ЖЭТФ, 2001, том 119, вып. 3, стр. 567–573

ТЕОРИЯ ПОЛУШИРИНЫ ЛИНИИ ЦИКЛОТРОННОГО РЕЗОНАНСА В РАЗМЕРНО-ОГРАНИЧЕННЫХ СИСТЕМАХ

Э. П. Синявский[*], *Е. И. Гребенщикова*

Институт прикладной физики академии наук Молдовы
277028, Кишинев, Молдова

Поступила в редакцию 24 апреля 2000 г.

Исследованы многофононные оптические переходы между уровнями Ландау и уровнями размерного квантования в продольном магнитном поле в одиночных квантовых ямах. Развитая теория позволяет описать величину, температурную и полевую зависимости полуширины линии циклотронного резонанса. Проведено сравнение с экспериментальными данными. Показано, что при учете взаимодействия электронов с оптическими фононами возможно появление фононных сателлитов при переходе электрона между уровнями размерного квантования и магнитными уровнями.

PACS: 78.66.-w, 76.40.+b

1. ВВЕДЕНИЕ

Если напряженность магнитного поля направлена перпендикулярно поверхности квантовой ямы, то энергия электрона оказывается полностью квантованной. Для прямоугольной квантовой ямы шириной a с бесконечно высокими стенками энергия электрона с эффективной массой m определяется соотношением

$$E_{nN} = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2}\right) + \varepsilon_0 n^2.$$

Здесь ω_c — циклотронная частота, $\varepsilon_0 = \hbar^2\pi^2/2ma^2$ — шаг пространственного квантования.

Экспериментальные исследования поглощения света, определяемого переходом электрона между уровнями Ландау, проводились в сверхрешетках [1], гетероструктурах [2–6], в системах металл–диэлектрик–полупроводник [7], в квантовых ямах [8, 9]. Как показывают эксперименты, с ростом напряженности магнитного поля максимум поглощения сдвигается в коротковолновую область, а полуширина линии циклотронного резонанса Δ в зависимости от исследуемой квазидвумерной системы меняется в довольно широкой области $\Delta = 0.1$–2 мэВ. Вопрос о полуширине линии оптического поглощения при переходе электрона между дискретными состояниями является принципиальным. Это связано с тем, что неупругое рассеяние носителей на колебаниях, описывающее нестационарность электронных состояний, определяет значение $\Delta < 10^{-3}$ мэВ, что значительно меньше экспериментальных данных. При теоретических расчетах формы линии циклотронного резонанса [10–12] предполагается, что она описывается лоренцевской кривой. При этом полуширина линии циклотронного резонанса может определяться неоднородным уширением (для сверхрешеток), а для вырожденного электронного газа кулоновским взаимодействием электронов [8], дальнодействующими примесными потенциалами [13], взаимодействием с мягкими магнитоплазмонными модами [8], флуктуациями центра масс (фононы и примеси рассматриваются как флуктуации сил) [14, 15], взаимодействием электронов с поверхностными фононами [16]. Полуширина линии циклотронного резонанса в прямоугольных квантовых ямах [17, 18], в гетероструктурах [5], в структурах металл–диэлектрик–полупроводник [7,14] заметно зависит от температуры. С увеличением температуры Δ увеличивается, причем при $T > 1$ К нелинейно. Последнее обстоятельство явно указывает на то, что фононы играют существенную роль в формировании частотной зависимости линии циклотронного резонанса.

В настоящей работе исследуется многофонон-

[*]E-mail: exciton@cc.acad.md

ное поглощение электромагнитной волны, определяемое переходом электрона как между уровнями Ландау (циклотронный резонанс), так и между уровнями размерного квантования (размерный резонанс). Именно учет многих колебательных квантов при оптическом переходе позволяет объяснить полуширину линии циклотронного резонанса, ее температурную и полевую зависимости. Предложенный механизм, по-видимому, единственный, позволяющий описать форму линии циклотронного резонанса в одиночных квантовых ямах.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Коэффициент поглощения света частоты Ω согласно формуле Кубо [19] определяется через корреляционную функцию операторов дипольных моментов:

$$K(\Omega)=\frac{4\pi\Omega}{Vn_0\hbar c}\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}d_{\alpha\alpha'}d_{\beta\beta'}\times \\ \times\int\limits_{-\infty}^{\infty}dt\,e^{i\Omega t}\langle a_\alpha^+(t)a_{\alpha'}(t)a_\beta^+a_{\beta'}\rangle. \quad (1)$$

