ЖЭТФ, 2001, том 119, вып. 4, стр. 710–718

ОБ АНОМАЛИИ ТЕПЛОВОГО МЕХАНИЗМА ФИЛАМЕНТАЦИИ МОЩНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СИЛЬНОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

В. П. Силин*

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 октября 2000 г.

Показано, что в условиях, когда длина свободного пробега электрона полностью ионизованной плазмы мала по сравнению с лондоновской плазменной длиной, тепловой механизм обратного тормозного поглощения и электронной теплопроводности, в отличие от известного случая излучения сравнительно слабой интенсивности, оказывает стабилизирующее влияние на филаментационную неустойчивость мощного электромагнитного излучения. Это новое нелинейное свойство плазмы, как установлено в настоящей работе, — проявление того, что при скорости осцилляций электрона, превышающей тепловую, в греющем поле накачки с ростом интенсивности излучения уменьшается эффективность нагрева плазмы.

PACS: 42.65.Tg, 52.35.Mw

1. Филаментация электромагнитного излучения [1, 2] в полностью ионизованной плазме отвечает модели сильностолкновительной плазмы тогда, когда характерный размер филамента оказывается значительно больше длины свободного пробега электрона. Физическая природа филаментационной неустойчивости в таких условиях отвечает тепловому механизму и обусловлена двумя конкурирующими тепловыми процессами. Один из них — нагрев электронов плазмы благодаря обратному тормозному поглощению. Второй отвечает отводу из филамента тепла, приобретаемого плазмой благодаря поглощаемому излучению. В этой связи возмущение температуры в филаменте прямо пропорционально приращению тепла, обусловленного филаментационным возмущением электромагнитного поля, и обратно пропорционально квадрату волнового вектора филамента и электронной теплопроводности, характеризующей теплоотвод из филамента. В стационарном режиме реализации филаментации, когда давление плазмы почти постоянно, приращение температуры при приращении электромагнитного поля филаментационного возмущения ведет к уменьшению электронной плотности, что аналогично влиянию пондеромоторной силы. Последняя практически полностью определяет развитие коротковолновых возмущений, характерных для режима бесстолкновительной плазмы. Подчеркнем, что обычно как пондеромоторный, так и тепловой механизмы способствуют возникновению филаментации. При этом для длинноволновых возмущений, когда размер филамента оказывается больше длины свободного пробега электрона, определяющим является тепловой механизм филаментации. Напротив, для коротковолновых филаментационных возмущений определяющим механизмом возникновения филаментации является пондеромоторный.

В настоящем сообщении показано, что такая общепринятая физическая картина явления филаментации излучения в полностью ионизованной плазме не реализуется в сравнительно сильном поле накачки. Показано, что в сильностолкновительном режиме тепловой механизм, основанный на обратном тормозном поглощении и электронной теплопроводности, не только не способствует филаментации излучения, но является тем стабилизирующим фактором, преодоление которого под воздействием пондеромоторного излучения определяет порог филаментации в сильностолкновительной плазме, нахо-

*E-mail: Silin@sci.lebedev.ru

дящейся в мощном электромагнитном поле излучения. Таким образом, установлен новый нелинейный эффект, отвечающий условиям воздействия мощного излучения на плазму [3].

2. Для описания переноса в плазме, находящейся в сильном высокочастотном поле

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\exp\{-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r},t)\exp\{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\}\right], \quad (2.1)$$

воспользуемся уравнениями для моментов из работы [4]. Поскольку в (2.1) амплитуда $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ медленно изменяется за период $2\pi/\omega_0$ высокочастотного поля накачки, для электронной компоненты согласно [4] можем записать

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div}(n_e\mathbf{u}^e) = 0, \quad (2.2)$$

$$m_e n_e\left(\frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial t} + \left(\mathbf{u}^e\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\mathbf{u}^e\right) + \frac{\partial(n_e k_B T_e)}{\partial \mathbf{r}} + n_e\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\frac{e^2|\mathbf{E}|^2}{4m_e\omega_0^2} = \mathbf{R}^{ei}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{u}^e\frac{\partial T_e}{\partial \mathbf{r}} + \frac{2}{3}T_e\operatorname{div}\mathbf{u}^e + \frac{2}{3n_e k_B}\operatorname{div}\mathbf{q}_e = \frac{2}{3n_e k_B}Q_{ei}. \quad (2.4)$$

Здесь e — заряд электрона, m_e — масса электрона, k_B — постоянная Больцмана.

Заметим, что последнее слагаемое в левой части уравнения (2.3), представляющее собой силу Миллера, или, как теперь часто говорят, пондеромоторную силу, в существенной мере определяется магнитной частью силы Лоренца. Будем рассматривать воздействие сильного поля накачки на плазму, когда скорость осцилляций нерелятивистского электрона в электрическом поле,

$$\mathbf{u}_E(t) = \frac{ei}{2m_e\omega_0}\left\{\mathbf{E}\exp\{-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} - \mathbf{E}^*\exp\{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\}\right\}, \quad (2.5)$$

намного превышает скорость теплового движения электрона. В таком пределе согласно [4] для силы электрон-ионного трения имеем

$$\left(\mathbf{R}^{ei}\right)_k = m_e n_e \nu_{kj}(u_j^e - u_j^i), \quad (2.6)$$

$$\nu_{kj} = \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i \Lambda}{m_e^2} \times \left(\left\langle\frac{1}{u_E^3(t)}\right\rangle\delta_{kj} - 3\left\langle\frac{u_{Ek}(t)u_{Ej}(t)}{u_E^5(t)}\right\rangle\right). \quad (2.7)$$

Соответственно, для тепла, выделяющегося при столкновениях электронов с ионами, имеем

$$Q^{ei} = \langle Q_{IB}\rangle + \frac{1}{2}\mathbf{R}^{ei}(\mathbf{u}^e - \mathbf{u}^i). \quad (2.8)$$

Здесь тепло, поглощаемое электронами благодаря обратному тормозному эффекту, дается формулой

$$\langle Q_{IB}\rangle = \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i n_e \Lambda}{m_e}\left\langle\frac{1}{u_E(t)}\right\rangle. \quad (2.9)$$

Уголковые скобки означают усреднение по периоду высокочастотного поля накачки.

