

# ПРОЯВЛЕНИЕ ДВУХКВАНТОВОГО ФОТОЭФФЕКТА И СТАТИСТИКИ ФОТОНОВ В АМПЛИТУДНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ФОТОЭЛЕКТРОННОГО УМНОЖИТЕЛЯ

*М. В. Лебедев<sup>\*а</sup>, О. В. Мисочко<sup>а</sup>, М. Р. Айнбунд<sup>б</sup>*

<sup>а</sup> *Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

<sup>б</sup> *Центральный научно-исследовательский институт «Электрон»  
194223, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 17 июля 2001 г.

Обсуждается вклад двухквантового фотоэффекта в амплитудное распределение импульсов на выходе фотоумножителя. Получено обобщение формулы Мандела, учитывающее вклад фотоэффекта второго порядка. Изучено влияние временной и пространственной когерентности поля излучения на число фотоотсчетов и проанализирована возможность использования полученных результатов для измерения статистических характеристик оптических полей.

PACS: 03.65.Bz, 12.20.Ds, 42.50.Dv

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Двухквантовый фотоэффект был изучен ранее как теоретически, так и экспериментально в связи с задачей определения статистики фотоотсчетов для так называемого «двухфотонного» фотоэлектронного умножителя (ФЭУ), работа выхода материала фотокатода которого слишком велика для детектирования одиночных фотонов, но позволяет выбить с катода электрон при поглощении одновременно двух квантов падающего излучения [1–4]. С другой стороны, было показано, что двухквантовый фотоэффект может давать существенный вклад также и в амплитудное распределение импульсов на выходе обычного, «однофотонного» ФЭУ [5, 6]. При этом было установлено, что импульсы, возникающие в результате поглощения катодом коррелированных фотонов, характеризуются в среднем вдвое большей амплитудой, чем «однофотонные» импульсы, и крайне чувствительны к когерентности света. Интерес к квантостатистическому анализу оптического излучения заметно вырос в последние годы в связи с успехами в изучении неклассических состояний светового поля, таких как «сжатый свет» [7], с возможностями квантовой фотометрии [8] и в свя-

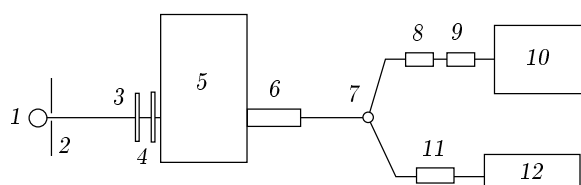
зи с осознанием важности понятия когерентности для описания таких коллективных состояний ансамбля квантовых систем, как сверхпроводимость и бозе-эйнштейновская конденсация. Разработка новых чувствительных методов измерения статистики фотонов становится в настоящее время особенно актуальной.

Целью данной работы является детальное изучение двухквантового фотоэффекта и выяснение возможности использования этого эффекта для измерения когерентных свойств излучения. Статья построена следующим образом. В разд. 2 описывается экспериментальная установка и условия, в которых производились измерения. В разд. 3 изложены полученные экспериментальные результаты. Раздел 4 посвящен анализу распределения импульсов на выходе ФЭУ-64 по амплитудам и описанию теоретической модели, позволяющей понять основные результаты эксперимента. В разд. 5 эта модель применяется для анализа всей совокупности экспериментальных результатов, изложенных в разд. 3. В разд. 6 выводится обобщенная формула Мандела, учитывающая вклад как одно- так и двухквантового фотоэффекта. В Заключение суммируются основные результаты и обсуждаются возможности экспериментального изучения статистики фотонов.

\*E-mail: lebedev@issp.ac.ru

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

В работе изучался фотоэффект с сурьмяно-цезиевого фотокатода на основании исследования распределения по амплитудам импульсов на выходе фотоумножителя ФЭУ-64 при облучении светом с различными статистическими свойствами. Общая схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Излучение источника света пропускать через двойной решеточный монохроматор МДР-6У, на выходе которого был установлен фотоумножитель ФЭУ-64, помещенный в охлаждаемый домик для снижения темновых шумов. В работе использовались различные источники света: лампа накаливания с ленточным телом свечения СИ6-100, питающаяся от стабилизированного источника тока, и трубка гелий-неонового лазера ИЛГН-104, излучавшая набор спектральных линий гелия и неона (генерация на длине волны  $6328 \text{ \AA}$  была подавлена путем расстройки одного из зеркал резонатора). Время когерентности излучения этих источников света было существенно различным. Хорошо известно, что спектральные линии неона в гелий-неоновом лазере уширены в результате доплеровского эффекта, причем типичное значение ширины линии составляет  $1700 \text{ МГц}$ , что дает для времени когерентности величину порядка  $0.2 \text{ нс}$ . Время когерентности для лампы накаливания может быть оценено по спектральной ширине выходной щели монохроматора, который позволял вырезать из ее излучения квази-монохроматический участок спектра. Ширина выходной щели в наших экспериментах была от  $0.1$  до  $2 \text{ мм}$ , что означает время когерентности от  $1$  до  $0.06 \text{ пс}$  (линейная дисперсия МДР-6У с решетками  $1200 \text{ мм}^{-1} - 13 \text{ \AA/мм}$ ). Для выравнивания интенсивностей света при сравнении между собой различных источников служил нейтральный фильтр переменной оптической плотности. Кроме того, для от-



**Рис. 1.** Блок-схема экспериментальной установки: 1 — источник света, 2 — диафрагма, 3, 4 — нейтральный и спектральный фильтры, 5 — монохроматор, 6 — ФЭУ, 7 — согласованный разветвитель, 8, 9 — усилители, 10 — многоканальный анализатор, 11 — дискриминатор, 12 — счетчик фотонов

резания коротковолнового излучения, прошедшего через монохроматор во втором дифракционном порядке решеток, использовались различные спектральные фильтры. Освещение входной щели монохроматора осуществлялось как в одномодовом, так и в многомодовом режимах. В одномодовом режиме источник света удалялся от входной щели на расстояние около  $70 \text{ см}$  при размере входной щели  $100 \text{ мкм}$ . Лазерная трубка имела внутренний диаметр близкий к  $1 \text{ мм}$ , а перед протяженным источником света, каковым является лампа накаливания, устанавливалась диафрагма диаметром  $1 \text{ мм}$ . В результате размер когерентно освещаемой области в плоскости входной щели [9] примерно соответствовал размеру входной щели. Для ограничения излучения в перпендикулярном направлении использовалась вторая щель, развернутая под прямым углом к входной щели монохроматора и расположенная непосредственно перед нею так, чтобы плоскости щелей были максимально близки. Размер этой дополнительной щели также составлял  $100 \text{ мкм}$ . В многомодовом режиме входная щель освещалась с помощью конденсора.

