

ИЗЛУЧЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ В РЕЗОНАТОРЕ ДВУХУРОВНЕВОГО АТОМА

*А. В. Козловский**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 февраля 2001 г.

Проведен анализ взаимодействия равномерно движущегося по классической траектории двухуровневого атома с квантовой модой высокодобротного резонатора. С помощью метода «одетых» состояний найдена рекуррентная формула для вероятности перехода атома с излучением фотона, временная динамика которой качественно зависит от величины доплеровского сдвига частоты перехода атома, частоты Раби системы атом–поле и отстройки частоты перехода атома от частоты моды поля. Динамика излучения движущегося атома весьма чувствительна к величине отстройки. При определенных условиях возможно возникновение осцилляций, подобных осцилляциям Раби, с частотой равной величине доплеровского сдвига. В условиях резонанса вероятность излучения движущегося атома может значительно превышать вероятность излучения покоящегося атома. Рассмотрены случаи резонатора с плоскопараллельными зеркалами и конфокального резонатора со сферическими зеркалами. Показано, что учет особенностей осцилляций Доплера–Раби необходим в теории микромазера.

PACS: 42.50.Ct, 32.80.-t

1. ВВЕДЕНИЕ

К числу эффектов, связанных с движением центра масс излучающего атома или молекулы, относятся такие хорошо изученные в настоящее время явления, как неоднородное уширение спектральной линии ансамбля частиц (доплеровское уширение), выжигание дырки в распределении по частотам инверсии населенности двухуровневой системы, лэмбовский провал на кривой зависимости интенсивности излучения газового лазера от рабочей частоты. Влияние положения в резонаторе атома, взаимодействующего с полем, проявляется также в эффекте пространственного выжигания дырки, играющего важную роль в динамике генерации многомодового лазера.

В случае движущегося атома, помещенного в резонатор, собственные моды которого представляют собой стоячие волны, необходим совместный учет как доплеровского сдвига частоты перехода атома, так и пространственной зависимости поля, что значительно усложняет теоретическое изучение

указанных выше явлений. Использование модели Джейнса–Камминга [1], описывающей взаимодействие двухуровневого атома с одномодовым полем, и ее распространение на случай движущегося атома позволяют преодолеть ряд математических сложностей, возникающих в этом случае. В настоящее время лишь небольшое число работ посвящено решению квантовомеханической задачи об излучении классически движущегося атома. Большинство современных работ, исследующих вопрос о движении атома в поле, относится к ультрахолодным атомам, взаимодействующим с полем резонатора, и связано с эффектом лазерного охлаждения. В этом случае движение центра масс атомов необходимо рассматривать квантовомеханически с учетом отдачи, что вносит в задачу дополнительные сложности, остающиеся до настоящего времени не преодоленными полностью. Однако даже в случае, когда скорость и масса частицы достаточно велики для использования классических траекторий движения центра масс, число работ невелико. В работе [2] путем численного решения уравнения Шредингера получены отдельные данные о вероятности пребывания в исходном состоянии движущегося по классической

*E-mail: kozlovsk@sci.lebedev.ru

траектории атома в резонаторе. Рассмотрено изменение во времени указанной вероятности для различных значений доплеровского сдвига частоты моды резонатора в системе координат, связанной с атомом. В работах [3, 4] выполнены расчеты спектров флуоресценции двухуровневого атома, движущегося по классической траектории, для случая совпадения частоты перехода атома с частотой моды поля резонатора. В работе [5] движение центра масс атома рассмотрено с квантовомеханических позиций.

В настоящей работе с помощью метода «одетых» состояний найдена простая, удобная для расчетов рекуррентная формула для вероятности перехода движущегося по классической траектории возбужденного атома с излучением фотона в моду высокочастотного резонатора. Анализ данных, полученных с помощью этой формулы, позволил установить качественные зависимости временных осцилляций поля внутри резонатора от доплеровского сдвига частоты атома и отстройки частот атома и поля. Показано, что периодический обмен энергией между атомом и полем в зависимости от соотношений между параметрами системы может быть как принципиально отличным от случая покоящегося атома, так и качественно подобным обычным осцилляциям Раби. Показано, что учет эффекта движения необходим для дальнейшего развития теории микромазера [4–7], экспериментальные исследования которого проводятся в настоящее время [8–10].

2. ВЕРОЯТНОСТЬ ПЕРЕХОДА

Гамильтониан системы, состоящей из равномерно движущегося по классической траектории двухуровневого атома и одной моды квантованного электромагнитного поля резонатора и представляющей собой неконсервативную систему, рассмотрим в следующем виде:

$$H(t) = \hbar\omega_c a^+ a + \frac{\hbar\omega_a}{2} \sigma^z + \hbar g(t) B, \quad (1)$$

где оператор взаимодействия поля с атомом в приближении вращающейся волны,

$$B = a^+ \sigma^- + \sigma^+ a,$$

записан с помощью операторов перехода между верхним $|\uparrow\rangle$ и нижним $|\downarrow\rangle$ состояниями атома: $\sigma^- = |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$, $\sigma^+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$, оператор инверсии есть $\sigma^z = |\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$, а a^+ и a — операторы рождения

и уничтожения поля. Параметр связи атома, движущегося по траектории $x(t)$, с полем имеет вид

$$g(t) = g_0 \cos [k_c x(t)], \quad g_0 = d \sqrt{\frac{2\pi\omega_a}{\hbar V}}, \quad (2)$$

где ω_c и $k_c = \omega_c/c$ — частота и волновой вектор моды резонатора, d — дипольный момент перехода двухуровневого атома и V — объем резонатора. Такой вид параметра связи характеризуется пространственным распределением поля в резонаторе с плоскопараллельными зеркалами при движении атома вдоль оси резонатора. В рассмотренном в настоящей работе случае равномерного движения центра масс атома со скоростью v параметр связи есть

$$g(t) = g_0 \cos (\Omega_D t + \Delta\Omega t), \quad (3)$$

$$\Omega_D = \frac{v}{c} \omega_a, \quad \Delta\Omega = \frac{v}{c} \Delta\omega,$$

где Ω_D — доплеровский сдвиг частоты атомного перехода, а $\Delta\omega = \omega_c - \omega_a$ — отстройка частоты моды резонатора от частоты перехода атома.