Наконец, плотность электронного потока тепла дается выражением [4]

$$\mathbf{q}_e = \chi\left\{\frac{\partial T_e}{\partial \mathbf{r}} - \frac{6\mathbf{R}^{ei}}{5k_B n_e}\right\}, \quad (2.10)$$

где для электронной теплопроводности имеем

$$\chi = C n_e k_B V_T l_{ee}, \quad (2.11)$$

$V_T = \sqrt{k_B T_e/m_e}$ — тепловая скорость электронов. Постоянная C равна $(75/32)$ в приближении одного полинома Сонина–Лагерра в методе Гильберта–Чепмена–Энскога и $(375/128)$ в приближении двух полиномов,

$$l_{ee} = m_e^2 V_T^4/\sqrt{\pi}\, e^4 n_e \Lambda = V_T/\nu_{ee} \quad (2.12)$$

— длина свободного пробега теплового электрона относительно его столкновений с электронами. Подчеркнем, что если в сильном поле накачки электрон-ионная частота столкновений существенно уменьшается по сравнению с обычным выражением

$$\nu_{ei}(V_T) = 4\sqrt{2\pi}\, e^2 e_i^2 n_i \Lambda/3m_e^2 V_T^3,$$

то электрон-электронная частота столкновений согласно (2.12) не испытывает влияния высокочастотного поля, поскольку в дипольном приближении различие скоростей сталкивающихся электронов обусловлено только их тепловым движением.

Для ионной компоненты имеем более простую систему уравнений:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div}(n_i\mathbf{u}^i) = 0, \quad (2.13)$$

$$m_i n_i\left(\frac{\partial \mathbf{u}^i}{\partial t} + \left(\mathbf{u}^i\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\mathbf{u}^i\right) + \frac{\partial(n_i k_B T_i)}{\partial \mathbf{r}} = -\mathbf{R}^{ei}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + \mathbf{u}^i \frac{\partial T_i}{\partial \mathbf{r}} + \frac{2}{3} T_i \mathrm{div}\, \mathbf{u}^i = 0. \tag{2.15}$$

При этом как в уравнении (2.4), так и в уравнении (2.15) пренебрежено малым (порядка отношения масс электрона и иона) эффектом передачи энергии от электронов к ионам благодаря их столкновениям, который в сильном поле накачки оказывается дополнительно подавленным [5]. Помимо этого, в (2.15) пренебрежено сравнительно малым эффектом ионного теплопереноса.

3. Для описания явления филаментации излучения используем стационарную постановку задачи, в которой рассматривается усиление филаментационных возмущений в пространстве в направлении распространения поля накачки в пространственно-однородной плазме. Соответственно этому рассмотрим возмущение основного состояния

$$n_e = n_{e0} + \delta n_e(\mathbf{r}), \quad \mathbf{u}^e = \delta \mathbf{u}^e(\mathbf{r}), \quad T_e = T_{e0} + \delta T_e(\mathbf{r}),$$

$$n_i = n_{i0} + \delta n_i(\mathbf{r}), \quad \mathbf{u}^i = \delta \mathbf{u}^i(\mathbf{r}), \quad T_i = T_{i0} + \delta T_i(\mathbf{r}),$$

$$\langle Q_{IB} \rangle = \langle Q_{IB}^0 \rangle + \delta Q_{IB}(\mathbf{r}). \tag{3.1}$$

В дополнение к уравнениям (2.2)–(2.4) и (2.13)–(2.15) учтем условие электронейтральности:

$$e n_{e0} + e_i n_{i0} = 0, \quad e \delta n_e + e_i \delta n_i = 0. \tag{3.2}$$

Ограничимся простейшим случаем, когда температура электронов значительно превышает температуру ионов. Точнее, примем

$$e_i T_{e0} / |e| T_{i0} \gg 1, \tag{3.3}$$

что естественно для плазмы, нагреваемой высокочастотным излучением. Тогда из уравнений (2.2)–(2.4) и (2.13)–(2.15) при учете условий электронейтральности получаем

$$\delta n_e = n_{e0} \left\{ -\frac{\delta T_e}{T_{e0}} - \frac{e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{4 m_e k_B T_{e0} \omega_0^2} \right\}, \tag{3.4}$$

$$-\chi \Delta \delta T_e = \langle \delta Q_{IB} \rangle, \tag{3.5}$$

где

$$\langle \delta Q_{IB} \rangle = \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i n_e \Lambda}{m_e} \left\langle \delta \frac{1}{u_E(t)} \right\rangle. \tag{3.6}$$

С учетом филаментационного возмущения электромагнитного поля запишем

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}} + \left[\delta \mathbf{E}_+(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}}. \tag{3.7}$$