Здесь $d_{\alpha\alpha'}$ — матричный элемент дипольного момента на волновых функциях электрона $|\alpha\rangle$ в размерно-ограниченной системе в присутствии магнитного поля, напряженность которого направлена вдоль оси пространственного квантования z, $\alpha=(N,n,K_x)$ — набор квантовых чисел, описывающих состояние заряженной частицы, K_x — волновой вектор электрона вдоль оси x, $a_\alpha^+(a_\alpha)$ — операторы рождения (уничтожения) носителя в состоянии α, V — объем рассматриваемой квантовой системы, n_0 — показатель преломления в квантовой яме, c — скорость света в вакууме:

$$a_\alpha^+(t)=e^{itH/\hbar}a_\alpha^+e^{-itH/\hbar}, \quad (2)$$

$$H=H_0+V, \quad (3)$$

$$H_0=\sum_\alpha E_\alpha a_\alpha^+a_\alpha+\sum_{\mathbf{q}}\hbar\omega_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}^+b_{\mathbf{q}}, \quad (4)$$

$$V=\sum_{\mathbf{q},\alpha,\beta}C_{\mathbf{q}}V_{\alpha\beta}(b_{\mathbf{q}}+b_{-\mathbf{q}}^+)a_\alpha^+a_\beta, \quad (5)$$

H_0 — гамильтониан свободных электронов и фононов, $b_{\mathbf{q}}^+$ $(b_{\mathbf{q}})$ — операторы рождения (уничтожения) фононов с энергией $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ и волновым вектором $\mathbf{q}$, $C_{\mathbf{q}}$ — коэффициентная функция электрон-фононного взаимодействия,

$$V_{\alpha\beta}=\langle\alpha|e^{i\mathbf{qr}}|\beta\rangle. \quad (6)$$

В соотношении (1) уголковые скобки описывают статистическое усреднение с гамильтонианом (3). При записи (1) учтено, что спин электронов при оптическом переходе не меняется (суммирование по спиновым состояниям дает множитель 2).

Согласно (2) оператор $a_\alpha^+(t)$ удовлетворяет уравнению движения:

$$\dot a_\alpha^+(t)=\frac{i}{\hbar}\left\{E_\alpha a_\alpha^+(t)+\sum_{\mathbf{q},\beta}C_{\mathbf{q}}a_\beta^+(t)\times\right. \\ \left.\times V_{\beta\alpha}(b_{\mathbf{q}}e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t}+b_{-\mathbf{q}}^+e^{i\omega_{\mathbf{q}}t})\right\}. \quad (7)$$

При записи (7) предполагалось, что электроны не изменяют фононного спектра системы, т. е.

$$b_{\mathbf{q}}(t)\approx e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t}b_{\mathbf{q}},\quad b_{\mathbf{q}}^+(t)\approx e^{i\omega_{\mathbf{q}}t}b_{\mathbf{q}}^+.$$

Последнее приближение вполне оправдано для случая невырожденного электронного газа, поскольку поправки, вносимые в $\omega_{\mathbf{q}}$, пропорциональны концентрации носителей.

Из уравнения (7) следует, что уравнение движения для оператора

$$\xi_\alpha^+(t)=a_\alpha^+(t)\exp\left\{-\frac{itE_\alpha}{\hbar}\right\} \quad (8)$$

определяется соотношением

$$\dot\xi_\alpha^+(t)=\frac{i}{\hbar}\sum_{\mathbf{q},\beta}C_{\mathbf{q}}\xi_\beta^+(t)V_{\beta\alpha}\times \\ \times\exp\left\{-\frac{it}{\hbar}(E_\alpha-E_\beta)\right\}\left(b_{\mathbf{q}}e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t}+b_{-\mathbf{q}}^+e^{i\omega_{\mathbf{q}}t}\right), \quad (9)$$

где $\beta=(n',N',K_x')$.

Дальнейшие расчеты проведем в диагональном по квантовым числам ($N=N'$, $n=n'$) приближении. Если в (9) положим $N=N'$, $n=n'$, то получаем следующее приближенное уравнение для операторов $\xi_\alpha^+(t)$:

$$\dot\xi_{\nu,K_x}^+(t)=\frac{i}{\hbar}\sum_{K_x'}\xi_{\nu,K_x'}^+(t)\langle K_x'|V_\nu(t)|K_x\rangle, \quad (10)$$

$|K_x\rangle$ — волновые функции свободного электрона:

$$V_\nu(t)=\sum_{\mathbf{q}}C_{\mathbf{q}}V_\nu(q)e^{iA}\left(b_{\mathbf{q}}e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t}+b_{-\mathbf{q}}^+e^{i\omega_{\mathbf{q}}t}\right). \quad (11)$$

Для прямоугольной квантовой ямы с бесконечно высокими стенками

$$V_\nu(\mathbf{q}) = \frac{4i\pi^2 n^2}{(q_z a)^2 - (2\pi n)^2}\,\frac{\exp\{iq_z a\} - 1}{q_z a} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{R^2(q_x^2+q_y^2)}{4}\right\} L_N\left(\frac{R^2(q_x^2+q_y^2)}{2}\right), \quad (12)$$

$$A = iq_x x + iq_y \frac{R^2 P_x}{\hbar}, \quad P_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \quad R^2 = \frac{\hbar}{m\omega_c},$$

$L_N(z)$ — полиномы Лагерра.