Мы будем также рассматривать случай движения атома поперек конфокального резонатора со сферическими зеркалами. При этом параметр связи имеет вид

$$g(x(t)) = g_0 \exp \left[- \left(\frac{x(t)}{w_0} \right)^2 \right], \quad (4)$$

при этом предполагается, что начало системы координат помещено в центр резонатора. Величина w_0 представляет собой длину перетяжки гауссовского распределения поля.

Гамильтониан (1) может быть записан в виде суммы,

$$H(t) = \hbar [C_1 + C_2(t)], \quad (5)$$

следующих слагаемых:

$$C_1 = \omega_c \left(a^+ a + \frac{\sigma^z}{2} \right), \quad C_2(t) = - \frac{\Delta\omega}{2} \sigma^z + g(t) B. \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что операторы C_1 и $C_2(t)$ коммутируют между собой для любого момента времени t :

$$[C_1, C_2(t)] = 0. \quad (7)$$

Действуя операторами C_1 и $C_2(t)$ на базис векторов состояний $|n, j\rangle \equiv |n\rangle|j\rangle$, где $|n\rangle$ — фокковский базис состояний поля, а $j = \uparrow, \downarrow$, нетрудно видеть, что оператор C_1 диагонален в базисе $|n, j\rangle$ со спектром собственных значений $\omega_c(n \pm 1/2)$, а $C_2(t)$ — недиагонален. Используя базис собственных векторов оператора C_1 , можно найти базис, в котором оба оператора,

C_1 и $C_2(t)$, были бы диагональны [1]. Очевидно, что в этом случае диагонален и гамильтониан $H(t)$. В качестве такого базиса используем линейные комбинации элементов базиса $|n, j\rangle$ вида

$$\begin{aligned} |+, n\rangle_t &= \cos \theta_n(t) |n+1, \downarrow\rangle + |n, \uparrow\rangle \sin \theta_n(t), \\ |-, n\rangle_t &= -\sin \theta_n(t) |n+1, \downarrow\rangle + |n, \uparrow\rangle \cos \theta_n(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где θ_n — параметр смещения состояний.

В случае отсутствия поля в резонаторе в начальный момент времени $t = 0$ имеем $n = 0$, $|+, 0\rangle_t$ и $|-, 0\rangle_t$. Для основного состояния, когда квантов поля нет и атом находится в нижнем состоянии, имеем

$$C_1|0, \downarrow\rangle = -\frac{\omega_c}{2}|0, \downarrow\rangle.$$

Действуя оператором C_1 на элементы такого базиса одетых состояний, получаем

$$C_1|\pm, n\rangle_t = \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) |\pm, n\rangle_t, \quad (9)$$

т. е. $|\pm, n\rangle_t$ — вырожденные собственные состояния этого оператора. Подействуем оператором $C_2(t)$ на $|\pm, n\rangle_t$ и потребуем, чтобы в этом базисе оператор $C_2(t)$ был диагонален, т. е.

$$C_2(t)|\pm, n\rangle_t = \Omega_{\pm, n}^R(t)|\pm, n\rangle_t, \quad (10)$$

тогда из (10) с помощью (6), используя определение (8), для частоты Раби находим

$$\begin{aligned} \Omega_{+, n}^R(t) = -\Omega_{-, n}^R(t) &= \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + g^2(t)(n+1)} \equiv \\ &\equiv \Omega_n^R(t), \end{aligned} \quad (11)$$

а для углов смещения, входящих в (8), имеем

$$\theta_n(t) = \frac{1}{2} \arctg \left[\frac{2g(t)}{\Delta\omega} \sqrt{n+1} \right]. \quad (12)$$

Для основного состояния

$$C_2(t)|0, \downarrow\rangle = \frac{\Delta\omega}{2}|0, \downarrow\rangle.$$

В базисе одетых состояний, диагонализующем гамильтониан $H(t)$, имеем

$$\begin{aligned} H(t)|\pm, n\rangle_t &= [\hbar\omega_c(n+1/2) \pm \hbar\Omega_n^R(t)] |\pm, n\rangle_t \equiv \\ &\equiv \hbar\Omega_{\pm, n}^R(t) |\pm, n\rangle_t, \end{aligned} \quad (13)$$

$$H(t)|0, \downarrow\rangle = -\frac{\hbar\omega_a}{2}|0, \downarrow\rangle. \quad (14)$$

Из (8) и свойства ортонормированности базиса одетых состояний для фиксированного момента времени находим соотношение между базисами $|\pm, n\rangle_t$ и $|n, j\rangle$:

$$\begin{aligned} |n+1, \downarrow\rangle &= \cos \theta_n(t) |+, n\rangle_t - \sin \theta_n(t) |-, n\rangle_t, \\ |n, \uparrow\rangle &= \sin \theta_n(t) |+, n\rangle_t + \cos \theta_n(t) |-, n\rangle_t. \end{aligned} \quad (15)$$

Элементы полученного таким образом параметрически зависящего от времени базиса одетых состояний для разных моментов времени не ортонормированы, что необходимо иметь в виду при дальнейших расчетах. Соотношения между элементами базиса одетых состояний для разных моментов времени $t_1 \neq t_2$ имеют вид

$$\begin{aligned} |+, n\rangle_{t_1} &= \cos [\theta_n(t_2) - \theta_n(t_1)] |+, n\rangle_{t_2} - \\ &- \sin [\theta_n(t_2) - \theta_n(t_1)] |-, n\rangle_{t_2}, \\ |-, n\rangle_{t_1} &= \sin [\theta_n(t_2) - \theta_n(t_1)] |+, n\rangle_{t_2} + \\ &+ \cos [\theta_n(t_2) - \theta_n(t_1)] |-, n\rangle_{t_2}. \end{aligned} \quad (16)$$

В шредингеровском представлении временная эволюция атома, взаимодействующего с полем, описывается пропагатором (оператором эволюции)

$$U(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t H(t') U(t', t_0) dt', \quad (17)$$

при этом вектор состояний в момент времени t имеет вид

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle. \quad (18)$$

Разобьем конечный интервал времени $[t_0, t]$ на большое число $M \gg 1$ малых отрезков Δt и будем предполагать, что внутри каждого из этих отрезков можно пренебречь зависимостью гамильтониана системы от времени. Тогда временная эволюция системы на каждом из этих отрезков характеризуется пропагатором

$$|\psi(t_j)\rangle = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} H(t_j) \Delta t \right] |\psi(t_{j-1})\rangle, \quad (19)$$

$$t_j = t_{j-1} + \Delta t, \quad j = 1, M,$$

а вектор состояния системы в конечный момент времени t есть

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \exp \left[-\frac{i}{\hbar} H(t_M) \Delta t \right] \times \\ &\times \exp \left[-\frac{i}{\hbar} H(t_{M-1}) \Delta t \right] \dots \\ &\dots \exp \left[-\frac{i}{\hbar} H(t_1) \Delta t \right] |\psi(t_0)\rangle, \quad \Delta t = \frac{t}{M}. \end{aligned} \quad (20)$$

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда атом в начальный момент времени $t_0 = 0$ находится в возбужденном состоянии, а поле — в вакуумном состоянии, т. е. $|\psi(t_0 = 0)\rangle = |0, \uparrow\rangle$.