Импульсы с выхода ФЭУ-64 усиливались предусилителем с полосой  $300 \text{ МГц}$  и коэффициентом усиления  $20$ , смонтированным прямо внутри охлаждаемого домика. Сигнал предусилителя поступал на согласованный разветвитель с полосой  $18 \text{ ГГц}$ , который раздваивал его на два идентичных канала. В одном из каналов сигнал последовательно усиливался усилителями *ORTEC* 9302 и 474, инвертировался и направлялся на многоканальный анализатор. В другом канале сигнал анализировался с помощью *CF*-дискриминатора *ORTEC* 584, выходные импульсы которого регистрировались счетчиком фотонов *ORTEC* 9315.

Распределение импульсов на выходе ФЭУ по амплитудам весьма чувствительно как к характеру засветки фотокатода, так и к стабильности работы электроники. Известно, что слишком сильные засветки фотокатода, а также резкие скачки высокого напряжения на ФЭУ, могут приводить к долговременным (часы и более) изменениям амплитудного распределения. При длительных накоплениях могут также вносить искажения медленные дрейфы параметров электроники. Чтобы свести влияние таких дрейфов к минимуму, вся установка, включая источники света, выдерживалась во включенном состоянии  $1.5-2 \text{ ч}$  перед началом измерений. Для исключения влияния неоднородностей фотокатода, а также различий коэффициента сбора выбитых из различных мест катода фотоэлектронов, на торцевое окно ФЭУ была наклеена диафрагма диаметром  $2.5 \text{ мм}$ ,

которая позволяла засвечивать только небольшую центральную часть фотокатода. Использование описанной выше двухканальной схемы измерений позволяло вести эксперименты со счетом фотонов быстрым дискриминатором при постоянном контроле распределения импульсов по амплитудам. Если амплитудное распределение демонстрировало отклонения от своего обычного вида, что иногда случалось в связи с электрическими наводками, то такие измерения исключались из анализа. Количество темновых импульсов ФЭУ снижалось в результате его охлаждения до нескольких десятков в секунду и не влияло на измерения.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Типичное распределение импульсов фотоумножителя по амплитудам показано на рис. 2. В этом распределении можно выделить область диодных шумов I, одноэлектронный пик II и вклад импульсов с большими амплитудами III. Одноэлектронный пик отделен от области диодных шумов провалом, вели-

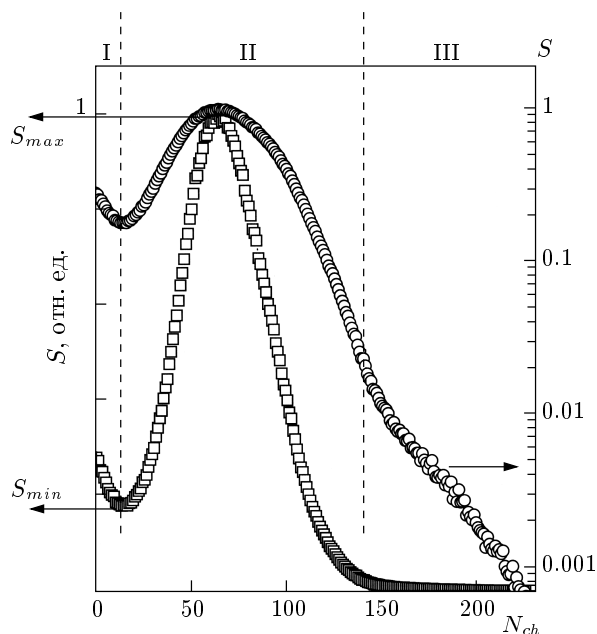


Рис. 2. Типичное распределение импульсов фотоумножителя по амплитудам (в линейном и десятичном логарифмическом масштабах) и иллюстрация определения «контраста»  $K = S_{max}/S_{min}$ . I — область диодных шумов, II — одноэлектронный пик, III — вклад импульсов с большими амплитудами.  $S$  — скорость счета импульсов;  $N_{ch}$  — номер канала многоканального анализатора. Кривые нормированы на максимум

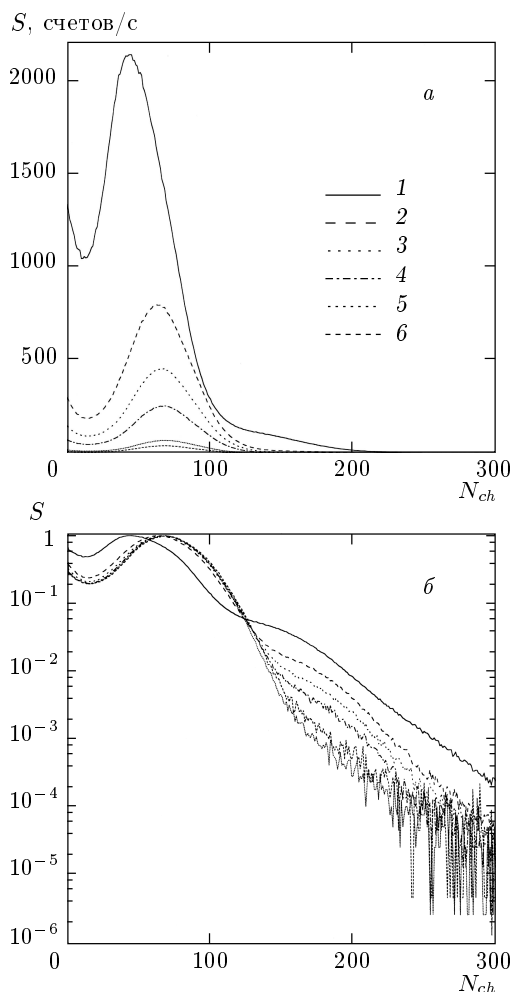


Рис. 3. Распределения импульсов ФЭУ-64 по амплитудам при различных интенсивностях засветки фотокатода лампой накаливания ( $\lambda = 700$  нм) в обычном (а) и нормированном логарифмическом (б) масштабах

