

К ТЕОРИИ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ НА ВИБРОННЫХ ПЕРЕХОДАХ ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

*А. П. Сайко**

*Институт физики твердого тела и полупроводников
Национальной академии наук Беларуси
220072, Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 5 сентября 2000 г.

Теоретически изучены некоторые аспекты лазерной генерации на вибронных переходах примесных кристаллов. Показано, что пороговые условия для вибронного лазера зависят от силы взаимодействия оптических центров с локальным колебанием, формирующим вибронный спектр, а также от температуры кристаллической решетки. Теория легко распространяется на случай спектра с бесструктурным фононным крылом и хорошо согласуется с экспериментальными данными по температурной зависимости выходной интенсивности излучения лазера на активированном хромом форстерите $Mg_2SiO_4:Cr^{4+}$.

PACS: 42.55.-f, 42.55.Rz

1. ВВЕДЕНИЕ

Создание перестраиваемых твердотельных лазеров является одной из самых актуальных с научной и практической точек зрения задач лазерной физики, и эта задача — самая разрабатываемая в последние годы.

Дело в том, что благодаря наличию в таких средах сильного адиабатического электронно-колебательного взаимодействия, которое обуславливает формирование структуры вибронных уровней, значительно усложняются условия генерации, причем основные лазерные характеристики становятся зависящими от температуры лазерной среды и от силы электронно-колебательного взаимодействия (см., например, [1–4]). В данном случае феноменологический подход к описанию лазерной генерации, основанный на использовании скоростных уравнений для населенностей и поляризации резонансной среды, когда влияние решеточных и внутримолекулярных колебаний сводится лишь к уширению энергетических уровней, нельзя считать адекватным. Поэтому рассмотрение работы лазера в вибронных системах с более фундаментальной — микроскопи-

ческой — точки зрения, т.е. с учетом электронно-колебательного взаимодействия в явном виде, позволит не только разобраться в принципиальных вопросах лазерной генерации на вибронных переходах в примесных кристаллах, но и поможет экспериментаторам в поиске новых и более эффективных лазерных материалов.

Явный учет вибронной структуры оптических спектров при теоретическом изучении пороговых условий и полевой светодинамики вибронного лазера проведен в [5, 6] в рамках полуклассических уравнений движения для полевых амплитуд и обобщенных операторов перехода между вибронными уровнями.

Ниже нами рассматриваются некоторые аспекты теории вибронного лазера: реализован микроскопический подход к выводу лазерных уравнений, получено линейное уравнение Фоккера–Планка для функции распределения амплитуд лазерного поля, обсуждаются пороговые условия генерации [7, 8], а также дано приложение разрабатываемой теории к описанию лазерной генерации на монокристалле активированного хромом форстерита.

*E-mail: saiko@ifftp.bas-net.by

**2. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ
ФОККЕРА–ПЛАНКА ДЛЯ ФУНКЦИИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД
ЛАЗЕРНОГО ПОЛЯ**

Будем предполагать, что примеси в кристалле, на которых реализуется лазерный эффект, можно рассматривать как двухуровневые квантовые объекты, основное и возбужденное состояния которых адиабатически связаны с фононными модами решетки и локальными (например, внутримолекулярными) колебаниями, частоты которых превышают предельные частоты решеточных мод. Для матрицы плотности ρ ансамбля примесей, взаимодействующих с колебательными степенями свободы и электромагнитным полем в резонаторе, можно записать управляющее уравнение

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -i(L_f + L_a + L_{af} + L_l + L_{al} + L_L + L_{aL} + i\Lambda_f + i\Lambda_a + i\Lambda_l)\rho(t), \quad (1)$$