Используя (19), (20), (13) и применяя (15), (16), приходим к следующей рекуррентной формуле для вектора состояния системы в конечный момент времени:

$$|\psi(t = t_M)\rangle = A_{+,M}|+, 0\rangle_{t=t_M} + A_{-,M}|-, 0\rangle_{t=t_M}, \quad (21)$$

где величины $A_{\pm, M}$ вычисляются с помощью рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} A_{+,t_j} &= \exp[-i\Omega_{+,n}(t_j)\Delta t] \times \\ &\times [\cos(\Delta\theta_{0,j})A_{+,t_{j-1}} + \sin(\Delta\theta_{0,j})A_{-,t_{j-1}}], \\ A_{-,t_j} &= \exp[-i\Omega_{-,n}(t_j)\Delta t] \times \\ &\times [-\sin(\Delta\theta_{0,j})A_{+,t_{j-1}} + \cos(\Delta\theta_{0,j})A_{-,t_{j-1}}], \\ \Delta\theta_{0,j} &\equiv \theta_0(t_j) - \theta_0(t_{j-1}) \end{aligned} \quad (22)$$

для любого $1 < j \leq M$, и

$$\begin{aligned} A_{+,t_1} &= \sin[\theta_0(\Delta t)] \exp[-i\Omega_{+,0}(\Delta t)\Delta t], \\ A_{-,t_1} &= \cos[\theta_0(\Delta t)] \exp[-i\Omega_{-,0}(\Delta t)\Delta t]. \end{aligned} \quad (23)$$

Вероятность перехода атома в нижнее состояние с излучением фотона в моду резонатора тогда равна

$$\begin{aligned} P_{\downarrow}(t) &= |\langle 1, \downarrow | \psi(t) \rangle|^2 = \\ &= |\cos[\theta_0(t)] A_{+,t} - \sin[\theta_0(t)] A_{-,t}|^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Нетрудно видеть, что в расчетах с помощью (24) в формулах (22), (23) без изменения результата можно заменить $\Omega_{\pm,0}(t)$ на $\pm\Omega_0^R(t)$.

Использованное нами предположение о классичности движения атома в резонаторе накладывает известные ограничения на скорость и массу атома. В расчетах с помощью полученных выше формул будем полагать, что длина волны де Бройля $\lambda = \hbar/mv$, где m — масса атома, много меньше длины волны поля моды резонатора $\lambda = 2\pi/k_c$, т. е. масса атома и/или скорость движения центра масс велики. Предположение о равномерности движения атома, т. е. пренебрежение импульсом отдачи при излучении фотона, также требует малости энергии связи $\hbar g_0$ по сравнению с кинетической энергией движения центра масс атома $mv^2/2$. Детальный анализ применимости классического приближения в задаче взаимодействия движущегося в резонаторе атома приведен, например, в [3].

Мы предполагаем также, что резонатор обладает высокой добротностью, достаточной, чтобы время взаимодействия атома с полем было меньше чем γ^{-1} , где γ — скорость диссипации поля вследствие потерь на зеркалах. Рассматриваемые нами условия, в частности, соответствуют микромазерной конфигурации из работ [6, 7], в которых была использована обычная модель Джейнса–Каммингса.

Итерационная формула для оператора эволюции (17) в представлении взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} U(t, t_0) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_n \times \\ &\times \int_{t_0}^{t_n} dt_{n-1} \dots \int_{t_0}^{t_1} dt_1 \times \\ &\times T \{C_2(t_n)C_2(t_{n-1}) \dots C_2(t_1)\} = \\ &= T \left\{ \exp \left(-i \int_{t_0}^t C_2(t') dt' \right) \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где T означает операцию временного упорядочения произведения операторов под знаками интегралов. Поскольку оператор $C_2(t)$ коммутирует сам с собой для любых $t_i \neq t_j$, в рассматриваемом нами случае временное упорядочение в правой части уравнения (25) можно не проводить.

Предположим теперь, что параметр связи между полем и атомом имеет вид (3). Тогда, используя (6) и (25), для вероятности перехода при $t_0 = 0$ находим

$$P_{\downarrow}(t) = \left| \beta(t) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\delta^n(t)}{(2n+1)!} \right|^2, \quad (26)$$

где обозначено

$$\delta(t) \equiv \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right)^2 + \beta^2(t), \quad \beta(t) \equiv \frac{g_0}{\Omega_D + \Delta\omega} \sin(\Omega_D t).$$

Если отстройка частоты перехода атома от частоты моды поля $\Delta\omega \ll g_0$, то в рассматриваемом нами случае, когда начальное состояние поля в резонаторе является вакуумным, для вероятности перехода, равной среднему числу фотонов в резонаторе, из (26) следует простое выражение:

$$P_{\downarrow}(t) = \langle a^+(t)a(t) \rangle = \sin^2 \left[\frac{g_0}{\Omega_D} \sin(\Omega_D t) \right], \quad (27)$$

которое полностью согласуется с результатами работ [2, 3]. Как следует из (27), вероятность излучения покоящегося в электромагнитном вакууме ато-

ма фотона осциллирует во времени с вакуумной частотой Раби

$$\Omega_R = \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + g_0^2}$$

согласно выражению

$$P_{\downarrow}(t) = |\langle 1, \downarrow | \psi(t) \rangle|^2 = \frac{4g_0^2}{\Delta\omega^2 + 4g_0^2} \sin^2(\Omega_R t). \quad (28)$$