Решение уравнения (10) с учетом начальных условий $\xi^+_{\nu K_x}(0) = \xi^+_{\nu K_x} = a^+_{\nu K_x}$ имеет вид

$$\xi^+_{\nu K_x}(t) = \sum_{K'_x} \xi^+_{\nu K'_x} \langle K'_x|U^+_\nu(t)|K_x\rangle. \quad (13)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$U^+_\nu(t) = \exp\left\{\frac{it}{\hbar}(H_f + V_\nu)\right\}\exp\left\{-\frac{it}{\hbar}H_f\right\},$$
$$H_f = \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_{\mathbf{q}} b^+_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}, \quad (14)$$
$$V_\nu = \sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}} V_\nu(\mathbf{q})(b_{\mathbf{q}} + b^+_{-\mathbf{q}})\exp\{iA\}.$$

Следовательно, согласно (8)

$$a^+_{\nu K_x}(t) = \sum_{K'_x} a^+_{\nu K'_x} \exp\left\{\frac{itE_\nu}{\hbar}\right\}\langle K'_x|U^+_\nu(t)|K_x\rangle. \quad (15)$$

Справедливость решения (13) легко проверить, если подставить его в (10), учесть уравнение движения для операторов эволюции

$$\dot{U}^+_\nu(t) = \frac{i}{\hbar}U^+_\nu(t)V_\nu(t)$$

и условие полноты волновых функций свободного электрона вдоль оси x

$$\sum_{K''_x} |K''_x\rangle\langle K''_x| = I,$$

где I — единичный оператор.

Аналогично можно вычислить $a_\alpha(t)$.

Если подставить значения $a^+_\alpha(t)$, $a_\alpha(t)$ в соотношение (1), то коэффициент поглощения света принимает следующий вид:

$$K(\Omega) = \frac{4\pi\Omega}{Vn_0c\hbar}\sum_{\nu,\nu_1,K_x,K'_x} f_{\nu K'_x} d_{\nu K_x,\nu_1 K_x} d_{\nu_1 K'_x,\nu K'_x} \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dt\, \exp\left\{\frac{it}{\hbar}(E_\nu - E_{\nu_1} + \hbar\Omega)\right\} \times$$
$$\times \left\{\langle K'_x|U^+_\nu(t)|K_x\rangle\langle K_x|U_{\nu_1}|K'_x\rangle\right\}_0, \quad (16)$$

где

$$f_\alpha = \langle a^+_\alpha a_\alpha\rangle = 2\pi R^2 a D n_e \operatorname{sh}(\beta\hbar\omega_c/2) \times$$
$$\times \exp\{-\beta\hbar\omega_c/2\}\exp\left\{-\beta(N\hbar\omega_c + \varepsilon_0 n^2)\right\},$$

$$D^{-1} = \sum_{n=1} \exp\{-\beta\varepsilon_0 n^2\}, \quad \beta = \frac{1}{k_0 T},$$

$$U_{\nu_1}(t) = \exp\left\{\frac{it}{\hbar}H_f\right\}\exp\left\{-\frac{it}{\hbar}(H_f + V_{\nu_1})\right\},$$

f_α — равновесная функция распределения электронов в рассматриваемой невырожденной размерно-ограниченной системе, n_e — концентрация электронов.

При записи (16) не учитывались поляронные эффекты, поэтому $\{\ldots\}_0$ означает усреднение по системе свободного фононного поля. Усреднение по системе невзаимодействующих электронов проводилось в низшем по концентрации электронов приближении:

$$\langle a^+_{\alpha_1} a_{\alpha_2} a^+_{\alpha_3} a_{\alpha_4}\rangle_0 \approx \langle a^+_{\alpha_1} a_{\alpha_4}\rangle_0 \delta_{\alpha_1\alpha_4}\delta_{\alpha_2\alpha_3}.$$

Если поглощаемая линейно-поляризованная электромагнитная волна падает нормально поверхности размерно-ограниченной системы, то

$$d_{\alpha\alpha_1} = \frac{eR}{\sqrt{2}}\,\delta_{n,n_1}\delta_{K_x,K'_x} \times$$
$$\times\left\{\sqrt{N}\,\delta_{N,N_1+1} + \sqrt{N+1}\,\delta_{N,N_1-1}\right\}. \quad (17)$$

Согласно соотношению (17) в рассматриваемом случае возможны прямые оптические переходы только между ближайшими уровнями Ландау без изменения квантовых чисел n размерного квантования.