где

$$L_m X \equiv [H_m, X],$$

H_m и L_m — гамильтоновы операторы и соответствующие им лиувиллианы, $m = a, f, l$ и т. д.,

$$H_f = \omega a^+ a, \quad H_a = \varepsilon \sum_j R_j^z$$

— гамильтонианы одномодового электромагнитного поля (излучение коллинеарно вытянутому карандашеобразному образцу) и оптических двухуровневых центров;

$$H_{af} = g \sum_j (a R_j^+ + \text{H.c.})$$

— оператор взаимодействия оптических центров с полем излучения; $H_l = \nu b^+ b$ — гамильтониан внутримолекулярного колебания;

$$H_{al} = \sum_j \xi \nu R_j^z (b + b^+)$$

— электронно-колебательное взаимодействие, ответственное за возникновение вибронной структуры оптического спектра;

$$H_L = \sum_k \omega_k c_k^+ c_k$$

— решеточный гамильтониан;

$$H_{aL} = \sum_k \lambda_k R_j^z (c_k + c_k^+)$$

— оператор взаимодействия примесей с решеточными модами; a^+, b^+, c_k^+ и ω, ν, ω_k — операторы рождения квантов поля излучения, внутримолекулярных колебаний, решеточной k -й моды и соответствующие им частоты; g, ξ и λ_k — коэффициенты взаимодействия; $R_j^{\pm, z}$ — операторы энергетического спина, которые описывают двухуровневый оптический центр под номером j ($j = 1, 2, \dots, N$) и тождественны спиновым матрицам Паули; постоянная Планка \hbar везде полагается равной единице. Лиувиллианы Λ_f и Λ_a учитывают некогерентные взаимодействия, приводящие к диссипации энергии из поля излучения и возбужденных оптических примесей соответственно:

$$\Lambda_f X = \kappa ([aX, a^+] + \text{H.c.}) + 2\kappa \bar{N} [a, [X, a^+]], \quad (2)$$

$$\Lambda_a X = \frac{1}{2} \sum_j \{ \gamma_{12} ([R_j^- X, R_j^+] + \text{H.c.}) + \gamma_{21} ([R_j^+ X, R_j^-] + \text{H.c.}) \} + \Gamma(T) \sum_j ([R_j^z \rho, R_j^z] + \text{H.c.}), \quad (3)$$

где κ — постоянная затухания поля излучения, обусловленного необратимым вылетом фотонов за пределы вытянутого образца длины l (можно принять, что $\kappa = c/l$, где c — скорость света); $\bar{N} = [\exp(\omega/k_B T) - 1]^{-1}$; T — температура образца; $\gamma_{12} (\gamma_{21})$ — скорость перехода из основного (возбужденного) в возбужденное (основное) электронное состояние примеси. Последний — чисто дефазировочный — член в (3) обусловлен адиабатическим электрон-фононным взаимодействием, билинейным по переменным решеточных мод; так например, если в дефазировку доминирующий вклад вносит узкий участок фононного спектра, то во втором порядке теории возмущений по константе электрон-фононной связи χ , согласно [9],

$$\Gamma(T) = \chi^2 \bar{n}(\omega_0) [\bar{n}(\omega_0) + 1], \quad (4)$$

где ω_0 — некоторая эффективная — эйнштейновская — частота решетки, $\bar{n}(\omega_0) = [\exp(\omega_0/k_B T) - 1]^{-1}$. Лиувиллиан Λ_l описывает затухание внутримолекулярного колебания:

$$\Lambda_l X = \alpha ([bX, b^+] + \text{H.c.}) + 2\alpha \bar{n} [b, [X, b^+]], \quad (5)$$

где α — постоянная затухания; $\bar{n} = [\exp(\nu/k_B T) - 1]^{-1}$.

Сведения относительно формы и вывода лиувиллианов (2), (3), (5), учитывающих диссипативные процессы, можно найти, например, в [9, 10].

Рассматриваемая модель ансамбля резонансных оптических центров, взаимодействующих с полем излучения в кристалле, обладает большой степенью общности: в частности, практически важный и часто встречающийся случай систем, оптический спектр которых состоит только из одной бесфоновой линии и бесструктурного фонованого крыла и в которых возможна реализация лазерной генерации, является ее (модели) упрощенным вариантом.