Рассмотрим теперь случай, когда движущийся атом пересекает конфокальный резонатор со сферическими зеркалами в направлении его поперечной оси x . Полагая, что движение атома вдоль этой оси, проходящей через центр резонатора, описывается выражением $x(t) = vt$, поместим начало системы координат ($x = 0$) на расстоянии $L/2$ от центра резонатора. В этом случае зависимость параметра связи (4) от времени приобретает вид

$$g(x(t)) = g_0 \exp\left[-\frac{1}{w_0^2} \left(vt - \frac{L}{2}\right)^2\right]. \quad (29)$$

Применяя формулу (26), используя в (6) выражение (29), находим, что вероятность перехода может быть записана в виде ряда:

$$P_{\downarrow}(t) = \left| I(t) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{[I^2(t) + \delta^2(t)]^n}{(2n+1)!} \right|^2, \quad (30)$$

где

$$I(t) \equiv \frac{g_0 w_0}{v} \int_{-L/2w_0}^{(vt-L/2)/w_0} e^{-\tau^2} d\tau, \quad (31)$$

$$\delta(t) \equiv -\frac{\Delta\omega}{2} t.$$

В случае точного резонанса, $\Delta\omega = 0$, из (30), (31) находим

$$P_{\downarrow}(t) = \sin^2(I(t)). \quad (32)$$

Поскольку поле в резонаторе убывает при удалении от его центра экспоненциально быстро, в выражении для $I(t)$ мы можем принять $L \rightarrow \infty$ ($L \gg 2w_0$), $0 \leq vt \leq L$, тогда это выражение может быть записано в следующем виде:

$$I(t) = \frac{g_0 w_0}{v} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{vt - L/2}{w_0}\right) \right], \quad (33)$$

где $\operatorname{erf} z$ — интеграл ошибок; $\operatorname{erf} 0 = 0$, $\operatorname{erf} \infty = 1$.

Найдем теперь с помощью (32) вероятность излучения фотона атомом при прохождении его через резонатор, т. е. значение величины $P_{\downarrow}(t)$ для $t = L/v$ при условии, что $L \gg 2w_0$. Нетрудно видеть, что эта вероятность есть

$$P_{\downarrow}(t = \infty) = \sin^2\left(\sqrt{\pi} \frac{g_0 w_0}{v}\right), \quad (34)$$

откуда следует, что атом выходит из резонатора в нижнем состоянии, если $g_0 w_0 / v \sqrt{\pi} = n + 1/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, тогда как при $g_0 w_0 / v \sqrt{\pi} = n$ состояние атома после прохождения через резонатор не изменяется.

В случае, когда $g_0 w_0 \sqrt{\pi} / v \ll 1$, $v \gg g_0 w_0 \sqrt{\pi}$, обмен энергией между возбужденным атомом и резонатором оказывается невозможным и состояния атома и поля остаются неизменными в течение всего времени пролета атома через резонатор.

3. ОСЦИЛЛЯЦИИ ДОПЛЕРА–РАБИ

Как показывают расчеты по формуле (24), в случае движущегося атома временная зависимость вероятности перехода принципиально зависит от скорости движения центра масс, константы связи, а также отстройки частоты перехода от частоты моды резонатора. В зависимости от соотношения $\xi = \Omega_R / \Omega_D$ между частотами Доплера и Раби, $\Omega_R = \sqrt{g_0^2 + (\Delta\omega/2)^2}$, осцилляции с частотой Раби могут отсутствовать во временной зависимости вероятности излучения. При $\xi \ll 1$ и $\Delta\omega \ll g_0$ даже при больших значениях константы связи вероятность излучения атомом фотона и выхода фотона из резонатора в нижнем состоянии может быть мала (рис. 1). При этом частота осцилляции вероятности перехода соответствует $1/\xi$ -й гармонике частоты Раби, а величина вероятности убывает как ξ^2 . Как следует

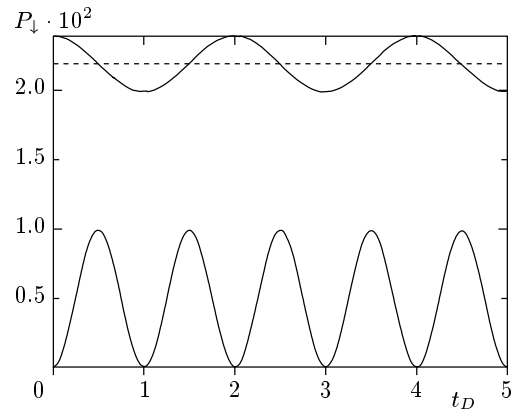


Рис. 1. Зависимость вероятности P_{\downarrow} перехода возбужденного атома в нижнее состояние с излучением фотона при движении его в резонаторе с плоскопараллельными зеркалами от безразмерного времени $t_D = \Omega_D t / \pi$, $\Omega_D = v \omega_a / c$ при $\Delta\omega \ll g_0$, $\xi = \Omega_R / \Omega_D = 0.1$. Вверху изображена зависимость $\cos(k_c x(t_R))$

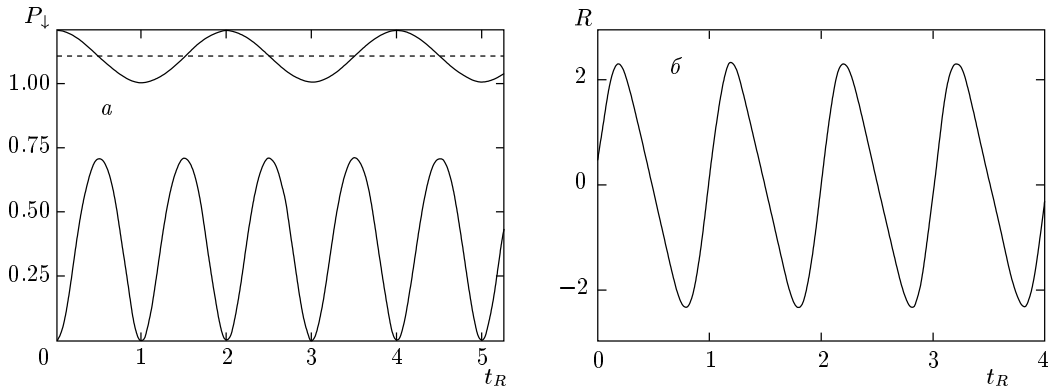


Рис. 2. а) Зависимость вероятности P_{\downarrow} перехода возбужденного атома в нижнее состояние с излучением фотона при движении его в резонаторе с плоскопараллельными зеркалами от безразмерного времени $t_R = \Omega_R t / \pi$, $\Omega_R = \sqrt{g_0^2 + (\Delta\omega/2)^2}$ в условиях резонанса Доплера-Раби, $\xi = \Omega_R / \Omega_D = 1$. Вверху изображена зависимость $\cos(k_c x(t_R))$. б) Скорость перехода $R(t_R) = dP_{\downarrow}(t_R) / dt_R$

