ЖЭТФ, 2001, том 119, вып. 1, стр. 193–198

НЕЙТРАЛЬНЫЕ И ЗАРЯЖЕННЫЕ МАГНИТОЭКСИТОНЫ В КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

*А. В. Чаплик**

Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия
CeNS und Sektion Physik, LMU, Muenchen, Deutschland

Поступила в редакцию 4 августа 2000 г.

Исследовано поведение электронов, экситонов и заряженных электрон-дырочных комплексов в квантовых кольцах с учетом радиальных колебаний в присутствии магнитного поля. Найден диамагнитный сдвиг линии экситонной люминесценции, который оказался положительным для нейтрального экситона и отрицательным для триона и всех других заряженных комплексов. Показано, что зависящая от магнитного поля часть энергии электронного кольца не зависит от межэлектронного взаимодействия.

PACS: 73.20.Dx

1. ВВЕДЕНИЕ

В недавних работах [1, 2] сообщалось об эффекте самоорганизации квантовых колец в системе InAs/GaAs. При определенных условиях ансамбль квантовых точек InAs, расположенных на поверхности GaAs, в результате диффузии материала к краям точек эволюционирует таким образом, что возникают объекты, напоминающие кратер вулкана. В центре образуется область, свободная от InAs, с типичным диаметром 20 нм. Внешний диаметр «кратера» авторы [1, 2] оценивают в 60–120 нм. Таким образом, возникает ансамбль колец, радиус которых сопоставим с эффективным боровским радиусом электрона в InAs. Данная структура допускает нанесение полевого электрода (затвора), благодаря чему кольца могут управляемо заселяться электронами. В работе [3] сообщается о последовательном заполнении колец одним, двумя и т. д. до пяти электронов. Наконец, в той же работе исследовалась экситонная люминесценция заряженных колец, т. е. наблюдалось рекомбинационное излучение систем от нейтрального экситона X_0 до пятикратно отрицательно заряженного комплекса X^{5-}. Существенный интерес представляет поведение описанных выше систем в магнитном поле. Теоретическому исследованию этого вопроса посвящена предлагаемая статья.

Чтобы учесть радиальную степень свободы электронов и дырки, используем параболическую модель кольца, предложенную в [4]. Потенциальная энергия частицы имеет вид

$$U_i(\rho) = \frac{m_i\omega_i^2(\rho - R_0)^2}{2}, \quad i = e, h, \qquad (1)$$

где индексы e или h отмечают электрон либо дырку, R_0 — электронный (и дырочный) радиус кольца. Таким образом, положение минимума считается общим для электрона и дырки[1)]. В данной работе будем интересоваться орбитальными (диамагнитными) эффектами, оставляя за рамками рассмотрения вклад спиновой степени свободы. Последний зависит от конкретной системы через g-факторы электронов и дырок, и переход, например, от квантовой точки к кольцу не является для него критичным. Орбитальное же движение, напротив, чувствительно к изменению топологии объекта (эффект Ааронова—Бома), и мы интересуемся здесь именно такого рода влиянием магнитного поля на поведение системы.

Как следует из оценки приведенных выше параметров квантового кольца, движение в радиальном направлении характеризуется существенно меньшей

*E-mail: chaplik@isp.nsc.ru

1) Отсутствие существенного пространственного разделения электронов и дырок следует из факта достаточно эффективной рекомбинации, проявляющейся в экситонной люминесценции.

амплитудой, чем в азимутальном, где соответствующий размер есть просто $2\pi R_0$. В этом смысле кольцо является узким, и мы будем считать, что выполняется условие $\hbar\omega_i \gg W_i$, где $W_i = \hbar^2/2m_iR_0^2$ — квант вращательного движения (идеальному одномерному кольцу соответствует предел $W_i/\hbar\omega_i \to 0$). Тогда задача может быть решена в приближении, хорошо известном из теории молекул: сначала находятся уровни вращательной энергии при закрепленных ядрах (в нашем случае при фиксированных радиальных координатах электрона и дырки, ρ_e и ρ_h), а затем учитываются малые колебания ядер. При этом возникают эффекты типа нежесткости ротатора, взаимодействия колебания и вращения и т. п. Аналогичные поправки к уровням энергии появляются и в задаче об экситонах в квантовом кольце конечной ширины.