При этом волновой вектор перпендикулярен направлению распространения поля накачки $(\mathbf{k}_0\mathbf{k}) = 0$. Выражение (3.7) позволяет записать

$$\delta |\mathbf{E}|^2 = \mathbf{E}_0 \left[\delta \mathbf{E}_+^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] + \mathbf{E}_0^* \left[\delta \mathbf{E}_+^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right], \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \delta \frac{1}{u_E(t)} \right\rangle = -\frac{2 m_e \omega_0}{|e|} \times \\ \times \Big\langle \left[2|\mathbf{E}_0|^2 - \mathbf{E}_0^2 \exp\{-2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} - \right. \\ \left. - \mathbf{E}_0^{*2} \exp\{2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} \right]^{-3/2} \times \\ \times \Big(\mathbf{E}_0 \left[\delta \mathbf{E}_+^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] + \\ + \mathbf{E}_0^* \left[\delta \mathbf{E}_+(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] - \\ - \mathbf{E}_0 \left[\delta \mathbf{E}_+(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] \times \\ \times \exp\{-2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} - \\ - \mathbf{E}_0^* \left[\delta \mathbf{E}_+^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta \mathbf{E}_-^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right] \times \\ \times \exp\{2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} \Big) \Big\rangle. \end{aligned} \tag{3.9}$$

В соответствии с формулами (3.5)–(3.9) можем записать

$$\delta T_e = \langle \delta Q_{IB} \rangle / \chi k^2, \tag{3.10}$$

$$\delta n_e = n_{e0} \left\{ -\frac{\langle \delta Q_{IB} \rangle}{\chi k^2 T_{e0}} - \frac{e^2 \delta |\mathbf{E}|^2}{4 m_e k_B T_{e0} \omega_0^2} \right\}. \tag{3.11}$$

При записи уравнений, описывающих пространственное усиление возмущений электромагнитного поля, учтем, что согласно (3.8)–(3.11)

$$\delta n_e = \delta n_+ e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta n_- e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \tag{3.12}$$

Здесь $\delta n_- = \delta n_+^*$. В соответствии с (3.12) укороченные уравнения поля возмущений имеют вид

$$\left(2i\mathbf{k}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - k^2 \right) \delta \mathbf{E}_{+(-)} = \frac{\omega_{Le}^2 \delta n_{+(-)}}{n_{e0}} \mathbf{E}_0, \tag{3.13}$$

где $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_{e0}/m_e}$ — электронная ленгмюровская частота.

4. Для того чтобы особенно доходчиво продемонстрировать своеобразие отвечающей за параметрическую неустойчивость тепловой нелинейности сильностолкновительной плазмы, находящейся в поле мощного излучения, рассмотрим в этом разделе простейший случай круговой поляризации накачки. Общее рассмотрение эллиптической поляризации приведено в Приложении 1, а практически важному частному случаю линейной поляризации, требующему особого рассмотрения, посвящено Приложение 2.

Итак, будем считать, что

$$\mathbf{k}_0 = (0, 0, k_0), \quad \boldsymbol{\mathcal{E}} = (\boldsymbol{\mathcal{E}}_{0x}, \boldsymbol{\mathcal{E}}_{0y}, 0).$$

При этом

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mathcal{E}}_{0x} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega_0 t - k_0 z), \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{0y} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega_0 t - k_0 z). \end{aligned} \tag{4.1}$$

Соответственно этому $E_{0x} = iE_0/\sqrt{2}$, $E_{0y} = E_0/\sqrt{2}$ и

$$\delta|\mathbf{E}|^2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left(\left[-i\delta E_{+x} + \delta E_{+y} + i\delta E^*_{-x} + \delta E^*_{-y} \right] e^{i\mathbf{kr}} + \right. \\ \left. + \left[i\delta E^*_{+x} + \delta E^*_{+x} - i\delta E_{-x} + \delta E_{-y} \right] e^{-i\mathbf{kr}} \right), \tag{4.2}$$

$$\left\langle \delta \frac{1}{u_E(t)} \right\rangle = -\frac{m_e \omega_0 \delta |\mathbf{E}|^2}{\sqrt{2}\,|e| E_0^3}. \tag{4.3}$$

Эти формулы позволяют записать формулу (3.6) в виде

$$\delta Q_{IB} = -\frac{e^2 n_{e0}}{4 m_e \omega_0^2} \nu(E) \delta |\mathbf{E}|^2, \tag{4.4}$$

где

$$\nu(E) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi e^2 e_i^2 n_{i0} \Lambda}{m_e^2 V_E^3} = \frac{6\sqrt{\pi}\, V_T^3}{V_E^3} \nu_{ei}(V_T). \tag{4.5}$$

Здесь

$$V_E = |e| E_0 / m_e \omega_0. \tag{4.6}$$

Последнее выражение представляет собой амплитуду скорости осцилляций электрона в поле накачки. Наше рассмотрение в пределе сильного поля отвечает условию

$$V_E \gg V_T. \tag{4.7}$$

Поскольку в случае поля круговой поляризации согласно формуле (2.9) для поглощаемого тепла имеем выражение

$$Q_{IB}^{(0)} = \frac{e^2 n_{e0}}{m_e \omega_0^2} \frac{1}{2} \nu(E) E_0^2, \tag{4.8}$$

очевидно, что формулу (4.4) можно записать в виде

$$\langle \delta Q_{IB} \rangle = \frac{\partial \langle Q_{IB}^{(0)} \rangle}{\partial (E_0^2)} \delta |\mathbf{E}|^2. \tag{4.9}$$

Полученные формулы позволяют записать соотношение (3.11) в виде

$$\frac{\delta n_e}{n_{e0}} = -\frac{\delta |\mathbf{E}|^2}{4 E_0^2} P, \tag{4.10}$$

где

$$P = \frac{V_E^2}{V_T^2} \left\{ 1 - \frac{\nu_{ee}(V_T)\nu(E)}{C k^2 V_T^2} \right\} = \frac{V_E^2}{V_T^2} - \frac{2\langle Q_{IB}^{(0)} \rangle}{T_{e0} k^2 \chi} = \\ = \frac{V_E^2}{V_T^2} + \frac{4}{T_{e0} k^2 \chi} \frac{\partial \langle Q_{IB}^{(0)} \rangle}{\partial \ln(E_0^2)}. \tag{4.11}$$