При получении управляющего уравнения для описания лазерной генерации необходимо адиабатически исключить переменные, связанные с поляризацией ($\propto R_j^\pm$), инверсной заселенностью ($\propto R_j^z$), амплитудами локальных колебаний (b, b^+) и решеточных мод (c_k, c_k^+), так как они являются быстроменяющимися во времени величинами, в то время как амплитуды светового поля (a, a^+) — медленными. Пользуясь методами неравновесной статистической механики [11, 12] и учитывая, что для высокодобротного резонатора порядка величины операторов находятся в соотношении $O(\Lambda_f) \ll O(L_{af}) \ll O(\Lambda_a)$, во втором приближении L_{af} (или H_{af}) получаем управляющее уравнение для матрицы плотности поля в резонаторе $\sigma = \text{Sp}_a \text{Sp}_l \text{Sp}_L(\rho)$:

$$\dot{\sigma}(t) = \Lambda_f \sigma(t) - \int_0^t d\tau \text{Sp}_a \text{Sp}_l \text{Sp}_L \times \left\{ \tilde{L}_{af}(t) \exp[\Lambda_a(t - \tau)] \tilde{L}_{af}(\tau) \rho_a \rho_l \rho_L \sigma(\tau) \right\}, \quad (6)$$

где

$$\tilde{L}_{af}(t) = \exp(i\tilde{L}t) L_{af} \exp(-i\tilde{L}t),$$

$$\tilde{L} = L_a + L_f + L_l + L_{al} + L_L + L_{aL} + i\Lambda_l,$$

$$\rho_{l,L} = \frac{\exp(-H_{l,L}/k_B T)}{\text{Sp}_{l,L}[\exp(-H_{l,L}/k_B T)]},$$

$$\rho_a = \Pi_j \left(\frac{1}{2} + \sigma_0 R_j^z \right),$$

$\sigma_0 = (\gamma_{12} - \gamma_{21}) / (\gamma_{12} + \gamma_{21})$ — инверсная населенность уровней ($-1 \leq \sigma_0 \leq 1$), $\gamma_{12}(\gamma_{21})$ — скорость перехода из основного (возбужденного) электронного состояния в возбужденное (основное).

После некоторых преобразований уравнение (6) переписывается в виде

$$\dot{\rho}(t) = \Lambda_f \sigma(t) - g^2 \int_0^t d\tau \exp[-\gamma_\perp(t - \tau)] \times \left\{ \exp[i\Delta(t - \tau)] \langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} \times \left[\text{Sp}_a(R^+ R^- \rho_a) (aa^+ \sigma(\tau) - a^+ \sigma(\tau)a) + \text{Sp}_a(R^- R^+ \rho_a) (\sigma(\tau)a^+ a - a\sigma(\tau)a^+) \right] + \text{H.c.} \right\}, \quad (7)$$

где $\Delta = \varepsilon - \omega$, $\gamma_\perp = (\gamma_{12} + \gamma_{21})/2$,

$$R^{\pm,z} = \sum_j R_j^{\pm,z}, \quad \langle \dots \rangle_{l,L} = \text{Sp}_l \text{Sp}_L \{ \dots \rho_l \rho_L \},$$

$$\langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} = \left\langle \frac{(+)}{T} \left(\exp \left[i \int_0^t dt_1 F(t_1) \right] \right) \times \left\langle \frac{(-)}{T} \left(\exp \left[-i \int_0^\tau dt_2 F(t_2) \right] \right) \right\rangle_{l,L} \right\rangle, \quad (8)$$

$$F(t) = V(t) \left[\xi\nu(b+b^+) + \sum_k \lambda_k (c_k + c_k^+) \right] V^+(t), \quad (9)$$

$$V(t) = \exp[i(H_l + H_L + H_{al} + H_{aL} + i\Lambda_l)t]. \quad (10)$$

Корреляционную функцию (8) можно вычислить так же, как это сделано в [9, 10]; имеем

$$\ln \langle U^+(t)U(t') \rangle_{l,L} \approx \xi^2 \{ -2(2\bar{n} + 1) - [(2\bar{n} + 1)\alpha + i\nu](t - t') + [\bar{n} \exp[i\nu(t - t')] + (\bar{n} + 1) \exp[-i\nu(t - t')]] \times \exp(-\alpha|t - t'|) + \sum_k \left(\frac{\lambda_k}{\omega_k} \right)^2 \times [- (2\bar{n}_k + 1) - i\omega_k(t - t') + \bar{n}_k \exp[i\omega_k(t - t')] + (\bar{n}_k + 1) \exp[-i\omega_k(t - t')]] \}, \quad (11)$$

где $\bar{n}_k = [\exp(\omega_k/k_B T) - 1]^{-1}$; коэффициенты $i\xi^2\nu$ и $i \sum_k \lambda_k^2/\omega_k$ в линейных по $(t - t')$ членах в правой части выражения (11) в дальнейшем будем опускать, считая, что они уже включены в перенормированные значения энергий основного и возбужденного электронных состояний.

