \psi_1. \quad (21)$$

Индексом «1» обозначен параметр порядка в левом сверхпроводящем слое на границе с изолятором, индексом «2» — параметр порядка в правом сверхпроводящем слое на границе с изолятором; $\nu_{1,2}$ — вещественные константы, величины которых зависят от свойств материалов и толщины изолирующего слоя. Используя соответствующие выражения (15), (16) для флуктуаций параметра порядка и соотношения между ними (21), обусловленные наличием изолятора, получим следующее уравнение на границе перехода от нормального к сверхпроводящему режиму:

$$\frac{1}{\nu_1 \nu_2} \sqrt{-\frac{a_1 a_2}{D_1 D_2}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} l_1 \right) = \operatorname{cth} \left(\sqrt{-\frac{a_2}{D_2}} l_2 \right). \quad (22)$$

Правая часть этого выражения не меньше единицы. Левая часть при изменении толщины слоя может принимать любую величину. Таким образом, вывод, касающийся возможности инициировать сверхпроводящее состояние в «теплом» слое при температуре выше критической, качественно остается в силе. Правда, чем меньше величина $\nu_1 \nu_2$, характеризующая степень контакта между слоями, тем сложнее подобрать нужную толщину слоя l_1 . В конечном счете это может оказаться невозможным, если величина $\nu_1 \nu_2$ будет столь мала, что увеличение или уменьшение толщины образца на один атомный слой будет нарушать равенство, вытекающее из уравнения (22).

5. СТРУКТУРЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Слоистые структуры могут иметь цилиндрическую или шаровую геометрию: цилиндр (шар) из одного материала вставлен в полый цилиндр (шар) другого. Определение параметров такого рода сверхпроводниковых структур по своей идее аналогично таковому для плоских слоев, лишь только вторая производная в уравнении (9) должна быть заменена на лапласиан в цилиндрической или сферической системе координат. Таким образом, для цилиндрического изотропного случая имеем

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\psi}{d\xi} + (\theta - \psi^2) \psi = 0. \quad (23)$$

Аналогично для сферического изотропного случая приходим к уравнению

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\psi}{d\xi} + (\theta - \psi^2) \psi = 0. \quad (24)$$

В уравнениях (23) и (24) ξ следует рассматривать как нормированную радиальную координату: $\xi = \sqrt{a/D} r$.

В табл. 2 приведены положения асимптот для цилиндрического и сферического случаев. Сравнение с соответствующими значениями для плоского слоя показывает, что в случаях цилиндрической и сферической геометрий асимптота удалена дальше от начала координат, чем в плоском случае. Значит, при радиусе равном линейному размеру плоского слоя допустимые значения параметра порядка в случаях цилиндрической и сферической геометрий выше, чем в плоском случае.

Для определения границы неустойчивости нулевого решения необходимо исследовать линеаризованное уравнение. В случае цилиндрической геометрии оно имеет вид

$$\frac{d^2 \delta \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\delta \psi}{dr} + \frac{a_\mu}{D_\mu} \delta \psi = 0. \quad (25)$$

Как известно [15,16], решением (25) являются функция Бесселя первого и второго рода нулевого порядка: $J_0 \left(\sqrt{a_{1,2}/D_{1,2}} r \right)$ и $Y_0 \left(\sqrt{a_{1,2}/D_{1,2}} r \right)$.

Расположим материал с меньшей критической температурой внутри цилиндра. В этом случае линейным приближением для асимптотического решения является функция Бесселя первого рода мнимого аргумента $J_0 \left(i \sqrt{|a_2/D_2|} r \right)$, так как $a_2 < 0$. Функция Бесселя второго рода не годится в качестве решения, так как она имеет в нуле особенность. В качестве решения для внешнего цилиндрического слоя следует взять линейную комбинацию

$$L_0 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r; \eta \right) = J_0 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right) + \eta Y_0 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right), \quad (26)$$

где η — постоянная. Значение η находится из условия на границе с вакуумом:

$$\frac{d}{dr} L_0 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r; \eta \right) \equiv L_1 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r; \eta \right) \equiv \sqrt{\frac{a_1}{D_1}} \times \times J_1 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right) + \eta \sqrt{\frac{a_1}{D_1}} Y_1 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right) = 0, \quad (27)$$

или

$$\eta = -J_1 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right) / Y_1 \left(\sqrt{\frac{a_1}{D_1}} r \right). \quad (28)$$

Таблица 2

$\psi(0)$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$\xi_{A,cyl}$	2.033	1.434	1.100	0.889	0.746	0.642	0.563	0.501	0.452
$\xi_{A,sp}$	2.307	1.627	1.248	1.009	0.846	0.728	0.639	0.569	0.513

Тогда условие согласования решений в точке r_1 принимает вид

$$D_2 N_2 \frac{i\sqrt{|a_2/D_2|} J_1(i\sqrt{|a_2/D_2|} r_1)}{J_0(i\sqrt{|a_2/D_2|} r_1)} = D_1 N_1 \frac{(i\sqrt{|a_1/D_1|} r_1) L_1(\sqrt{|a_1/D_1|} r_1; \eta)}{L_0(\sqrt{|a_1/D_1|} r_1; \eta)} \tag{29}$$

(r_1, r_2 — внутренний и внешний радиусы цилиндрического образца). Соотношение (29) эквивалентно уравнению (18) для плоской структуры. Из него качественно вытекают те же следствия, что и из (18). Для создания сверхпроводниковых слоистых элементов цилиндрической и сферической геометрий можно попытаться использовать углеродные нанотрубки.