Теперь с помощью уравнений (3.13), описывающих пространственное изменение поля филаментационного возмущения, получаем

$$\left(2ik_0 \frac{d}{dz} - k^2 \right) (-i\delta E_{+x} + \delta E_{+y}) = \\ = \left(-2ik_0 \frac{d}{dz} - k^2 \right) (i\delta E^*_{-x} + \delta E^*_{-y}) = \\ = -\frac{\omega_{Le}^2}{4c^2} P \left[-i\delta E_{+x} + \delta E_{+y} + i\delta E^*_{-x} + \delta E^*_{-y} \right]. \tag{4.12}$$

Отсюда следует, что возмущения поля изменяются по экспоненциальному закону $\exp(Gz)$, где коэффициент пространственного усиления (инкремент филаментационной неустойчивости) G определяется соотношением

$$G^2(k) = \frac{1}{4k_0^2} \times \\ \times \left[-k^4 + \frac{\omega_{Le}^2 V_E^2}{2c^2 V_T^2} \left\{ k^2 - \frac{\nu_{ee}(V_T)\nu(E)}{C V_T^2} \right\} \right]. \tag{4.13}$$

При этом усиление поля возмущений, характерное для филаментационной неустойчивости, имеет место тогда, когда правая часть формулы (4.13) положительна, и когда возможно решение $G(k) > 0$. Полагая последнее выполненным, легко видеть, что максимум коэффициента пространственного усиления $G(k)$ имеет место при

$$k^2 = k_{max}^2 = V_E^2 \omega_{Le}^2 / 4 V_T^2 c^2. \tag{4.14}$$

Соответственно, следующая формула,

$$G_{max}^2 = G^2(k_{max}) = \frac{\omega_{Le}^2 V_E^4}{64 c^2 k_0^2 V_T^4} \times \\ \times \left\{ \frac{\omega_{Le}^2}{c^2} - \frac{16 \nu_{ee}(V_T)\nu(E)}{C V_E^2} \right\}, \tag{4.15}$$

определяет значение максимального коэффициента усиления.

Если значение волнового вектора (4.12), отвечающего максимуму пространственного инкремента, не зависит от диссипации, то величина самого инкремента пространственного усиления филамента определяется диссипацией. Здесь необходимо остановиться на описываемом формулами (4.13) и (4.15) специфическом вкладе тепловой диссипации. Если в случае слабого поля накачки, когда выполнено условие обратное неравенству (4.7), тепловые эффекты содействуют филаментационной неустойчивости, то в рассматриваемом нами случае (4.7) имеет место обратная ситуация. Для того чтобы это пояснить, обратимся к выражению в фигурной скобке правой части формулы (3.11). Здесь второе слагаемое отвечает вкладу от пондеромоторной силы, которая, как это видно из (4.4), как обычно, содействует уменьшению электронной плотности при увеличении интенсивности излучения $\delta|\mathbf{E}|^2$. В случае слабого поля тепловое воздействие излучения на плазму также ведет к уменьшению электронной плотности из-за того, что при почти постоянном давлении с увеличением интенсивности излучения увеличивается температура электронов, что и приводит к уменьшению плотности электронов. В случае мощного греющего излучения, как это следует из формулы (2.9), с увеличением интенсивности излучения уменьшается поглощаемое электронами тепло. Поэтому приращение интенсивности излучения ведет к уменьшению температуры электронов. При постоянном давлении это ведет к увеличению электронной плотности. Последнее находит свое отражение в отрицательном знаке второго слагаемого в скобке в формуле (4.11), а также, соответственно, в отрицательном знаке аналогичного слагаемого формулы (4.13). Таким образом, мы видим причину, препятствующую филаментации, в тепловом механизме обратного тормозного нагрева, который в пределе мощного излучения может препятствовать самофокусировке излучения в плазме. Однако, как это ясно следует из формул (4.13) и (4,15), влияние такого препятствующего филаментации механизма уменьшается с ростом интенсивности накачки. Это видно из следующего соотношения:

$$\left(\frac{V_E}{V_T}\right)^5_{th} = \frac{96\sqrt{\pi}}{C}\,\frac{c^2}{\omega_{Le}^2 l_{ee}(V_T) l_{ei}(V_T)}, \tag{4.16}$$

определяющего порог интенсивности мощного греющего излучения, при превышении которого филаментация оказывается возможной. Формула (4.16) отвечает обращению в нуль правой части (4.15). При этом

$$l_{ei}(V_T) = \frac{V_T}{\nu_{ei}(V_T)} = \frac{3m_e^2 V_T^4}{4\sqrt{2\pi}\,e^2 e_i^2 n_i \Lambda} \tag{4.17}$$

— длина свободного пробега теплового электрона относительно его столкновений с ионами.

Очевидно, что пороговое условие (4.16) отвечает условию сильного поля накачки тогда, когда

$$\lambda_L \approx c/\omega_{Le} \gg \sqrt{l_{ee}(V_T) l_{ei}(V_T)} \approx l_{ee}(V_T), \tag{4.18}$$

что реализуется при лондоновской глубине λ_L высокочастотного скин-слоя плазмы, существенно превышающей длины свободного пробега электронов относительно электрон-электронных и электрон-ионных столкновений.

Характеризуемое формулой (4.14) значение волнового вектора при пороговой напряженности поля накачки, определяемой формулой (4.16), отвечает размеру филамента, который возникает при малом превышении порога. При этом

$$l_{ee}(V_T)(k_{max})_{th} \sim \left(\frac{l_{ee}}{\lambda_L}\right)^{3/5} \left(\frac{l_{ee}(V_T)}{l_{ei}(V_T)}\right)^{1/5}. \tag{4.19}$$

Малость этого выражения по сравнению с единицей, отвечающая возможности применения нашего сильностолкновительного описания, снова дается неравенством (4.18).