Переходя в (7) к P -представлению Глаубера–Сударшана для σ ,

$$\sigma(t) = \int d^2\alpha P(\alpha, \alpha^*, t) |\alpha\rangle \langle \alpha|,$$

где $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$, в марковском приближении вместо (7) получаем уравнение Фоккера–Планка:

$$\begin{aligned} \dot{P}(\alpha, \alpha^*, t) = & \left\{ \kappa \left(\frac{\partial}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial}{\partial \alpha^*} \alpha^* \right) - \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_{\perp}} \times \right. \\ & \times \left(\int_0^{\infty} d\tau \gamma_{\perp} \exp [(i\Delta - \gamma_{\perp})\tau] \times \right. \\ & \times \langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} \frac{\partial}{\partial \alpha^*} \alpha^* + \text{c.c.} \left. \right) + \\ & + \left[2\kappa \bar{N} + \frac{g^2 N (1 + \sigma_0)}{2\gamma_{\perp}} \left(\int_0^{\infty} d\tau \gamma_{\perp} \times \right. \right. \\ & \times \exp [(i\Delta - \gamma_{\perp})\tau] \langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} + \text{c.c.} \left. \right) \left. \right] \times \\ & \times \left. \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha^*} \right\} P(\alpha, \alpha^*, t). \quad (12) \end{aligned}$$

Уравнение (12), линейное по амплитуде поля, описывает действие лазера в допороговой области и позволяет определить условие перехода к лазерной генерации путем приравнивания скорости потерь κ и коэффициента усиления G :

$$\kappa = G, \quad (13)$$

$$G \equiv \frac{1}{2} \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_{\perp}} \times \left(\int_0^{\infty} d\tau \gamma_{\perp} \exp [(i\Delta - \gamma_{\perp})\tau] \langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} + \text{c.c.} \right).$$

Коэффициент при производной второго порядка по амплитудной переменной в (12)

$$\begin{aligned} 2\kappa \bar{N} + \frac{g^2 N (1 + \sigma_0)}{2\gamma_{\perp}} \left(\int_0^{\infty} d\tau \gamma_{\perp} \times \right. \\ \times \exp [(i\Delta - \gamma_{\perp})\tau] \langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L} + \text{c.c.} \left. \right) \equiv D \quad (14) \end{aligned}$$

— константа диффузии.

Напомним, что в (14) $\bar{N} = [\exp(\omega/k_B T) - 1]^{-1}$ — число заполнения фотонной моды при температуре T , а N — количество примесных частиц.

3. ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ НА ВИБРОННЫХ ПОВТОРЕНИЯХ ЧИСТО ЭЛЕКТРОННОЙ ЛИНИИ

Используя выражение (11) для корреляционной функции $\langle U^+(t)U(\tau) \rangle_{l,L}$, коэффициент усиления можно представить в развернутом виде:

$$\begin{aligned} G = & \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_{\perp}} \exp [-\xi^2 (2\bar{n} + 1)] \times \\ & \times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{r,s=0}^{\infty} \prod_k \xi^{2(r+s)} (\bar{n} + 1)^r \bar{n}^s \gamma_{\perp} \times \\ & \times [\gamma_{\perp} + (r + s)\alpha + \xi^2 (2\bar{n} + 1)\alpha] \times \\ & \times \left\{ r!s! [\varepsilon - \omega - (r - s)\nu - p\omega_k]^2 + \right. \\ & + [\gamma_{\perp} + (r + s)\alpha + \xi^2 (2\bar{n} + 1)\alpha]^2 \left. \right\}^{-1} \times \\ & \times \exp [-w(T)] I_p \left(2 \frac{\lambda_k^2}{\omega_k^2} \sqrt{\bar{n}_k (\bar{n}_k + 1)} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\bar{n}_k + 1}{\bar{n}_k} \right)^{p/2}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\exp[-w(T)]$ — фактор Дебая–Валлера, связанный с суммарными стоксовыми потерями

$$\sum_k \left(\frac{\lambda_k}{\omega_k} \right)^2 (2\bar{n}_k + 1)$$

на решеточные моды, а $\exp[-\xi^2 (2\bar{n} + 1)]$ — аналогичная величина, относящаяся к локальным колебаниям, I_p — функция Бесселя мнимого аргумента первого рода; напомним, что ε — энергия чисто электронного перехода, ω и κ — частота и скорость потерь фотонной моды в резонаторе, ν и α — частота и затухание локального (внутримолекулярного) колебания, ω_k — частота k -й решеточной моды,

$$\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel}/2 + \Gamma(T) \quad (16)$$