В дальнейшем рассмотрим случай, когда все электроны находятся в низшем состоянии ($N = 0$, $n = 1$), т. е.

$$\hbar\omega_c > k_0 T, \quad 3\varepsilon_0 > k_0 T, \quad f_{\nu K_x} = f_{01 K_x} = \pi n_e a R^2.$$

Подстановка (17) в (16) приводит к следующему виду коэффициента поглощения света:

$$K_\perp(\Omega) = \frac{2\pi^2\Omega e^2 R^4 n_e a}{Vn_0c\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, \exp\left\{-it(\omega_c - \Omega)\right\} \times$$
$$\times \sum_{K_x}\left\{\langle K_x|U^+_{01}U_{11}|K_x\rangle\right\}_0. \quad (18)$$

Если электромагнитная волна распространяется вдоль поверхности квантовой ямы, а вектор поляризации параллелен оси пространственного квантования, то матричный элемент дипольного момента определяется соотношением

$$d_{\alpha\alpha_1} = \frac{ea}{\pi^2}\delta_{N,N_1} \times \\ \times \left\{ \frac{\cos\pi(n+n_1)-1}{(n+n_1)^2} - \frac{\cos\pi(n-n_1)-1}{(n-n_1)^2} \right\} \delta_{K_x,K_{x1}}. \quad (19)$$

Следовательно, в исследуемом случае возможны прямые оптические переходы между уровнями пространственного квантования ($n \neq n_1$) без изменения номера уровня Ландау ($N = N_1$).

Исследуем поглощение света, определяемое переходом из низшего состояния ($N = 0$, $n = 1$) в последующее размерно-квантованное состояние ($N_1 = 0$, $n_1 = 2$). Подстановка (19) в (16) приводит к следующему выражению для коэффициента поглощения света:

$$K_\parallel(\Omega) = \frac{4\pi^2\Omega e^2 R^2 n_e a}{V n_0 c\hbar} \left(\frac{16a}{9\pi^2}\right)^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp\left\{-\frac{it}{\hbar}(3\varepsilon_0 - \hbar\Omega)\right\} \times \\ \times \sum_{K_x} \left\{ \langle K_x | U_{01}^\dagger U_{02} | K_x \rangle \right\}_0. \quad (20)$$

Усреднение в (18), (20) по системе свободных фононов можно провести точно с помощью методов теории многофононных переходов [20] или алгебры бозе-операторов [21]. В результате

$$\left\{ U_\nu^\dagger(t) U_{\nu_1}(t) \right\}_0 = \exp\left\{-g_{\nu\nu_1}(t)\right\}, \quad (21)$$

$$g_{\nu\nu_1}(t) = \frac{it}{\hbar}\sum_{\mathbf{q}} \frac{|C_{\mathbf{q}}|^2}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}} \left[|V_\nu(\mathbf{q})|^2 - |V_{\nu_1}(\mathbf{q})|^2 \right] + \\ + \sum_{\mathbf{q}} \frac{2N_{\mathbf{q}}+1}{(\hbar\omega_{\mathbf{q}})^2} |C_{\mathbf{q}}|^2 \left| V_\nu(\mathbf{q}) - V_{\nu_1}(\mathbf{q}) \right|^2 (1 - \cos\omega_{\mathbf{q}} t) - \\ - i \sum_{\mathbf{q}} \frac{|C_{\mathbf{q}}|^2}{(\hbar\omega_{\mathbf{q}})^2} \left[|V_\nu(\mathbf{q})|^2 - |V_{\nu_1}(\mathbf{q})|^2 \right] \sin\omega_{\mathbf{q}} t. \quad (22)$$

С учетом (21) коэффициент поглощения света, связанный с переходом с низшего уровня Ландау, согласно (18), принимает вид

$$K_\perp(\Omega) = \frac{\pi\Omega e^2 R^2 n_e}{n_0 c\hbar} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp\left\{-it(\omega_c - \Omega)\right\} \exp\left\{-g_{01,11}(t)\right\}. \quad (23)$$

Аналогично можно записать выражение для коэффициента поглощения света, вектор поляризации которого направлен вдоль оси пространственного квантования:

$$K_\parallel(\Omega) = \frac{2\pi\Omega e^2 n_e}{n_0 c\hbar} \left(\frac{16a}{9\pi^2}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt \times \\ \times \exp\left\{-\frac{it}{\hbar}(3\varepsilon_0 - \hbar\Omega)\right\} \exp\left\{-g_{01,02}(t)\right\}. \quad (24)$$

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Соотношения (23), (24) описывают частотную зависимость коэффициента поглощения света, связанную с переходом электрона между уровнями Ландау и размерно-квантованными состояниями с учетом многих фононов.