5. Своеобразное влияние тепловых эффектов на определяющую параметрические неустойчивости нелинейную зависимость электронной плотности от электромагнитного поля, установленное в предыдущем разделе для случая круговой поляризации, подтверждено для общего случая эллиптической поляризации в Приложении 1 и для частного, но важного и требующего специального рассмотрения случая линейной поляризации — в Приложении 2.

Остановимся на условиях применимости проведенного анализа. Прежде всего остановимся на неравенстве (4.18). Для малости электронной свободной длины пробега по сравнению с лондоновской длиной требуется выполнение следующего соотношения:

$$n_e \gg 3\cdot 10^{15}\Lambda^{-2}T_e^4, \tag{5.1}$$

где T_e [эВ] — температура электронов, а n_e [см$^{-3}$] — число электронов в одном кубическом сантиметре. Условие сравнительно большой плотности плазмы и сравнительно низкой температуры, отвечающее соотношению (5.1), не должно вступать в противоречие с условием квазиидеальности плазмы. Соответствующее условие слабости межэлектронного взаимодействия имеет место тогда, когда велик кулоновский логарифм

$$\Lambda = \ln(r_D/r_{min}) \gg 1, \tag{5.2}$$

определяющийся отношением максимального и минимального прицельных параметров электронов при малой передаче импульса [6]. Неравенство

$$r_D = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi e^2 n_e}} \gg \frac{e^2}{k_B T_e} = r_{min} \qquad (5.3)$$

можно переписать в виде следующего соотношения:

$$3 \cdot 10^{19} T_e^3 \gg n. \qquad (5.4)$$

Два неравенства (5.1) и (5.4) для плотности числа электронов выполняются одновременно, если $\Lambda^2 \cdot 10^4 \gg T_e$.

Подводя итог всему изложенному выше, следует сказать, что проведенное нами рассмотрение явления филаментации, основанное на аномальной кинетике плазмы работы [4], привело нас к теоретическому установлению нового эффекта, обусловленного тепловым механизмом и выражающегося в подавлении филаментации электромагнитного излучения. Это явление обусловлено тем, что в поле мощного излучения, когда скорость осцилляций электрона в поле накачки превышает тепловую скорость, увеличение интенсивности излучения ведет к уменьшению нагрева электронов в отличие от предела слабого поля, в котором рост интенсивности излучения приводит к увеличению нагрева. Такой эффект проще всего продемонстрировать с помощью следующей записи выражения для коэффициента пространственного усиления (инкремента) поля возмущения филамента:

$$G = \frac{1}{2k_0} \times \\ \times \left\{ -k^4 + \frac{\omega_{Le}^2}{2c^2} \left[\frac{k^2 V_E^2}{V_T^2} + \frac{4}{\chi T_e} \frac{\partial \langle Q_{IB}^{(0)} \rangle}{\partial (\ln V_E^2)} \right] \right\}^{1/2}. \qquad (5.5)$$

Это выражение с очевидностью следует из выражений (4.4), (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) для случая филаментации излучения круговой поляризации, из выражений (П.1.14), (П.1.18), (П.1.21), (П.1.22) для общего случая эллиптической поляризации при пренебрежении тепловым движением и, наконец, из соотношения (П.2.13) для случая филаментации линейно поляризованного излучения. В обычном пределе слабого поля, когда $\langle Q_{IB}^{(0)} \rangle \approx E_0^2$, имеем

$$\frac{\partial \langle Q_{IB}^{(0)} \rangle}{\partial (\ln V_E^2)} = \langle Q_{IB}^{(0)} \rangle > 0. \qquad (5.6)$$

Напротив, в рассматриваемом нами случае сильного поля, когда можно использовать соотношение $Q_{IB}^{(0)} \approx E_0^{-1}$, имеем

$$\frac{\partial Q_{IB}^{(0)}}{\partial (\ln V_E^2)} \approx -\frac{1}{2} Q_{IB}^{(0)}. \qquad (5.7)$$

Формулы (5.5)–(5.7) иллюстрируют качественное различие случаев сильного и слабого поля накачки, отвечающего существенной для нашего рассмотрения зависимости поглощаемого плазмой излучения от его интенсивности.

В то же время общее уменьшение эффекта нагрева с ростом интенсивности мощного излучения уменьшает конкуренцию теплового механизма с механизмом пондеромоторной нелинейности. Это делает филаментацию возможной при превышении порога (4.16). Таким образом, аномалия теплового механизма, подавляющего филаментацию излучения, может реализоваться в сравнительно широкой области ($V_T < V_E < V_{E,th}$) интенсивностей мощного поля накачки при выполнении условия (5.1), когда электронная длина свободного пробега значительно превышает лондоновскую длину. Область таких интенсивностей применительно к практическим приложениям может быть иллюстрирована следующим условием:

$$q_T \equiv 2.7 \cdot 10^{12} \frac{T}{\lambda_\mu^2} \le q_r \le q_T Z^{2/5} \xi, \qquad (5.8)$$

где q_r [Вт/см^2] — плотность потока энергии излучения накачки, λ_μ — длина волны излучения накачки в микронах и

$$\xi = \left(4\Lambda^2 \frac{n_e}{T_e^4} 10^{-14} \right)^{2/5}. \qquad (5.9)$$

Например, если $n_e = 10^{21}$ см$^{-3}$, $T_e = 30$ эВ, то $\xi \approx$ ≈ 16.5. Это даже при $Z \sim 1$ обеспечивает выполнение условия (5.8). Одновременно при этом выполняются условия (5.1) и (5.4).