из формулы (27), при $\xi \ll 1$ и $\Delta\omega \ll g_0$ вероятность перехода

$$P_{\downarrow}(t) = \langle a^+(t)a(t) \rangle = \xi^2 \sin^2(\Omega_D t)$$

осциллирует не с частотой Раби, а с частотой, равной величине доплеровского сдвига.

При малых отстройках условием присутствия осцилляций вероятности, подобных осцилляциям Раби, является доплеровский резонанс, когда $\xi = 1$ (рис. 2), в этом случае $P_{\downarrow} \leq \sin^2(1 \text{ рад})$.

Если $\xi > 1$ и $\Delta\omega \ll g_0$, т. е., если доплеровский сдвиг меньше частоты Раби, величина вероятности перехода в максимумах, как и в случае покоящегося атома, равна единице. Как видно из рис. 3а, при $\xi = 2$ осцилляций с частотой Раби нет, однако с ростом ξ осцилляции Раби восстанавливаются вблизи пучностей поля (рис. 3б, в). Как и следовало ожидать, при $\xi \gg 1$ обычные осцилляции Раби имеют место, но при конечной скорости атома только вблизи пучностей поля в резонаторе.

В случае, когда отстройка частоты атомного перехода от собственной частоты моды поля соизмерима по величине с константой связи, $\Delta\omega \geq g_0$, среднее число фотонов в резонаторе в общем случае убывает с ростом отстройки и имеет сложную временную зависимость от величины отстройки. На рис. 4 приведена зависимость $P_{\downarrow}(t)$ для малой отстройки $\Delta\omega = g_0$ при $\xi = 2.2$. Как видно из графика, максимальное число фотонов мало отличается от соответствующей величины для покоящегося атома. Форма осцилляций числа фотонов оказывается очень чувствительной к величине отстройки даже при малых,

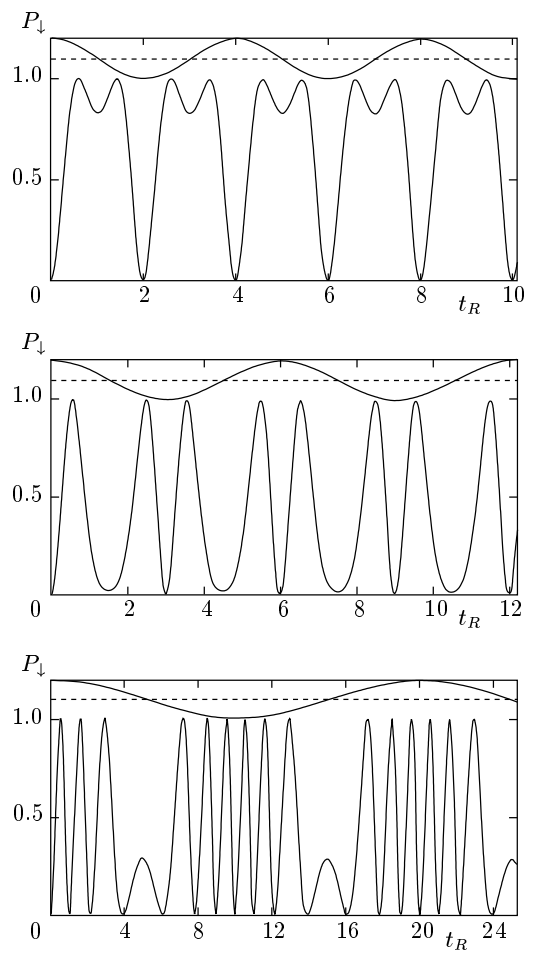


Рис. 3. То же, что на рис. 2а, при $\xi = 2$ (а), 3 (б) и 10 (в)

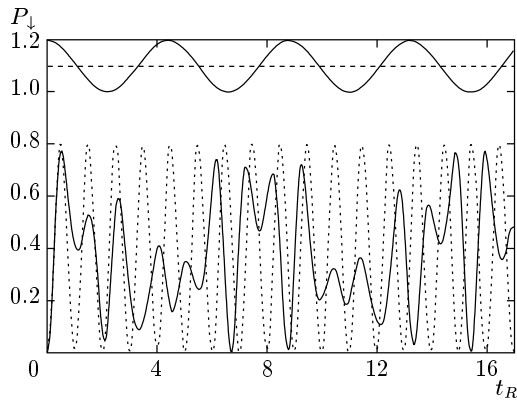


Рис. 4. То же, что на рис. 2а, для отстройки $\Delta\omega = g_0$ при $\xi = 2.2$. Пунктиром изображены осцилляции Раби покоящегося атома для тех же значений g_0 и $\Delta\omega$

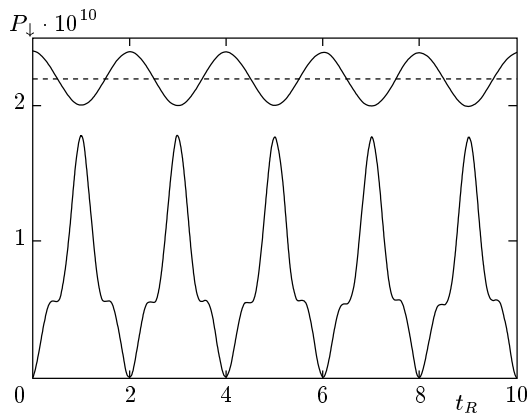


Рис. 5. То же, что на рис. 2а, для отстройки $\Delta\omega = 2 \cdot 10^5 g_0$ при $\xi = 1$

но соизмеримых с величиной константы связи g_0 , ее значениях.