чину и положение которого мы будем характеризовать в дальнейшем параметром «контраста»  $K$  (отношение максимума одноэлектронного пика к минимуму, расположенному на его левой части). Распределения импульсов ФЭУ-64 по амплитудам при различных интенсивностях засветки фотокатода лампой накаливания показаны в обычном и логарифмическом масштабах на рис. 3. При построении зависимостей в логарифмическом масштабе (рис. 3б) распределения были нормированы на величину одноэлектронного пика, что позволило сравнивать формы распределений. При малых интенсивностях света лампы распределение демонстрирует ярко выраженный одноэлектронный пик. С ростом интен-

сивности на правом краю распределения наблюдается возникновение дополнительного «плеча», которое быстро увеличивается по величине, однако позиция одноэлектронного пика остается неизменной. При дальнейшем увеличении засветки максимум одноэлектронного пика начинает отчетливо смещаться в сторону малых амплитуд. Дополнительное «плечо» в амплитудной характеристике ФЭУ-64 наблюдалось ранее Артемьевым [5, 6] и было интерпретировано как «двухэлектронный» пик, возникающий в результате выбивания из фотокатода двух электронов при поглощении двух фотонов. Основанием для такой интерпретации послужил тот факт, что «плечо» наблюдается в области амплитуд, примерно вдвое превышающих амплитуду максимума одноэлектронного пика. То, что двухэлектронный пик получается при поглощении именно двух фотонов, следовало при этом из энергетических соображений. Простым способом проверки правильности таких представлений является установление зависимости величины этого пика от интенсивности засветки. Результаты таких измерений показаны на рис. 4. На этом рисунке представлена зависимость скорости счета импульсов  $S_{2e2ph}$  в области двухэлектронного пика (область III на рис. 2) от скорости счета импульсов  $S_{1e1ph}$  в максимуме одноэлектронного пика. Поскольку последний пропорционален интенсивности засветки, видно, что величина двухэлектронного пика действительно с хорошей точностью пропорциональна квадрату интенсивности падающего света. Именно эта квадратичная зависимость двухэлектронного пика указывает на его двухфотонную природу. В дальнейшем будем для удобства обозначать одноэлектронный однофотонный пик как  $1e1ph$ -пик, а двухэлектронный двухфотонный —  $2e2ph$ -пик.

Число фотоотсчетов «однофотонного» фотодетектора (количество счетов в одноэлектронном пике) пропорционально средней интенсивности  $\bar{I}(T)$ . Сама по себе  $\bar{I}(T)$  не несет информации о статистических свойствах света, поскольку последние зависят от моментов второго и более высокого порядков. Поэтому  $2e2ph$ -пик представляет значительный интерес с точки зрения возможности использования его для изучения статистики фотонов. Число фотоотсчетов «двухфотонного» фотодетектора за некоторый интервал времени  $T$  пропорционально  $\bar{I}^2(T)$ , среднему за время  $T$  квадрату интенсивности светового источника. Величина  $\bar{I}^2(T)$  существенным образом зависит от природы источника света. Важность  $2e2ph$ -пика для статистики фотонов была правильно понята Артемьевым, однако его утверждение о

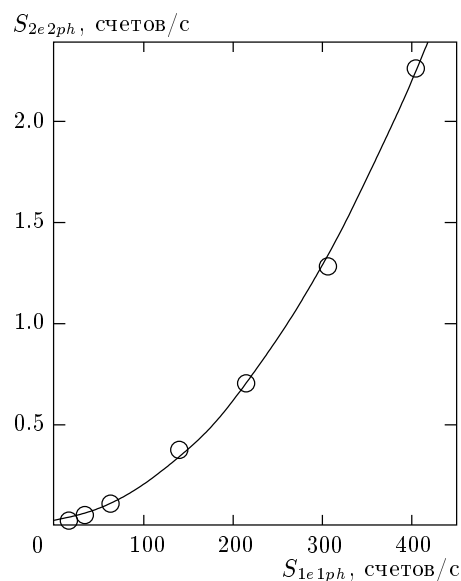
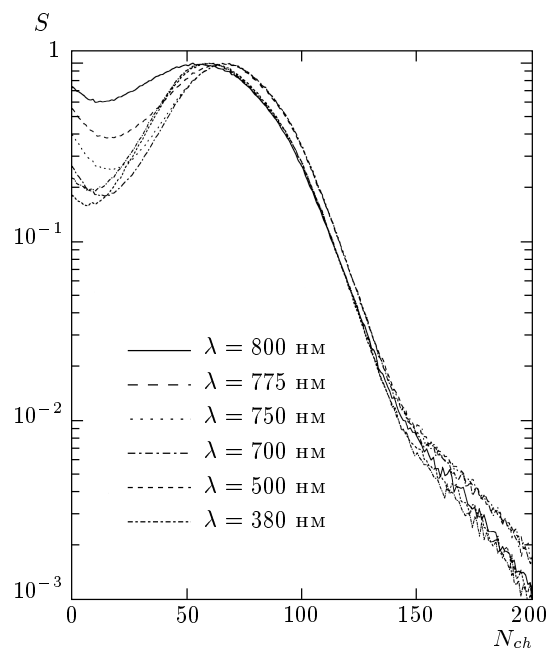


Рис. 4. Зависимость величины  $2e2ph$ -пика от интенсивности засветки лампой накаливания. Сплошная линия — подгонка квадратичной функцией

тем, что этот пик возникает только для «когерентных» источников света [6] и, следовательно, позволяет прямым образом детектировать «коррелированные фотоны», является, к сожалению, ошибочным, как это будет ясно из дальнейшего.