2. ЭЛЕКТРОННОЕ КОЛЬЦО

Начнем с рассмотрения системы, содержащей N электронов на кольце. Это конечное состояние исходной системы $(Ne + h)$ после рекомбинации, поэтому зависимость ее энергии от магнитного поля дает существенный вклад в диамагнитный сдвиг экситонной линии люминесценции. В идеальном одномерном кольце положение электронов задается азимутальными углами $\varphi_j (j = 1, \ldots, N)$. Удобно ввести переменные Якоби согласно формулам

$$\begin{aligned} &\varphi_c = \frac{\varphi_1 + \ldots + \varphi_N}{N}, \quad \psi_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{1 \cdot 2}}, \\ &\psi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_3}{\sqrt{2 \cdot 3}}, \ldots, \\ &\psi_{N-1} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots - (N-1)\varphi_N}{\sqrt{N(N-1)}}. \end{aligned} \tag{2}$$

В новых переменных гамильтониан системы с учетом магнитного поля B перпендикулярного кольцу принимает вид

$$\hat{H}_{1D} = \frac{W_{e0}}{N}\left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi_c} + N\tilde{\Phi}(R_0)\right]^2 - \\ -W_{e0}\left(\frac{\partial^2}{\partial\psi_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial\psi_{N-1}^2}\right) + V_{ee}(\psi_1, \ldots, \psi_{N-1}), \tag{3}$$

где $W_{e0} = \hbar^2/2m_eR_0^2$ — вращательный квант, $\tilde{\Phi} = \pi BR_0^2/\Phi_0$ ($\Phi_0 = hc/e$ — квант магнитного потока), V_{ee} — энергия межэлектронного взаимодействия, не зависящая, разумеется, от φ_c. Таким образом, зависящая от магнитного поля часть энергии системы определяется первым слагаемым в (3):

$$E(B) = \frac{W_e}{N}\left[J + N\tilde{\Phi}(R_0)\right]^2, \tag{4}$$

где $J = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ — полный момент системы.

Существенно, что величина $E(B)$ не зависит от электрон-электронного взаимодействия. Поэтому, например, диамагнитный сдвиг для взаимодействующей системы при $J = 0$ (основное состояние в слабом поле) равен просто N-кратному сдвигу одной частицы:

$$E(B)|_{J=0} = NW_{e0}\tilde{\Phi}^2 = N\frac{(\hbar\Omega_e)^2}{16W_{e0}}, \tag{5}$$

здесь Ω_e — циклотронная частота электрона.

Учтем теперь радиальные степени свободы и напишем гамильтониан в полярных координатах φ_j и ρ_j:

$$\hat{H}_{2D} = \sum_j \left\{\hat{T}(\rho_j) + W_{ej}\left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi_j} + \tilde{\Phi}(\rho_j)\right]^2 + \\ + U_e(\rho_j)\right\} + V_{ee}, \tag{6}$$

где $\hat{T}(\rho_j)$ — оператор кинетической энергии радиального движения, $W_{ej} = \hbar/2m_e\rho_j^2$, $\tilde{\Phi}(\rho_j) = \pi B\rho_j^2/\Phi_0$, $U_e(\rho_j)$ дается формулой (1), V_{ee} зависит теперь от всех φ_j и ρ_j. Содержащее магнитное поле второе слагаемое в (6) может быть преобразовано:

$$\sum_j W_{ej}\left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi_j} + \tilde{\Phi}(\rho_j)\right]^2 = \\ = \sum_j W_{e0}\left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi_j} + \tilde{\Phi}(R_0)\right]^2 + \\ + \sum_j (W_{e0} - W_{ej})\frac{\partial^2}{\partial\varphi_j^2} + W_{e0}\hat{\Phi}(R_0)\sum_j \delta\hat{\Phi}_j, \tag{7}$$