Если $\xi \ll 1$ и $\Delta\omega > g_0$, как и в случае малой отстройки, вероятность перехода осциллирует во времени с частотой Ω_D . При этом вероятность перехода имеет зависимость от доплеровского сдвига частоты, константы связи и времени, аналогичную (28) для неподвижного атома с заменой $\Omega_R \rightarrow \Omega_D$, т.е.

$$P_{\downarrow}(t) = \frac{g_0^2}{\Omega_D^2 + g_0^2} \sin^2(\Omega_D t). \quad (35)$$

Как видно из (35), частота обмена энергией между атомом и полем определяется доплеровским сдвигом частоты атомного перехода, если $\xi \ll 1$.

В случае резонанса, $\xi = 1$, при росте отстройки вероятность перехода уменьшается, а частота осцилляций при $\Delta\omega \gg g_0$ составляет $\Omega_R/2$ (рис. 5). В то

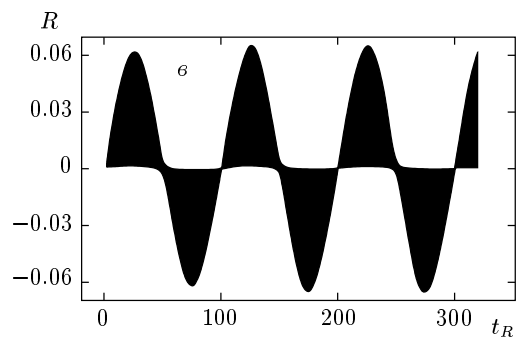
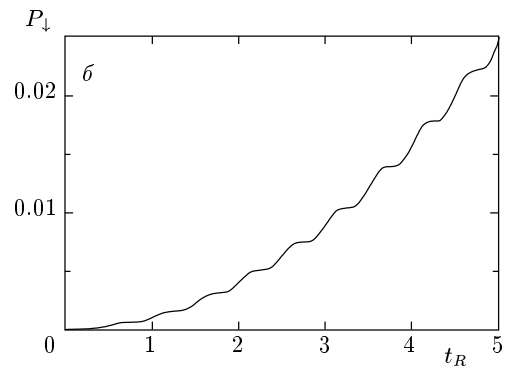
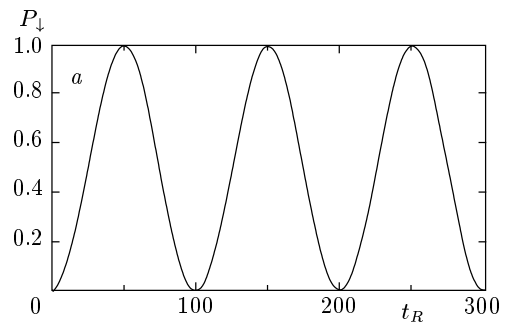


Рис. 6. а, б) То же, что на рис. 2а, для отстройки $\Delta\omega = 100g_0$ при $\xi = 0.5$; в) то же, что на рис. 2б

же время при наличии отстройки и $\xi < 1$ возможно восстановление осцилляций, подобных осцилляциям Раби по форме при достижении резонанса $\Delta\omega \approx \Omega_D$ (или $\Delta\omega \approx \omega_c v/c$ [2]). На рис. 6 изображена вероятность излучения фотона для точного резонанса $\Delta\omega = \Omega_D = 10^2 g_0$ при $\xi = 0.5$. Из рис. 6а видно, что в этом случае присутствуют осцилляции, подобные осцилляциям Раби, с единичной амплитудой, но с частотой в $\Delta\omega/g_0$ раз ниже частоты обычных осцилляций Раби при данной отстройке. Следовательно, в условиях резонанса Доплера вида $\Delta\omega \approx \Omega_D$, доплеровский сдвиг частоты эффективно компенсирует влияние отстройки на величину вероятности перехода.

Как видно из рис. 6б, зависимость $P_{\downarrow}(t)$ модулирована мелкими осцилляциями удвоенной частоты

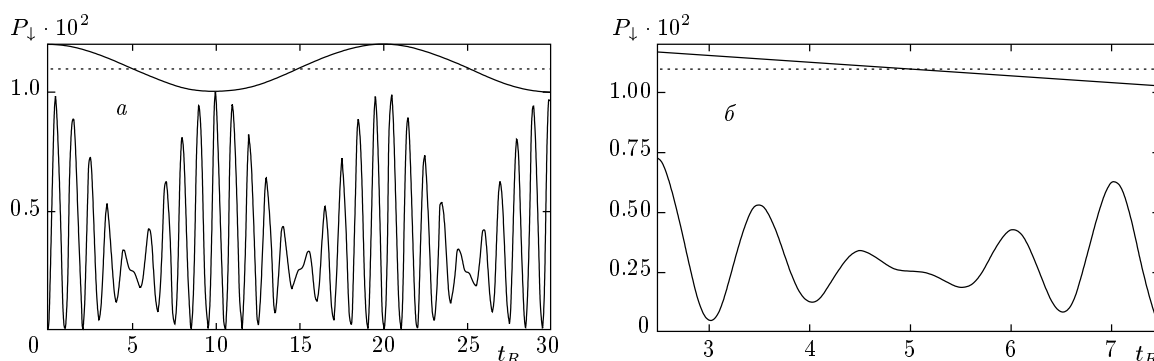


Рис. 7. То же, что на рис. 2а, для отстройки $\Delta\omega = 20g_0$ при $\xi = 10$; на рис. б та же зависимость в окрестности $t_R = 5$

Раби, что приводит к глубокой модуляции скорости перехода dP_{\downarrow}/dt (рис. 6в).

На рис. 7 приведена зависимость $P_{\downarrow}(t)$ для отстройки $\Delta\omega = 20g_0$ при $\xi = 10$. В этом типичном случае, возникающем при $\xi \gg 1$, обычные осцилляции Раби оказываются модулированными по амплитуде с периодом $2/\Delta\omega$ подобно тому, как в случае отсутствия отстройки имеет место модуляция по частоте (см. рис. 3).

Вычисление вероятности перехода путем суммирования ряда (26) показывает, что для больших $\delta(t)$ и при больших значениях отстройки $\Delta\omega$ или константы связи g_0 имеет место крайне медленная сходимость знакопеременного ряда. В этих случаях расчеты легко выполняются с помощью рекуррентной формулы (24).