Проанализировав амплитудные характеристики при различных уровнях засветки, обратимся к спектральной зависимости амплитудного распределения ФЭУ-64. Для того чтобы получить спектральную зависимость, амплитудные распределения измерялись при освещении ФЭУ квазимонохроматическим светом, полученным в результате пропускания света от лампы накаливания через монохроматор. Эти амплитудные распределения приведены на рис. 5 для ряда длин волн. Область максимальной спектральной чувствительности сурьмяно-цезиевого фотокатода 200–400 нм, тогда как при освещении катода светом с длиной волны большей 400 нм чувствительность его быстро падает с увеличением длины волны. Чтобы поддерживать точность измерений приблизительно постоянной, мы добивались на каждой длине волны одного и того же сигнала с ФЭУ ( $\approx 10^4$  счетов/с) путем повышения интенсивности света, которая контролировалась нейтральным фильтром. Независимая оценка с помощью ФЭУ ХРН277 с расширенной в красную область спектральной чувствительностью показала, что на длине волны 800 нм для получения сигнала с ФЭУ-64 на уровне  $10^4$  счетов/с требовался световой поток по-



**Рис. 5.** Распределения импульсов фотоумножителя по амплитудам при засветке квазимонохроматическим излучением лампы накаливания с различной длиной волны. Заметно уменьшение контраста одноэлектронного пика с увеличением длины волны. Распределения нормированы на максимум

рядка  $7 \cdot 10^7$  фотонов/с. Главная особенность, которая бросается в глаза на рис. 5, заключается в значительном росте с увеличением длины волны распределения в области малых амплитуд, так что «контраст»  $1e1ph$ -пика сильно уменьшается. Аналогичное уменьшение контраста наблюдается при увеличении интенсивности засветки, что показано на рис. 6.

Рассмотрим, наконец, зависимость амплитудного распределения ФЭУ от площади засвеченной части фотокатода. Это важно, поскольку величина  $2e2ph$ -пика нелинейно (квадратично) зависит от интенсивности света. В самом деле, величина  $1e1ph$ -пика линейно зависит от площади пятна на катоде, то есть один и тот же  $1e1ph$ -пик может быть получен при большом пятне и малой интенсивности и при малом пятне, но пропорционально большей интенсивности света. Другими словами, для  $1e1ph$ -пика важно только полное число фотонов, падающее на катод. Совсем другое дело  $2e2ph$ -пик. Если мы будем поддерживать число фотонов в пучке постоянным при изменении площади пятна на катоде, то интенсивность с уменьшением диаметра пятна будет возрастать и величина  $2e2ph$ -пика по отно-

шению к  $1e1ph$ -пику должна увеличиваться. В этом случае при проведении измерений необходимо было бы постоянно контролировать диаметр пятна на катоде ФЭУ.

С целью проверки зависимости  $2e2ph$ -пика от площади засвеченного пятна нами были сняты амплитудные распределения импульсов ФЭУ при различной ширине выходной щели монохроматора, входная щель которого освещалась лампой накаливания. Кондесорная линза, расположенная в домике ФЭУ, обеспечивала при этом проецирование изображения выходной щели на фотокатод. Оказалось, что величина  $2e2ph$ -пика квадратично растет с увеличением площади пятна, или другими словами, величина этого пика пропорциональна квадрату числа фотонов в пучке. В результате отношение величин  $1e1ph$ - и  $2e2ph$ -пиков не зависит от площади пятна на фотокатоде, а определяется только количеством фотонов в пучке.

#### 4. МОДЕЛЬ АМПЛИТУДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФЭУ

Реальный фотоумножитель является достаточно сложным прибором, в котором могут протекать различные процессы, прямо или косвенно влияющие на распределение его импульсов по амплитудам. Для того чтобы разобраться в полученных экспериментальных результатах, необходимо иметь теоретическую модель, верно отражающую основные экспериментальные факты. Основой такой модели может служить подход, предложенный и развитый Прескоттом [10]. При этом подходе процесс умножения электронов на динодах считается пуассоновским со средним коэффициентом вторичной электронной эмиссии  $\mu$ , что позволяет получить рекуррентную формулу для производящих функций распределения числа электронов после  $M$  динодов. Если считать в качестве начального условия, что на первый динод с фотокатода прилетает один электрон, то можно получить распределение вероятности вылета  $m$  электронов после  $M$ -го динода. Для учета неидеальности ФЭУ Прескотт ввел в свою модель коэффициент  $b$ , который для хорошего ФЭУ обычно гораздо меньше единицы [10]. Если теперь задать начальное условие так, что с катода вылетают не один, а два фотоэлектрона, то формулы Прескотта должны давать амплитудное распределение для  $2e2ph$ -пика. Соответствующие распределения приведены на рис. 7. В подтверждение интуитивных ожиданий  $2e2ph$ -пик оказывается приблизи-

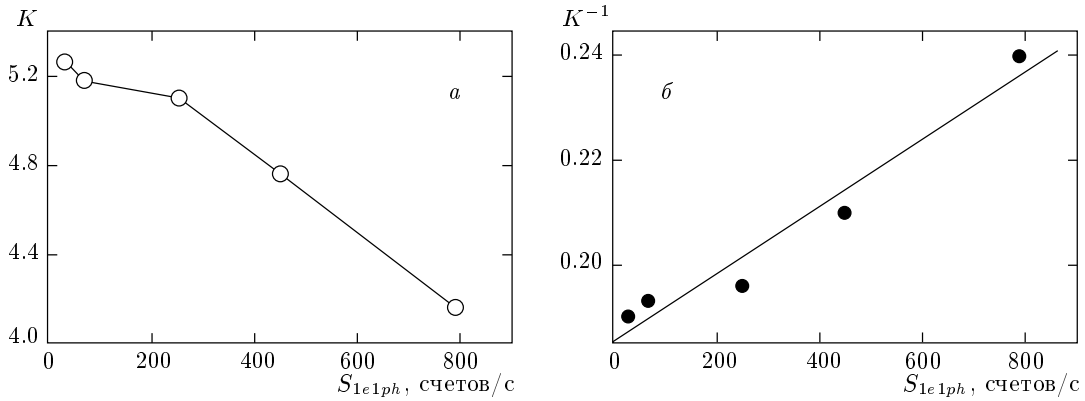


Рис. 6. *a* — Зависимость контраста одноэлектронного пика от интенсивности засветки  $S_{1e1ph}$  (скорости счета в максимуме  $1e1ph$ -пика); *b* — аппроксимация зависимости обратной величины контраста от интенсивности засветки линейной функцией

тельно вдвое шире, чем  $1e1ph$ -пик, а значение амплитуды импульса, для которой распределение имеет максимум, для  $2e2ph$ -пика вдвое больше, чем для  $1e1ph$ -пика. Эти свойства распределений, получающихся из расчетов по формулам Прескотта, хорошо согласуются со свойствами  $1e1ph$ - и  $2e2ph$ -пиков, наблюдаемых экспериментально. Однако экспериментальное распределение для ФЭУ-64 получается менее асимметричным, чем теоретическое. Поэтому подогнать реальное амплитудное распределение этого фотоумножителя с помощью формул Прескотта, по-видимому, вряд ли возможно при разумных значениях используемых параметров.