где $\delta\hat{\Phi}_j = \pi B(\rho_j^2 - R_0^2)/\Phi_0$. После этого применим к правой части (7) преобразование (2). Поскольку φ_c снова не входит явно в гамильтониан (V_{ee} зависит лишь от попарных разностей $\varphi_j - \varphi_k$, из которых φ_c выпадает), можно выделить «магнитную» часть гамильтониана:

$$\Delta\hat{H}(B) = \frac{W_{e0}}{N}\left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi_c} + N\tilde{\Phi}(R_0)\right)^2 + \\ + W_{e0}\tilde{\Phi}(R_0)\sum_j \delta\tilde{\Phi}_j, \tag{8}$$

полностью определяющую диамагнитный сдвиг уровней энергии, причем эффекты конечной ширины кольца содержатся лишь во втором члене правой части (8). Вводя колебательные координаты $\xi_j = \rho_j - R_0$, получим в качестве возмущения

$$\Delta H_{pert}(B) = \pi W_{e0} \tilde{\Phi}(R_0) B \sum_j (2\xi_j R_0 + \xi_j^2). \qquad (9)$$

Как было сказано во Введении, при выполнении условия $\hbar\omega_e \gg W_{e0}$ поправки к энергии, связанные с ΔH_{pert}, могут вычисляться по теории возмущений. Невозмущенными волновыми функциями радиального движения должны быть, строго говоря, функции, учитывающие взаимодействие частиц V_{ee}. Однако в принятом нами приближении оказывается, что кулоновское взаимодействие сильно возмущает азимутальное и слаборадиальное движение частиц. Действительно, разлагая парное взаимодействие частиц, находящихся на расстоянии порядка R_0 друг от друга, по степеням их радиальных колебательных координат ξ_i, легко получим оценки: сдвиг положения равновесия

$$\Delta\xi \sim l_0 \left(\frac{R_y^*}{\hbar\omega_e}\right)^{1/2} \frac{W_{e0}}{\hbar\omega_e}, \qquad (10)$$

где $l_0 = \sqrt{\hbar/m\omega_e}$ — амплитуда колебаний в потенциале (1), R_y^* — эффективная энергия Ридберга; поправка к квадрату частоты

$$\Delta\omega^2 \sim \omega_e^2 \left(\frac{W_{e0}}{\hbar\omega_e}\right)^{3/2} \left(\frac{R_y^*}{\hbar\omega_e}\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Для указанных в начале статьи параметров колец $R_y^* \sim \hbar\omega_e$, поэтому обе поправки малы по параметру $W_{e0}/\hbar\omega_e$ и колебательную часть диамагнитного сдвига можно вычислять с невозмущенными колебательными функциями. Результат имеет вид

$$\Delta E_{vibr}(B) = \left[\frac{(\hbar\Omega_e)^2}{8\hbar\omega_e}\left(v_e + \frac{1}{2}\right) - \frac{(\hbar\Omega)^4}{64(\hbar\omega_e)^2 W_{e0}}\right] N, \qquad (12)$$

v_e — колебательное квантовое число.

В формуле (12) учтено также второе приближение от линейного члена в (9) (вклад, пропорциональный B^4). Видно, что колебательная часть диамагнитного сдвига мала по сравнению с вращательной (формула (5)) все по тому же параметру $W_{e0}/\hbar\omega_e$.