Рассмотрим квантовую систему, в которой электроны наиболее активно взаимодействуют с длинноволновыми акустическими колебаниями. Если их описывать квазиклассически, то в (22) можно разложить $g_{\nu\nu_1}(t)$ по t до членов t^2 включительно. (Основные критерии такого приближения можно найти в [22].) В результате

$$g_{\nu\nu_1}(t) \approx B_{\nu\nu_1} t^2, \\ B_{\nu\nu_1} = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}} \frac{1+2N_{\mathbf{q}}}{\hbar^2} |C_{\mathbf{q}}|^2 \left| V_\nu(\mathbf{q}) - V_{\nu_1}(\mathbf{q}) \right|^2. \quad (25)$$

Следовательно, коэффициент поглощения света, связанный с переходом электрона с низшего уровня Ландау $[\nu(0,1)]$ на ближайший уровень Ландау $[\nu(1,1)]$ согласно (23) принимает вид

$$K_\perp(\Omega) = \frac{\pi\Omega e^2 R^2 n_e}{n_0 c\hbar} \sqrt{\frac{\pi}{B}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{(\hbar\Omega - \hbar\omega_c)^2}{4\hbar^2 B}\right\}, \quad (26)$$

$$B = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1+2N_{\mathbf{q}}}{2\hbar^2} |C_{\mathbf{q}}|^2 \left| V_{01}(\mathbf{q}) - V_{11}(\mathbf{q}) \right|^2.$$

В случае высоких температур, когда $N_{\mathbf{q}} \approx \approx k_0 T/\hbar\omega_{\mathbf{q}} > 1$

$$B = \frac{3k_0 T E_1^2}{4\hbar^2 \rho v^2 \pi a R^2}, \quad (27)$$

ρ — плотность квантовой ямы, E_1 — константа деформационного потенциала для электронов, v — скорость звука в размерно-ограниченной системе.

Как непосредственно следует из (26), частотная зависимость коэффициента поглощения электромагнитной волны описывается гауссовской кривой с полушириной

$$\Delta = 4\sqrt{B\hbar^2 \ln 2} \approx 2\sqrt{\frac{3k_0 T E_1^2 m\omega_c}{\pi\hbar a\rho v^2}\,\ln 2}\,. \qquad (28)$$

Для типичных квантовых ям с $\rho = 5.4$ г/см^3, $v = 3\cdot 10^3$ м/с, $m = 0.06m_0$ при $B = 8$ Тл, $T = 50$ К, $a = 50$ Å, $E_1 = 10$ эВ имеем $\Delta = 3$ мэВ, что находится в области экспериментальных данных [1, 4]. Согласно (28) полуширина линии циклотронного поглощения с ростом T увеличивается ($\Delta \propto \sqrt{T}$). Такая явно нелинейная зависимость Δ от температуры (при $T > 10$ К) экспериментально наблюдалась в [5–7, 16, 17]. С ростом напряженности магнитного поля полуширина циклотронного резонанса увеличивается ($\Delta \approx \sqrt{B}$). В работе [5] экспериментально наблюдалось увеличение Δ в области больших магнитных полей (величина B менялась от 6 до 14 Тл).

Для электромагнитной волны, вектор поляризации которой направлен вдоль оси пространственного квантования, коэффициент поглощения света согласно (24) определяется соотношением

$$K_{\parallel}(\Omega) = \frac{2\pi\Omega e^2 n_e}{n_0 c\hbar}\left(\frac{16a}{9\pi^2}\right)^2 \sqrt{\frac{\pi}{B_1}}\ \times \\ \times \exp\left\{-\frac{(\hbar\Omega - 3\varepsilon_0)^2}{4\hbar^2 B_1}\right\}. \qquad (29)$$

При переходе электрона между ближайшими размерно-квантованными состояниями

$$B_1 = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1+2N_{\mathbf{q}}}{2\hbar^2}|C_{\mathbf{q}}|^2\left|V_{01}(\mathbf{q}) - V_{02}(\mathbf{q})\right|^2 \approx \frac{1}{3}B. \qquad (30)$$

Следовательно, частотная зависимость коэффициента поглощения света описывается гауссовской кривой, полуширина которой в $1/\sqrt{3}$ меньше, чем в случае циклотронного резонанса.