Рассмотрим более подробно область малых амплитуд импульсов, расположенную левее  $1e1ph$ -пика на экспериментальных кривых. Эта область традиционно относится к диодным шумам ФЭУ. Изучение диодных шумов показало, что они обладают довольно необычными свойствами [11], одним из которых является чувствительность к засветке ФЭУ. Такую чувствительность принято объяснять увеличением вероятности вылета электрона с диода после бомбардировки диода электронами прошедшей электронной лавины, так что диод сохраняет на некоторое время «память» о зарегистрированном фотоне. Эта память может быть достаточно долговременной, поскольку в некоторых экспериментах повышенный уровень диодных шумов отмечался даже через сутки после интенсивной засветки [11].

Для построения нашей модели будем считать, что все диодные шумы обусловлены шумами только первого диода. Это упрощающее предположение является в действительности достаточно реалистичным. В самом деле, средний коэффициент вторич-

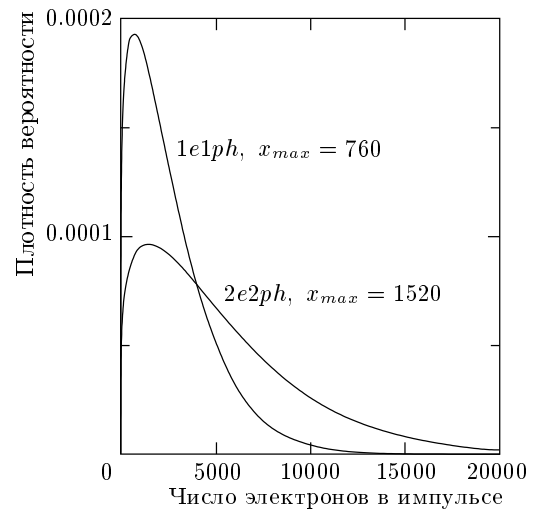


Рис. 7. Амплитудные распределения для  $1e1ph$ - и  $2e2ph$ -пиков, полученные из формул Прескотта;  $\mu = 2, b = 0.1, M = 11$

ной эмиссии на диоде составляет в нашем случае величину около 3.5 (это легко оценить по амплитуде максимума одноэлектронного пика, учитывая, что ФЭУ-64 имеет 11 диодов и напряжения между диодами одинаковы). Следовательно, если с первого диода вылетает один «шумовой» электрон, то это должно давать на выходе ФЭУ импульс амплитудой в среднем в 3.5 раза меньшей, чем амплитуда максимума  $1e1ph$ -пика. Такая оценка дает правильный масштаб амплитуд диодных шумов. Шумы второго и последующих диодов могут приводить к импульсам с амплитудами еще как минимум в 3.5 раза меньшими, то есть давать вклад в распределение в непо-

средственной окрестности нулевого канала. Примем далее, что вылет более одного «шумового» электрона с первого динода крайне маловероятен после бомбардировки первого динода как одним, так и двумя фотоэлектронами. В этих предположениях вероятность за время  $T$  зафиксировать  $N$  «шумовых» диодных импульсов с амплитудой в интервале от  $x$  до  $x + dx$  может быть представлена в виде:

$$P_{ND}(x, T)dx = P_N(T)p_D(x)dx, \quad (1)$$

где  $p_D(x)$  — плотность вероятности распределения «шумовых» диодных импульсов по амплитудам, а  $P_N(T)$  — вероятность зафиксировать  $N$  фотоотсчетов (импульсов) за время  $T$ . Подробное обсуждение распределения фотоотсчетов с учетом как одно-, так и двухквантового фотоэффекта будет проведено в разд. 6. Здесь же заметим, что «шумовые» импульсы возникают только при условии регистрации фотонов (темновыми шумами мы пренебрегаем). Следовательно, вероятность зафиксировать «шумовой» диодный импульс данной амплитуды — это условная вероятность, что и отражает формула (1). Среднее за время  $T$  число «шумовых» диодных импульсов с данной амплитудой  $\overline{N}_D(x, T)dx$  будет выражаться формулой

$$\begin{aligned} \overline{N}_D(x, T)dx &= \sum_{N=1}^{\infty} NP_{ND}(x, T)dx = \\ &= \sum_{N=1}^{\infty} NP_N(T)p_D(x)dx = \overline{N}p_D(x)dx. \end{aligned} \quad (2)$$

Ниже будет показано (см. уравнение (18)), что

$$\overline{N}_D(x, T)dx = [\alpha_1 \overline{I}(T)T + \alpha_2 \overline{I}^2(T)T] p_D(x)dx, \quad (2^*)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  — эффективность, соответственно, одно- и двухквантового фотоэффекта,  $\overline{I}(T)$  и  $\overline{I}^2(T)$  — средняя интенсивность и средний квадрат интенсивности за время счета  $T$ .

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Попробуем объяснить всю совокупность экспериментальных результатов на основе представлений, изложенных в разд. 4. Как уже было указано,  $1e1ph$ - и  $2e2ph$ -пики в экспериментальных распределениях по своей ширине и положению максимумов вполне соответствуют  $1e$ - и  $2e$ -пикам в модели, основанной на формулах Прескотта. При малых интенсивностях света, когда вклад  $2e2ph$ -пика в распределение незначителен, количество диодных шумов в

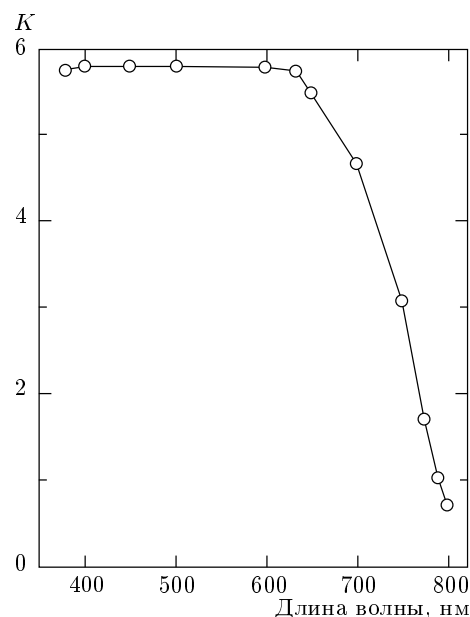


Рис. 8. Зависимость контраста одноэлектронного пика от длины волны квазимонохроматической подсветки при постоянной полной (интегральной по всем каналам) скорости счета  $\approx 10^4$  счетов/с