3. НЕЙТРАЛЬНЫЙ ЭКСИТОН X_0

Вращательная часть диамагнитного сдвига энергии нейтрального образования X_0, связанная с движением экситона как целого, очевидно, обращается в нуль. В идеальном одномерном кольце имеется периодически зависящий от магнитного потока вклад в энергию связи экситона ε, возникающий вследствие туннелирования электрона и дырки навстречу друг другу вдоль кольца. В приближении сильной связи ($a^* \ll 2\pi R_0$, a^* — эффективный боровский радиус) и при нулевом полном моменте $J = 0$ энергия связи равна

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \Delta\cos(2\pi\Phi/\Phi_0), \qquad (13)$$

где $\varepsilon_0 < 0$ — уровень энергии одномерного экситона, $\Delta > 0$ — туннельная амплитуда (см. работу автора [5]). Для малых полей (потоков) уравнение (13) дает положительный (т. е. диамагнитный) сдвиг энергии. Этот сдвиг, однако, может быть существенно меньше колебательного диамагнитного сдвига, который не содержит экспоненциальной малости. Кроме того, радиальные колебания частиц приводят к затуханию осциллирующей части энергии из-за деструктивной интерференции траекторий, охватывающих разные магнитные потоки.

Чтобы учесть эти эффекты, введем координату «центра тяжести» экситона φ_c и угловое расстояние между электроном и дыркой φ:

$$\varphi_c = \frac{m_e\varphi_e + m_h\varphi_h}{M}, \quad \varphi = \varphi_e - \varphi_h, \quad M = m_e + m_h, \qquad (14)$$

а также радиальные координаты $\xi = \rho_e - R_0$, $\eta = \rho_h - R_0$.

Во избежание громоздких выражений ограничиваемся случаем равного нулю орбитального момента экситона как целого (при оптическом переходе интенсивность экситонной линии определяется интегралом $\int \Psi(\varphi_e = \varphi_h) d\varphi_e$, который отличен от нуля лишь при $J = 0$). Зависящая от магнитного поля часть гамильтониана выглядит так:

$$\hat{H}(B) = -(W_e + W_h)\left[\frac{\partial}{\partial\varphi} + i\frac{W_e\tilde{\Phi}_e + W_h\tilde{\Phi}_h}{W_e + W_h}\right]^2 + \frac{W_e W_h(\tilde{\Phi}_e - \tilde{\Phi}_h)^2}{W_e + W_h}, \qquad (15)$$

где $\tilde{\Phi}_{e,h} = \pi B \rho_{e,h}^2/\Phi_0$, $W_e = \hbar^2/2m_e\rho_e^2$ и аналогично для W_h.

Путем фазового преобразования волновой функции

$$\psi = \chi e^{-i\lambda\varphi}, \quad \lambda(\xi,\eta) = \frac{W_e\tilde{\Phi}_e + W_h\tilde{\Phi}_h}{W_e + W_h}, \qquad (16)$$

можно устранить второе слагаемое в квадратной скобке в (15) и получить уравнение Шредингера для относительного движения электрона и дырки в адиабатическом приближении, т. е. при закрепленных радиальных координатах ξ и η. Проводя те же рассуждения, что содержатся в [5] (периодические по φ_e и φ_h условия для волновой функции), получим осциллирующий вклад в энергию вида $\Delta(\xi,\eta)\cos 2\pi\lambda(\xi,\eta)$. Усредняя это выражение по колебательным функциям радиального движения, получим затухание аарон—бомовских осцилляций энергии связи экситона

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \bar{\Delta}\exp\left(-\frac{B^2}{B_0^2}\right)\cos 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right), \tag{17}$$

где для основного колебательного состояния имеем

$$\frac{1}{B_0^2} = \left(\frac{2\pi^2 R_0}{M\Phi_0}\right)^2 \hbar\left[\frac{m_h^2}{m_e\omega_e} + \frac{m_e^2}{m_h\omega_h}\right], \tag{18}$$

$\bar{\Delta}$ — усредненная по радиальным колебаниям туннельная амплитуда. Таким образом, в рассматриваемом случае осцилляции затухают по гауссовскому закону, и декремент затухания $1/B_0$ линейно растет с радиусом кольца.