Таким образом, установлена возможность проявления аномальной параметрической нелинейности плазмы, которая отвечает подавлению филаментационной неустойчивости, из-за того что в поле мощного излучения с ростом интенсивности поля накачки убывает то тепло, которое поглощается плазмой благодаря обратному тормозному эффекту.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-02-18075) и Международного научно-технического центра (грант 1253).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Будем считать поле накачки эллиптически поляризованным, когда $\mathbf{k}_0 = (0, 0, k_0)$, $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 = (\boldsymbol{\mathcal{E}}_{0x}, \boldsymbol{\mathcal{E}}_{0y}, 0)$

и

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{0x} = \varepsilon_x E_0 \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r}),\\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{0y} = -\varepsilon_y E_0 \sin(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r}), \tag{П.1.1}$$

где ε_x и ε_y — компоненты вектора поперечной поляризации поля накачки, удовлетворяющие условиям $\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 = 1$ и $\varepsilon_x > \varepsilon_y \geq 0$. С учетом (2.1) и (2.4) имеем $E_{0x} = \varepsilon_x E_0$, $E_{0y} = -i\varepsilon_y E_0$. Все это позволяет записать следующее соотношение (ср. [8]):

$$2^{3/2} E_0^3 \left[2|\mathbf{E}_0|^2 - \mathbf{E}_0^2 \exp\{-2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\} - \right.\\ \left. - \mathbf{E}_0^{*2} \exp\{2i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\}\right]^{-3/2} =\\ = \left\{1 - \rho^4 \cos[2(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})]\right\}^{-3/2} =\\ = A_0^{3/2}(\rho^2) + 2\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{3/2}(\rho^2) \times\\ \times \cos[2m(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})], \tag{П.1.2}$$

где

$$\rho^4 = 1 - 4\varepsilon_x^2\varepsilon_y^2 = (\varepsilon_x^2 - \varepsilon_y^2)^2. \tag{П.1.3}$$

Для последующего нам потребуются два коэффициента разложения Фурье (П.1.2):

$$A_0^{3/2}(\rho^2) = \frac{2}{\pi(1-\rho^2)\sqrt{1+\rho^2}} E\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right), \tag{П.1.4}$$

$$A_1^{3/2}(\rho^2) = \frac{2\sqrt{1+\rho^2}}{\pi\rho^2(1-\rho^4)} \left\{E\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right) + \right.\\ \left. + (1-\rho^2) K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right)\right\}. \tag{П.1.5}$$

Здесь функции $E(z)$ и $K(z)$ — полные эллиптические интегралы.

Формулы (П.1.1)–(П.1.5) позволяют записать (3.9) в следующем виде:

$$\left\langle \delta\frac{1}{u_E(t)}\right\rangle = -\frac{m\omega_0}{2^{1/2}|e|E_0^3} \times\\ \times \left\{e^{i\mathbf{kr}}\left(\left[\mathbf{E}_0\delta\mathbf{E}_-^* + \mathbf{E}_0^*\delta\mathbf{E}_+\right] A_0^{3/2}(\rho^2) - \right.\right.\\ \left. - A_1^{3/2}(\rho^2)\left[\mathbf{E}_0\delta\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_0^*\delta\mathbf{E}_-^*\right]\right) +\\ + e^{-i\mathbf{kr}}\left(\left[\mathbf{E}_0\delta\mathbf{E}_-^* + \mathbf{E}_0^*\delta\mathbf{E}_-\right] A_0^{3/2}(\rho^2) - \right.\\ \left.\left. - A_1^{3/2}(\rho^2)\left[\mathbf{E}_0\delta\mathbf{E}_- + \mathbf{E}_0^*\delta\mathbf{E}_+^*\right]\right)\right\}. \tag{П.1.6}$$

Полученное соотношение, а также формулы (3.8) и (3.11) позволяют согласно (3.12) записать

$$\delta n_+ = -n_{e0}\frac{e^2}{4m_e^2\omega_0^2 V_T^2}\left\{\boldsymbol{\alpha}_0\delta\mathbf{E}_-^* + \boldsymbol{\alpha}_0^*\delta\mathbf{E}_+\right\}. \tag{П.1.7}$$

Здесь

$$\boldsymbol{\alpha}_0 = \mathbf{E}_0 - \frac{\nu(E)k_B n_{e0}}{\chi k^2} \times\\ \times \left\{\mathbf{E}_0 A_0^{3/2}(\rho^2) - \mathbf{E}_0^* A_1^{3/2}(\rho^2)\right\}, \tag{П.1.8}$$

где

$$\nu(E) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi e^2 e_i^2 n_{i0}\Lambda}{m_e^2 V_E^3}.$$

Формулы (3.13) и (П.1.7) дают

$$\left(2ik_0\frac{d}{dz} - k^2\right)\delta\mathbf{E}_+ =\\ = -\frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\frac{e^2\mathbf{E}_0}{4m_e^2V_T^2}\left(\boldsymbol{\alpha}_0\delta\mathbf{E}_-^* + \boldsymbol{\alpha}_0^*\delta\mathbf{E}_+\right), \tag{П.1.9}$$

$$\left(-2ik_0\frac{d}{dz} - k^2\right)\delta\mathbf{E}_-^* =\\ = -\frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\frac{e^2\mathbf{E}_0^*}{4m_e^2V_T^2}\left(\boldsymbol{\alpha}_0\delta\mathbf{E}_-^* + \boldsymbol{\alpha}_0^*\delta\mathbf{E}_+\right). \tag{П.1.10}$$