Если циркулярно поляризованная электромагнитная волна распространяется вдоль поверхности квантовой ямы, то коэффициент поглощения света определяется суммой (26), (29):

$$K(\Omega) = K_{\perp}(\Omega) + K_{\parallel}(\Omega) = \frac{\pi\Omega e^2 R^2 n_e}{n_0 c\hbar}\sqrt{\frac{\pi}{B}}\ \times \\ \times \left\{\exp\left(-\frac{[\hbar\Omega - \hbar\omega_c]^2}{4\hbar^2 B}\right) + 0.55\frac{\hbar\omega_c}{\varepsilon_0}\ \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-\frac{[\hbar\Omega - 3\varepsilon_0]^2}{4\hbar^2 B_1}\right)\right\}. \qquad (31)$$

Следовательно, при $\hbar\omega_c < 3\varepsilon_0$ частотная зависимость $K(\Omega)$ описывается двумя гауссианами. Первый пик с полушириной $\Delta = 4\sqrt{B\hbar^2\ln 2}$ в максимуме $\hbar\Omega = \hbar\omega_c$ связан с циклотронным поглощением света; второй — с полушириной $\Delta_1 = \Delta/\sqrt{3}$ в максимуме $\hbar\Omega = 3\varepsilon_0$ — определяется переходом электрона из низшего в последующее размерно-квантованное состояние. Заметим, что второй пик поглощения в максимуме по абсолютной величине отличается от пика циклотронного резонанса на величину $\delta = 0.55(\hbar\omega_c/\varepsilon_0)$. Аналогичные результаты получаются, если поглощаемая линейно-поляризованная электромагнитная волна падает под углом к поверхности размерно-ограниченной системы. Именно в этом случае экспериментально наблюдалось влияние размерно-квантованных состояний на циклотронный резонанс в гетероструктурах [23].

Для узких прямоугольных квантовых ям пространственного квантования $\varepsilon_0 = (5\cdot 10^2/a_0^2)$ эВ (a_0 — ширина квантовой ямы) и при $a_0 = 100$ Å, $3\varepsilon_0 = 0.15$ эВ, что превышает энергию $\hbar\omega_0$ предельного оптического фонона. Следовательно, между пространственно-квантованными состояниями возможно поглощение света с учетом многих оптических фононов.

Если рассматривать взаимодействие электрона с оптическими фононами, то $g_{\nu\nu_1}$ в (22) можно представить в виде

$$g_{\nu\nu_1} = it\omega_0 B_0 + A - Z\cos(\omega_0 t - \varphi). \qquad (32)$$

Здесь введены обозначения:

$$B_0 = \sum_{\mathbf{q}} \frac{|C_{\mathbf{q}}|^2}{(\hbar\omega_0)^2}\left[|V_\nu(\mathbf{q})|^2 - |V_{\nu_1}(\mathbf{q})|^2\right],$$

$$A = (1+2N_0)\sum_{\mathbf{q}} \frac{|C_{\mathbf{q}}|^2}{(\hbar\omega_0)^2}\left|V_\nu(\mathbf{q}) - V_{\nu_1}(\mathbf{q})\right|,$$

$$Z^2 = A^2 - B_0^2, \quad \operatorname{tg}\varphi = i\frac{B_0}{A},$$

N_0 — функция распределения равновесных фононов с энергией $\hbar\omega_0$.

Если воспользоваться равенством [24]

$$\exp\{Z\cos(\omega_0 t - \varphi)\} = \sum_n I_n(Z)\exp\{in(\omega_0 t - \varphi)\}$$

($I_n(Z)$ — модифицированная функция Бесселя), то коэффициент поглощения света, определяемый переходом электрона из низшего состояния ($N = 0$,

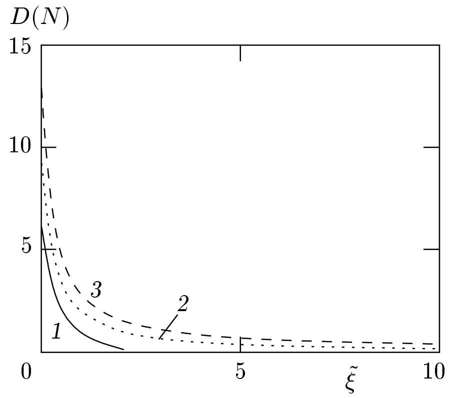

Рис. 1. Зависимость $D(N)$ от $\tilde{\xi}$. Кривые *1, 2, 3* получены соответственно для $N_0 = 0.5, 1, 1.5$

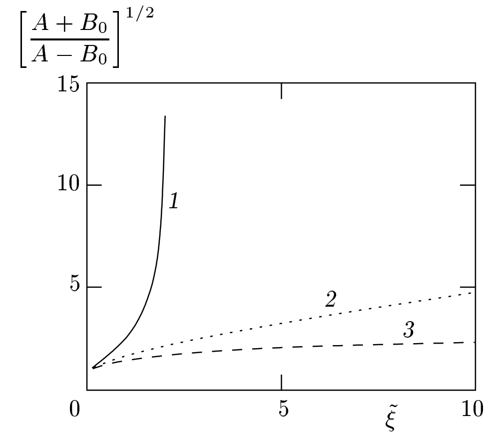

Рис. 2. Зависимость $[(A + B_0)/(A - B_0)]^{1/2}$ от $\tilde{\xi}$. Кривые *1, 2, 3* получены соответственно для $N_0 = 0.5, 1, 1.5$