— скорость релаксации наведенной поляризации, $\gamma_{\parallel} = \gamma_{12} + \gamma_{21}$.

Прежде всего отметим несколько частных случаев, касающихся порогового условия (13), (15). Во-первых, в отсутствие адиабатического взаимодействия основного и возбужденного электронных состояний оптических центров с локальными и решеточными колебаниями ($\xi \approx 0$, $\lambda_k \approx 0$) пороговое условие (13), (15) совпадает с обычным [13]:

$$\kappa = \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_{\perp}}. \quad (17)$$

Во-вторых, при очень сильной связи оптических центров с колебательными состояниями свободы ($\xi^2 \gg 1$, $\lambda_k^2/\omega_k^2 \gg 1$), а также при высоких температурах, коэффициент усиления G становится малым, равенство (13) может стать невыполнимым, и лазерная генерация невозможна. В-третьих, для чисто электронного перехода ($r = s = p = 0$) при точном резонансе ($\varepsilon - \omega = 0$) имеем пороговое условие [14]

$$\kappa = \frac{g^2 N \sigma_0}{\tilde{\gamma}_\perp} \exp[-\tilde{w}(T)], \quad (18)$$

где $\tilde{w}(T) = w(T) + \xi^2(2\bar{n} + 1)$, $\tilde{\gamma}_\perp = \gamma_\perp + \xi^2(2\bar{n} + 1)\alpha$. Пороговое условие (18) соответствует случаю, когда лазерная генерация реализуется в пределах бесфононной линии, т. е. взаимодействие квантов света с примесным кристаллом происходит так, что колебательные состояния и локальной, и решеточной мод не изменяются.

Более типичной является ситуация, когда взаимодействие света с примесным кристаллом не изменяет колебательного состояния решетки ($p = 0$), но одновременно выполняется резонансное условие $\omega = \varepsilon - (r - s)\nu$, в силу чего реализуется одно из колебательных повторений чисто электронной линии, соответствующее вибронному переходу с s -го колебательного уровня в возбужденном электронном состоянии (уничтожается s колебательных квантов) на r -ый колебательный уровень основного электронного состояния (рождается r колебательных квантов). Пороговое условие для лазерной генерации на таком отдельно взятом вибронном переходе записывается в достаточно простом для оценок виде:

$$\begin{aligned} \kappa = & \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_\perp} \exp[-\xi^2(2\bar{n} + 1)] \times \\ & \times \frac{\gamma_\perp \xi^{2(r+s)} (\bar{n} + 1)^r \bar{n}^s}{r!s! [\gamma_\perp + \xi^2(2\bar{n} + 1)\alpha + (r + s)\alpha]} \times \\ & \times \exp[-w(T)] \prod_k I_0 \left(2 \frac{\lambda_k^2}{\omega_k^2} \sqrt{\bar{n}_k (\bar{n}_k + 1)} \right). \quad (19) \end{aligned}$$

По формуле (19) можно определять пороговые условия для любого из вибронных переходов без учета их взаимной обусловленности (в общем же случае надо пользоваться формулами (13), (15)). Если одновременно для целой серии вибронных переходов реализуются достаточно высокие коэффициенты усиления, так что выполняются соответствующие пороговые условия, то благодаря наличию некоторого распределения мод поля в резонаторе (так как линия испускания имеет конечную ширину) резонанс может достигаться не для одного, а для нескольких переходов, и становится возможным осуществление перестраиваемой лазерной генерации.