Колебательный диамагнитный сдвиг экситона определяется последним слагаемым в гамильтониане (15). После усреднения по колебаниям получим

$$\Delta E_{vibr}(B;X_0) = = \frac{\hbar}{2M}\left[\frac{m_e\Omega_e^2}{\omega_e}\left(v_e + \frac{1}{2}\right) + \frac{m_h\Omega_h^2}{\omega_h}\left(v_h + \frac{1}{2}\right)\right], \tag{19}$$

где v_e, v_h — номера колебательных состояний электрона и дырки, Ω_e, Ω_h — их циклотронные частоты.

4. ТРИОН X^- И МНОГОЗАРЯДНЫЕ ЭКСИТОНЫ

Как известно, комплекс e–e–h (трион) образует связанное состояние трех частиц, т. е. является энергетически более выгодным, чем отдельные электрон и экситон. Поскольку трион обладает зарядом, его движение как целого по кольцу в магнитном поле должно приводить к вращательному диамагнитному сдвигу уровней энергии. Кроме того, как и в случае экситона, следует ожидать осциллирующей зависимости внутренней энергии триона в одномерном кольце от магнитного потока. Действительно, вводя переменные

$$\begin{gathered}\varphi_c = \frac{m_e(\varphi_1+\varphi_2)+m_h\varphi_h}{M_{tr}},\\ \alpha = \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - \varphi_h, \quad \beta = \varphi_1 - \varphi_2,\end{gathered} \tag{20}$$

где $M_{tr} = 2m_e + m_h$ — масса триона, $\varphi_{1,2}$ — координаты электронов, легко получить для полной энергии триона

$$E_{tr} = W_{tr}(J - \tilde{\Phi})^2 + \varepsilon_{int}. \tag{21}$$

Здесь $W_{tr} = \hbar/2M_{tr}R_0^2$, ε_{int} — внутренняя энергия, являющаяся собственным значением уравнения

$$\begin{gathered}-\left(\frac{1}{2}W_{e0} + W_{h0}\right)\frac{\partial^2\chi}{\partial\alpha^2} - 2W_e\frac{\partial^2\chi}{\partial\beta^2} + \\ + \left[V(\beta) - V\left(\alpha+\frac{\beta}{2}\right) - V\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)\right]\chi = \varepsilon_{int}\chi, \\ V(\gamma) = \frac{e^2}{2R_0|\sin(\gamma/2)|}.\end{gathered} \tag{22}$$

Волновая функция триона ψ связана с решением $\chi(\alpha,\beta)$ уравнения (22) соотношением

$$\begin{gathered}\Psi = \chi\exp i(J\varphi_c + \lambda\alpha),\\ \lambda \equiv \frac{2(W_{e0}+W_{h0})}{W_{e0}+2W_{h0}}\tilde{\Phi}.\end{gathered} \tag{23}$$

Потенциальная энергия в уравнении (22) является периодической функцией на плоскости (α,β). Базисные векторы соответствующей решетки равны

$$\bar{\mathbf{e}}_1 = \boldsymbol{\alpha}_0\cdot\pi + \boldsymbol{\beta}_0\cdot 2\pi, \quad \bar{\mathbf{e}}_2 = \boldsymbol{\alpha}_0\cdot 2\pi + \boldsymbol{\beta}\cdot 0, \tag{24}$$

где $\boldsymbol{\alpha}_0$, $\boldsymbol{\beta}_0$ — единичные векторы декартовой системы координат в плоскости $(\alpha,\ \beta)$. Уравнения (24) описывают прямоугольную объемно-центрированную (в двумерном смысле) решетку. Обратная ей решетка — того же типа с базисными векторами

$$\mathbf{g}_1 = \boldsymbol{\alpha}_0\cdot 0 + \boldsymbol{\beta}_0\cdot 1, \quad \mathbf{g}_2 = \boldsymbol{\alpha}_0\cdot 1 + \boldsymbol{\beta}_0\cdot\left(-\frac{1}{2}\right). \tag{25}$$