В настоящее время в теории микролазера [6–9] используется модель Джейнса–Каммингса для покоящегося атома. Сравнение теории с экспериментом, проведенное в [10–12], показывает, что предсказания такой теории не всегда согласуются с экспериментом. Например, в [12], где было проведено экспериментальное исследование статистики числа фотонов излучения микролазера, для значений частоты перехода атома $\omega_a = 21.5$ ГГц, длины резонатора $L = 2.4$ см, параметра связи $g_0 = 10$ кГц и времени пролета атома через резонатор $L/v = 50$ мкс отмечено качественное расхождение теории и эксперимента. В то же время, изменяя параметры микролазера, при уменьшении времени взаимодействия атома с полем до величины $L/v = 35$ мкс и увеличении параметра связи до $g_0 \approx 44$ кГц согласие с теорией достигается. Расчет по формуле (24), учитывающей влияние движения центра масс атома на его взаимодействие с полем, показывает, что в последнем случае состояние системы близко к резонансу Допле-

ра–Раби ($\xi \approx 1$) и вероятность перехода изменяется по закону близкому к обычным осцилляциям Раби (см. рис. 2) для покоящегося атома, тогда как для других экспериментальных условий, указанных выше, соотношение между частотой Раби и величиной доплеровского сдвига значительно меньше ($\xi \approx 0.3$) и реализуется резко отличающаяся от резонансной ($\xi = 1$) закономерность обмена энергией между атомом и полем, подобная изображенной на рис. 1 при $\xi \ll 1$. Значительное влияние на характер осцилляций вероятности перехода имеет отстройка частоты резонатора от частоты перехода атома. Представленная на рис. 4 зависимость вероятности от времени, соответствующая микролазерным условиям [12], указывает на большую чувствительность вероятности перехода от отстройки для движущегося атома.

Проведенный выше анализ позволяет сделать вывод о том, что учет эффектов, связанных с движением атома в резонаторе, необходим, по нашему мнению, в теории микролазера, а также для некоторых схем микролазера.

Рассмотрим далее ситуацию, при которой движущийся атом пересекает конфокальный резонатор со сферическими зеркалами через его центр в поперечном направлении. Для параметров резонатора, частоты атомного перехода, величины константы связи и скоростей движения атома при расчетах будут использованы значения, приведенные в работе [13], в которой экспериментально исследовались квантовые осцилляции Раби ридберговского атома.

Рассмотрим случай пренебрежимо малой отстройки $\Delta\omega \ll g_0$ (формулы (32), (33)). Зависимости вероятности перехода (среднего числа фотонов) от времени для первоначально возбужденного атома, проходящего через резонатор, приведенные на рис. 8, иллюстрируют резонансные условия,

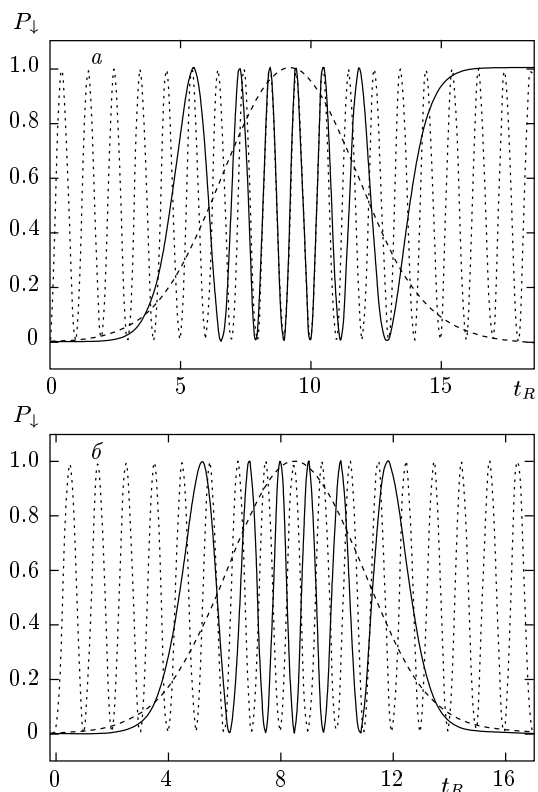


Рис. 8. Зависимость вероятности P_{\downarrow} перехода возбужденного атома в нижнее состояние с излучением фотона от безразмерного времени $t_R = \Omega_R t / \pi$, $\Omega_R = \sqrt{g_0^2 + (\Delta\omega/2)^2}$ при прохождении атома через конфокальный резонатор со сферическими зеркалами и гауссовским поперечным распределением поля для скоростей движения центра масс атома $v = 8.122 \cdot 10^3$ см/с, $\Omega_D = 8.67 \cdot 10^4$ с⁻¹ (а) и $v = 8.799 \cdot 10^3$ см/с, $\Omega_D = 9.39 \cdot 10^4$ с⁻¹ (б). Штрихи — зависимость распределения поперечного поля резонатора, пунктир — осцилляции Раби покоящегося атома для тех же значений константы связи g_0 и отстройки $\Delta\omega \ll g_0$

найденные в предыдущем разделе. На рис. 8а изображена вероятность перехода в условиях, когда

$$\frac{g_0 w_0}{v \sqrt{\pi}} = n + \frac{1}{2}, \quad n = 6.5,$$

при этом атом после прохождения резонатора оказывается в нижнем состоянии, а поле резонатора содержит один фотон с единичной вероятностью. На рис. 8б приведена динамика вероятности перехода при другом резонансном условии,