Стоящее в формуле (19) произведение нулевых функций Бесселя меняется с изменением температуры (или \bar{n}_k) более медленно, чем фактор Дебая–Валлера $\exp[-w(T)]$, и для $(\lambda_k/\omega_k)^2 \sqrt{\bar{n}_k (\bar{n}_k + 1)} \ll 1$ оно может быть приравнено единице, так как $I_0(x) \approx 1$ при $x \ll 1$. Далее, так как частота внутримолекулярного колебания намного выше решеточных частот, температурная зависимость коэффициентов усиления для различных вибронных переходов (см. правую часть уравнения (19)) будет определяться в основном фактором Дебая–Валлера $\exp[-w(T)]$. Из формулы (19) также следует, что с увеличением силы взаимодействия (или, что эквивалентно, стоксовых потерь ξ^2) оптических центров с внутримолекулярным колебанием максимальные значения коэффициента усиления реализуются для вибронных переходов в более длинноволновой части оптического спектра.

4. ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ОБЛАСТИ БЕССТРУКТУРНОГО ФОНОННОГО КРЫЛА

Если оптический спектр кристалла состоит только из бесфононной линии и бесструктурного фононного крыла, формируемого решеточными модами, т. е. связь электронных состояний с высокочастотными локальными колебаниями пренебрежимо мала (или последние вообще отсутствуют), то в описанных выше выражениях, в том числе и в коэффициенте усиления (15), необходимо положить $\xi = \nu = \alpha = 0$. Имея в виду проведение в дальнейшем оценочных расчетов, удобно заменить решеточный спектр некоторой эффективной частотой ω_0 (эйнштейновское приближение), и, более того, если лазерная генерация происходит в узкой полосе фононного крыла, то вполне оправданно наложить условие выполнения точного резонанса:

$$\varepsilon - \omega - p\omega_0 = 0. \quad (20)$$

Тогда соответствующий коэффициент усиления с учетом выражения (15) можно переписать в виде

$$G(\omega = \varepsilon - p\omega_0; \lambda_0; T) = \frac{g^2 N \sigma_0}{\gamma_\perp(T)} f(\lambda_0; T), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} f(\lambda_0; T) = & \exp \left\{ -\frac{\lambda_0^2}{\omega_0^2} [2\bar{n}(\omega_0) + 1] \right\} \times \\ & \times I_p \left(2 \frac{\lambda_0^2}{\omega_0^2} \sqrt{\bar{n}(\omega_0) (\bar{n}(\omega_0) + 1)} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\bar{n}(\omega_0) + 1}{\bar{n}(\omega_0)} \right)^{p/2}. \quad (22) \end{aligned}$$

Указанием аргументов функции G (21) намеренно подчеркнут факт зависимости коэффициента усиления от константы электрон-фононной связи λ_0 , температуры кристаллической решетки T , а также то обстоятельство, что элементарный акт испускания кванта электромагнитного поля с частотой ω в процессе лазерной генерации сопровождается рождением p решеточных квантов с частотой ω_0 в силу выполнения резонансного условия (20).

Линейного уравнения Фоккера–Планка (12) вполне достаточно для определения порога генерации и диффузионной константы, тогда как действительная амплитуда колебаний лазерного поля может быть найдена лишь с помощью нелинейной теории, т.е. в последнем случае при выводе управляющего уравнения для матрицы плотности поля необходимо учитывать члены, по крайней мере, четвертого порядка по взаимодействию L_{af} (или H_{af}). Однако, если выполнено резонансное условие (20), то амплитуду поля можно найти, модифицировав уравнения (14)–(16) из работы [14]. Для этого в них следует совершить замену $g \exp[-S(T)/2] \rightarrow g f^{1/2}(\lambda_0; T)$. В результате поляризация P , инверсия Δ , амплитуда a и среднее число фотонов $n = \langle a^\dagger a \rangle = a^2$ будут определяться (в приближении среднего поля) следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{P} &= 2ga\Delta f^{1/2} - \gamma_\perp P, \\ \dot{\Delta} &= -2gaP f^{1/2} - \gamma_\parallel (\Delta - \sigma_0 N/2), \\ \dot{a} &= 2g\Delta f^{1/2} - \kappa a, \\ \dot{n} &= 2gaP f^{1/2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Полагая $\dot{P} = \dot{\Delta} = 0$, находим эволюционное уравнение для амплитуды поля, генерирующегося в области фононного крыла на частоте $\omega = \varepsilon - p\omega_0$:

$$\dot{a} = (G - \kappa)a - \frac{4\kappa}{N\gamma_\parallel \sigma_0} Ga^3. \quad (24)$$