Общее решение (22) характеризуется вектором квазиимпульса $\boldsymbol{\alpha}_0 p + \boldsymbol{\beta}_0 q$, и энергия ε_{int} зависит от его компонент p и q. Подчиняя полную функцию φ условиям периодичности по φ_1, φ_2, φ_h, можно найти разрешенные значения p и q и тем самым определить уровни энергии триона в квантовом кольце. Условия периодичности:

$$\begin{gathered}\frac{Jm_e}{M_{tr}} + \frac{\lambda}{2} + \frac{p}{2} + q = n_1,\\ \frac{Jm_e}{M_{tr}} + \frac{\lambda}{2} + \frac{p}{2} - q = n_2,\\ \frac{Jm_h}{M_{tr}} - \lambda - p = n_3,\end{gathered} \tag{26}$$

где n_1, n_2, n_3 — целые числа. Отсюда следует: J — целое, $2q$ — целое, $p = Jm_h/M_{tr} - \lambda +$ целое. Энергия ε_{int} периодична на обратной решетке и, следовательно, через λ периодически зависит от Φ. В качестве примера приведем результат в приближении сильной связи:

$$\varepsilon_{int} = \varepsilon_0 - 2\Delta(2\pi)\cos 2\pi\left(\frac{2m_e}{M_{tr}}J + \lambda\right) - \\ - 4\Delta\left(\sqrt{5}\pi\right)\cos\pi\left(\frac{2m_e}{M_{tr}}J + \lambda\right) - 2\Delta(4\pi). \quad (27)$$

Аргументы туннельных амплитуд 2π, $\sqrt{5}\pi$ и 4π показывают расстояния от начального узла до ближайших соседей в решетке, определяемой уравнениями (24); ε_0 — энергия связи триона в прямолинейной квантовой проволоке (т. е. предел $R_0 \to \infty$). Все туннельные амплитуды в (27) положительны. Таким образом, энергия связи триона осциллирует с магнитным потоком (в рассмотренной модели присутствуют две гармоники). Период осцилляций $\Delta\Phi$ определяется величиной λ из (23), т. е. зависит от отношения эффективных масс; для основной гармоники

$$\Delta\Phi = \Phi_0\frac{2m_e + m_h}{m_e + m_h}. \quad (28)$$

В противоположном пределе слабой связи вне окрестностей запрещенных зон в спектре кулоновским взаимодействием частиц можно пренебречь. В первой зоне Бриллюэна следует положить $n_1 = n_2 = n_3 = 0$ в формулах (26), откуда получается $J = 0$, $q = 0$, $p = -\lambda$. Тогда из (22) следует

$$\varepsilon_{int} = \left(\frac{1}{2}W_{e0} + W_{h0}\right)\lambda^2,$$

и для полной энергии имеем

$$E_{tr} = W_{tr}\tilde{\Phi}^2 + \left(\frac{1}{2}W_{e0} + W_{h0}\right)\lambda^2 = \\ = (2W_e + W_h)\tilde{\Phi}^2, \quad (29)$$

как и должно быть для трех свободных частиц. Из сравнения этого результата с E_{tr} из (21) при $J = 0$ следует, что кулоновское взаимодействие существенно уменьшает вращательную часть диамагнитного сдвига (в случае X_0 до нуля).