соответствии с формулой (2\*) должно линейно зависеть от интенсивности света, что и наблюдается экспериментально. При повышении интенсивности вклад  $2e2ph$ -пика становится существенным (кривая 4 на рис. 3б) и диодные шумы начинают расти быстрее, чем  $1e1ph$ -пик, в результате чего «контраст»  $1e1ph$ -пика ухудшается. Заметим теперь, что аналогичное уменьшение «контраста»  $1e1ph$ -пика наблюдается также при освещении катода светом с длиной волны 750–800 нм. Это можно видеть на рис. 5, а в явном виде — на рис. 8, где представлен контраст как функция длины волны. Уменьшение «контраста» легко понять на основании формулы (2\*), поскольку эффективности одно- и двухквантового фотоэффекта  $\alpha_1(\lambda)$  и  $\alpha_2(\lambda)$  зависят от длины волны  $\lambda$ . Увеличение относительного вклада двухквантового фотоэффекта свидетельствует о более быстром уменьшении  $\alpha_1(\lambda)$  с ростом  $\lambda$  по сравнению с  $\alpha_2(\lambda)$ . Различие эффективности одно- и двухквантового фотоэффекта отмечалось в работах [5, 6].

Представления, лежащие в основе формулы (2\*), и отмеченная аналогия в изменении амплитудного распределения импульсов при повышении интенсивности засветки и увеличении длины волны света позволяют предложить метод оценки относительной квантовой эффективности двухфотонного фотоэф-

фекта. В самом деле, можно показать (см. разд. 6), что среднее число одно- и двухэлектронных импульсов с заданной амплитудой  $x$  равно:

$$N_{1e1ph} = \alpha_1 \bar{I}(T) T p_{1e1ph}(x) dx, \quad (3)$$

$$N_{2e2ph} = \alpha_2 \bar{I}^2(T) T p_{2e2ph}(x) dx. \quad (4)$$

«Контраст»  $K$   $1e1ph$ -пика определяется отношением:

$$K^{-1} = \frac{N_D(x_D) + N_{1e1ph}(x_D)}{N_D(x_{max\ 1e1ph}) + N_{1e1ph}(x_{max\ 1e1ph}) + N_{2e2ph}(x_{max\ 1e1ph})}, \quad (5)$$

где

$$x_D = \frac{1}{\mu} x_{max\ 1e1ph}.$$

Разумно пренебречь в знаменателе вкладом шумовых диодных и  $2e2ph$ -импульсов по сравнению с  $1e1ph$ -импульсами, поскольку обычно

$$N_D(x_{max\ 1e1ph}), N_{2e2ph}(x_{max\ 1e1ph}) \ll N_{1e1ph}(x_{max\ 1e1ph}).$$

Тогда

$$K^{-1} = \frac{[\alpha_1 \bar{I}(T) + \alpha_2 \bar{I}^2(T)] T p_D(x_D) + \alpha_1 \bar{I}(T) T p_{1e1ph}(x_D)}{\alpha_1 \bar{I}(T) T p_{1e1ph}(x_{max\ 1e1ph})} = \frac{p_D(x_D) + p_{1e1ph}(x_D)}{p_{1e1ph}(x_{max\ 1e1ph})} + \frac{\alpha_2 \bar{I}^2(T)}{\alpha_1 \bar{I}(T)} \frac{p_D(x_D)}{p_{1e1ph}(x_{max\ 1e1ph})}. \quad (6)$$

Для хорошо стабилизированного светового источника  $\bar{I}^2(T) = \bar{I}^2(T)$  и

$$K^{-1} = A + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} B \bar{I}(T). \quad (7)$$

Коэффициенты  $A$  и  $(\alpha_2/\alpha_1)B$  легко могут быть определены экспериментально. Отношение  $\alpha_2/\alpha_1$  зависит от длины волны. Исключая зависимость коэффициента  $K^{-1}$  от  $\bar{I}(T)$  для различных  $\lambda$ , можно найти изменение относительной квантовой эффективности:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}(\lambda) / \frac{\alpha_2}{\alpha_1}(\lambda_{max}),$$

где  $\lambda_{max}$  соответствует максимуму спектральной чувствительности ФЭУ. Зависимость контраста от длины волны, показанная на рис. 8, подтверждает данное утверждение. Видно, что для длин волн больших 650 нм наблюдается уменьшение контраста, тогда как для меньших длин волн  $K = const$ .

### 6. ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ МАНДЕЛЯ ДЛЯ ОДНОВРЕМЕННОГО УЧЕТА ВКЛАДОВ ОДНО- И ДВУХКВАНТОВОГО ФОТОЭФФЕКТА

Известная формула Манделя (см., например, [12]) позволяет рассчитать вероятность зарегистрировать заданное количество фотонов за интервал времени  $T$ , если детектирование света осуществляется посредством ординарного фотоэффекта. Рас-

смотрим, как должна быть модифицирована формула Манделя для вероятности  $P_n(t, t')$  зарегистрировать  $n$  фотоотсчетов на выходе ФЭУ, если наряду с обычным фотоэффектом существенную роль играет также двухквантовый фотоэффект. Предположим, что перед ФЭУ установлен затвор, открывающийся в момент времени  $t$  и закрывающийся в момент времени  $t'$ , так что излучение падает на фотокатод только в течение промежутка времени  $T = t' - t$ , который будем называть временем счета. Будем полагать, что вероятность выбивания одного фотоэлектрона за бесконечно малый промежуток времени  $dt'$  с поглощением одного фотона пропорциональна мгновенной интенсивности света  $I$ ,  $p_1 dt' = \alpha_1 I dt'$ , в то время как поглощение двух фотонов приводит к выбиванию двух фотоэлектронов с вероятностью  $p_2 dt' = \alpha_2 I^2 dt'$ . Как будет видно в дальнейшем, именно такой «двухэлектронный» случай часто наблюдается экспериментально. Появление в амплитудной характеристике импульсов удвоенной амплитуды, связанных с двухквантовым фотоэффектом, было объяснено выбиванием с катода двух электронов [5, 6]. Тот факт, что «одноквантовые» и «двухквантовые» импульсы различаются по амплитуде, требует уточнения экспериментальной процедуры регистрации этих импульсов. В самом де-