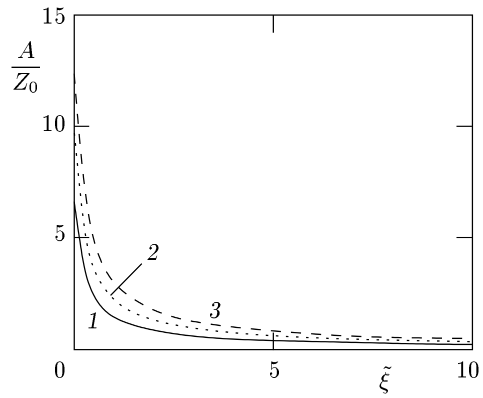

Рис. 3. Зависимость A/Z_0 от $\tilde{\xi}$. Кривые *1, 2, 3* получены соответственно для $N_0 = 0.5, 1, 1.5$

$n = 1$) в последующее размерно-квантованное состояние ($N = 0$, $n = 2$), принимает следующий вид:

$$K_{\parallel}(\Omega) = \frac{4\pi^2\Omega e^2 n_e}{n_0 c}\left(\frac{16a}{9\pi^2}\right)^2 \exp\{-A\} \times \\ \times \sum_n I_n(Z)\left[\frac{A+B_0}{A-B_0}\right]^{n/2} \times \\ \times \delta\left(3\varepsilon_0 - \hbar\Omega - n\hbar\omega_0 - B_0\hbar\omega_0\right). \quad (33)$$

Слагаемое с $n = 0$ описывает бесфононный электронный переход. Если $Z > 1$, то активно происходят процессы поглощения света с излучением ($n > 0$) или с поглощением ($n < 0$) фононов. Следовательно, наряду с бесфононным поглощением света на частоте $\hbar\Omega = 3\varepsilon_0 - B_0\hbar\omega_0$ возникают колебательные спутники, отстоящие друг от друга на величину $\hbar\omega_0$. При этом форма как бесфононной линии поглощения, так и фононных спутников, если учесть взаимодействие электрона с акустическими колебаниями, описывается гауссовской кривой с полушириной $\Delta/\sqrt{3}$; расчет констант B, A проводится непосредственно. В результате

$$Z = Z_0 D(N, \tilde{\xi}), \quad Z_0 = \frac{e^2 c_0}{4\hbar\omega_0 a}, \quad (34)$$

$c_0 = 1/\varepsilon_\infty - 1/\tilde{\varepsilon}_0$, $\tilde{\varepsilon}_0$, ε_∞ — соответственно статическая и высокочастотная диэлектрические постоянные.

На рисунке 1 приведена зависимость $D(N, \tilde{\xi})$ от $\tilde{\xi} = \pi^{-2}(\varepsilon_0/\hbar\omega_c)$ для различных значений N_0. Кривые *1, 2, 3* получены соответственно для $N_0 = 0.5, 1, 1.5$. На рисунках 2, 3 изображены соответственно зависимости $[(A + B_0)/(A - B_0)]^{1/2}$ и A/Z_0 от $\tilde{\xi}$ при различных значениях N_0.

Для квантовых ям с $a = 50$ Å в $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ ($c_0 = 1.4 \cdot 10^{-2}$, $\hbar\omega_0 = 0.03$ эВ) $Z_0 \approx 0.03$, в $InP/In_xGa_{1-x}As$ ($c_0 = 1.73 \cdot 10^{-2}$, $\hbar\omega_0 = 0.03$ эВ) имеем $Z_0 \approx 0.04$, в GaN/AlGaN ($c_0 = 9 \cdot 10^{-2}$, $\hbar\omega_0 = 0.05$ эВ) величина $Z_0 \approx 0.13$. Согласно (34) при $\xi = 1$ ($N = 1.5$), например, для квантовых ям GaN/AlGaN имеем $Z \approx 0.39$, для $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ величина $Z \approx 0.09$. Следовательно, для размерно-ограниченных систем с сильной поляронной связью должны наблюдаться колебательные спутники при поглощении электромагнитной волны, вектор поляризации которой направлен вдоль оси пространственного квантования.