Для сферической геометрии линеаризованное уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2 \delta\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\delta\psi}{dr} + \frac{a_\mu}{D_\mu} \delta\psi = 0. \tag{30}$$

Решение уравнения (30) выражается через функцию Бесселя полуцелого индекса: $(1/\sqrt{r})J_{\pm 1/2}(\sqrt{a_{1,2}/D_{1,2}} r)$. В свою очередь $J_{-1/2}(z) = \sqrt{2/\pi z} \cos z$, а $J_{1/2}(z) = \sqrt{2/\pi z} \sin z$ [15]. Теперь можно написать уравнение согласования на границе сферических слоев, аналогичное (18) и (29). Мы не приводим это уравнение ввиду его относительной громоздкости.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обсуждаемые эффекты не критичны к форме граничных условий в точке контакта. От них требуется лишь согласовать асимптотическое решение через слой сверхпроводника с условием на границе с вакуумом. Это общее утверждение подкрепляется тем фактом, что эффект существует как при граничных условиях (18) в точке контакта, так и при условии (21).

В области нулевого значения параметра порядка могут играть существенную роль его флуктуации. Поэтому при анализе на устойчивость нулевого решения следовало бы пользоваться, строго говоря, уравнениями ГЛ, обобщенными на флуктуационную область [17]. В линейном приближении обобщенные уравнения ГЛ отличаются от уравнения (1) заменой коэффициента θ на коэффициент $\theta|\theta|^{1/3}$. Можно убедиться, что это качественно не меняет вышеприведенных результатов. Таким образом, в слоистой сверхпроводниковой структуре может происходить своего рода иницирование параметра порядка в слое, температура которого выше критической температуры соответствующего материала. Иницирование вызывается параметром порядка в соседнем слое, температура которого ниже критической.

Интересен сверхпроводящий режим в системе температурно-изолированных слоев. В трехслойном элементе, когда два сверхпроводника, обладающие хорошей теплопроводностью, разделены изолятором, плохо проводящим тепло, должен установиться режим с различной температурой, если один из сверхпроводящих слоев находится в контакте с хладагентом, а другой — с окружением, имеющим более высокую температуру. Резкий перепад температур между сверхпроводящими слоями должен взять на себя изолятор. Для увеличения теплового сопротивления изолятора можно увеличить его толщину, а хорошую туннельную прозрачность обеспечить выбором материала с малым барьером.

Очевидно, что особенности двухслойных и многослойных структур не исчерпываются выше-сказанным. Безусловно, интересны нестационарные режимы в слоистых структурах. Для их изучения необходимо привлечь систему уравнений, учитывающую не только динамику параметра порядка сверхпроводящего бозе-конденсата, но и связанную с ней динамику свободных квазичастиц [18].

Автор признателен Э. М. Белену (ныне покойному), с которым он неоднократно обсуждал проблему сверхпроводимости в слоистых структурах. Автор благодарен А. Ф. Андрееву, Л. В. Келдышу,

Д. А. Киржницу (ныне покойному), А. И. Головашкину, В. Ф. Елесину, Ю. В. Копаеву и Г. Ф. Жаркову за дискуссии по вопросам физики сверхпроводящего состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Линтон, *Сверхпроводимость*, Мир, Москва (1971).
2. P. G. De Gennes, *Rev. of Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
3. N. R. Werthamer, *Phys. Rev.* **132**, 2440 (1963).
4. J. J. Hauser and H. C. Theuerer, *Phys. Lett.* **14**, 270 (1965).
5. И. А. Девятков, М. Ю. Куприянов, *ЖЭТФ* **104**, 3897 (1993).
6. И. А. Девятков, М. Ю. Куприянов, *ЖЭТФ* **112**, 342 (1997).
7. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **20**, 1064 (1950).
8. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика. Часть II*, Наука, Москва (1978).
9. Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **55**, 2431 (1968).
10. А. А. Абрикосов, *ЖЭТФ* **32**, 1442 (1957).
11. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
12. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1980).
13. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, *УФН* **133**, 259 (1981).
14. А. М. Гулян, Г. Ф. Жарков, *Сверхпроводники во внешних полях*, Наука, Москва (1990).
15. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматгиз, Москва (1963).
16. Б. Г. Коренцов, *Введение в теорию бесселевых функций*, Наука, Москва (1971).
17. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, А. А. Собянин, *ЖЭТФ* **94**(7), 355 (1988).
18. А. Н. Ораевский, *ЖЭТФ* **103**, 981 (1993).