$$\frac{g_0 w_0}{v \sqrt{\pi}} = n, \quad n = 6,$$

в этом случае резонатор прозрачен для возбужден-

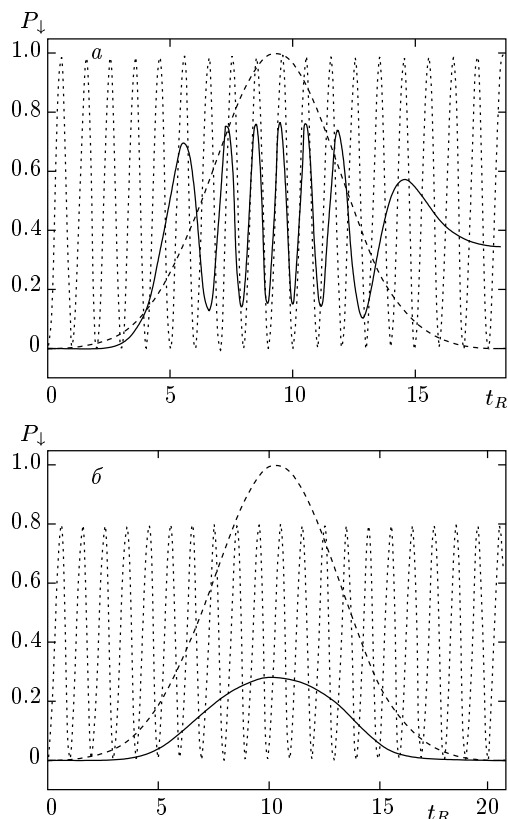


Рис. 9. То же, что на рис. 8, при $v = 8.122 \cdot 10^3$ см/с для различных значений отстройки: а — $\Delta\omega = 0.2g_0$ ($\Omega_R = 1.58 \cdot 10^5$ с⁻¹); б — $\Delta\omega = g_0$ ($\Omega_R = 1.76 \cdot 10^5$ с⁻¹)

ного атома, т. е. состояние атома не меняется на выходе резонатора.

Динамика вероятности перехода при наличии отстройки частоты моды резонатора от частоты перехода атома приведена на рис. 9 для различных значений отстройки. Как видно из графиков, вероятность перехода крайне чувствительна к величине отстройки: даже незначительная по отношению к величине константы связи отстройка $\Delta\omega = 0.2g_0$ приводит к резкому уменьшению вероятности перехода как внутри резонатора, так и на выходе из него (рис. 9а). Сравнение показывает, что для покоящегося атома максимальная величина вероятности перехода убывает с ростом отстройки значительно медленнее, чем в случае движущегося атома. Для отстройки $\Delta\omega = g_0$ вероятность девозбуждения атома на выходе оказывается близкой к нулю (рис. 9б) при любых значениях константы связи g_0 и скорости движения атома.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведен анализ взаимодействия равномерно движущегося двухуровневого атома с полем высокодобротного резонатора. В случае резонатора с плоскопараллельными зеркалами выполненные расчеты позволяют сделать следующие выводы.

Рассмотрены условия спонтанного излучения, когда атом в начальный момент времени находится в возбужденном состоянии, а поле в резонаторе — в вакуумном состоянии. Установлено, что если отношение частоты Раби к доплеровскому сдвигу частоты перехода атома, $\xi = \Omega_R/\Omega_D$, много меньше единицы, то среднее число фотонов в резонаторе мало в случае близости частоты моды резонатора к частоте атома, $\Delta\omega \ll g_0$. При этом среднее число фотонов (вероятность перехода), осциллирует во времени не с частотой Раби, а с частотой равной величине доплеровского сдвига. Амплитуда осцилляций при этом пропорциональна $\xi^2 \ll 1$.

В случае доплеровского резонанса ($\xi = 1$) имеют место осцилляции числа фотонов с частотой Раби, при этом среднее число фотонов не превышает величины $\sin^2(1 \text{ рад}) \approx 0.708$.

Если частота Раби больше, чем частота доплеровского сдвига ($\xi > 1$), среднее число фотонов в резонаторе может достигать единицы в случае, когда атом находится вблизи пучности пространственного распределения поля в резонаторе, и значительно меньше единицы вблизи узлов поля. Обычные осцилляции Раби, характерные для покоящегося атома, имеют место для конечных скоростей движения центра масс атома, если $\xi \gg 1$, только вблизи пучностей поля.

При наличии отстройки частоты атомного перехода от собственной частоты моды поля, $\Delta\omega \geq g_0$, среднее число фотонов в резонаторе убывает с ростом отстройки и имеет сложную временную зависимость для каждой конкретной величины отстройки. Форма осцилляций числа фотонов оказывается очень чувствительной к величине отстройки даже при малых, но соизмеримых с величиной константы связи g_0 ее значениях.

Вероятность излучения фотона для точного резонанса ($\Delta\omega = \Omega_D$, $\xi < 1$) резко возрастает. В этих условиях присутствуют осцилляции, подобные осцилляциям Раби, с единичной амплитудой, но с частотой в $\Delta\omega/g_0$ раз ниже частоты обычных осцилляций Раби при данной отстройке. Таким образом, в условиях резонанса Доплера вида $\Delta\omega \approx \Omega_D$ доплеровский сдвиг частоты эффективно компенсирует

влияние отстройки на величину вероятности перехода.

При $\xi = 1$ и $\Delta\omega \gg g_0$ возникают осцилляции, подобные осцилляциям Раби, с удвоенным периодом и амплитудой много меньше единицы.

Расчеты, выполненные для гауссовой моды конфокального резонатора, показали, что вероятность излучения фотона атомом и его девозбуждения после прохождения через резонатор резко уменьшается с ростом отстройки и близка к нулю при $\Delta\omega = g_0$ независимо от скорости движения атома.

Проведенный для двух типов резонаторов анализ позволяет сделать вывод о необходимости учета эффектов, связанных с движением центра масс атома, для теоретической интерпретации экспериментов с микромазером [13, 14] и микролазером.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
2. P. Meystre, Opt. Comm. **90**, 41 (1992).
3. W. Ren, J. D. Cresser, and H. J. Carmichael, Phys. Rev. A **46**, 7162 (1992).
4. M. Wilkens and P. Meystre, Opt. Comm. **94**, 66 (1992).
5. W. Ren and H. J. Carmichael, Phys. Rev. A **51**, 752 (1995).
6. P. Filipowicz, J. Javanainen, and P. Meystre, Phys. Rev. A **34**, 3077 (1986).
7. L. A. Lugiato, M. O. Scully, and H. Walther, Phys. Rev. A **36**, 740 (1987).
8. H.-J. Briegel, B.-G. Englert, and M. O. Scully, Phys. Rev. A **54**, 3603 (1996).
9. M. O. Scully, G. M. Meyer, and H. Walther, Phys. Rev. Lett. **76**, 4144 (1996).
10. D. Meschede, W. Walther, and G. Müller, Phys. Rev. Lett. **54**, 551 (1985).
11. G. Rempe, H. Walther, and N. Klein, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
12. G. Rempe, F. Schmidt-Kaler, and H. Walther, Phys. Rev. Lett. **64**, 2783 (1990).
13. M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 1800 (1996).
14. M. Brune, P. Nussenzweig, F. Schmidt-Kaler et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 3339 (1992).