Для $G > \kappa$ из (24) можно определить среднее число фотонов в стационарном режиме ($\dot{a} = 0$):

$$n = a^2 = \frac{N\gamma_\parallel}{4\kappa} (\sigma_0 - \sigma_0 \kappa G^{-1}). \quad (25)$$

Интенсивность лазерного излучения в этом случае будет равна

$$I = \omega \dot{n} = 2g\omega a P f^{1/2} = 2\kappa n, \quad (26)$$

или после подстановки (25) в (26)

$$I = \frac{N\gamma_\parallel}{2} \left[\sigma_0 - \frac{\kappa\gamma_\perp(T)}{g^2 N} f^{-1}(\lambda_0; T) \right], \quad (27)$$

где учтена связь между G и f (21).

5. ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ К ОПИСАНИЮ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ НА МОНОКРИСТАЛЛЕ $\text{Mg}_2\text{SiO}_4:\text{Cr}^{4+}$

Результаты развиваемой теории вибронного лазера можно сопоставить с конкретным примером экспериментальной реализации лазерной генерации на фононном крыле оптического спектра активированного хромом форстерита $\text{Mg}_2\text{SiO}_4:\text{Cr}^{4+}$. В активном элементе лазера на этом монокристалле была достигнута стабильная квазинепрерывная генерация в ближнем ИК-диапазоне со средней выходной мощностью более 1 Вт [3, 4]. Частоты излучения накачки, чисто электронного перехода и генерации составляли 9276 см^{-1} , 9158 см^{-1} и 8097 см^{-1} соответственно. Так как экспериментально уменьшения квантового выхода люминесценции не наблюдалось в интересном для практики интервале температур от 300 до 400 К, т.е. механизм безызлучательной релаксации не был задействован, то, следовательно, потенциальные кривые колебаний атомов в конфигурационном пространстве для основного и метастабильного электронных состояний не должны пересекаться (что и отмечается в [4]).

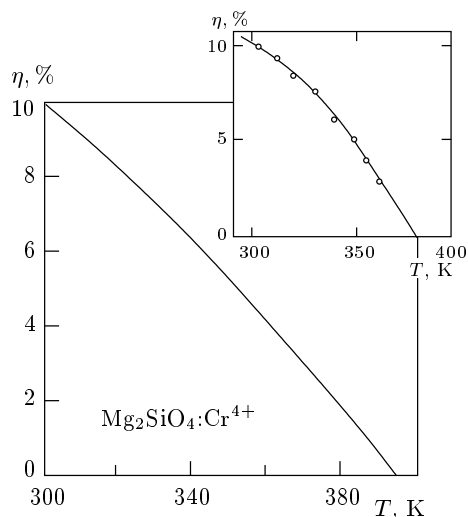
В [4] была измерена зависимость энергетической эффективности η (отношение выходной интенсивности I к мощности накачки I_p) лазера на $\text{Mg}_2\text{SiO}_4:\text{Cr}^{4+}$ от температуры. Формулу (27), несколько преобразовав, можно приспособить для описания данной экспериментальной ситуации. Действительно, пусть при некоторой исходной температуре T_0 превышение порога генерации составляет Δ единиц, а η равняется η_0 (в процентах), тогда, используя (27), можно записать

$$\eta(T) = \frac{I(T)}{I_p} = \eta_0 \Delta \left[1 - \frac{1}{\Delta} \times \frac{\bar{n}(\omega_0, T) (\bar{n}(\omega_0, T) + 1)}{\bar{n}(\omega_0, T_0) (\bar{n}(\omega_0, T_0) + 1)} \frac{f(\lambda_0, \omega_0; T_0)}{f(\lambda_0, \omega_0; T)} \right]. \quad (28)$$

В формуле (28) учтено, что для достаточно высоких температур, например комнатных, скорость энергетической релаксации γ_\parallel значительно меньше дефазировочного вклада $\Gamma(T)$ в (16), поэтому фактически

$$\gamma_\perp(T) \approx \chi^2 \bar{n}(\omega_0, T) [\bar{n}(\omega_0, T) + 1] \quad (29)$$