Колебательный диамагнитный сдвиг, как и в случае экситона, имеет порядок $\hbar\Omega_e^2/\omega_e$, однако в случае триона главным является вращательный вклад, даваемый первым членом в правой части (21). Наблюдаемой величиной является сдвиг линии экситонной люминесценции, который в главном порядке по $W_e/\hbar\omega_e$ равен разности энергий (21) и (5) при $N = 1$:

$$\Delta\nu_{tr} = (W_{tr} - W_{e0})\tilde{\Phi}^2, \quad J = 0. \quad (30)$$

Поскольку $M_{tr} > m_e$, найденный диамагнитный сдвиг оказывается отрицательным. Разумеется, полный сдвиг содержит вклад от спинового расщепления; найденная величина $\Delta\nu_{tr}$ описывает поведение центра тяжести спинового мультиплета.

Наконец, для многозарядных комплексов дырка $+N$ электронов с помощью тех же вычислений (выделение вращения системы как целого и градиентное преобразование волновой функции) можно получить зависящий от магнитного потока вклад в полную энергию:

$$E_N(B) = W_M\left[J + (N-1)\tilde{\Phi}\right]^2, \\ W_M = \frac{\hbar^2}{2MR_0^2}, \quad M = Nm_e + m_h. \quad (31)$$

Соответствующий сдвиг линии при переходе $(h + Ne) \to (N-1)e$ равен

$$\Delta\nu_N = (N-1)\left[W_M(N-1) - W_e\right]\tilde{\Phi}^2 = \\ = -\frac{(N-1)\hbar^2}{2R_0^2}\left(\frac{m_e + m_h}{m_e M}\right)\tilde{\Phi}^2. \quad (32)$$

В формулах (31) и (32) опущены малые добавки к $E_N(B)$ и $\Delta\nu_N$, связанные с радиальными колебаниями и зависящей от магнитного поля частью внутренней энергии комплекса. Численные оценки для $m_c = 0.07m_0$, $m_h = 0.35m_0$, $\hbar\omega_e = 12$ мэВ (т. е. близко к R_y^*), $R_0 = 14$ нм дают для сдвига частоты нейтрального экситона $\Delta\nu(X_0) = 7\cdot10^{-3}B^2$ мэВ (основное состояние по радиальным колебаниям) и для триона $\Delta\nu(X^-) = -5\cdot10^{-2}B^2$ мэВ, где B измерено в теслах. Величины ω_e и R_0 взяты из работы [6].

Подведем итоги. В квантовом кольце конечной, но малой ширины, помещенном в перпендикулярное магнитное поле, диамагнитный сдвиг энергии системы, состоящей только из электронов, не зависит от их взаимодействия. В противоположность этому кулоновское взаимодействие в комплексах X^{n-} существенно уменьшает диамагнитный сдвиг. В случае нейтрального экситона остается лишь колебательная часть сдвига и тот экспоненциально малый вклад, который обусловлен эффектом Ааронова—Бома. Диамагнитный сдвиг экситонной линии люминесценции положителен для X_0 (и мал по параметру $W_e/\hbar\omega_e$) и отрицателен для всех заряженных экситонов. Период осцилляций энергии связи заряженных комплексов по магнитному потоку отличается от Φ_0 и зависит от отношения эффективных масс электрона и дырки.

Автор благодарит за гостеприимство проф. Коттхауза из университета Людвига—Максимилиана г. Мюнхена.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-02-17127), немецкого исследовательского общества DFG (грант SFB348) и премии Макса Планка Германского министерства науки и образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. M. Garsia et al., Appl. Phys. Lett. **71**, 2014 (1997).

2. A. Lorke and R. J. Luyken, Physica (Amsterdam) B **256**, 424 (1998).

3. R. J. Warburton, C. Schäflein, D. Haft, F. Bickel, A. Lorke, and Kh. Karrai, submitted to Nature (2000).

4. T. Chakraborty and L. Pietiläihen, Phys. Rev. B **50**, 8460 (1994).

5. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **62**, 885 (1995); R. Römer and M. Raikh, submitted to Phys. Rev. B (2000).

6. A. Lorke, R. J. Luyken, A. O. Govorov, J. P. Kotthaus, J. M. Garsia, and P. M. Petroff, Phys. Rev. Lett. **84**, 2223 (2000).