ле, если в традиционной статистике фотоотсчетов каждому выбитому с катода фотоэлектрону соответствует импульс на выходе ФЭУ (разумеется, при условии эффективности сбора фотоэлектронов равной единице), то в нашем случае это уже не так. Система регистрации может, во-первых, измерять полный заряд, пришедший на анод за время счета  $T$ , во-вторых, считать полное число импульсов и, в-третьих, регистрировать распределение пришедших импульсов по амплитудам. Очевидно, что наиболее детальная информация обеспечивается именно в последнем случае. Учитывая все сказанное выше, мы рассмотрим отдельно два случая: случай, когда регистрируется полное число фотоэлектронов, выбитых с катода, и случай, когда считается полное число импульсов на выходе ФЭУ без анализа их распределения по амплитудам. Как будет ясно в дальнейшем, это позволит нам исследовать и другие возможные экспериментальные ситуации, например, учесть вклад двухквантового «одноэлектронного» фотоэффекта, когда при поглощении двух фотонов из катода выбивается всего один фотозелектрон.

Обозначим через  $p_0 dt'$  вероятность того, что за время  $dt'$  из катода не будет выбит ни один электрон. Тогда в силу полноты пространства элементарных событий для бесконечно малого интервала времени  $dt'$  имеем

$$p_0 dt' + p_1 dt' + p_2 dt' = 1. \quad (8)$$

Здесь мы неявно предполагаем

$$p_2 dt' \gg (p_1 dt')^2,$$

что и наблюдается экспериментально. Интегральная вероятность  $P_n(t, t')$  зарегистрировать  $n$  фотоэлектронов за время  $T = t' - t$  должна в силу непрерывности процесса регистрации во времени удовлетворять следующему уравнению:

$$P_n(t, t') = P_n(t, t' - dt')(1 - p_1 dt' - p_2 dt') + P_{n-1}(t, t' - dt')(1 - p_2 dt')p_1 dt' + P_{n-2}(t, t' - dt')(1 - p_1 dt')p_2 dt', \quad (9)$$

т. е.

$$\frac{dP_n(t, t')}{dt'} = -(p_1 + p_2)P_n(t, t') + P_{n-1}(t, t')p_1 + P_{n-2}(t, t')p_2. \quad (10)$$

В правой части уравнения для  $P_1(t, t')$  должны, очевидно, присутствовать только первые два слагаемых. Наиболее же простым является уравнение для

$P_0(t, t')$ , в правой части которого следует сохранить только первый член:

$$\frac{dP_0(t, t')}{dt'} = -(p_1 + p_2)P_0(t, t'). \quad (11)$$

Должно также выполняться начальное условие  $P_0(t, t') = 1$ . Решением этого уравнения является

$$P_0(t, T) = \exp \left[ -\alpha_1 \bar{I}(t, T) - \alpha_2 \bar{I}^2(t, T) \right], \quad (12)$$

где мы ввели среднюю за период счета интенсивность  $\bar{I}(t, T)$  и средний квадрат интенсивности света  $\bar{I}^2(t, T)$ :

$$\bar{I}(t, T) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(t') dt', \quad (13)$$

$$\bar{I}^2(t, T) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I^2(t') dt'. \quad (14)$$

Среднее в этих формулах понимается как среднее по времени для оптического поля, взятого в момент времени  $t$  и свободно эволюционирующего в течение времени счета  $T$ . Поскольку состояние поля в момент времени  $t$  и его эволюция во времени считаются неизвестными,  $\bar{I}(t, T)$  и  $\bar{I}^2(t, T)$  являются случайными величинами и окончательное распределение вероятностей зафиксировать заданное число фотоотсчетов должно быть определено с помощью усреднения по ансамблю оптических полей со всевозможными начальными состояниями. Предполагая в дальнейшем стационарность и эргодичность рассматриваемого светового источника, опустим во всех последующих формулах аргумент  $t$ . Нетрудно показать, что решение уравнения для произвольного  $n$  может быть представлено в виде

$$P_n(T) = F_n(T) P_0(T), \quad (15)$$

причем

$$\begin{aligned} F_0(T) &= 1, \\ F_1(T) &= \alpha_1 \bar{I}(T)T, \\ F_2(T) &= \frac{[\alpha_1 \bar{I}(T)T]^2}{2} + \alpha_2 \bar{I}^2(T)T, \\ F_3(T) &= \frac{[\alpha_1 \bar{I}(T)T]^3}{3!} + [\alpha_1 \bar{I}(T)T] [\alpha_2 \bar{I}^2(T)T] \end{aligned} \quad (16)$$

и т. д. Сумма всех  $F_i(T)$  представляет собой разложение в ряд экспоненты

$$\exp \left[ \alpha_1 \bar{I}(T)T + \alpha_2 \bar{I}^2(T)T \right],$$

что обеспечивает равенство единице суммы всех вероятностей  $P_i(T)$ . Заметим, что полученное распределение вероятностей не является пуассоновским.

Рассмотрим теперь случай, когда система регистрации считает полное число импульсов за некоторое время  $T$ , не делая при этом различия между одно- и двухэлектронными импульсами. Если обозначить число таких импульсов  $N$ , то рассмотрение, аналогичное проведенному выше, приводит к уравнению

$$\frac{dP_N(t, t')}{dt'} = - [p_1(t') + p_2(t')] \times P_N(t, t') + [p_1(t') + p_2(t')] P_{N-1}(t, t'). \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что это дает распределение Пуассона

$$P_N(T) = \frac{\bar{N}^N}{N!} \exp(-\bar{N}), \quad (18)$$

где  $\bar{N} = \alpha_1 \bar{I}(T)T + \alpha_2 \bar{I}^2(T)T$ . Отметим, что данный случай описывает также и «одноэлектронный» двухквантовый фотоэффект, который может давать вклад в одноэлектронный пик в амплитудном распределении импульсов на выходе ФЭУ. При этом коэффициенты пропорциональности  $\alpha_2$  для одно- и двухэлектронного фотоэффектов могут существенно различаться по величине.