Отсюда следует зависимость возмущений поля $\sim \exp(Gz)$, где коэффициент пространственного усиления определяется уравнением

$$1 + \frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\frac{e^2}{4m_e^2\omega_0^2V_T^2} \times\\ \times \left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_0^*\mathbf{E}_0}{2ik_0G - k^2} - \frac{\boldsymbol{\alpha}_0\mathbf{E}_0^*}{2ik_0G + k^2}\right) = 0. \tag{П.1.11}$$

Поскольку

$$\boldsymbol{\alpha}_0\mathbf{E}_0^* = \boldsymbol{\alpha}_0^*\mathbf{E}_0 = E_0^2\left\{1 - \frac{\nu(E)k_B n_{e0}}{\chi k^2} \times \right.\\ \left. \times \left[A_0^{3/2}(\rho^2) - \rho^2 A_1^{3/2}(\rho^2)\right]\right\}, \tag{П.1.12}$$

а также учитывая

$$A_0^{3/2}(\rho^2) - \rho^2 A_1^{3/2}(\rho^2) =\\ = \frac{2}{\pi\sqrt{1+\rho^2}} K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right), \tag{П.1.13}$$

можно решение уравнения (П.1.11) записать в виде

$$G = \pm\frac{1}{2k_0}\left\{-k^4 + \frac{\omega_{Le}^2 k^2 V_E^2}{2c^2V_T^2} \times \right.\\ \left. \times \left[1 - \frac{2\nu(E)k_B n_{e0}}{\pi\chi k^2\sqrt{1+\rho^2}} K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right)\right]\right\}^{1/2}. \tag{П.1.14}$$

Очевидно, что максимальное значение коэффициента пространственного усиления филамента имеет место при значении волнового вектора (4.14). При этом

$$G^2_{max} = \frac{V_E^4 \omega_{Le}^2}{64 V_T^4 c^2 k_0^2} \left\{ \frac{\omega_{Le}^2}{c^2} - \frac{16 \nu_{ee}(V_T)\nu(E)}{C V_E^2} \times \right.$$
$$\left. \times \frac{2}{\pi\sqrt{1+\rho^2}} K\left(\sqrt{\frac{\rho^2}{1+\rho^2}}\right) \right\}. \quad (\text{П.1.15})$$

В пределе $\rho^2 = 0$, который отвечает случаю круговой поляризации накачки, из формулы (П.1.14) следует соотношение (4.11). В противоположном пределе малой степени круговой поляризации A, когда

$$A^2 = 1 - \rho^4 \ll 1 \quad (\text{П.1.16})$$

и когда

$$\frac{2}{\pi\sqrt{1+\rho^2}} K\left(\sqrt{\frac{\rho^2}{1+\rho^2}}\right) \approx$$
$$\approx \frac{\sqrt{2}}{\pi} \ln\frac{8}{A} \approx 0.45 \ln\frac{8}{A}, \quad (\text{П.1.17})$$

логарифмически возрастает роль уменьшения температуры электронов при увеличении интенсивности излучения, что препятствует филаментации. В результате этого в формуле (4.14), определяющей порог филаментации, возникает дополнительный множитель, равный выражению (П.1.17).

Установленное таким образом определяющееся поляризацией увеличение порога филаментации отвечает установленной ранее [4] поляризационной зависимости нагрева плазмы мощным излучением накачки, когда в качестве эффективной частоты столкновений (4.6), характеризующей поглощение поля накачки эллиптической поляризации, используется

$$\nu_{eff}(E) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi e^2 e_i^2 n_{i0}\Lambda}{m_e^2 V_E^3} \times$$
$$\times \frac{2}{\pi\sqrt{1+\rho^2}} K\left(\sqrt{\frac{\rho^2}{1+\rho^2}}\right). \quad (\text{П.1.18})$$

В пределе (П.1.16) это выражение имеет вид

$$\nu_{eff}(E) = \frac{16 e^2 e_i^2 n_{i0}\Lambda}{m_E^2 V_E^3} \ln\frac{8}{A}. \quad (\text{П.1.19})$$

В связи с последней формулой следует заметить, что она неприменима при

$$A < 8(V_T/V_E), \quad (\text{П.1.20})$$

когда для описания рассматриваемых эффектов существенно влияние теплового движения частиц на поглощение излучения в плазме [8].

Запишем, наконец, возникающее в результате нашего рассмотрения обобщение формул (4.4) и (4.8):

$$\langle \delta Q_{IB} \rangle = -\frac{e^2 n_{e0}}{4 m_e \omega_0^2} \nu_{eff}(E) \delta|\mathbf{E}|^2, \quad (\text{П.1.21})$$

$$\langle Q_{IB}^{(0)} \rangle = \frac{e^2 n_{e0}}{2 m_e \omega_0^2} \nu_{eff}(E) E_0^2. \quad (\text{П.1.22})$$

Из этих формул, в частности, следует возможность представить коэффициент пространственного усиления филамента в виде (5.5).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Полностью пренебрегать влиянием теплового движения электронов на обратное тормозное поглощение сильного поля накачки нельзя в частном случае линейно поляризованного поля накачки $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 = (\boldsymbol{\mathcal{E}}_0, 0, 0)$, где

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 = E_0 \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r}).$$

Действительно, тогда скорость осцилляций электрона $\mathbf{u}_E = (u_E, 0, 0)$, где

$$u_E(t) = -V_E \sin(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r}),$$

может в некоторый момент времени обращаться в нуль. Последнее отвечает тому, что выражение (П.1.2) при $\rho^2 = 1$ не имеет смысла.