При расчетах оптических многофононных переходов использовалось диагональное приближение по квантовым числам N, n (см. уравнение (10)). Это приближение позволило выполнить усреднение по колебательной подсистеме точно. Провести оценку вклада недиагональных элементов в оптические спектры можно следующим образом. Решение уравнения (9), как легко проверить, может быть записано в виде

$$\xi_\alpha^+(t) = \sum_\beta \xi_\beta^+(0) \times \\ \times \langle\beta| \exp\left\{\frac{it}{\hbar}(H_0 + V)\right\} \exp\left\{\frac{-it}{\hbar}H_0\right\}|\alpha\rangle.$$

Здесь
$$V = \sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}}(b_{\mathbf{q}} + b^+_{-\mathbf{q}}) \exp\{i\mathbf{qr}\}.$$

Следовательно, согласно (8), легко определить $a_\alpha^+(t)$. Аналогично вычисляется $a_{\alpha'}(t)$. Если подставить $a_\alpha^+(t)$, $a_{\alpha'}(t)$ в искомое соотношение для коэффициента поглощения света (1), то усреднение по фононной подсистеме можно провести приближенно, воспользовавшись кумулянтным разложением [25], и ограничиться второй кумулянтой. Это приближение в теории магнитооптических явлений, как показывают исследования [26], соответствует на языке диаграммной техники Константинова и Переля суммированию графиков без пересечения фононных линий [27] и обычному расцеплению цепочки для функций Грина [28]. Как показывают расчеты, вклад слагаемых с $N \neq N'$, $n \neq n'$ в параметр $B_{\nu\nu_1}$ (25), определяющий полуширину линии поглощения, и в Z (34), описывающий интенсивность колебательных спутников, при $\tilde{\xi} > 1$ составляет менее 10%.

Следовательно, диагональное приближение оказывается вполне разумным для исследования многофононных процессов в оптических спектрах в размерно-ограниченных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Diffield, R. Bhat, M. Koza, D. M. Hwang, De Rose, P. Grabbe, and S. J. Allen, Jr., Sol. St. Comm. **65**, 1483 (1988).
2. W. Seidenbusch, Phys. Rev. B **36**, 1877 (1987).
3. K. Ensslin, D. Heitmann, H. Sigg et al., Phys. Rev. B **36**, 8177 (1987).
4. M. J. Chou, D. C. Tsui, and G. Weimann, Phys. Rev. B **37**, 848 (1988).
5. M. A. Hopkins, R. J. Nicholas, D. J. Bernes et al., Phys. Rev. B **39**, 13302 (1989).
6. Л. К. Орлов, Ж. Леотин, Ф. Янг, Н. Л. Орлова, ФТТ **39**, 2096 (1997).
7. R. J. Wagner, T. A. Kennedy, B. D. McCombe et al., Phys. Rev. B **22**, 945 (1980).
8. Z. Schlesinger, S. J. Allen, and J. C. M. Hwang, Phys. Rev. B **30**, 435 (1984).
9. M. O. Manasreh, D. W. Fischer, K. R. Evans et al., Phys. Rev. B **43**, 9772 (1980).
10. Xiaoguang Wu and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **41**, 3109 (1990).
11. Mahendra Prasad and Mahiradhwaj Singh, Phys. Rev. B **29**, 4803 (1984).
12. M. P. Chaubey and C. M. Van Vliet, Phys. Rev. B **34**, 3932 (1986).
13. W. Cai and C. S. Ting, Phys. Rev. B **33**, 3967 (1986).
14. G. Y. Hu and R. F. O'Connel, Phys. Rev. B **40**, 11701 (1989).
15. G. Y. Hu and R. F. O'Connel, Phys. Rev. B **37**, 10391 (1988).
16. M. A. Brummel, R. J. Nicholas, and M. A. Hopkins, Phys. Rev. Lett. **58**, 77 (1987).
17. B. Tanatar and M. Singh, Phys. Rev. B **43**, 6612 (1991).
18. Z. Schlesinger, W. I. Wang, and A. M. MacDonald, Phys. Rev. B **58**, 73 (1987).
19. R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. **12**, 570 (1957).
20. Ю. Е. Перлин, УФН **80**, 553 (1963).
21. И. Льюссел, *Излучение и шумы в квантовой электронике*, Наука, Москва (1972).
22. Ю. Е. Перлин, Б. С. Цукерблат, *Эффекты электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах примесных ионов*, изд. Штиинца, Кишинев (1974).
23. С. И. Губарев, А. А. Дремин, К. фон Клитцинг, И. В. Кукушкин, А. В. Малявин, М. Г. Тяжлов, Письма в ЖЭТФ **54**, 361 (1991).
24. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).
25. R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. **17**, 1100 (1962).
26. Э. П. Синявский, *Кинетические эффекты в электрон-фононных системах в поле лазерного излучения*, изд. Штиинца, Кишинев (1976).
27. Л. И. Коровин, Е. В. Харитонов, ФТТ **7**, 2162 (1965).
28. G. Giobanu and L. Banyani, Phys. Stat. Sol. **3**, 2299 (1963).