(см. формулы (16), (4)); функция $f(\lambda_0, \omega_0; T)$ определена в (22). Таким образом, имея реперные точки T_0 , Δ , η_0 , энергетическую эффективность лазера (28) можно выразить только через параметры, характеризующие решетку кристалла, — эффективную частоту ω_0 и температуру T , а также через силу электрон-фононной связи λ_0 . Следует, однако, отметить, что эффективная частота ω_0 в выражении (29)



Зависимость энергетической эффективности η лазерной генерации в области фоновых крыла от температуры T . На вставке — экспериментальная зависимость для лазера на активированном хромом форстерите [4]

для γ_{\perp} (или для \bar{n} в (28)) в общем случае может отличаться от таковой, являющейся аргументом функции f в (28).

В эксперименте [4] превышение порога генерации при $T_0 = 300$ К составляло $\Delta = 2.2$, а значение η_0 равнялось 10%. Температура изменялась с помощью внешнего нагревателя. Результаты эксперимента показаны на вставке к рисунку. На графике видно, что снижение энергетической эффективности лазера на 25% происходит при $T < 330$ К, а срыв генерации — при 380 К.

При расчете $\eta(T)$ по формуле (28) примем для ω_0 значение равное разности между частотой чисто электронного перехода 9158 см^{-1} и частотой генерации 8097 см^{-1} , т. е. 1061 см^{-1} , и, так как в этом случае реализуются только одноквантовые переходы, положим $p = 1$ в выражении (22) для f , а также $\lambda_0^2/\omega_0^2 = 1$. Результат теоретического расчета представлен на рисунке. Теория достаточно хорошо передает ход температурной зависимости $\eta(T)$ как с качественной, так и с количественной стороны, даже несмотря на то, что для решеточного спектра принята весьма упрощенная — одноосцилляторная — модель.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе изучены некоторые аспекты действия вибронного лазера в допороговом

режиме. Показано, что пороговые условия лазерной генерации на вибронных переходах в примесных кристаллах зависят от силы взаимодействия оптических центров с локальным — внутримолекулярным — колебанием, формирующим вибронный спектр — последовательность повторений чисто электронной линии. Эти пороговые условия зависят также от температуры кристаллической решетки: с увеличением стоковых потерь на локальное колебание максимальные значения коэффициента усиления реализуются для вибронных переходов в более длинноволновой части оптического спектра, а увеличение температуры ослабляет коэффициент усиления для всех вибронных переходов практически в одинаковой степени. Теория легко распространяется на случай спектра с бесструктурным фоновым крылом и хорошо согласуется с экспериментальными данными по температурной зависимости выходной интенсивности излучения лазера на активированном хромом форстерите $\text{Mg}_2\text{SiO}_4:\text{Cr}^{4+}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tunable solid state lasers for remote sensing*, Springer-Verlag, Berlin (1985).
2. *Tunable lasers*, Springer-Verlag, Berlin (1987).
3. V. Petricevic, S. K. Gayen, and R. R. Alfano, *Opt. Lett.* **14**, 612 (1989).
4. М. Г. Лившиц, Я. И. Мишкель, А. А. Тарасов, *КЭ* **19**, 496 (1992).
5. E. Sigmund and P. Schwendimann, *Opt. Acta* **32**, 281 (1985).
6. P. Schwendimann, E. Sigmund, and K. Zeile, *Phys. Rev. A* **37**, 3018 (1988).
7. А. П. Сайко, В. С. Кузьмин, *Доклады АН БССР* **34**, 998 (1990).
8. А. П. Сайко и В. С. Кузьмин, *Laser Physics* **7**, 384 (1997).
9. В. С. Кузьмин, А. П. Сайко, *ТМФ* **83**, 291 (1990).
10. А. П. Сайко, *Кооперативные нелинейнооптические явления*, БГУ, Минск (1999).
11. F. Haake, *Springer Tracts Mod. Phys.* **66**, 98 (1973).
12. F. Shibata and T. Arimitsu, *J. Phys. Soc. Jap.* **49**, 891 (1980).
13. Г. Хакен, *Лазерная светодинамика*, Мир, Москва (1988).
14. А. П. Сайко, В. С. Кузьмин, *КЭ* **15**, 1249 (1988).