В этой связи воспользуемся здесь для случая сильного поля накачки следующим выражением (ср. [4]):

$$Q_{IB} = \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i \Lambda}{m_e} \int d\mathbf{u} \frac{F_0(\mathbf{u})}{|\mathbf{u} + \mathbf{u}_E(t)|} \quad (\text{П.2.1})$$

для поглощаемого плазмой тепла. Отсюда для возмущения поглощаемого тепла имеем

$$\delta Q_{IB} = \delta u_E \frac{4\pi e^2 e_i^2 n_i \Lambda}{m_e} n_e \frac{i}{\pi} \int_0^\infty q\,dq \times$$
$$\times \exp\left(-\frac{1}{2} q^2 V_T^2\right) \int_{-1}^{+1} x\,dx \exp\left[iqxu_E(t)\right]. \quad (\text{П.2.2})$$

Здесь учтено, что $F_0(\mathbf{u})$ является распределением Максвелла. В формуле (П.2.1)

$$\delta u_E = \frac{ie}{2 m_e \omega_0} \left(\delta E \exp\left[-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\right] - \right.$$
$$\left. -\delta E^* \exp\left[i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\right]\right), \quad (\text{П.2.3})$$

что соответствует возмущению поля

$$\delta \boldsymbol{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}\left\{\delta E \exp\left[-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\right] + \right. \\ \left. + \delta E^* \exp\left[i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\right]\right\}. \quad (\text{П.2.4})$$

Имея в виду разложение по функциям Бесселя $J_n(z)$

$$\exp\left[iqxu_E(t)\right] = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(qxV_E)\exp\left[-in(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\mathbf{r})\right],$$

а также $\delta|\mathbf{E}|^2 = E_0(\delta E + \delta E^*)$, из (П.2.4) имеем

$$\langle \delta Q_{IB}\rangle = \frac{e^2 n_e}{m_e\omega_0^2}\,\frac{2e^2 e_i^2 n_{i0}\Lambda}{m_e^2 V_E}\delta|\mathbf{E}|^2 I, \quad (\text{П.2.5})$$

где

$$I = \frac{d}{dV_E}\int_{-1}^{+1} dx \times \\ \times \int_0^{\infty} dq \exp\left(-\frac{1}{2}V_T^2 q^2\right) J_0(qxV_E). \quad (\text{П.2.6})$$

Используя

$$\int_0^{\infty} dz\, \exp(-y^2 z^2) J_0(pz) = \frac{\sqrt{\pi}}{2y}\exp\left(-\frac{p^2}{8y^2}\right) I_0\left(\frac{p^2}{8y^2}\right),$$

а также асимптотическое соотношение для функции Бесселя мнимого аргумента

$$I_0(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}}\, e^z,$$

получаем в пределе сильного поля

$$I \approx -\frac{2}{V_E^2}\ln\frac{V_E}{2V_T}. \quad (\text{П.2.7})$$

Таким образом, для усредненного по быстрым осцилляциям возмущения поглощаемого тепла получаем

$$\langle \delta Q_{IB}\rangle = -\frac{1}{4}\nu_{eff}(E)\frac{e^2 n_{e0}}{m_e\omega_0^2}\delta|\mathbf{E}|^2. \quad (\text{П.2.8})$$

Здесь

$$\nu_{eff}(E) = \frac{16 e^2 e_i^2 n_{i0}\Lambda}{m_e^2 V_E^3}\ln\frac{V_E}{2V_T} \quad (\text{П.2.9})$$

— нелинейная эффективная частота столкновений, характеризующая поглощение поля накачки:

$$\langle Q_{IB}^{(0)}\rangle = \frac{1}{2}\nu_{eff}(E)\frac{e^2 n_{e0}}{m_e\omega_0^2}E_0^2. \quad (\text{П.2.10})$$

При этом с логарифмической точностью формулу (П.2.8) можно записать в виде, подобном (4.9), полученном в случае круговой поляризации накачки:

$$\langle \delta Q_{IB}\rangle = \frac{\langle \partial Q_{IB}\rangle}{\partial (E_0^2)}\,\delta|\mathbf{E}|^2. \quad (\text{П.2.11})$$

Наконец, в соответствии с формулой (3.11) получаем соотношение

$$\frac{\delta n_e}{n_{e0}} = -\frac{e^2\delta|\mathbf{E}|^2}{4m_e^2\omega_0^2 V_T^2}\left\{1 - \frac{\nu_{eff}(E)\nu_{ee}(V_T)}{Ck^2 V_T^2}\right\}, \quad (\text{П.2.12})$$

описывающее возмущение плотности. Снова видно, что тепловые эффекты характеризуют подавляющее влияние на пондеромоторный эффект, приводящий, вообще говоря, к филаментации излучения. При этом, если формулу (П.2.12) представить в виде

$$\frac{\delta n_e}{n_{e0}} = -\frac{\delta|\mathbf{E}|^2}{4m_e^2\omega_0^2 V_E^2} \times \\ \times \left\{\frac{V_E^2}{V_T^2} + \frac{4}{k^2\chi T_{e0}}\,\frac{\partial\langle Q_{IB}^{(0)}\rangle}{\partial\ln(E_0^2)}\right\}, \quad (\text{П.2.13})$$

то можно записать соотношение (5.5), поскольку формула (П.2.13) подобна той, которая следует из (4.10) и (4.11).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Литвак, Изв. ВУЗов, Радиофизика **11**, 1433 (1968); Б. Г. Еремин, А. Г. Литвак, Письма в ЖЭТФ **13**, 603 (1971).
2. W. L. Kruer, Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion **9**, 33 (1985).
3. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука, Москва (1973).
4. В. П. Силин, ЖЭТФ **111**, 478 (1997).
5. A. Ya. Polishchuk and J. Meyer-Ter-Vehn, Phys. Rev. E **49**, 663 (1994).
6. В. П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов*, Изд-во ФИАН, Москва (1998).
7. В. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **47**, 2254 (1998).
8. В. П. Силин, ЖЭТФ **67**, 313 (1964).