Пуассоновские распределения получаются для числа одно- и двухэлектронных импульсов, зафиксированных за время  $T$ , и в том важном случае, когда эти импульсы хорошо разделяются по амплитуде, так что можно независимо определить пространство элементарных событий для каждого вида импульсов. Среднее число сосчитанных импульсов будет в первом случае

$$\bar{N}_{1e1ph} = \alpha_1 \bar{I}(T)T,$$

а во втором случае

$$\bar{N}_{2e2ph} = \alpha_2 \bar{I}^2(T)T.$$

Окончательное выражение для функции распределения фотоотсчетов получается усреднением по ансамблю оптических полей со всевозможными начальными мгновенными интенсивностями:

$$\tilde{P}(N, T) = \langle P_N(T) \rangle, \quad (19)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрев различные схемы регистрации, проанализируем возможность использования  $2e2ph$ -пика для изучения статистики фотонов. Интуитивные представления о том, что в излучении источника света с большим временем когерентности пар фотонов должно быть больше и, следовательно, величина  $2e2ph$ -пика по отношению к  $1e1ph$ -пику также должна быть больше, чем это имеет место для случая источника с малым временем когерентности, к сожалению, не соответствуют действительности. Проведенный выше анализ показывает, что количество  $2e2ph$ -импульсов, сосчитанное за временной интервал  $T$ , определяется средним квадратом интенсивности света за этот интервал. Отличия в количестве импульсов для двух стабилизированных источников света равной средней интенсивности, но с различными временами когерентности  $T_{c1} \neq T_{c2}$ , исчезают в пределе

$$\frac{T_{c1, c2}}{T} \rightarrow 0$$

(см. [13]). Поскольку времена когерентности подавляющего большинства источников света не превышают 1 нс, а времена накопления в экспериментах, подобных описанным выше, составляют сотни секунд и более, то никакого различия между источниками света в таких экспериментах наблюдаться не должно. Это утверждение было тщательно проверено нами экспериментально путем сравнения распределений импульсов по амплитудам для двух имевшихся в нашем распоряжении источников света с существенно различными временами когерентности. В измерениях использовалось излучение зеленой линии неона (5400 Å) и квазимонохроматическое излучение лампы накаливания с той же длиной волны, полученное пропусканием света лампы через монохроматор. Оказалось, что соответствующие распределения совпадают в пределах точности наших измерений. Сравнение двух различных источников света между собой всегда сопряжено с возможным изменением плохо контролируемых параметров, таких как характер засветки фотокатода. Поэтому другим способом проверки чувствительности амплитудного распределения импульсов ФЭУ к когерентности света является сравнение распределений, полученных от одного и того же источника света при одномодовом (когерентном) и многомодовом (некогерентном) освещении. Эти эксперименты также показали полное совпадение амплитудных распределений.

Для появления нетривиальной зависимости результатов от времени когерентности светового ис-

точника необходимо считать количество импульсов за короткий промежуток времени  $T$  («временное окно»), длительность которого сравнима с временем когерентности. Если световой поток не слишком велик, так что вероятность попадания в интервал временного окна более одного импульса ФЭУ пренебрежимо мала (это условие реализуется с большим запасом для подавляющего большинства источников света, поскольку речь идет об одной выделенной пространственной моде излучения, исключение составляют лазеры), то среднее количество импульсов, зафиксированное при многократном повторении эксперимента с временным окном, будет равным

$$P_1(T) = \bar{N}(T) = (\alpha_1 \bar{I}(T) + \alpha_2 \bar{I}^2(T)) T.$$

При уменьшении  $T \rightarrow T_c$  средний квадрат интенсивности  $\bar{I}^2(T)$  будет существенным образом изменяться, так что

$$\frac{\bar{I}^2(T) - \bar{I}^2(T)}{\bar{I}^2(T)} \rightarrow 1 \quad \text{при} \quad T \rightarrow 0$$

(см. [13]). Таким образом, в серии экспериментов с одним и тем же источником света с последовательным уменьшением ширины временного окна от  $T \gg T_c$  до  $T \approx T_c$  появляется возможность непосредственного измерения  $T_c$ . Можно также сравнивать между собой различные источники света с близкими величинами  $\bar{I}$  и  $\bar{I}^2$ , но различными временами когерентности. Заметим, что элементная база современной электроники позволяет рассчитывать на получение временного окна менее 100 пс, а использование ФЭУ на микроканальных пластинах дает возможность фиксировать время появления импульсов с точностью 20 пс, в результате чего становятся доступными измерения источников света с временами когерентности пикосекундного масштаба. Преимуществами предлагаемого метода являются: использование одного фотоумножителя, возможность параллельного измерения как  $\bar{I}^2$  ( $2e2ph$ -пик), так и  $\bar{I}$  ( $1e1ph$ -пик), независимость результатов от распределения интенсивности в засвеченной области фотокатода.

Таким образом, в данной работе проведено изучение двухквантового фотоэффекта и на основе этого предложен новый метод измерения

квантостатистических свойств светового поля. Измерения были выполнены на сурьмяно-цезиевом фотокатоде, что делает возможным их непосредственное сопоставление с результатами более ранних работ [5, 6]. Рассматриваемая в работе теоретическая модель, включающая обобщение известной формулы Мандела, позволяет с единых позиций интерпретировать всю совокупность экспериментальных результатов. Это весьма важно для практического использования полученных результатов.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 01-02-16480).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. C. Teich, J. M. Schroeder, and G. J. Wolga, Phys. Rev. Lett. **13**, 611 (1964).
2. P. Bloch, J. Appl. Phys. **35**, 2052 (1964).
3. M. C. Teich and G. J. Wolga, Phys. Rev. **171**, 809 (1968).
4. M. C. Teich and P. Diament, J. Appl. Phys. **40**, 625 (1969).
5. В. В. Артемьев, Радиотехн. и электрон. **9**, 756 (1964).
6. В. В. Артемьев, Радиотехн. и электрон. **13**, 316 (1968).
7. Д. Н. Клышко, УФН **166**, 613 (1996).
8. Д. Н. Клышко, А. Н. Пенин, УФН **152**, 653 (1987).
9. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1970).
10. R. Prescott, Nucl. Instrum. and Methods **39**, 173 (1966).
11. А. Н. Перцев, А. Н. Писаревский, *Одноэлектронные характеристики ФЭУ и их применение*, Атомиздат, Москва (1971).
12. Р. Лоудон, *Квантовая теория света*, Мир, Москва (1976).
13. G. Bedard, J. C. Chang, and L. Mandel, Phys. Rev. **160**, 1496 (1967).